

中華民國 第 50 屆中小學科學展覽會
作品說明書

高中組 物理科

第二名

040112

音顯角炸

學校名稱：國立新竹女子高級中學

作者： 高二 章 敏 高二 周芷瑜 高二 黃嫵蓉 高二 成力揚	指導老師： 李佳玲 林智遠
---	---------------------

關鍵詞：水珠、變形數、振盪頻率

音顯角炸

摘要

本實驗主要內容為利用波形產生器和喇叭產生聲波，以Parafilm作為水珠和喇叭的接觸材質，對水珠產生強迫振盪，產生現象有變形三、變形四、變形五、二尖、不穩定的三邊形和噴發。此外，調整水量、頻率、電壓，觀察並記錄水珠的變形現象，並進一步探討水量、頻率、電壓對水珠的影響。

壹、研究動機

看到學姐的作品「見微知『駐』—水珠律動與圓駐波」中，可愛水珠因高溫而變形，我們疑惑除了加熱外，是否有其他方式能讓水珠舞動呢？於是，我們想到了以「聲波」振盪水珠的方式，蒐集相關資料後，設計了下列實驗，以深入探討此現象。

貳、研究目的

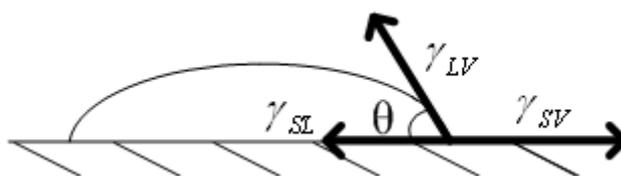
- 一、設計實驗，研究水珠變形現象。
- 二、探討頻率、電壓、水量對水珠變形的影響。
- 三、統整水珠變形的規律、瞭解變形機制。

參、實驗原理

【原理一】

當液體置於固體表面時，可以視為一個氣（V）-液（L）-固（S）三相共存的系統。系統具有液-氣間界面張力(γ_{LV})、固-液間界面張力(γ_{SL})和固-氣間界面張力(γ_{SV})，三個界面張力影響著水珠表面的曲率，如圖所示。當系統達到平衡時，這三個張力間的關係滿足Young's equation：

$$\gamma_{SV} = \gamma_{SL} + \gamma_{LV} \cos \theta$$



濕透係數： $W = \frac{\gamma_{sv} - \gamma_{sl}}{\gamma_{vl}} = \cos\theta$

依據接觸角與濕透係數的數值不同，我們可以將液體在氣-固界面上所表現的濕透行為分為三大類：

1.完全濕透：液體完全攤開在其固體表面

$\theta = 0$ 且 $W = 1$ ，氣-固兩相間存在一層液體的濕透薄膜以達到系統最低總能量。

2.部分濕透狀態：液體在固體上呈現部分聚集現象

(a) $0 < \theta < \pi/2$ 且 $1 < W < 0$ ：

液體傾向於增加與固體的接觸面積，進而減少空氣與固體的接觸面積，以降低系統總能量。

(b) $\pi/2 < \theta < \pi$ 且 $0 < W < 1$ ：

液體傾向於減少與固體的接觸面積，以降低系統總能量。

3.非濕透行為：液體在固體表面上，呈現為球型的狀態

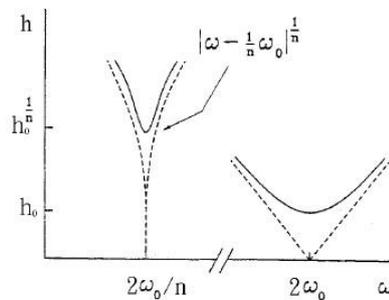
$\theta = \pi$ 且 $W = -1$ ，固液之間會有一層氣體薄膜阻隔

【原理二】

由文獻 3 可知，當共振頻率為 ω_0 時，在範圍 $\omega_0 \pm \epsilon$ 均會發生共振。

$$-\sqrt{[(\frac{1}{2}h\omega_0)^2 - 4\lambda^2]} < \epsilon < \sqrt{[(\frac{1}{2}h\omega_0)^2 - 4\lambda^2]}$$

$\frac{1}{2}h\omega_0 \geq 2\lambda$ ， $h \geq \frac{4\lambda}{\omega_0}$ 高度必需有一最小值才能發生共振。



【原理三】

由文獻 4 可知，1879 年 Rayleigh L 考慮不可壓縮、無黏性且自由的水珠，利用拉普拉斯方程式及邊界效應，將對稱振動時水珠半徑表示為：

$$r(\theta, \varphi) = R + \sum c_n \cos(\omega_n t) p_n(\cos\theta)$$

且頻率與變形數關係為：

$$(2\pi f_n)^2 = \frac{\sigma n(n-1)(n+2)}{\rho R^3}$$

n ：變形數 f_n ：變形數為 n 的頻率 R ：半徑
 σ ：液體的表面張力 ρ ：液體密度

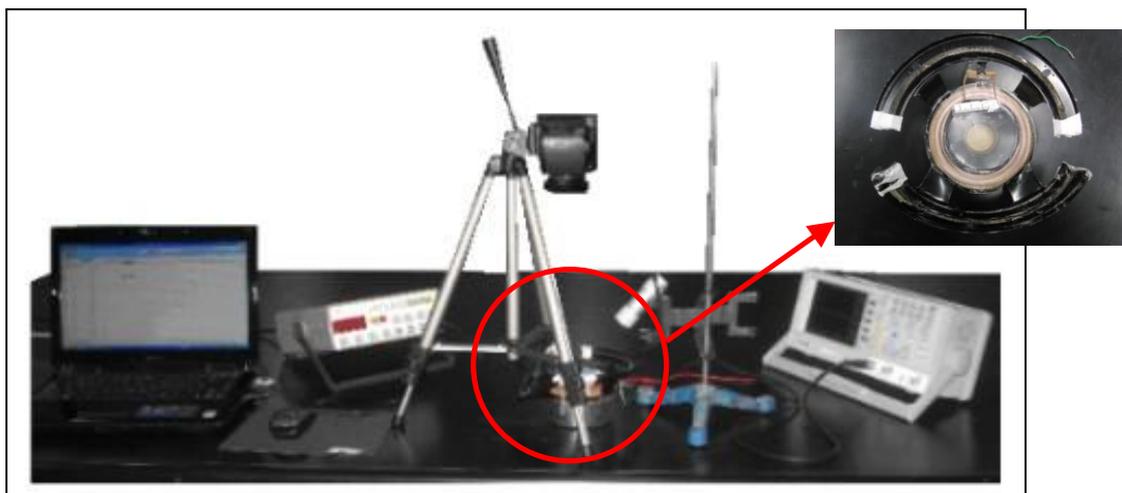
肆、實驗儀器

一、研究設備及器材

波形產生器(HFG-101)	示波器(GDS-1022)	喇叭(直徑17.5公分)
		
數位相機(EX-FH20)	ASUS筆記型電腦(F82Q)	Parafilm(直徑7公分)
		
針筒(0.5毫升)	燒杯(100毫升)	純水

二、實驗裝置—【實驗四】探討頻率、電壓、水量對水珠變形的影響

左起為筆記型電腦、波形產生器、數位相機、喇叭和Parafilm、光源、示波器。



三、名詞介紹

三邊形 1.0V 22Hz 5滴	四邊形 1.0V 29Hz 10滴	五邊形 2.0V 24Hz 10滴
		
二尖 1.5V 23Hz 20滴	不穩定三邊形 2.5V 33Hz 5滴	表面波紋 0.5V 31Hz 20滴
		

伍、研究過程與結果

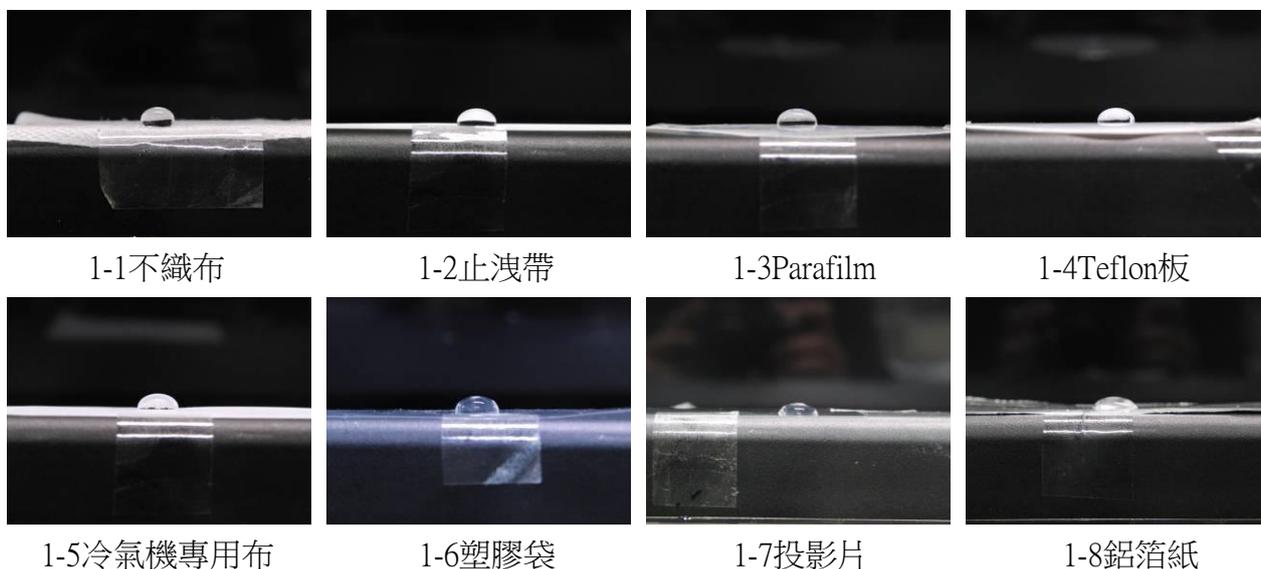
【實驗一】選擇適當材質

『實驗步驟』

1. 準備數種材質，如不織布、止洩帶、Parafilm、Teflon板、冷氣機專用布、塑膠袋、投影片、鋁箔紙。
2. 將體積0.15毫升的水珠置於各材質之表面上，側拍之並比較接觸角大小。
3. 將各材質固定於喇叭上，並滴上0.15毫升的水珠，利用喇叭振盪之，觀察水珠振盪之情況。

