

中華民國 第50屆中小學科學展覽會

作品說明書

高中組 物理科

第三名

040117

網開一面---水光焦織的探討

學校名稱：國立新竹女子高級中學

作者：	指導老師：
高二 王子嘉	李佳玲
高二 林琬婷	林智遠
高二 賈斯嘉	
高二 魏敏家	

關鍵詞：立水珠、立水柱、焦散曲線

摘要

主題一：由平行光入射拋物面鏡及球面鏡的實驗探討其聚焦的效果，並發現球面鏡的聚焦效果較差，有焦散成「3」形狀的特殊圖紋，其尖嘴部分往兩側折疊延伸。接著由此進一步探討光源打在中空圓柱中，經由圓柱內側面反射形成的焦散曲線，並利用黑紙遮蔽圓柱體內不同位置以了解焦散曲線的形成。再加以改變光源的位置、角度以及種類來探討二維的焦散曲線圖形。

主題二：深入焦散現象進而研究以雷射光入射水珠，探討其投射焦散的圖紋有規律性，經由立水珠的良好控制，研究外凸弧面及內凹弧面曲線，並由實驗圖片統整歸納出基本圖形，再以其為基礎分析複雜的實驗圖片。

壹、研究動機

在校園的角落裡，偶然看見陽光照射在金屬欄杆上，反射至牆壁及天花板形成了許多美麗而複雜的光影圖案(如圖1與圖2)，因而勾起了我們對於焦散曲線的好奇心，想要進一步了解與探索其中光影的秘密。馬克杯中出現的「3」、雨後天空的彩虹，生活中處處都可以看見焦散曲線，它們究竟是如何形成的呢？藉由這一次的科展，我們將一探光的奧秘！



圖 1



圖 2

貳、研究目的

- 一、球面鏡與拋物面鏡之研究
- 二、探討圓柱內的焦散曲線
- 三、利用Excel軟體模擬焦散曲線
- 四、探討雷射光經玻璃和投影片上的水珠折射形成的焦散曲線
- 五、探討雷射光經玻璃和投影片上的水珠反射形成的焦散曲線
- 六、探討雷射光經立水珠形成的焦散曲線
- 七、探討雷射光經立水柱形成的焦散曲線

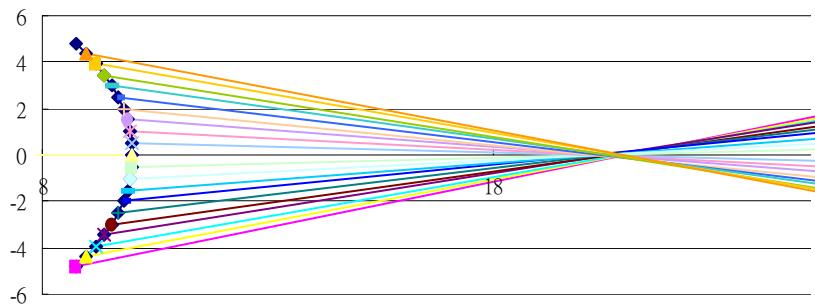
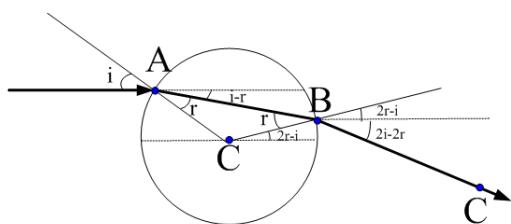
參、實驗原理

一、光經水珠的折射路徑及其焦散圖形

若C點座標為(0,0) , 則

B點座標為($R\cos(2r-i), R\sin(2r-i)$) ,

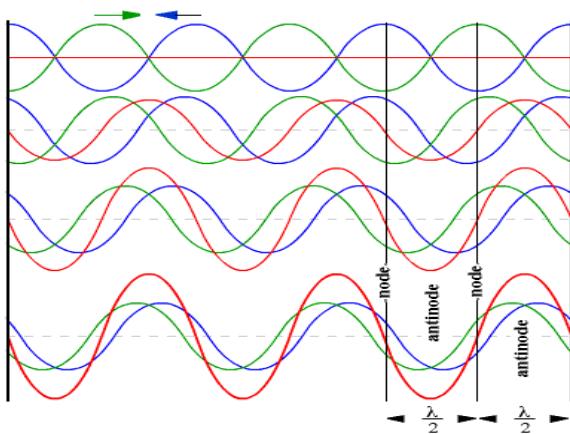
C點座標為($R\cos(2r-i)+d\cos(2i-2r), R\sin(2r-i)-d\sin(2i-2r)$)



二、干涉

(一)、依重疊原理，兩波交會時，合成波的振動位移為各成分波在該點的振動位移向量合。

(二)、交會時，兩波同相，為完全相長性干涉，形成亮紋。兩波反相，為完全相消性干涉，形成暗紋。



$$y_1 = y_o \sin(kx + \omega t)$$

$$y_2 = y_o \sin(kx + \omega t + \phi)$$

$$y_{\text{合}} = 2y_o \sin(kx + \frac{\phi}{2}) \cos(\omega t + \frac{\phi}{2})$$

三、焦散曲面(Caustic Surface)

空間中的光線經反射或折射後，無法集中於一點，而各自相交，相交的點之軌跡為一曲面，稱為焦散曲面。焦散面與任一平面的截線稱為焦散曲線。

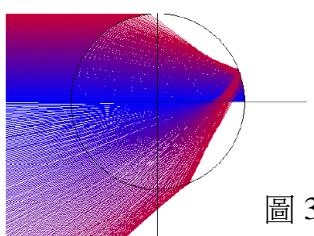


圖 3

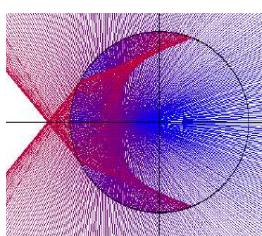


圖 4

圖3、圖4：平行光經連續曲面的折射及反射形成的焦散曲線的圖形

肆、研究設備及器材

筆記型電腦	數位相機	雷射筆	白紙	黑紙	玻璃板	保麗龍板
1 台	1 台	1 支	數張	數張	2 片	數片
吸管	燈泡	L E D	針筒	腳架	試管夾	蒸餾水
數支	1 顆	1 支	1 支	1 支	1 支	1 瓶
自製球面鏡 ($x^2+y^2=8^2$)	自製拋物面鏡 ($x^2=4y$)	自製中空光滑圓柱體 (高為 15 公分、直徑 10 公分)			方格紙	
1 個	1 個	1 個			數張	

伍、研究過程或方法及結果

一、球面鏡與拋物面鏡之研究

(一)、比較球面鏡與拋物面鏡的聚焦效果

1. 實驗步驟

(1) 用 Excel 軟體繪製拋物面及球面圖形(如下圖 5、圖 6)，再將不銹鋼片彎曲成所繪製的曲線(方程式：圓 $x^2+y^2=64$ ；拋物線 $x^2=4y$)。

(2) 用 LED 燈照射球面鏡與拋物面鏡，觀察成像。

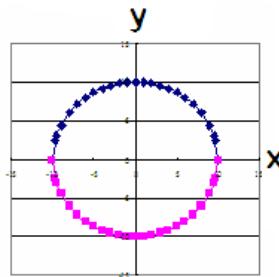


圖 5：圓 $x^2+y^2=64$ 關係圖

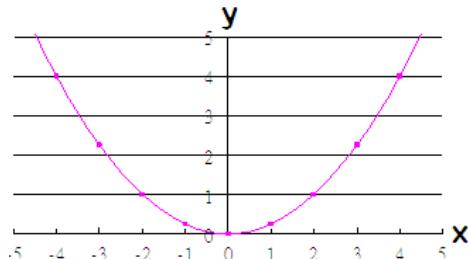


圖 6：拋物線 $x^2=4y$ 關係圖

2. 實驗結果

雷射光聚焦效果太好，球面鏡與拋物面鏡皆會匯聚成一點。手電筒則只有拋物面鏡會匯聚成一點(如圖 7)，球面鏡會呈現 3 字型圖樣(如圖 8)。



圖 7：LED 經拋物面鏡的圖形



圖 8：LED 經球面鏡的圖形

(二)、利用雷射光瞭解光的路徑及球面鏡形成焦散曲線的原因

1. 實驗步驟

- (1) 在方格紙上建立座標軸，並將柵欄、球面鏡及光源置於方格紙上，訂球面鏡頂點位置為(0,0)。
- (2) 將雷射光平行射入，每 0.4 公分重複實驗，紀錄點座標並用 Excel 軟體描繪出雷射光的路徑。

2. 實驗結果

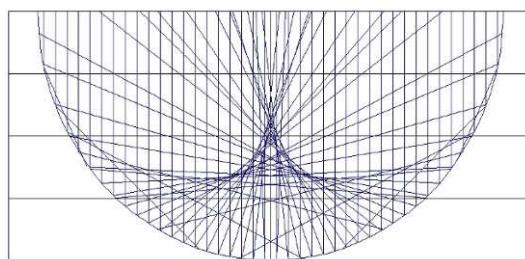


圖 9：用 Excel 軟體描繪路徑圖

3. 實驗結果分析

用 Excel 軟體描繪路徑後，發現路徑會出現 3 的形狀(如圖 9)與圖 8 完全相符。

二、探討圓柱內的焦散曲線

(一)、探討圓柱體內部區域對焦散曲線的影響

1. 水平部份

在半徑 5 公分的圓柱體底部以方格紙建立座標軸(如圖 10)。

(1) 實驗步驟

- (a) 將光源位在(-3,0,35)，再將高度為 1 公分的黑紙依序擺在離地 0、1、2…14 公分處環繞圓柱體一圈(如圖 11)，觀察成像變化。
- (b) 將光源分別位於(-5,0,35)、(-8,0,35)、(-10,0,35)，重覆步驟(a)