『照片』

照片 1-1~1-8：0.15毫升水珠在不同材質上之接觸角



『實驗結果』

表1：各種材質和水珠間接觸角

材 質	不織布	止洩帶	Parafilm	Teflon板	冷氣機 專用布	塑膠袋	投影片	鋁箔紙
接觸角(度)	115.5	99.0	97.5	95.0	87.0	86.0	71.5	68.5

- 1.表1中 0.15毫升水珠的接觸角大於 90° 的材質，如不織布、止洩帶、Parafilm、Teflon板，受喇叭振盪時，可觀察到水珠有明顯的變形。
- 2.波形產生器接擴大機產生足夠電壓的聲波時，水珠在不織布上會有明顯的變形，但振盪時水珠會塌陷在不織布上，且隨時間增長，塌陷情況越來越嚴重，故無法採用。
- 3.止洩帶尺寸受限，且品質不穩，故無法採用。
- 4.水珠在Parafilm及Teflon板上，不需接擴大機就有明顯的振盪。因此我們選擇取得容易、接觸角較大、摩擦力小又防水的Parafilm做為本實驗之振盪介質。

【實驗二】水珠的基本測量

(一) 水珠體積

『實驗步驟』

以針筒滴一百滴水至量筒內，將一百滴水之水量除以一百，稱之為「一單位水量」，重複三次取平均值。

『實驗結果』

表2：測量單位水量記錄表

	第一次	第二次	第三次
一百滴水之水量(mL)	3.1	3.1	2.9
一單位水量(mL)	0.031	0.031	0.029

『實驗分析』

一單位水量約為0.03毫升(mL)。

(二) 水珠平均半徑

『實驗步驟』

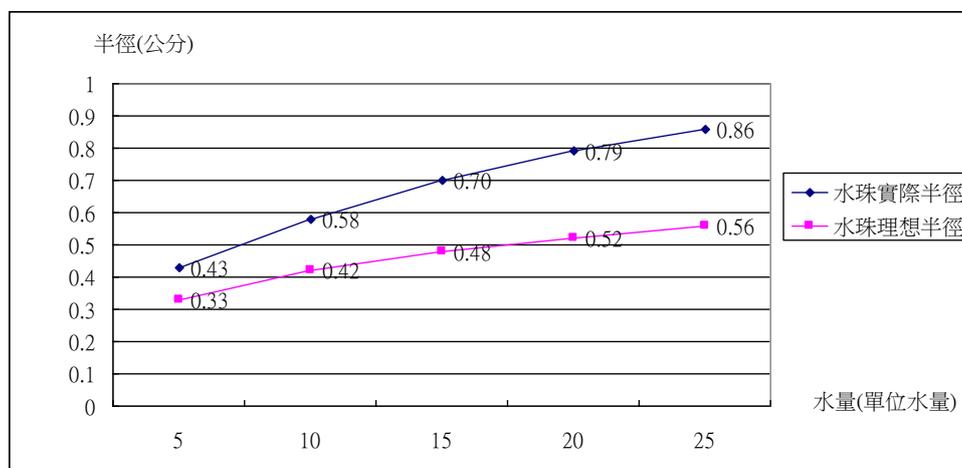
平均半徑：在一水珠之俯視圖上找到幾何中心，通過該中心的最短與最長割線之平均。滴5單位水量至Parafilm上，並置一比例尺於一旁，俯拍之後於電腦內使用PhotoImpact8讀取，運用像素換算其平均半徑，重複10次。依以上步驟同樣測量10、15、20、25單位水量之半徑(表3)。並計算同體積水珠若為理想球體之半徑，觀察並比較之(圖1)。

『實驗結果』

表3：理想球體半徑與水珠平均半徑比較表

水量(單位水量)	5	10	15	20	25
平均半徑(公分)	0.43	0.58	0.70	0.79	0.86
同體積球體半徑(公分)	0.33	0.42	0.48	0.52	0.56

圖1：水珠平均半徑和理想球體半徑之關係圖



『實驗分析』

由圖1可知實驗中水珠的平均半徑大於同體積球體水珠，且水珠體積越大，差值越大。

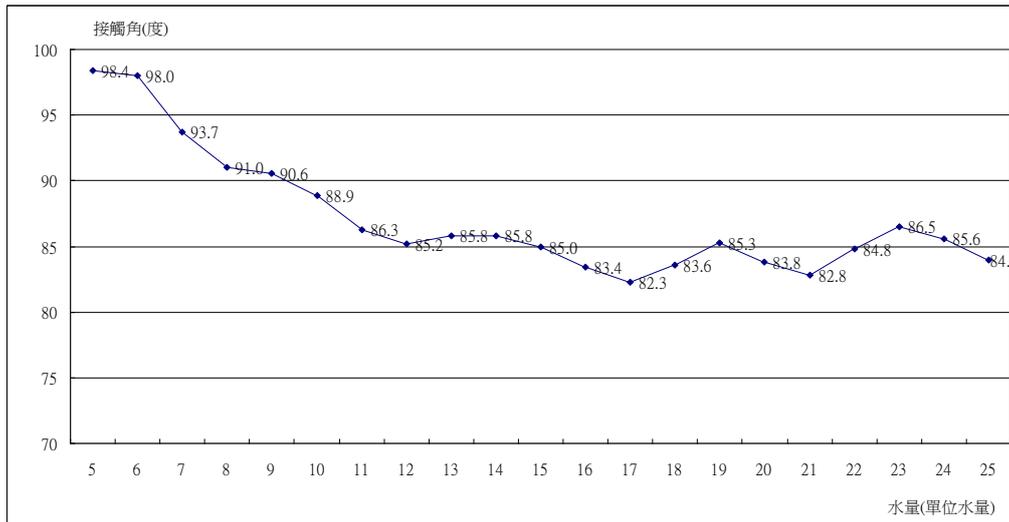
(三) 探討不同水量對接觸角的影響

『實驗步驟』

在Parafilm上滴5單位水量之水珠，側拍之，重複十次。同樣依以上步驟側拍6~25單位水量各十次。將側拍圖放大並列印之，測量其接觸角，求得各水量接觸角之平均，觀察水量對接觸角之影響(圖2)。

『實驗結果』

圖2：水量對接觸角的影響



『實驗分析』

由圖2中可觀察到，整體的趨勢為，水珠隨著水量增加，接觸角漸減，但過程中有再緩慢增加的現象，且呈現振盪曲線。

【實驗三】喇叭的基本測量

(一) 測量喇叭振盪振幅

『實驗步驟』

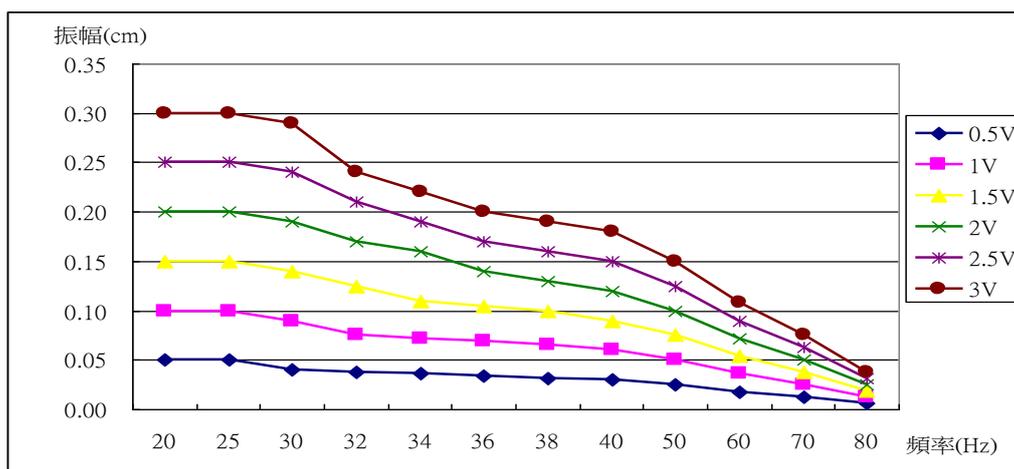
改變電壓使喇叭振盪，將一白紙固定於距喇叭3m遠的牆面上，並以雷射筆照射喇叭，調整雷射筆高度，至喇叭振盪之上端點及下端點，分別記錄雷射光在白紙上的位置，並量取其高度差，求出喇叭之實際振幅(表4)。

『實驗結果』

表4：電壓(V)與振幅(cm)關係表

	0.5V	1.0V	1.5V	2.0V	2.5V	3.0V
20 Hz	0.05000	0.10000	0.15000	0.20000	0.25000	0.30000
30 Hz	0.05000	0.10000	0.15000	0.20000	0.25000	0.30000
40 Hz	0.03000	0.06000	0.09000	0.12000	0.15000	0.18000
50 Hz	0.02500	0.05000	0.07500	0.10000	0.12500	0.15000
60 Hz	0.01800	0.03600	0.05400	0.07200	0.09000	0.10800
70 Hz	0.01250	0.02500	0.03750	0.05000	0.06250	0.07500
80 Hz	0.00625	0.01250	0.01875	0.02500	0.03125	0.03750