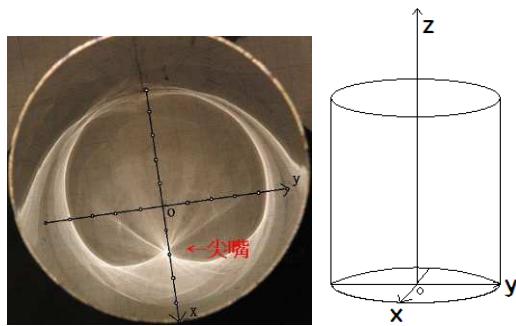


圖 10：座標定義示意圖

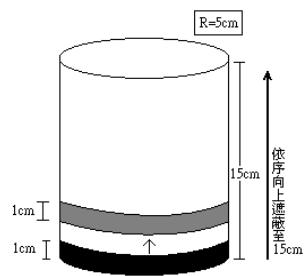


圖 11：黑紙移動示意圖

(2) 實驗結果與分析

遮蔽 第	光源位在(-3,0,35)		遮蔽 第	光源位在(-5,0,35)	
1~11 公分	被遮蔽部分為一整圈由外往內移動		1~8 公分	被遮蔽部分為一整圈由外往內移動	
12 公分	2.2>X>1.8 消失		9 公分	2.8>X>2.4 消失	
13 公分	1.8>X>1.4 消失		10 公分	2.4>X>2 消失	
14 公分	1.4>X>1 消失		11 公分	2>X>1.6 消失	
15 公分	被遮蔽部分由外往內移動，但焦散曲線內部本為陰影，故過程看不出圖形變化		12~15 公分	被遮蔽部分由外往內移動，但焦散曲線內部本為陰影，故過程看不出圖形變化	

遮蔽 第	光源位在(-8,0,35)		遮蔽 第	光源位在(-10,0,35)	
1~6 公分	被遮蔽部分為一整圈由外往內移動		1~5 公分	被遮蔽部分為一整圈由外往內移動	
7 公分	2.8>X>2.4 消失		6 公分	3.2>X>2.8 消失	
8 公分	2.4>X>2 消失		7 公分	2.8>X>2.4 消失	

9 公分	$2 > X > 1.6$ 消失		8 公分	$2.4 > X > 2$ 消失	
10~15 公分	被遮蔽部分由外往內移動，但焦散曲線內部本為陰影，故過程看不出圖形變化	9~15 公分	被遮蔽部分由外往內移動，但焦散曲線內部本為陰影，故實驗看不出圖形變化		

2. 鉛直部份

我們將整個圓桶的弧度 2π 平分成 14 等分，定義一個等分 $\frac{\pi}{7} = \alpha$ 弧度。(如圖 12)

(1) 實驗步驟

(a) 將光源置於 $(-3,0,35)$ ，用寬為 α 弧度的弧長、高度為 15 公分的黑紙依序遮蔽
(如圖 13)，觀察成像變化。

(b) 將光源分別位於 $(-5,0,35)$ 、 $(-8,0,35)$ 、 $(-10,0,35)$ ，重覆步驟(a)。

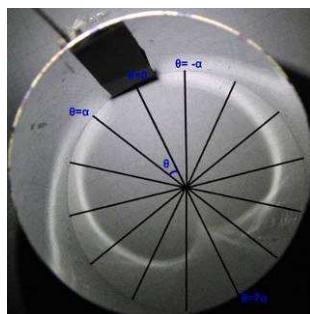


圖 12：弧度定義示意圖

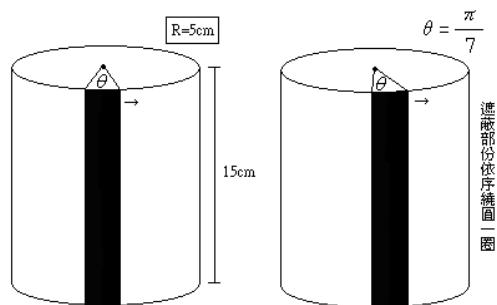


圖 13：黑紙移動示意圖

(2) 實驗結果與分析

	造成 3 圖形的角度	造成主要尖嘴的角度
$(-3,0,35)$	$2\alpha \sim 13\alpha$	$6\alpha < \theta < 8\alpha$
$(-5,0,35)$	$2\alpha \sim 13\alpha$	$6\alpha < \theta < 8\alpha$
$(-8,0,35)$	$3\alpha \sim 12\alpha$	$6\alpha < \theta < 8\alpha$
$(-10,0,35)$	$4\alpha \sim 11\alpha$	$6\alpha < \theta < 8\alpha$

(實驗圖位於附錄一)

(二) 探討光源高度、水平位置和角度對焦散曲線的影響

用試管夾固定 LED 光源，並在半徑為 5 公分的圓柱體底部以方格紙建立座標軸 (如圖 14)。

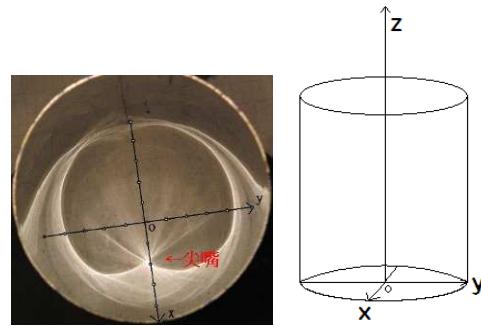


圖 14：座標定義示意圖

1. 光源位置對焦散曲線的影響

(1) 實驗步驟

因比較光源在正向及負向的圖形後，發現圖形左右對稱，故以下實驗只探討光源位在負向。

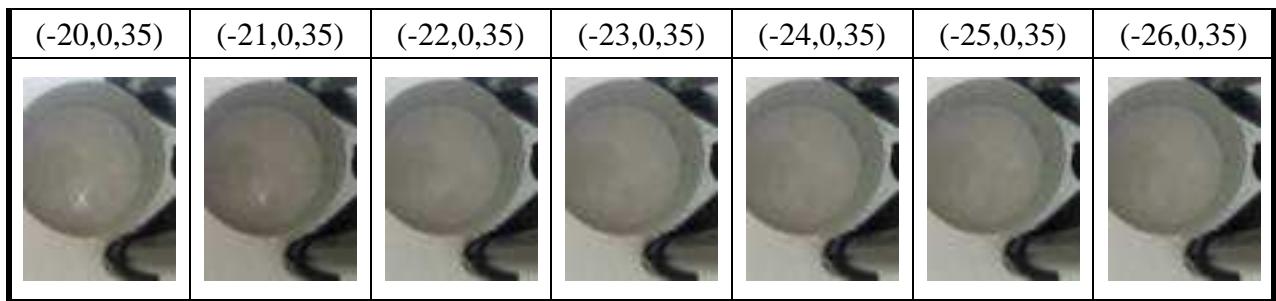
(a) 光源高度固定為 30 公分，水平座標依序改變(0,0,30)、(-1,0,30)、(-2,0,30)、
 (-3,0,35)…直到圓筒內成像消失為止，觀察成像變化。

(b) 改變光源高度為 31 公分、32 公分、33 公分…40 公分，重覆步驟(a)。

(2) 實驗結果

光源 LED : H=35 公分，R=5 公分，光源由(0,0,30)(-26,0,30)

(0,0,35)	(-1,0,35)	(-2,0,35)	(-3,0,35)	(-4,0,35)	(-5,0,35)	(-6,0,35)
(-7,0,35)	(-8,0,35)	(-9,0,35)	(-10,0,35)	(-11,0,35)	(-12,0,35)	(-13,0,35)
(-14,0,35)	(-15,0,35)	(-16,0,35)	(-17,0,35)	(-18,0,35)	(-19,0,35)	(-15,0,35)



光源燈泡：H=35 公分，R=5 公分，光源由(0,0,35)移至(-47,0,35)。





實驗後發現高度並無顯著影響，僅留 $H=35$ 公分，其餘高度結果位於附錄二。實驗數據 $X \geq 17$ 之後，因燈泡的光線會被遮蔽，所以一次反射、二次反射會陸續消失，焦散曲線圖紋漸小至消失。

(2) 實驗結果與分析

(a)因為 LED 為平行光，有方向性且光度較燈泡弱，看不出明顯的變化

(b)用燈泡的數據歸類範圍



2. 探討光源角度對焦散曲線的影響

(1) 實驗步驟

(a)光源固定在距離 O 點(離地面圓心正上方 18 公分)3 公分處(如圖 15)，依量角器依序改變光源角度 10 度、20 度、30 度、40 度…90 度，觀察成像變化。

(b)改變光源與 O 點距離為 5 公分、7 公分，重複步驟(a)。

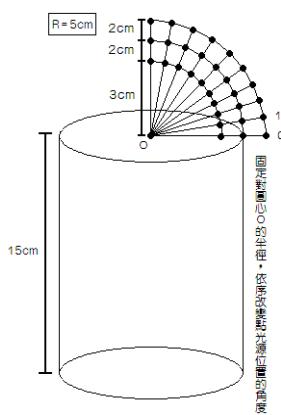
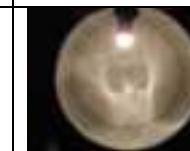
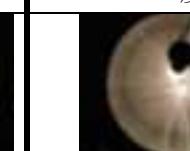


圖 15：光源位置示意圖

(2) 實驗結果與分析

(a)距圓心 3 公分

0 度	10 度	20 度	30 度	40 度
				
光源位在內部，形成較小的 3，且越來越小				
50 度	60 度	70 度	80 度	90 度
				
光源位在內部，形成較小的 3，且越來越小	光源接近圓筒正上方，無焦散曲線形成			

(b)距圓心 5 公分

0 度	10 度	20 度	30 度	40 度
				
光源與筒同高，一次反射圖形被筒壁遮蔽。微弱圖形是剩餘光線的多次反射。	光源位於筒壁上方接近筒壁，所以形成較明顯的 3 圖樣。			
50 度	60 度	70 度	80 度	90 度
				
光源接近中心軸，反射的角度較小故形成較小的 3	光源接近圓筒正上方，無焦散曲線形成			

(c)距圓心 7 公分

0 度	10 度	20 度	30 度	40 度
				
光源與筒同高，反射圖形被筒壁遮蔽掉	光源約和筒同高，一次反射圖形被筒壁遮蔽。剩下二次反射圖形	光源位於筒壁上方接近筒壁，所以形成較明顯的 3		

50 度	60 度	70 度	80 度	90 度
最明顯的 3	光源接近中心軸，形成較小的 3，且越來越小		光源位於圓筒正上方，無焦散曲線形成	

三、模擬焦散曲線

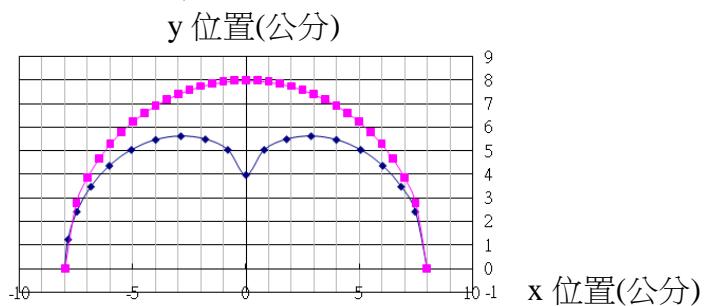
(一)、參考資料三的公式，以Excel軟體模擬很遠的點光源經球面鏡形成焦散曲線

1.公式

$$X = (\sec \theta + \tan \theta)^{\frac{1}{3}}$$

$$Y = (\sec \theta - \tan \theta)^{\frac{1}{3}}$$

2. 實驗結果(球面鏡半徑設為8公分)



3. 實驗結果分析

模擬圖與圖 8(LED 經球面鏡的圖形)與圖 9(用 Excel 軟體描繪的光路徑圖)相吻合。

(二)、模擬點光源經圓柱面反射形成的焦散曲線。我們藉由參考資料二的理論，以電腦Excel 軟體模擬出點光源在不同位置經圓柱面反射形成的焦散曲線圖形。

1.公式

(1) 點光源在無窮遠

$$X = \frac{1}{4} (3\cos \theta - \cos 3\theta)$$

$$Y = \frac{1}{4} (3\sin \theta - \sin 3\theta)$$

(2) 點光源在圓半徑r上

$$X = \frac{2}{3} \cos \theta (1 + \cos \theta) - \frac{1}{3}$$

$$Y = \frac{2}{3} \sin \theta (1 + \cos \theta)$$

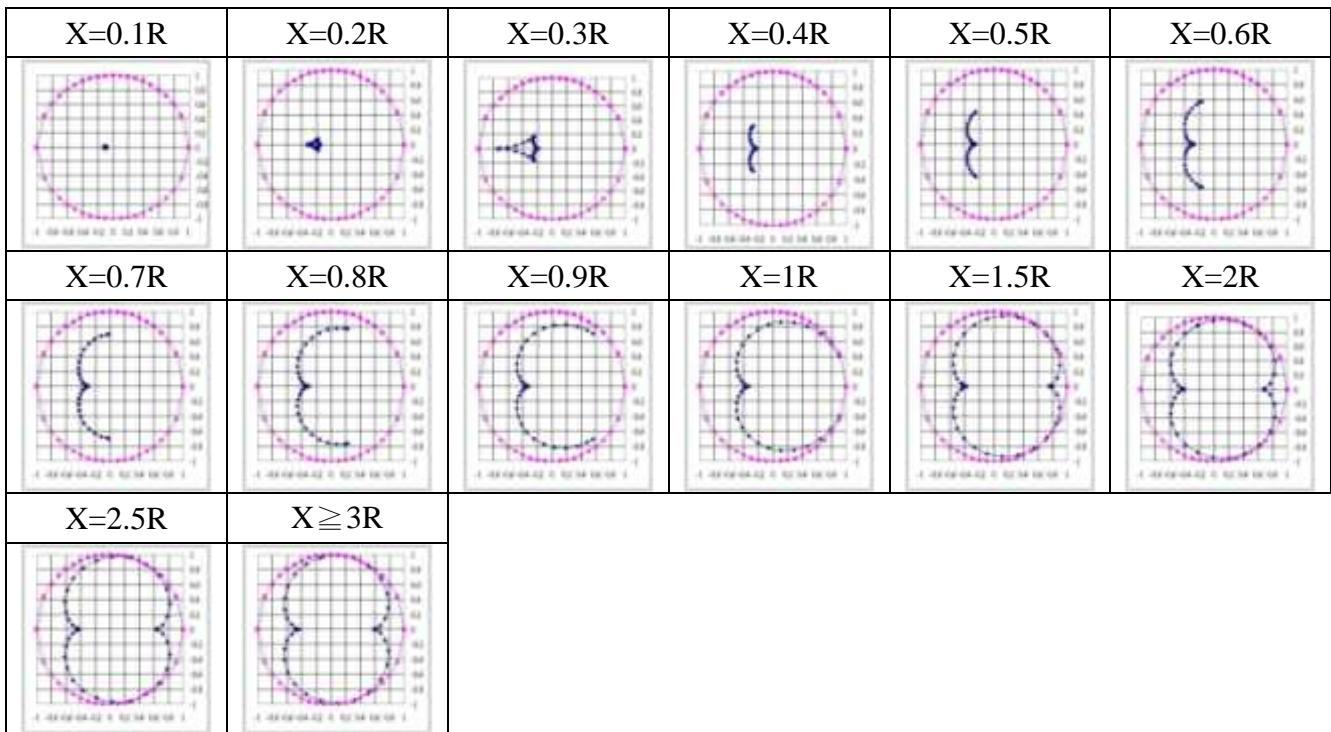
(3)除點光源在無窮遠和點光源在圓半徑r上之外

$$X = \frac{\mu(1 - 3\mu \cos \theta + 2\mu \cos^3 \theta)}{-(1 + 2\mu^2) + 3\mu \cos \theta}$$

$$Y = \frac{2\mu^2 \sin^3 \theta}{1 + 2\mu^2 - 3\mu \cos \theta}$$

(μ : 點光源與圓半徑r的比值)

2. 實驗結果



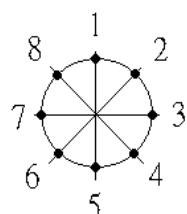
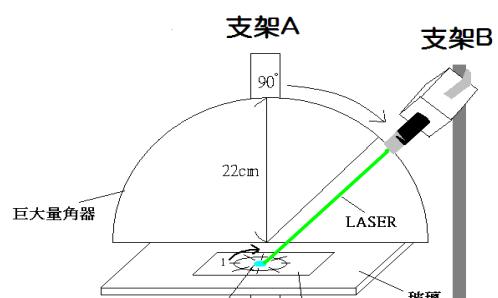
3. 實驗結果分析

由模擬圖可看出點光源在不同位置時，圓柱中焦散曲線的變化。我們將於討論中與實驗結果加以比較。

四、探討雷射光經玻璃和投影片上的水珠折射所形成的焦散曲線

(一)、實驗裝置與步驟

1. 實驗裝置如圖16。
2. 在投影片上對準量角器中心滴一滴水珠(約2.42毫升/滴)，由側面拍攝其形狀。
3. 將雷射筆與水珠距離固定為22公分，且將雷射筆置於量角器九十度位置。
4. 以雷射光照射水珠邊緣的八個位置，如圖17所示。
5. 以數位相機拍攝記錄所產生的焦散曲線。



6. 改變雷射筆位置，自九十度至五十度，每十度為一單位，並重複步驟3至4。

7. 改變水滴數量自一至八滴，並重複步驟2至5。

(二)、實驗結果

1.一滴水珠

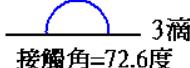
1滴
接觸角=69.8度

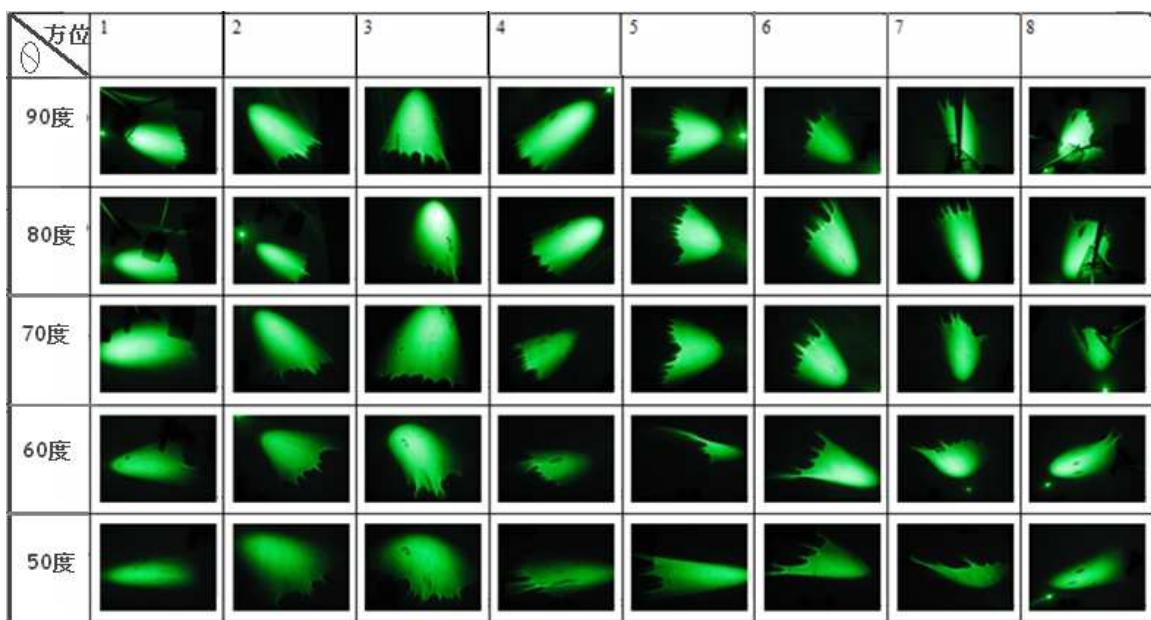
方位 	1	2	3	4	5	6	7	8
90度								
80度								
70度								
60度								
50度								