圖3：電壓與振幅關係圖



『實驗分析』

由圖3可知，頻率在30Hz以前，電壓每增加1伏特，喇叭振盪振幅約增加0.10000公分。固定電壓情況下，頻率在20Hz到30Hz之間時，振幅約為定值。

(二) 測喇叭振盪頻率

『實驗步驟』

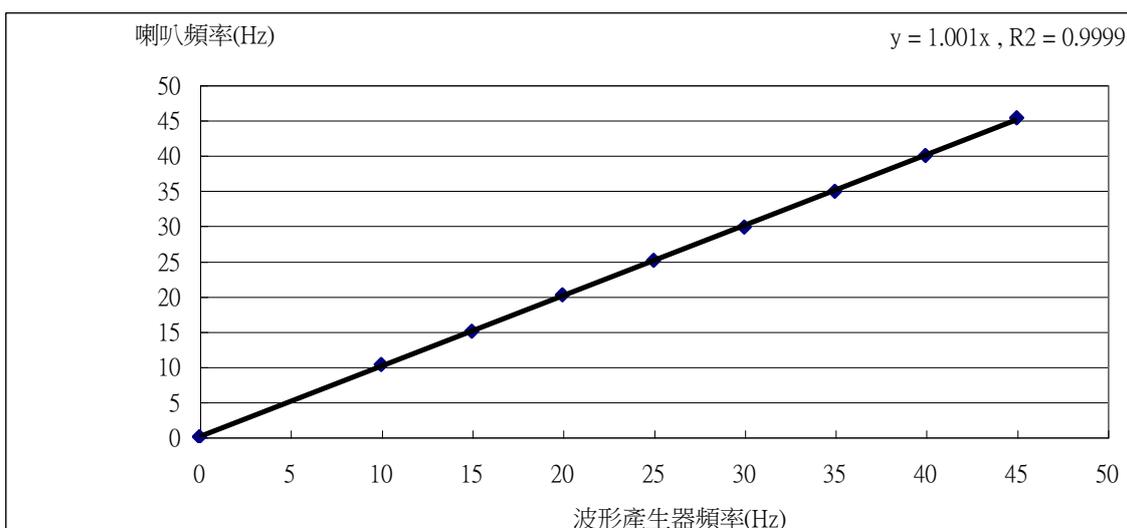
利用高速攝影，拍攝固定電壓下，喇叭在不同頻率時的振盪情形。讀取影片，計算單位時間內喇叭的振盪次數。

『實驗結果』

表5：固定電壓下 喇叭在不同頻率時 單位時間之振盪次數關係表

頻率(Hz)	10	15	20	25	30	35	40	45
次/秒	10.21	14.96	20.17	25.06	29.77	34.89	39.94	45.31

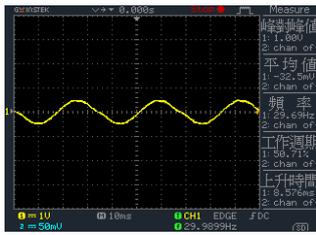
圖4：固定電壓下 喇叭在不同頻率時 單位時間之振盪次數關係圖



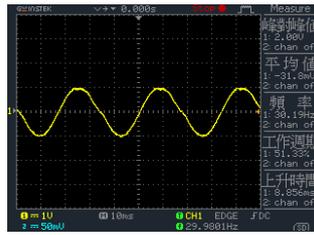
『實驗分析』

由實驗數據可知，喇叭之振盪頻率與波形產生器顯示頻率大致相同。

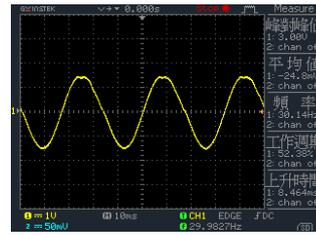
(三)測輸入波形 (照片2-1~2-7)



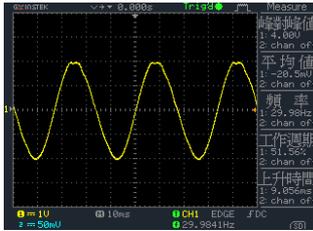
2-1電壓0.5V



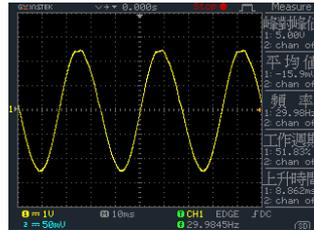
2-2電壓1.0V



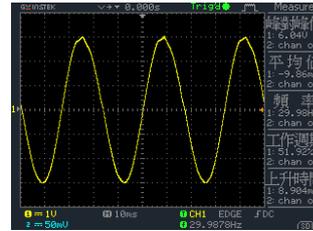
2-3電壓1.5V



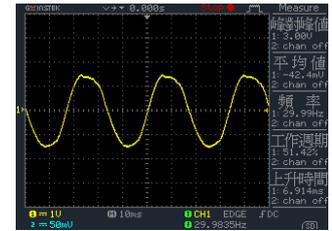
2-4電壓2.0V



2-5電壓2.5V



2-6電壓3.0V



2-7三角波

『實驗分析』

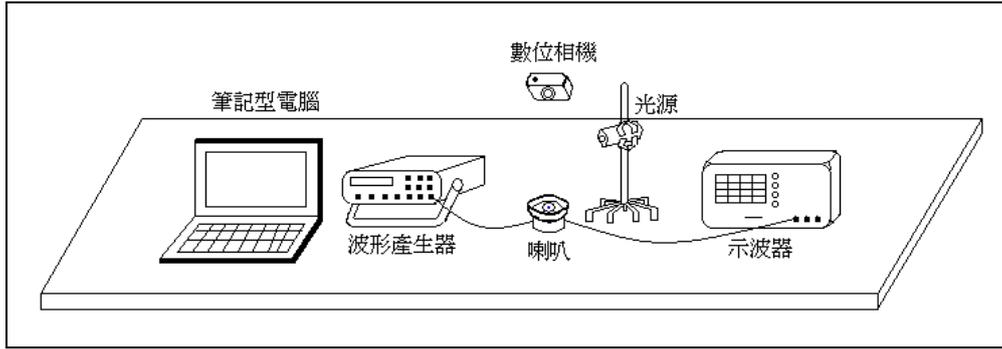
由波形圖及實驗觀察可知，三角波之波形較正弦波混亂，此外，方波更是極為不穩定以至於無法擷取波形圖，故我們選擇以最穩定的正弦波為波源進行實驗。

【實驗四】頻率、電壓、水量對水珠變形的影響

『實驗裝置與步驟』

- (一)連接波形產生器與喇叭，並將示波器與之並聯。
- (二)架設光源與數位相機至適當位置。
- (三)固定Parafilm於喇叭中心。
- (四)用針筒量取5單位水量，置於Parafilm之表面。
- (五)固定喇叭接收之電壓為0.5V，將頻率由小而大緩慢調升。
- (六)利用數位相機高速攝影水珠之變化，並以文字記錄於筆記型電腦。
- (七)調整頻率至水珠大量噴發為止。
- (八)將水量調整為10、15、20、25單位水量，重複步驟(一)~(七)。
- (九)將電壓調整為1.0、1.5、2.0、2.5、3.0 V，重複步驟(一)~(八)。

示意圖



『實驗結果』

(一) 整體變形規律

表 6：電壓與整體之變形規律關係表

電壓(V)	單位水量	變形規律
0.5	5	變形 3→變形 4→變形 3.5→振盪→噴發→再變形
	10	變形 3→變形 4→變形 3→變形 3.5→振盪→噴發→再變形
	15	變形 3→變形 4→變形 3→變形 3.5→振盪→噴發→再變形
	20	變形 3→變形 4→變形 3→變形 3.5→振盪→噴發→再變形
	25	變形 3→變形 4→變形 3.5→振盪→噴發→再變形
1.0	5	變形 3→變形 4→變形 3→振盪→噴發→再變形
	10	變形 3→變形 4→振盪→噴發→再變形
	15	變形 3→變形 4→變形 5→振盪→噴發→再變形
	20	變形 3→變形 4→變形 5→振盪→噴發→再變形
	25	變形 4→振盪→噴發→再變形
1.5	5	變形 3→振盪→噴發→再變形
	10	變形 3→振盪→噴發→再變形
	15	變形 3→變形 4→變形 5→振盪→噴發→再變形
	20	變形 3→變形 4→變形 5→振盪→噴發→再變形
	25	變形 5→振盪→噴發→再變形
2.0	5	變形 3→變形 4→變形 5→振盪→噴發→再變形
	10	變形 3→變形 4→變形 5→振盪→噴發→再變形
	15	變形 3→變形 5→振盪→噴發→再變形
	20	變形 3→變形 4→變形 5→振盪→噴發→再變形
	25	變形 3→變形 4→變形 5→振盪→噴發→再變形
2.5	5	變形 4→變形 3.5→振盪→噴發→再變形
	10	變形 4→變形 5→振盪→噴發
	15	變形 5→振盪→噴發
	20	振盪→噴發
	25	振盪→噴發
3.0		噴發

1.各變形之震盪規律

三邊形(變形3)



四邊形(變形4)



五邊形(變形5)



二尖(變形2)



噴發



『實驗分析』

- 1.當電壓超過 2.5 伏特時，水珠立即噴發，因此僅探討電壓 0.5 伏特到 2.5 伏特。
- 2.整體而言，相同電壓、水量時，隨頻率升高，水珠變形規律為由三邊形、四邊形、五邊形.....至最大變形後振盪、噴發、產生表面波紋。當產生表面波紋或噴發至水珠消失，而終結觀察過程。