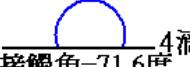
2.兩滴水珠

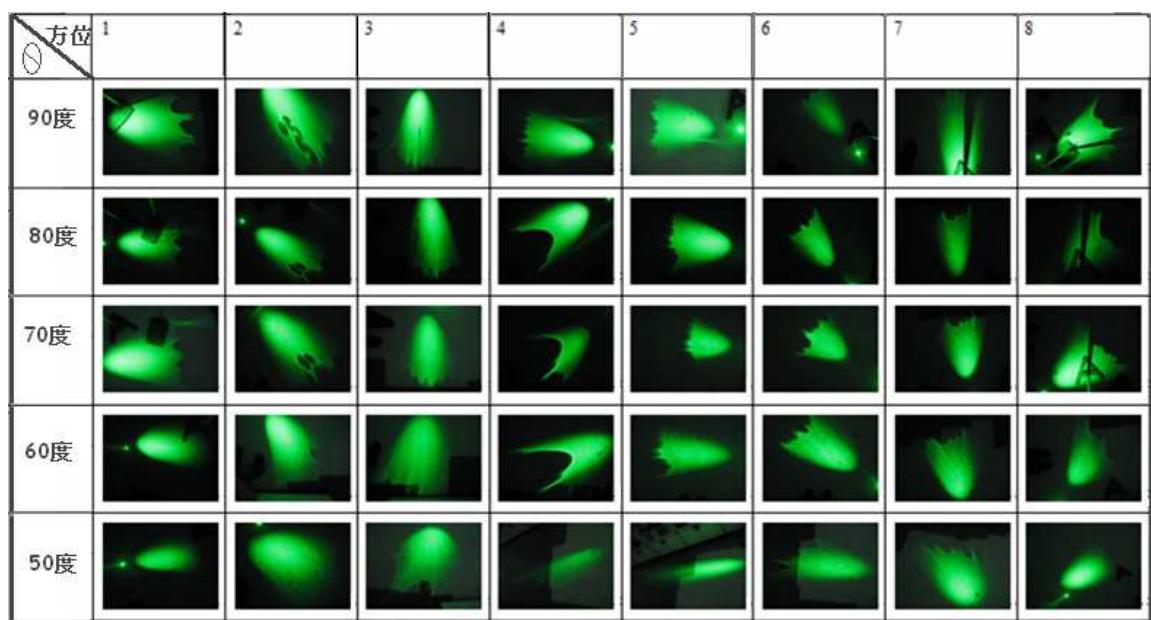
2滴
接觸角=64.3度

方位 	1	2	3	4	5	6	7	8
90度								
80度								
70度								
60度								
50度								

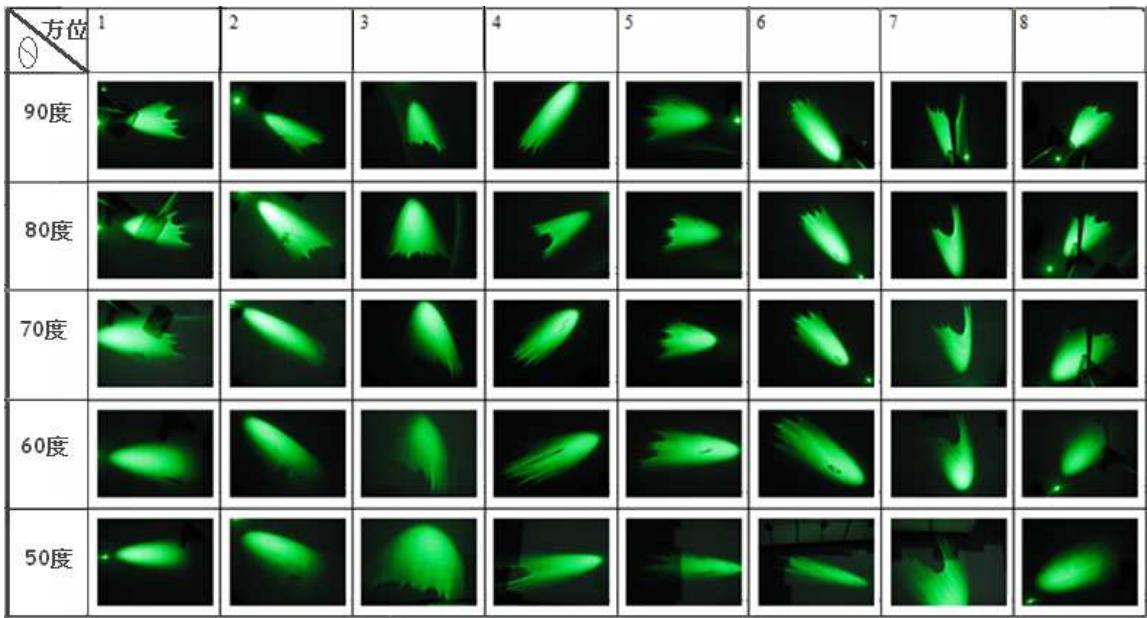
3.三滴水珠  3滴
接觸角=72.6度



4.四滴水珠  4滴
接觸角=71.6度



5.五滴水珠 接觸角=59.4度



(三)、實驗結果分析

由前面表格可觀察到折射圖形大多類似，並隨著雷射光入射水珠邊緣位置順時針繞裝置一圈。水珠接觸角變大，其產生的圖形會變得粗且寬，反之。水珠的接觸角變小，使得六、七、八滴所產生的圖形又回到兩滴、三滴般細長，故將完整表格放於附錄三。

五、探討雷射光經水珠反射所形成的焦散曲線

(一)、實驗裝置與步驟

1. 實驗裝置如圖18，再於玻璃下加裝不透光鏡做為反射鏡面。
2. 在投影片上對準量角器中心滴一滴水珠(約2.42毫升/滴)，由側面拍攝其形狀。
3. 將雷射筆與水珠距離固定為22公分，且將雷射筆置於量角器九十度位置。
4. 以雷射光照射水珠邊緣的八個位置，如圖17所示。
5. 以數位相機拍攝記錄所產生的焦散曲線。
6. 改變雷射筆位置，自九十度至五十度，每十度為一單位，並重複步驟3至4。

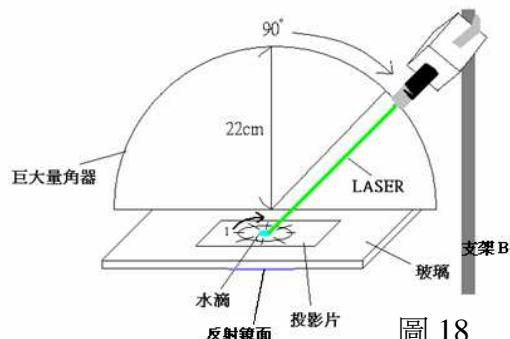
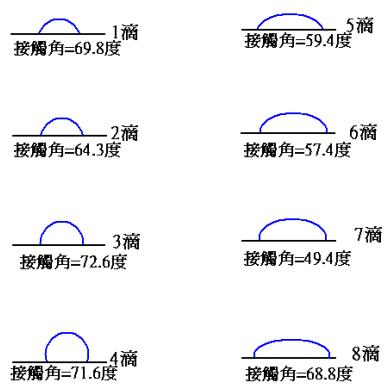
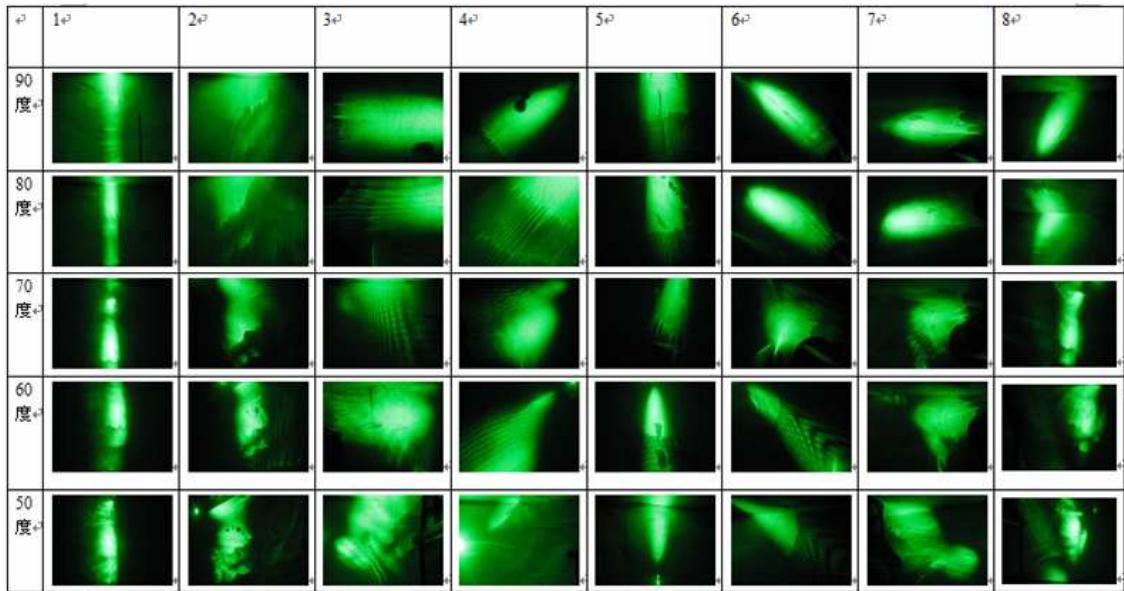