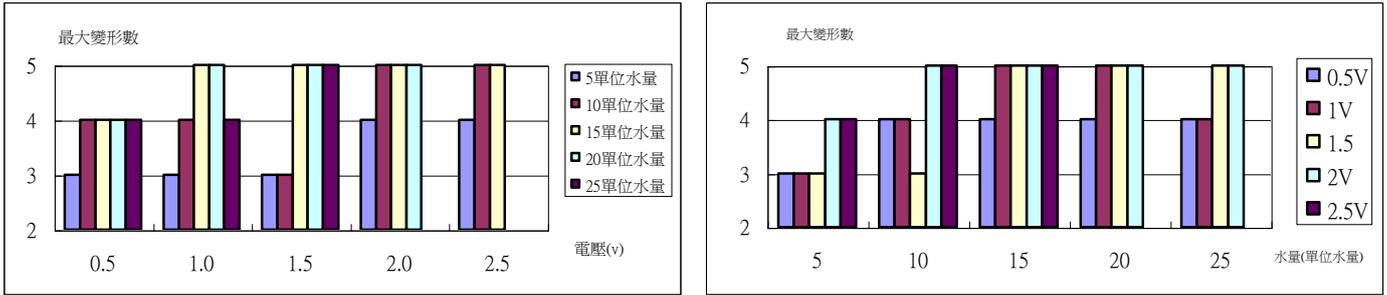
(二) 電壓、水量與最大變形數的關係

『實驗結果』

表 7：喇叭電壓、水量和最大變形數關係表

電壓0.5V	水量(單位水量)	5	10	15	20	25
	最大變形數	3	4	4	4	4
電壓1.0V	水量(單位水量)	5	10	15	20	25
	最大變形數	3	4	5	5	4
電壓1.5V	水量(單位水量)	5	10	15	20	25
	最大變形數	3	3	5	5	5
電壓2.0V	水量(單位水量)	5	10	15	20	25
	最大變形數	4	5	5	5	5
電壓2.5V	水量(單位水量)	5	10	15	20	25
	最大變形數	4	5	5		

圖5：喇叭電壓、水量和最大變形數關係圖



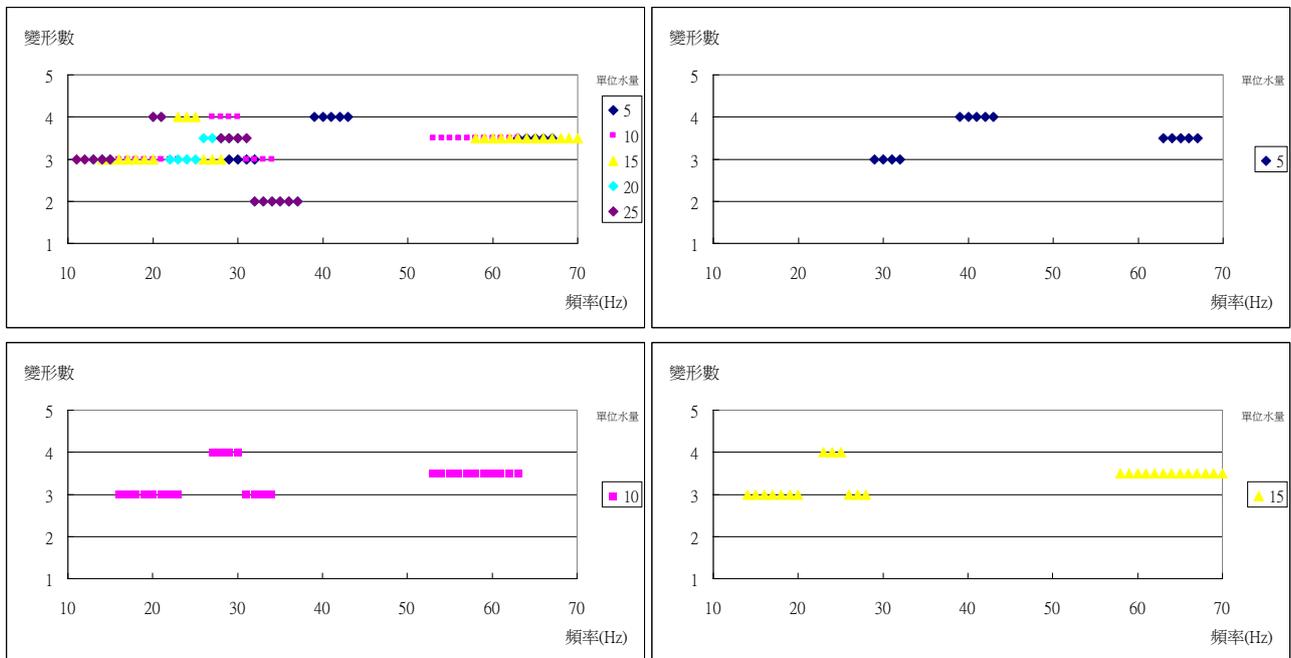
『實驗分析』

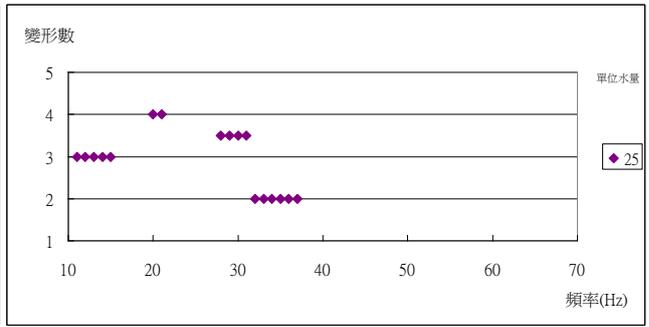
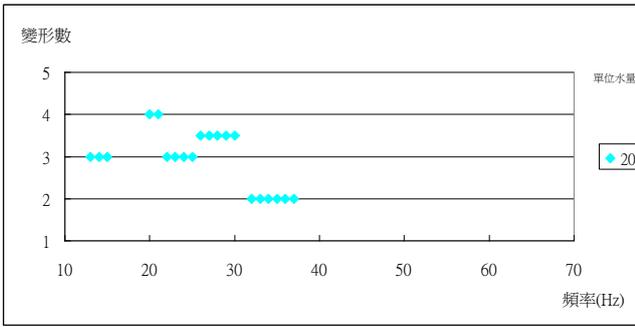
選取所有頻率範圍，關係混亂，因此只考慮喇叭之振幅約為定值時，觀察頻率約在 20-30Hz 的範圍內之最大變形與電壓、水量的關係。

1. 水珠在同樣水量時，能產生變形的電壓為一段範圍，只要到達此變形的臨界電壓，電壓雖增強但仍維持此變形。但當電壓到達下個變形的臨界電壓時，便又開始下一段變形。
2. 水珠在同樣電壓時，隨著水量增加而可達到的最大變形數也增大，但 1 伏特 25 單位水量例外，推測可能隨著水量增加，臨界電壓必需提高，水量多但未達變形所需臨界電壓，故仍無法產生更大的變形數。

(三) 相同電壓下，水量、變形數和頻率關係(圖 6-1~6-5)

圖 6-1：電壓 0.5V，水量為 5、10、15、20、25 單位水量，頻率和變形數關係圖

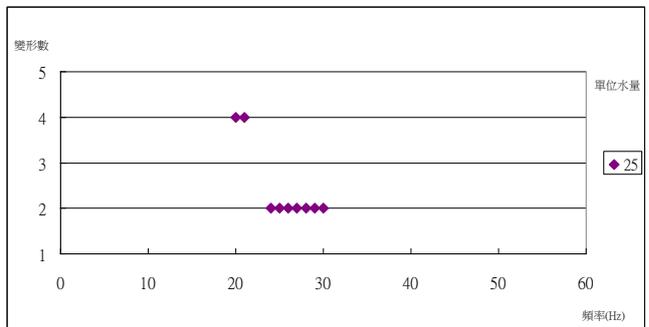
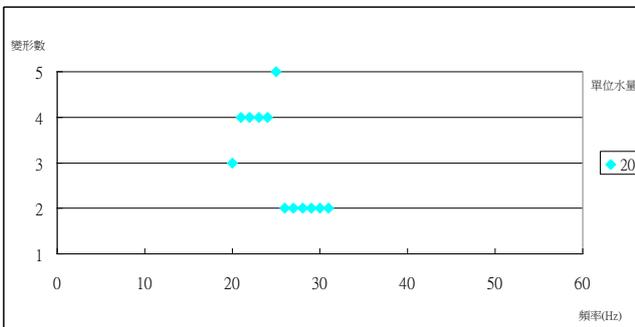
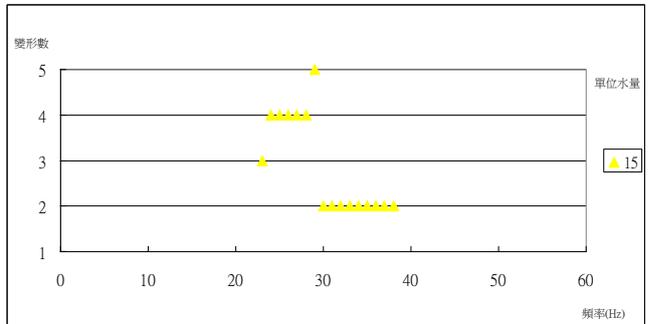
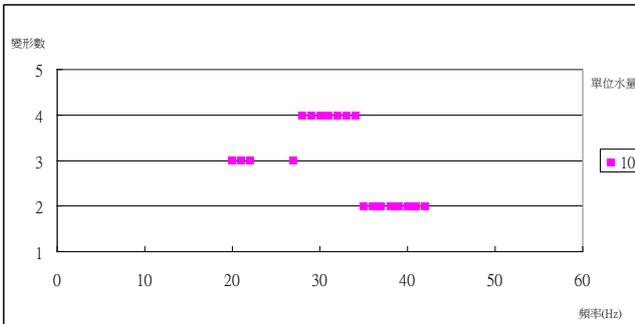
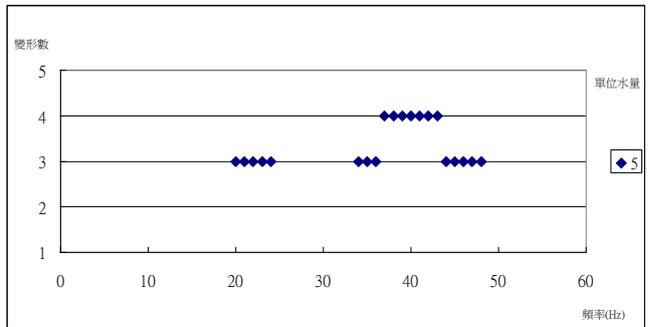
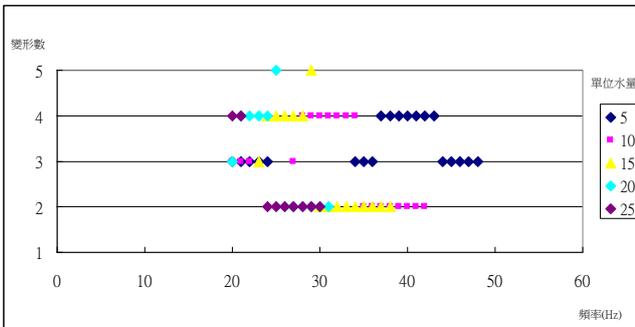