圖 18

7. 改變水珠數量自一至八滴，並重複步驟2至5。

(二)、實驗結果

1. 一滴水珠



(三)、實驗結果分析

完成1到8滴水珠的反射實驗後，我們發現其形成的圖形雜亂而無規律。經過仔細探討後，推測應是因為雷射光入射水珠後又經多重介質反射(玻璃、投影片)，導致所經的路徑過於複雜，使得最後投射出的圖形非單純由水珠形成的焦散曲線，因此我們在此不加以討論，僅放一組圖片以供參考。

六、探討雷射光經立水珠形成的焦散曲線

(一)、實驗裝置與步驟

1. 實驗裝置如圖19。
2. 在一端口徑為0.60公分的封閉吸管內裝滿水並與管口平行。
3. 利用滴管，滴一滴水滴(約2.42毫升/滴)於吸管上。
4. 將量角器固定於支架C。
5. 以雷射光沿著量角器的角度，自0度至80度依序照射水滴左、右邊緣。
6. 以數位相機拍攝記錄所產生的焦散曲線。
7. 改變水滴數量至其最大負荷量，並重複步驟3至5。

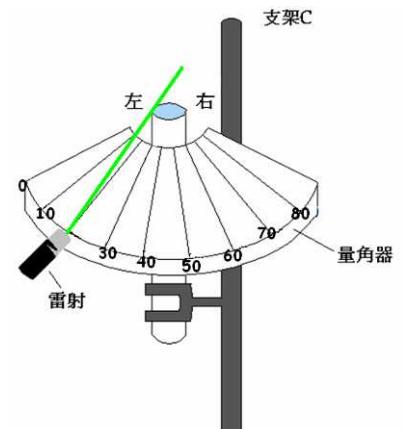
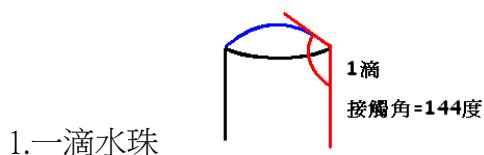
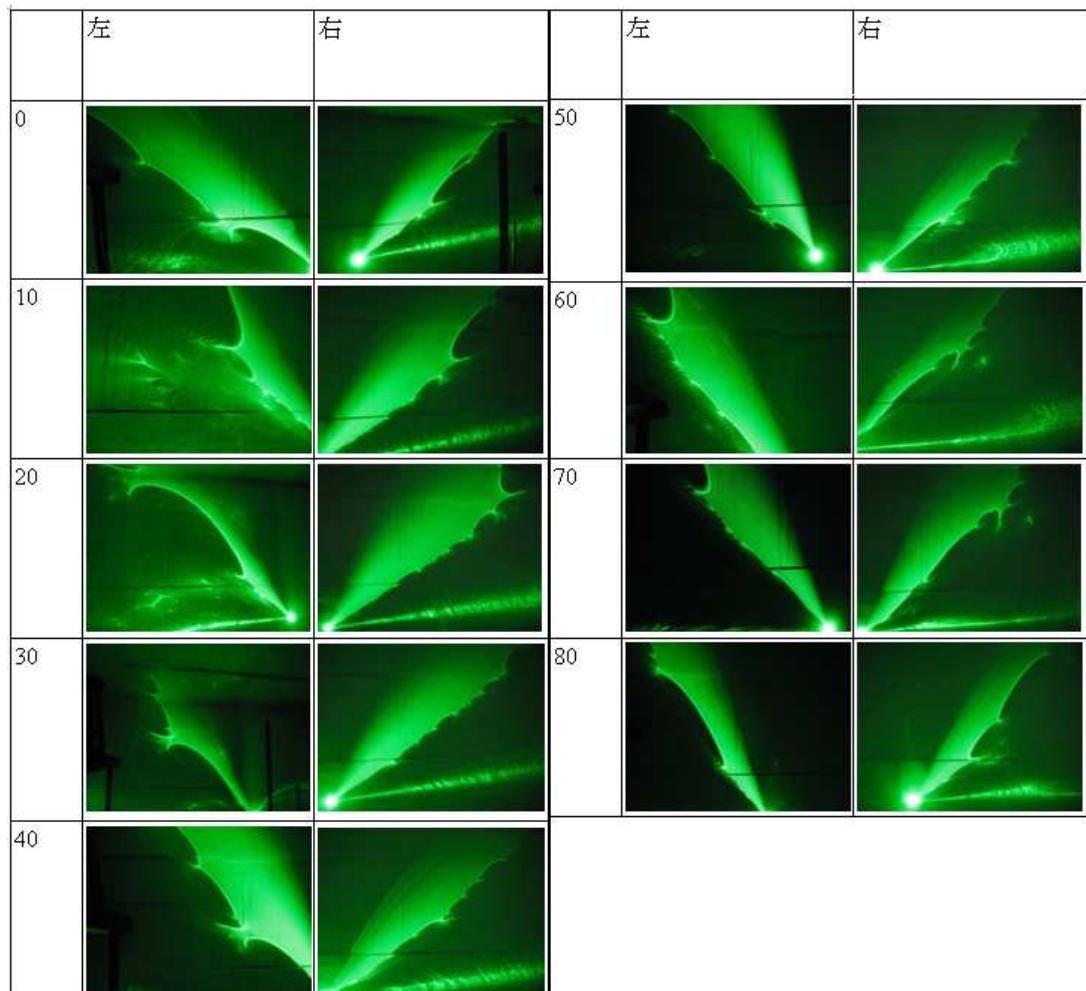


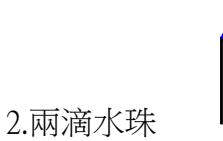
圖 19

(二)、實驗結果

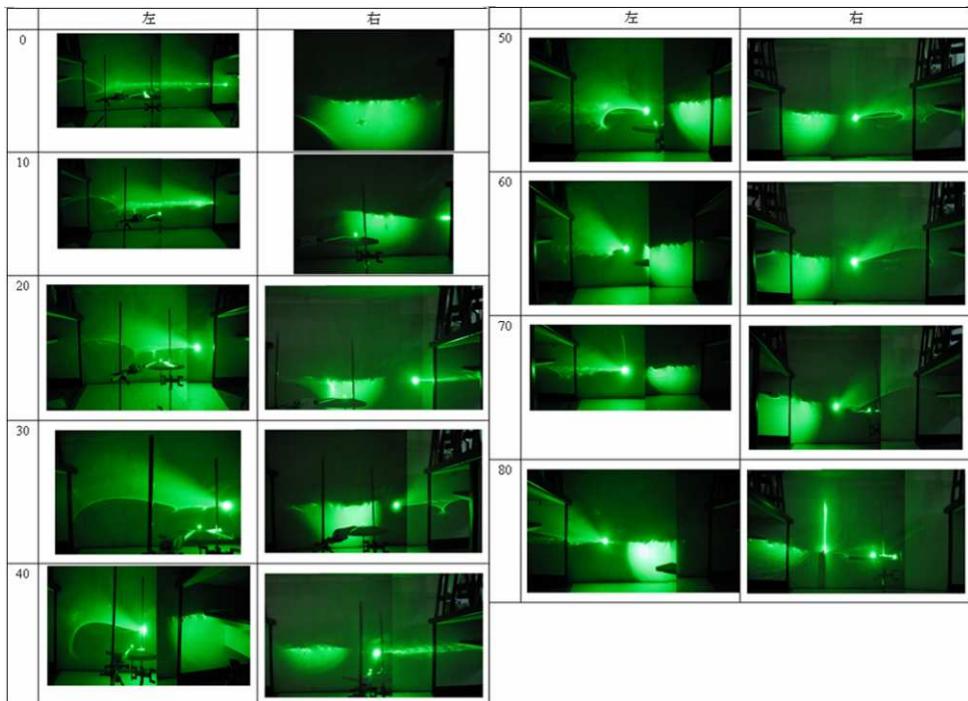


1.一滴水珠





2.兩滴水珠



(三)、實驗結果分析

立水珠與吸管接觸邊緣不平整，以致立水珠邊緣曲面扭曲，使光行進路徑的偏移變異增大，在未經其餘介質折射與反射下，形成各種焦散圖紋，成功克服多重介質的障礙。

七、探討雷射光經立水柱形成的焦散曲線

(一)、實驗裝置與步驟

1. 實驗裝置如圖20所示。
2. 在一端口徑為0.60公分的封閉吸管內裝滿水並與管口平行，將兩根吸管上下相對。
3. 調整吸管間距離為0.3公分，在其中以針筒填滿蒸餾水，由側面拍攝其形狀。
4. 將量角器固定於支架C。
5. 以雷射光沿著量角器的角度，自0度至80度，每十度為一單位，依序照射水滴與吸管交界的左邊緣。

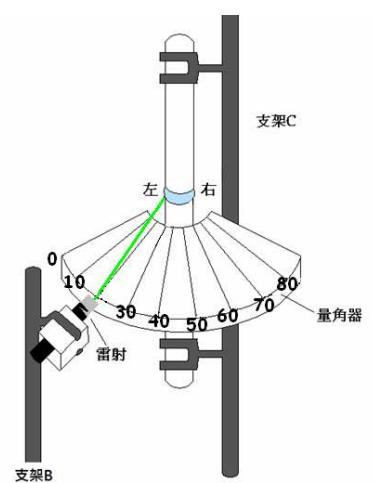


圖 20

6.以數位相機拍攝記錄在不同方位(如圖21)所產生的焦散曲線。

7.改變水滴多寡即其曲率，並重複步驟3至5。

(二)、實驗結果

立水柱一連串焦散曲線實驗，經圖判後，以下為最清楚規律的焦散圖文。完整的實驗結果請參照附錄四。

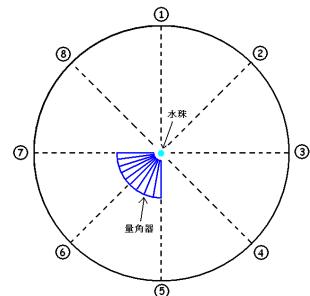


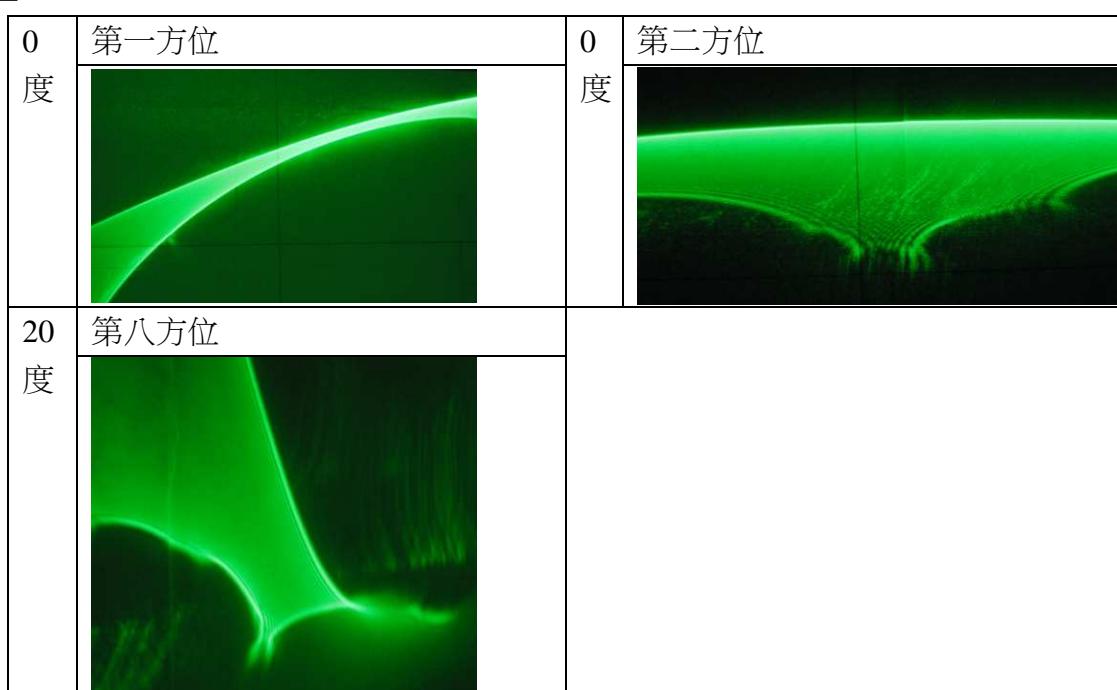
圖 21：方位圖

編號一

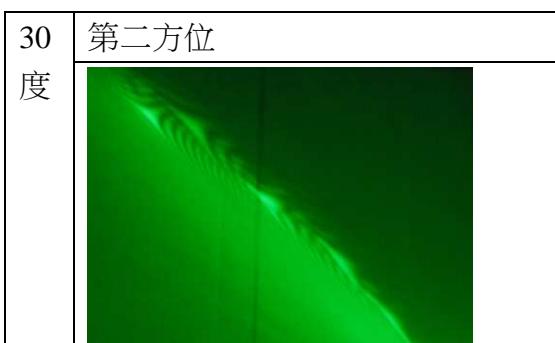
0 度	第二方位	0 度	第二方位
10 度	第四方位	20 度	第五方位
30 度	第六方位	50 度	第一方位
30 度	第七方位		第一方位

60 度	第五方位	70 度	第一方位
80 度	第二方位		

編號二



編號三



(三)、實驗結果分析

由實驗照片中可觀察到水珠周圍360度的成像不只一個，針對此狀況我們進行水珠內部光的行進路徑之探討。因雷射光每經過一個界面便會發生部份反射與部分折射的現象，反射光會再經下一個界面反射再折射，導致我們看到的圖形包含兩次折射、兩次反射一次反射、兩次折射兩次反射……。由觀察成像位置與圖形，發現成像亮度隨反射次數減弱，且奇數次反射的成像與水珠同向，偶數次反射則與水珠上下顛倒，與理論相吻合。

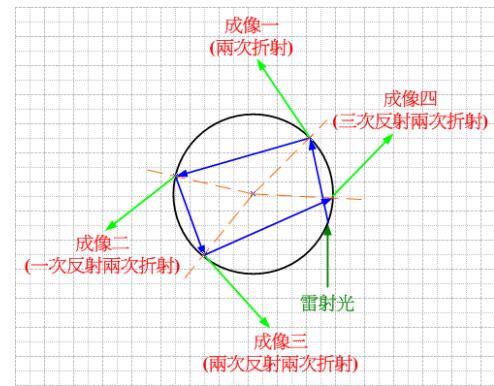


圖 22：方位圖

陸、討論

一、基本圖型分析及其成因

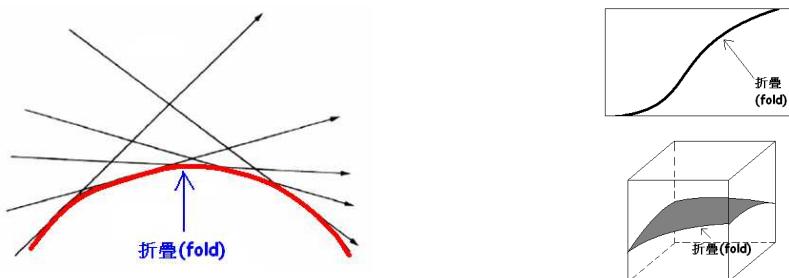
利用我們在實驗中所拍攝到的圖片，找出其中重複出現的基本圖形，為其命名並加以分析其成因。以下為實驗圖片之編碼：

1. 折射、反射(折/反,水珠滴數,雷射筆擺放角度,水滴邊緣位置編號)
2. 立水珠(珠,水珠滴數,左/右,雷射筆擺放角度)
3. 立水柱(柱,水滴編號,雷射筆擺放角度,屏幕擺放位置)。

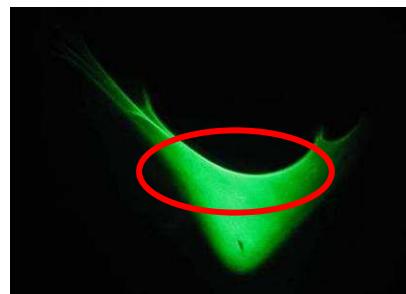
(一)、折疊(Fold)

1. 成因

不同方向的光交錯相遇，在空間中堆疊出明亮的弧線或弧面。



2. 圖片



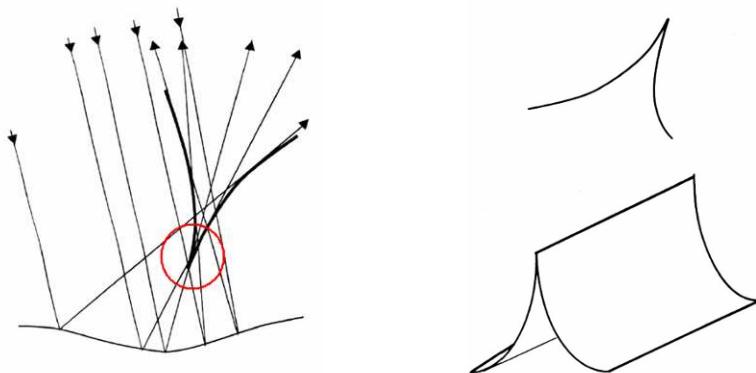
折疊	5
尖嘴	1

(折,8,50,8)

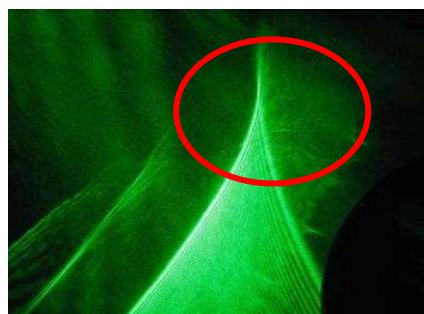
(二)、尖嘴(Cusp)

1. 成因

若兩折疊在空間中相交形成一夾角，有如鳥的尖嘴一般的圖形，可以是一點或一條線。



2. 圖片

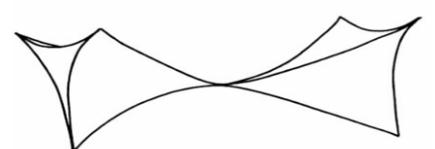


(反,8,60,6)

(三)、三曲(Elliptic umbilic)

1. 成因

三個折疊交會而成的圖形，在交會點附近的截面會形成有如星星(star)形狀的圖形。



2. 圖片



(珠,2,右,30)