『實驗分析』

由圖中可觀察到，隨著頻率提高，變形數由變形3→變形4→變形5.....至最大變形數後，變形數又減小且發生不穩定振盪(不穩定三邊形或二尖)和噴發現象。

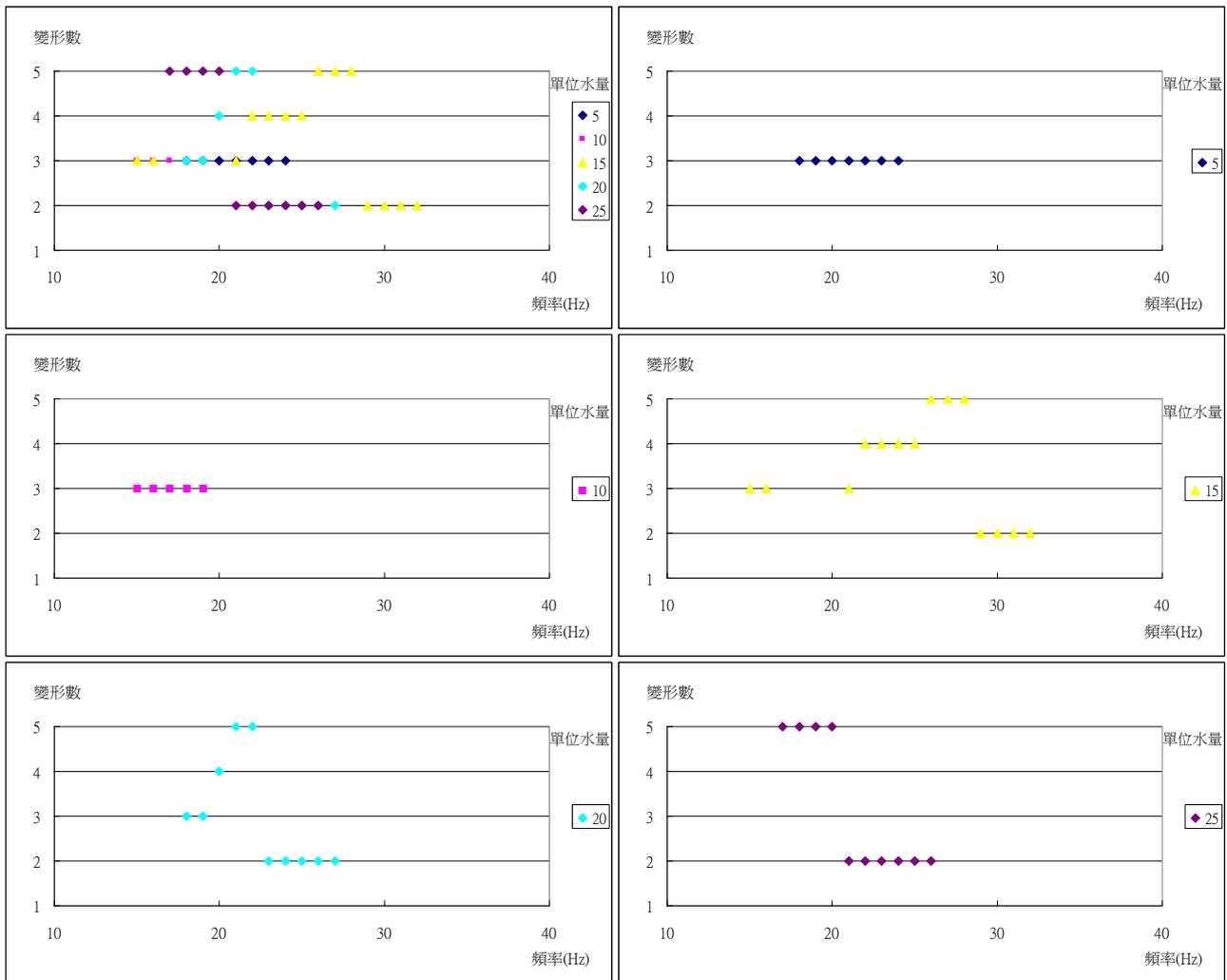
圖 6-2：電壓 1.0V，水量為 5、10、15、20、25 單位水量，頻率和變形數關係圖



『實驗分析』

由圖中可觀察到，隨著頻率提高，變形數由變形3→變形4→變形5.....至最大變形數後，變形數又減小且發生不穩定振盪(二尖)和噴發現象。

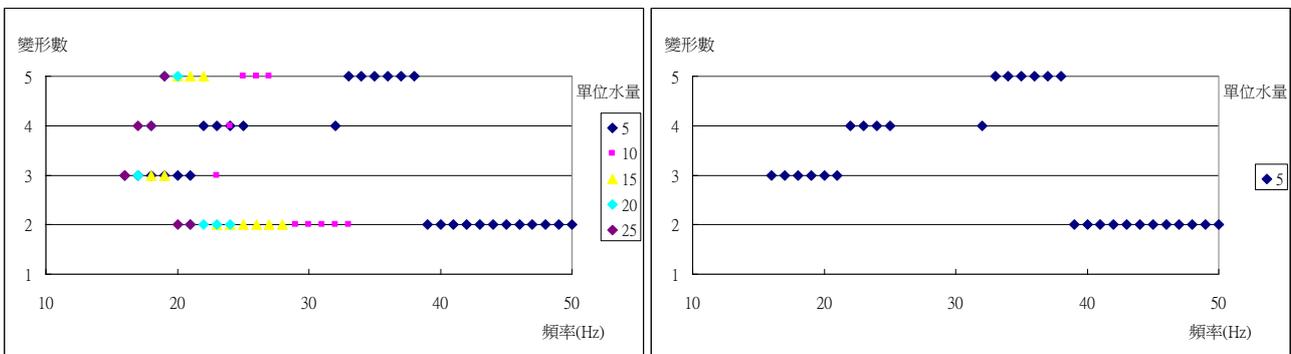
圖 6-3：電壓 1.5V，水量為 5、10、15、20、25 單位水量，頻率和變形數關係圖