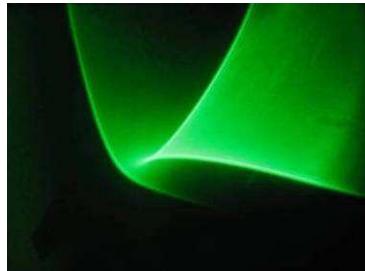
由實驗中可觀察得知，三曲多出現在立水珠的情況下，為經過兩次折射所形成的圖形。

(四)、彗尾(hyperbolic umbilic)

1. 成因

一個折疊和一個尖嘴重疊而成的圖形。

2. 圖片



(柱,1,70,5)

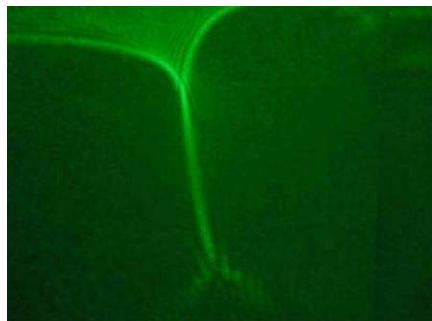
由實驗中可觀察得知，彗尾多出現在立水柱編號一的情況下，為經過兩次反射兩次折射所形成的圖形。

(五)、尖對尖(peak to peak)

1. 成因

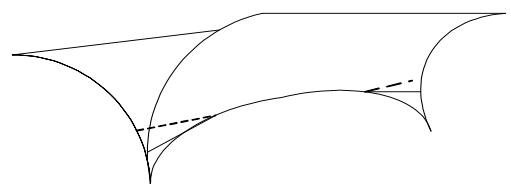
尖嘴的連線的截面圖，形成有如鳥嘴相對的圖樣。

2. 圖片

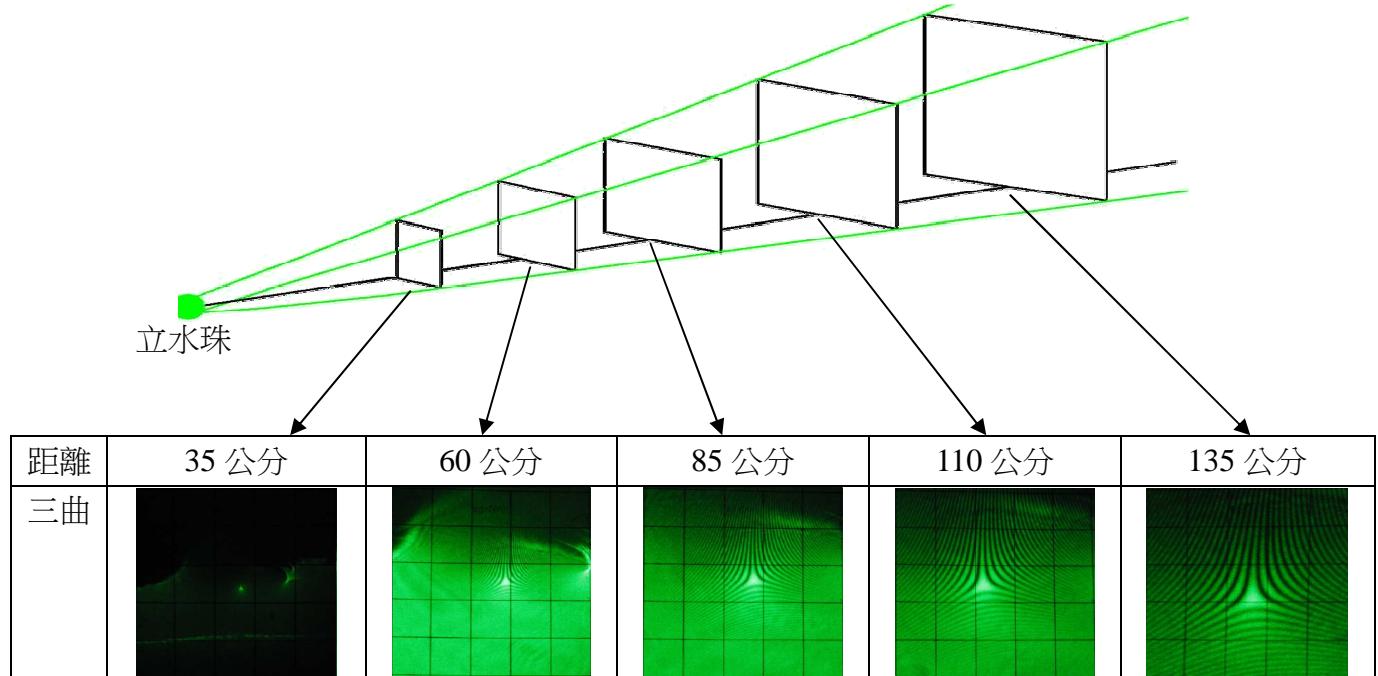


(珠,2,左,10)

由實驗中可觀察得知，尖對尖多出現在立水珠兩滴和立水柱編號一的情況下，為經過三次反射兩次折射所形成的圖形。



二、圖紋空間分布示意圖



說明：立水珠由近至遠，焦散圖紋依次展開由小變大，圖紋形狀不變。

三、球面鏡與拋物面鏡之研究

(一)、比較球面鏡與拋物面鏡的聚焦效果

拋物面鏡能匯聚一點，球面鏡無法匯聚於一點，因此形成 3 字型的焦散曲線。

(二)、利用雷射光瞭解光路及球面鏡形成焦散曲線的原因

用雷射光來代表一般光源的每一道光線，每道光線經球面鏡反射後，無法匯聚於一點，形成 3 字型的焦散曲線。

四、探討圓柱內的焦散曲線

(一)、圓柱內焦散曲線為二折疊一尖嘴所形成

(二)、探討圓柱體內部區域對焦散曲線的影響

1.考慮同一鉛直面時，由反射定律和三角形的幾何特性可知，在 B 點的反射角大於在 A 點的反射角，因此在圓柱體底部，B 點反射光較 A 點反射光偏底部外側，因此由下往上遮蔽時，光線會由外往內逐漸消失(如圖 23、圖 24)。

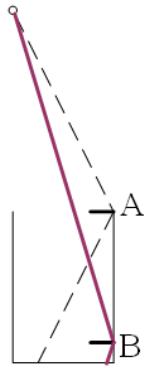


圖 23

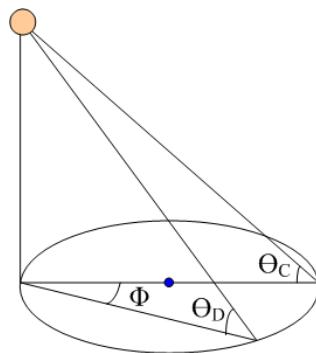


圖 24

考慮不同的鉛直面時，由三角形的幾何特性可知 $\theta_D > \theta_C$ ，所以隨著 Φ 的增加，反射光在底部也會越偏向外側，造成底部有 3。

2. 光源遠離圓心，圓柱筒內造成尖嘴部份越往下移。且此光源高度無法以二次反射形成焦散曲線。

光源位置	(-3,0,35)	(-5,0,35)	(-8,0,35)	(-10,0,35)
造成尖嘴的部份	Z=11-14 公分	Z=8-11 公分	Z=6-9 公分	Z=5-8 公分

當光源越遠時，造成尖嘴的水平位置下移，如圖 25。

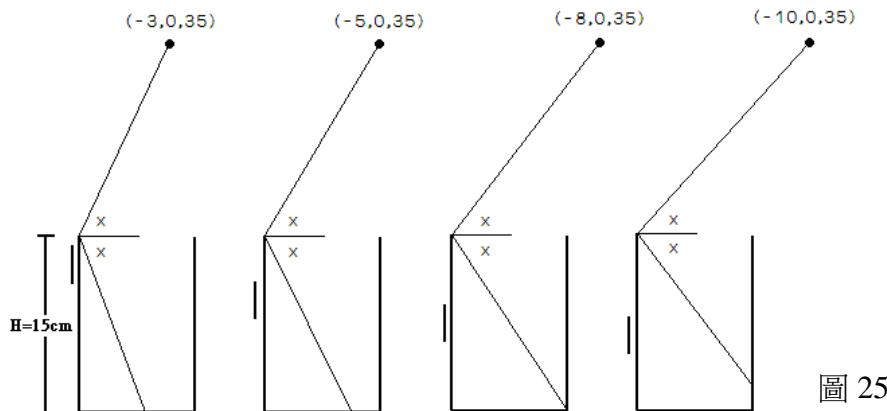


圖 25

3. 光源位在(-3,0,35). (-5,0,35). (-8,0,35). (-10,0,35)時，造成尖嘴位置皆位於 $6\alpha < \theta < 8\alpha$ 如圖 26。

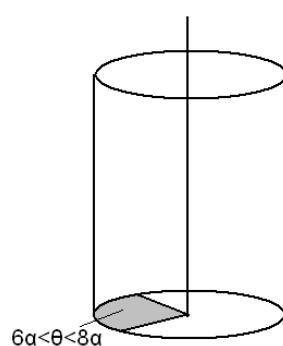
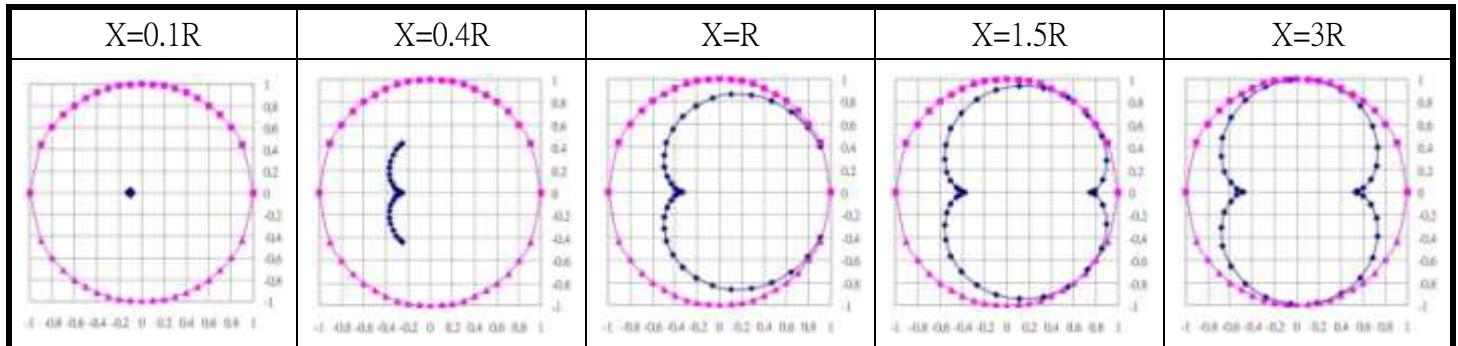