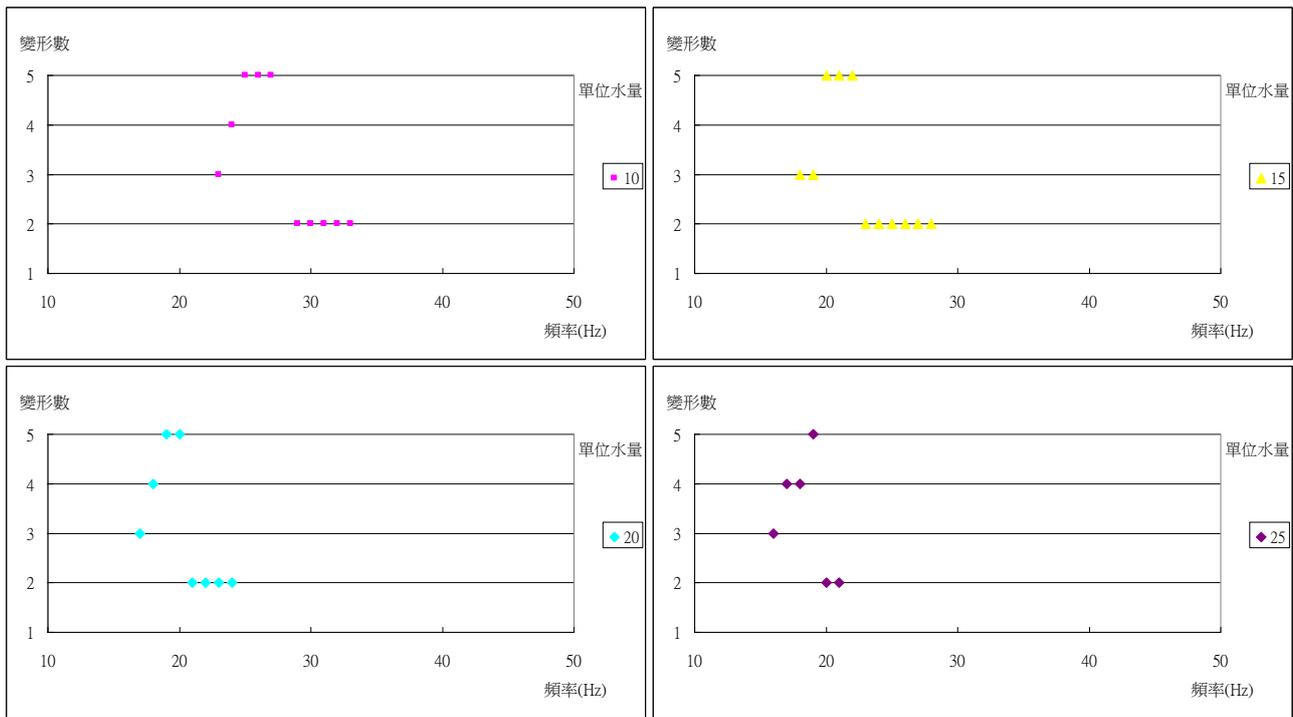


『實驗分析』

由圖中可觀察到，隨著頻率提高，變形數由變形 3→變形 4→變形 5……至最大變形數後，變形數又減小且發生不穩定振盪(二尖)和噴發現象。

圖 6-4：電壓 2.0V，水量為 5、10、15、20、25 單位水量，頻率和變形數關係圖

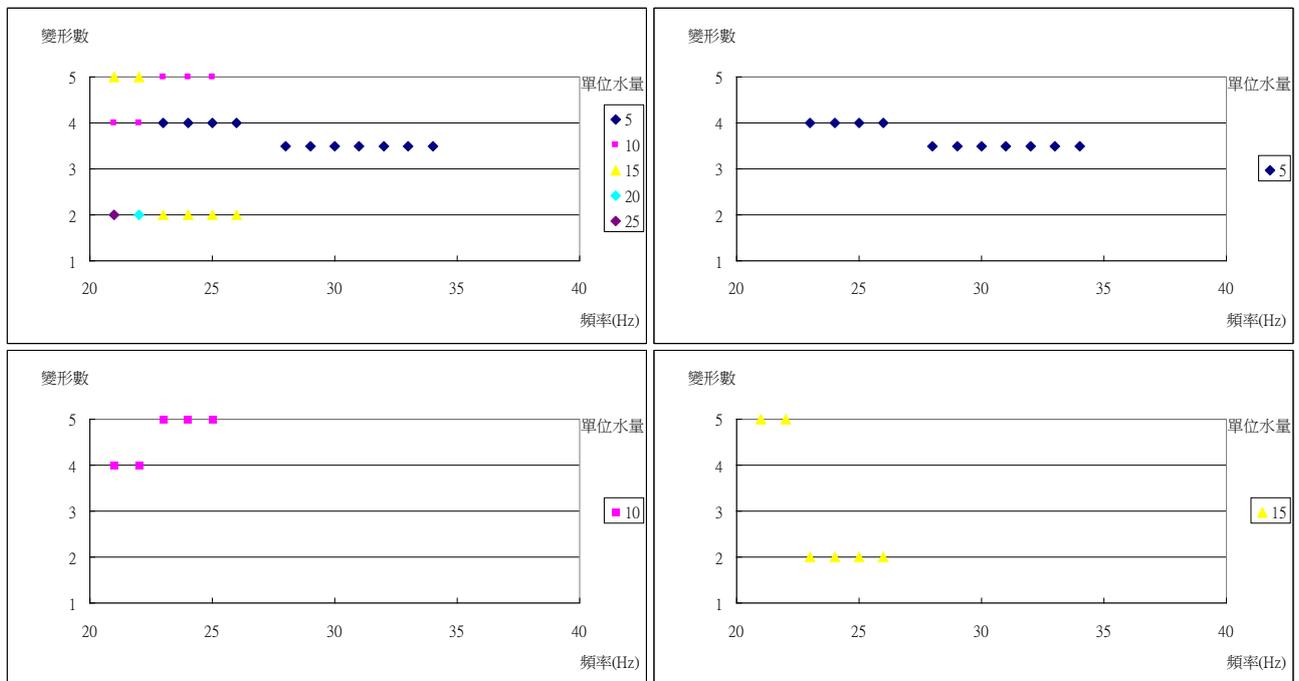


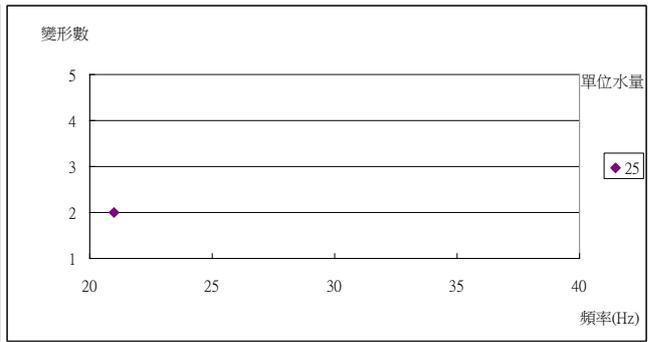
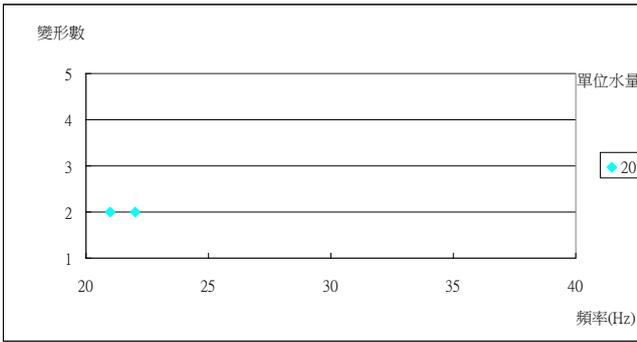


『實驗分析』

由圖中可觀察到，隨著頻率提高，變形數由變形 3→變形 4→變形 5……至最大變形數後，變形數又減小且發生不穩定振盪(二尖)和噴發現象。

圖 6-5：電壓 2.5V，水量為 5、10、15、20、25 單位水量，頻率和變形數關係圖





『實驗分析』

由圖中可觀察到，隨著頻率提高，變形數由變形 3→變形 4→變形 5.....至最大變形數後，變形數又減小且發生不穩定振盪(不穩定三邊形或二尖)和噴發現象。

(四) 相同變形數下，水量、電壓和頻率關係(圖 7-1~7-5)

圖 7-1：三邊形，水量為 5、10、15、20、25 單位水量，電壓和頻率關係圖

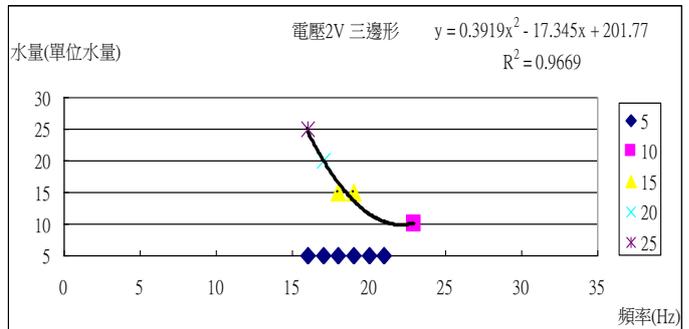
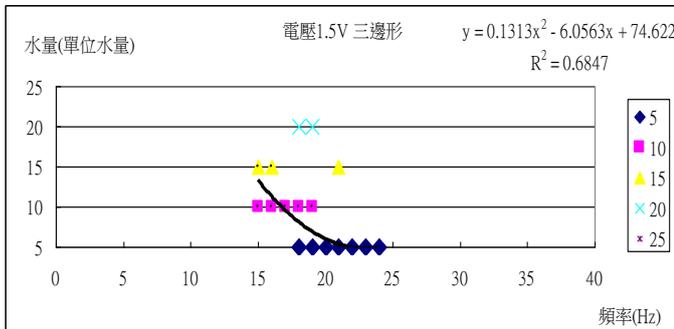
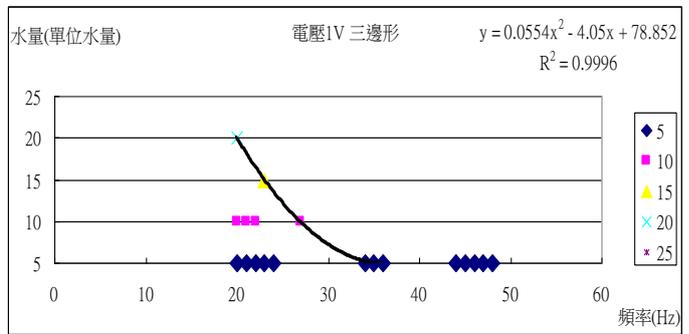
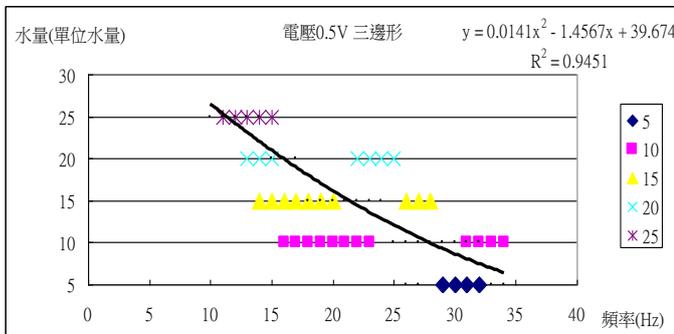


表 8-1：三邊形和喇叭電壓、水量關係表

電壓 (V) \ 水量 (單位水量)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
5	29-32	20-24.34-36.44-48	18-24	16-21	
10	16-23.31-34	20-22.27	15-19	23	
15	14-20.26-28	23	15-16.21	18-19	
20	13-15.22-25	20	18-19	17	
25	11-15			16	

『實驗分析』

相同電壓下，在到達最大變形數之前，隨著水珠水量增加，產生變形三的起始頻率越低。

圖 7-2：四邊形，水量為 5、10、15、20、25 單位水量，電壓和頻率關係圖

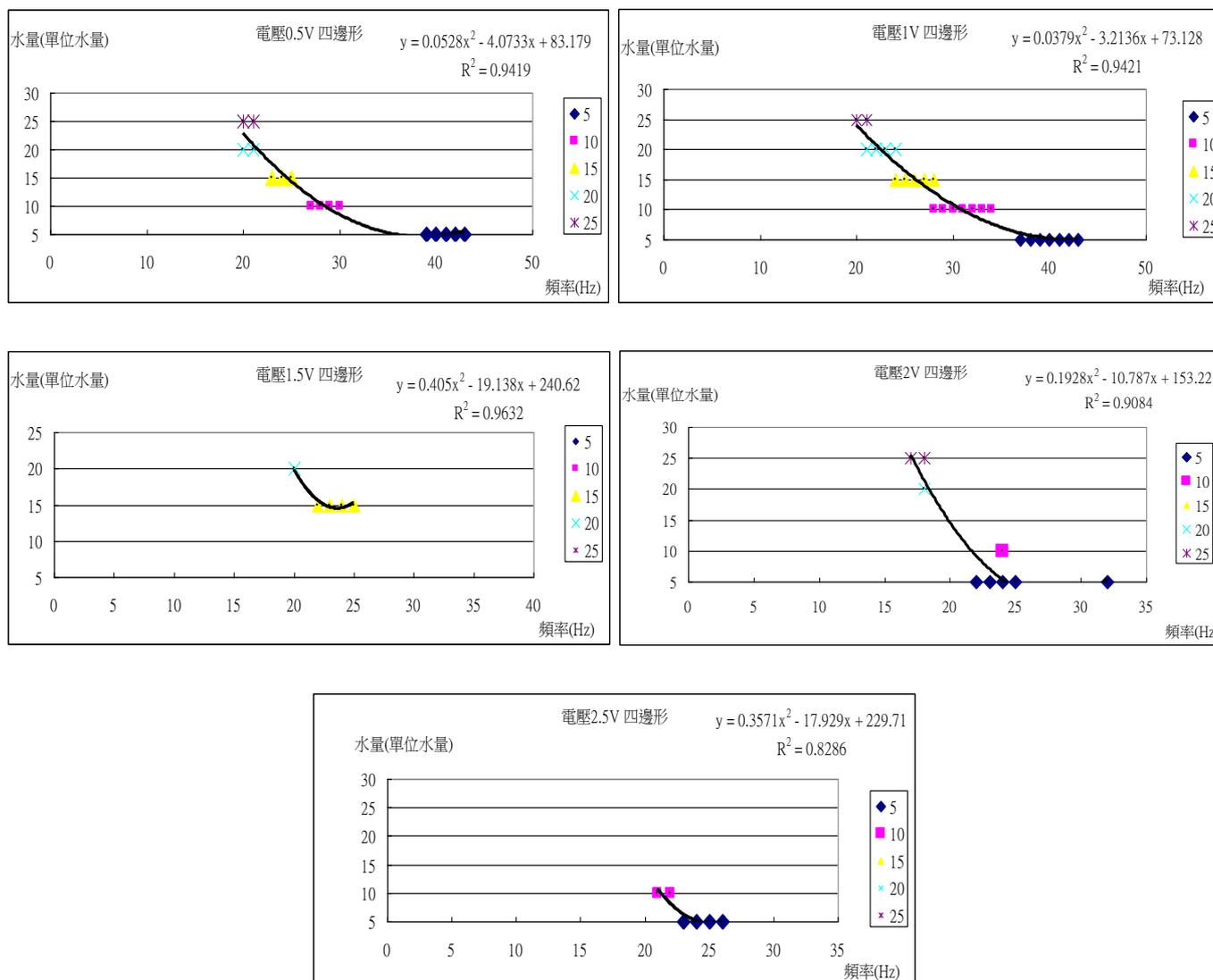


表 8-2：四邊形和喇叭電壓、水量關係表

電壓 水量 (單位水量)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
5	39-43	37-43		22-25.32	23-26
10	27-30	28-34		24	21-22
15	23-25	24-28	22-25		
20	20-21	21-24	20	18	
25	20-21	20-21		17-18	

『實驗分析』

相同電壓下，隨著水珠水量增加，產生變形四的起始頻率越低。

圖 7-3：五邊形，水量為 5、10、15、20、25 單位水量，電壓和頻率關係圖

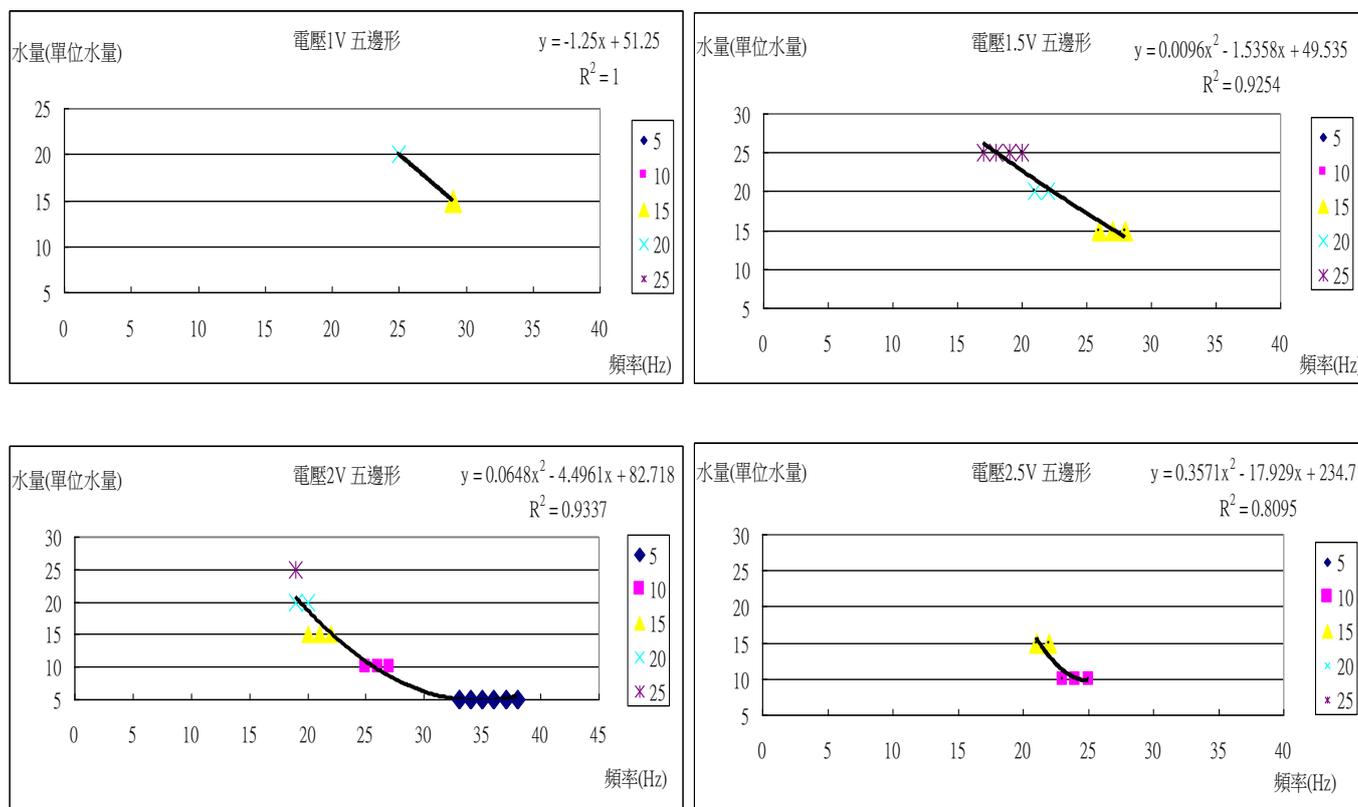


表 8-3：五邊形和喇叭電壓、水量關係表

電壓 (V) \ 水量 (單位水量)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
5				33-38	
10				25-27	23-25
15		29	26-28	20-22	21-22
20		25	21-22	19-20	
25			17-20	19	

『實驗分析』

相同電壓下，隨著水珠水量增加，產生變形五的起始頻率越低。

圖 7-4：二尖，水量為 5、10、15、20、25 單位水量，電壓和頻率關係圖

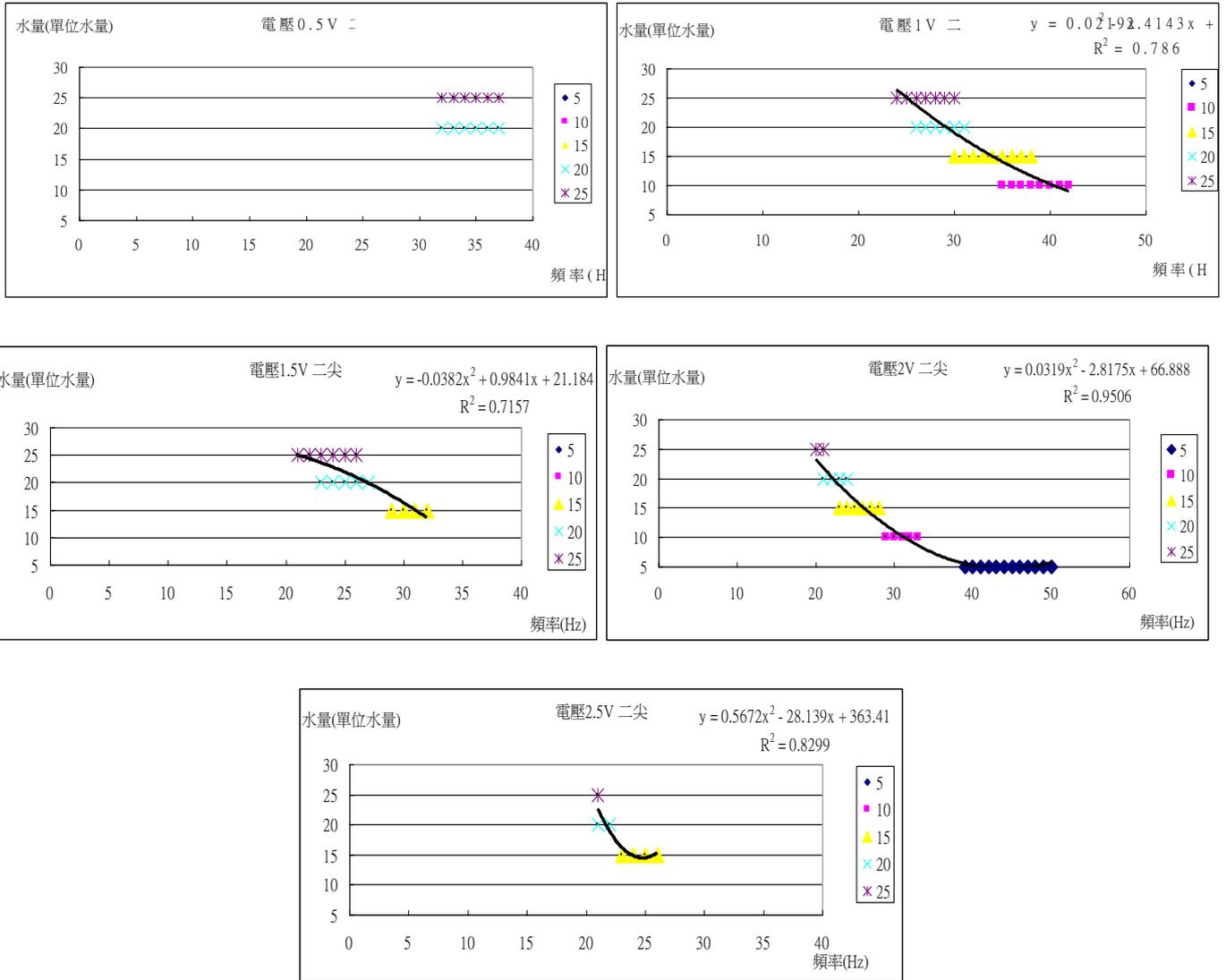


表 8-4：二尖和喇叭電壓、水量關係表

電壓 (V) \ 水量 (單位水量)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
5				39-50	
10		35-42		29-33	
15		30-38	29-32	23-28	23-26
20	32-37	26-31	23-27	21-24	21-22
25	32-37	24-30	21-2	20-21	21