圖 26

(三)、探討光源高度、水平位置和角度對焦散曲線的影響

1. 光源高度會影響反射次數。

2. 光源水平位置(X,0,Z)



由模擬圖和實驗圖比較發現趨勢相吻合

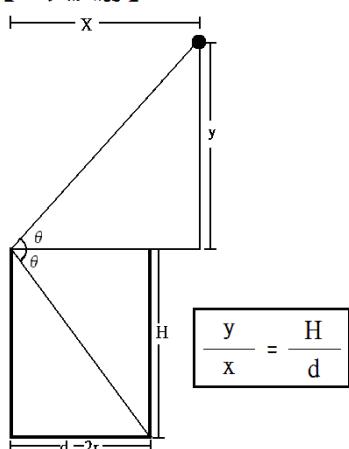
2. 光源角度

(1) 圓外：無明顯影響。

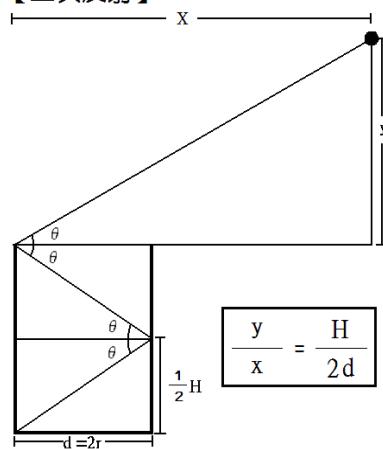
(2) 圓內：越接近中心越趨近於一點。

3. 反射

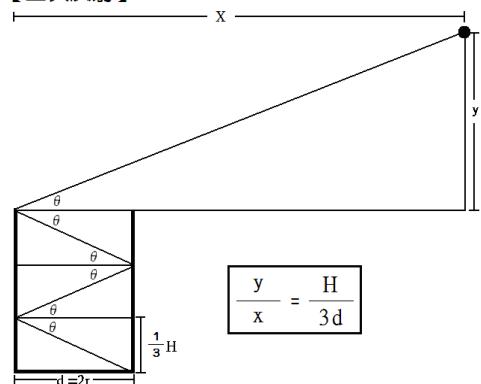
【一次反射】



【二次反射】



【三次反射】



一次反射 : $\frac{H}{d} \leq \frac{y}{x}$

二次反射 : $\frac{H}{2d} \leq \frac{y}{x} < \frac{H}{d}$

三次反射 : $\frac{H}{3d} \leq \frac{y}{x} < \frac{H}{2d}$

依照實驗的數值代入：

在圓桶高 $H=15$ 公分， $d=10$ 公分，光源在 $y=20$ 公分時，

應在範圍： 一次反射： $X \leq 13.30$

二次反射： $13.33 < X \leq 26.66$

三次反射： $26.66 < X \leq 40.00$

由實驗結果可知數據符合。

五、雷射光經玻璃和投影片上的水珠折射所形成的焦散曲線

(一)、雷射光若入射非水珠與投影片接觸邊緣，因為水珠有如凸透鏡般聚焦效果良好，所以並不會產生特殊的圖形。

(二)、雷射光入射水珠與投影片接觸邊緣，因為水珠周圍界面並非光滑，且部份雷射經過玻璃和投影片，部份雷射經由水珠聚焦，導致產生不同方向的光會聚，形成很多的弧面。弧面與弧面相交，形成很多尖嘴。

(三)、圖片



折疊 5
(折,2,60,6)



六、雷射光經水珠反射形成的焦散曲線

(一)、雷射光入射水珠與投影片接觸邊緣，雷射光經過玻璃、投影片和鏡面反射，反射光發散形成混亂的圖形。

(二)、反射光的路徑過於複雜，且經由過多介質不停反射與折射，使得所拍攝出來的圖片沒有明顯規律。現階段的我們因為所學不足，無法加以討論與分析，於是決定將其放在未來展望。

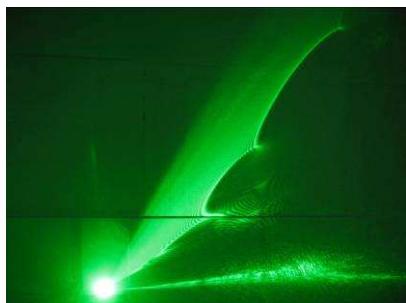
七、入射光經立水珠折射形成的焦散曲線

(一)、雷射光入射非水珠與吸管接觸邊緣，因為水珠有如凸透鏡般聚焦良好，並未產生特殊圖形，所以雷射光必須經由水珠與吸管接觸邊緣，才會產生特別的圖形。

(二)、雷射光入射水珠邊緣，因為水珠和吸管接觸面凹凸不平(如)，導致產生不同方向的光匯聚，形成很多的弧面。弧面與弧面相交，形成很多尖嘴。

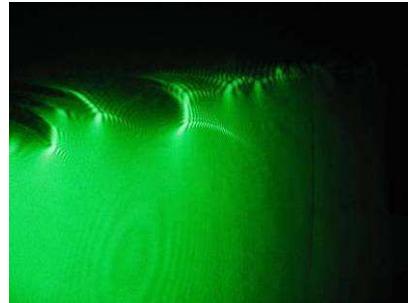


(三)、由圖形可看出因吸管表面不平整產生之圖形。

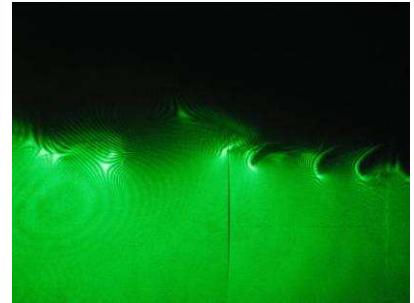


(珠,1,右,80)

折疊	2	三曲	2
----	---	----	---



(珠,2,右,30)

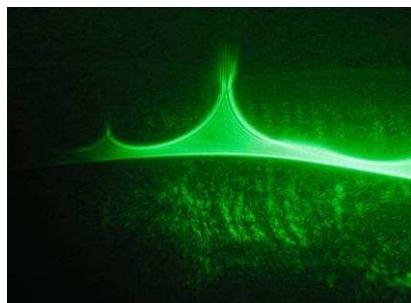


(珠,2,左,10)

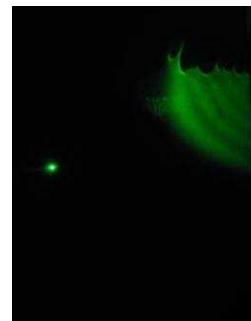
三曲	5
----	---

八、雷射光經立水柱折射形成的焦散曲線

折疊	3
尖嘴	2



(柱,2,30,3)



(柱,1,20,3)

折疊	7
尖嘴	5

柒、結論

一、杯中焦散圖紋實驗中利用雷射光模擬光的路徑，了解光線交錯形成焦散曲線的過程，並懂得球面像差的概念是最基本的焦散曲線。

二、設計簡易的自製圓柱筒並控制光源位置及入射角度，在圓柱底面投影得3字型焦散曲線，利用區段遮蔽方法，成了解3字型焦散曲線形成的原因。

三、當光源以水平方向漸次外移時，會形成一次反射、二次反射、三次反射……，且大小

及亮度漸次減弱的3字型焦散曲線與Excel軟體實驗模擬圖完全吻合。

四、固定兩支吸管之間距，並滴入不同數量之水滴，可成功控制立水柱為外凸及內凹之狀況，以了解外凸弧及內凹弧平行光反射及折射相關圖紋具有互補相關性。

五、從立水珠所得的焦散圖紋分析歸納出幾種基本圖形：折疊、尖嘴、三曲、彗尾、尖對尖，並從數學立體幾何上了解不同曲度之曲面、角度對平行光反射路徑所形成的規則性，在空間投射出一連串的網狀圖紋，了解到水光焦織之美。

六、光經水珠之不同曲面折射、反射所形成之焦散曲線由近至遠，焦散圖紋依次展開由小變大，圖紋形狀不變。

捌、未來展望

一、能分析出焦散圖紋的形成規律性與水珠表面曲度、入射光角度，並歸納出光路徑依連續曲面，反射光及折射光焦織而成的干涉圖紋關係；解開水光焦織之原理及方程式。

二、能利用焦散曲線圖紋分布變化，了解平面平整度及判讀斷裂跡象。

玖、參考資料及其他

一、<http://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E5%8F%8D%E5%B0%84%E5%AE%9A%E5%BE%8B>

二、A.D. McIntosh 1990 Phsy. Educ. 25 171-173

三、An equation for the caustic curve, Phys. Educ. 25 17

四、選修物理第三章—光的反射、第四章—光的折射、第五章—光的干涉與繞射。南一書局企業股份有限公司

【評語】040117

本作品主要探討由平行光入射拋物面鏡及球面鏡聚焦現，實驗所能呈現出來的結果豐富及有趣，是值得探討的主題。