『實驗分析』

相同電壓下，隨著水珠水量增加，產生二尖的起始頻率越低。

圖 7-5：不穩定三邊形，水量為 5、10、15、20、25 單位水量，電壓和頻率關係圖

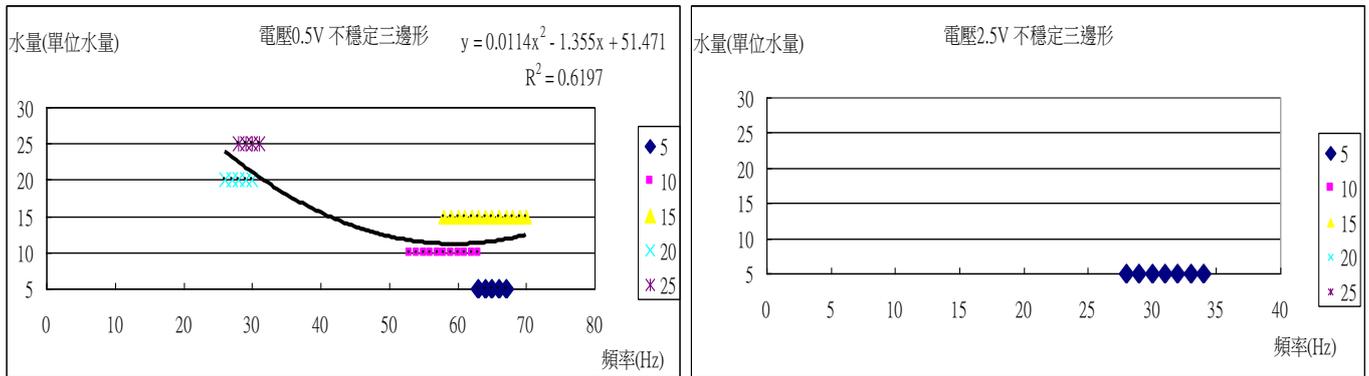


表 8-5：不穩定三邊形和喇叭電壓、水量關係表

電壓 (V) \ 水量 (單位水量)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
5	63-67				28-34
10	53-63				
15	58-70				
20	26-30				
25	28-31				

『實驗分析』

不穩定三邊形為不穩定振盪現象。

(五)半徑與水量、電壓、變形、頻率的關係

1. 三、四、五邊形的半徑範圍(圖 8)

圖8：三、四、五邊形對半徑關係圖

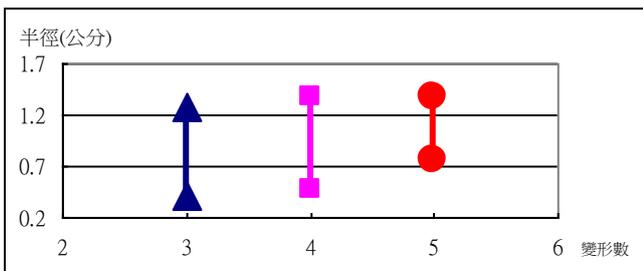


表9：三、四、五邊形的半徑範圍關係表

變形數	最小半徑(公分)	最大半徑(公分)
3	0.4180	1.2754
4	0.4683	1.3771
5	0.7500	1.3729

2. 所有電壓情況下，半徑與變形數、水量的關係(圖9-1~9-2)

圖9-1：0.5、1.0、1.5、2.0、2.5伏特，半徑與變形數與體積關係圖

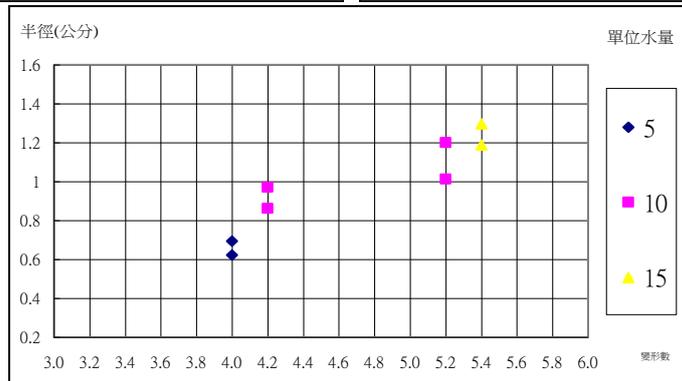
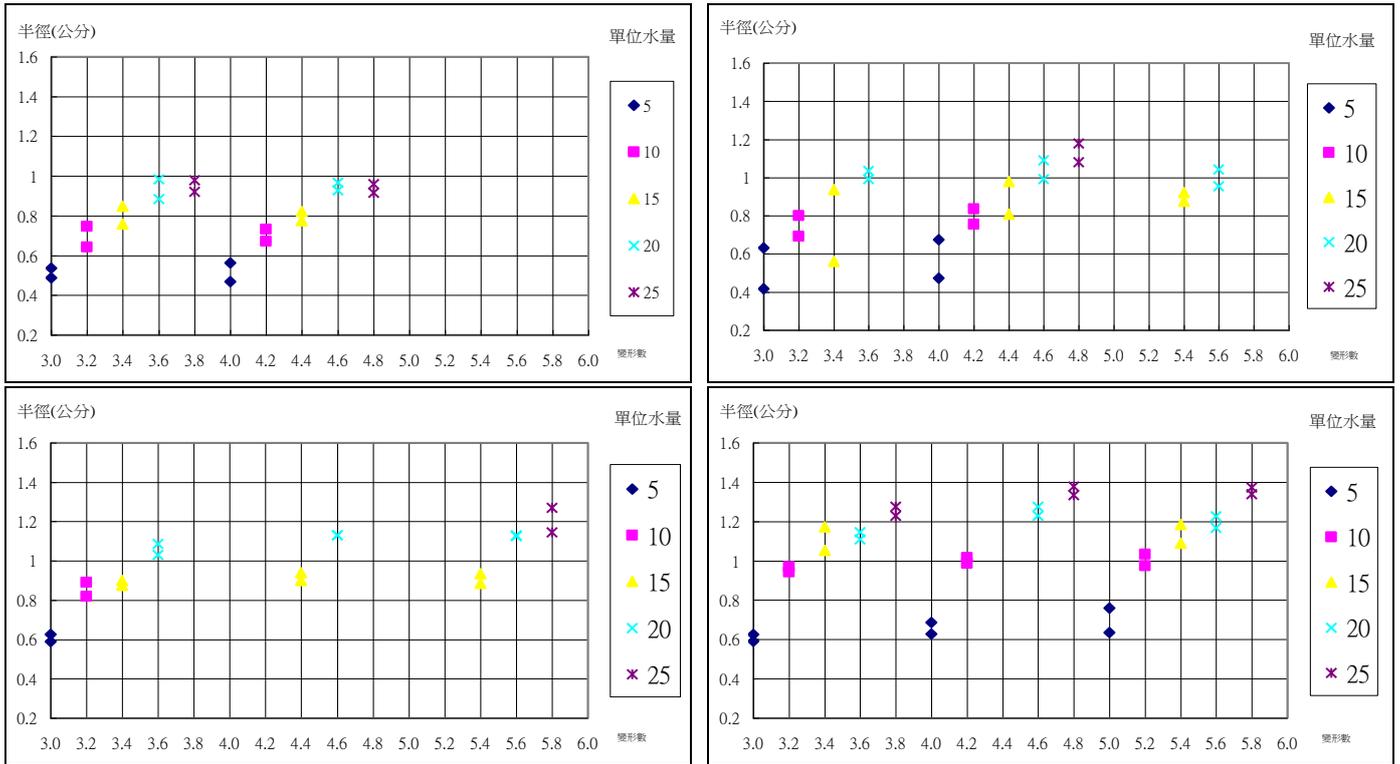
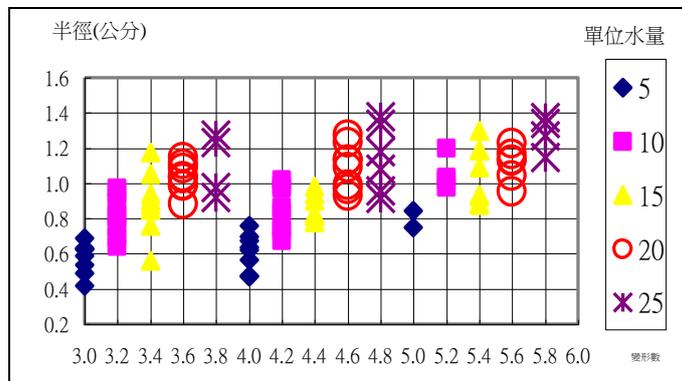


圖9-2：整體關係圖



『實驗分析』

由圖 9 中可看出，

1. 當電壓、水量相同時，半徑會隨變形數增加而有增大的趨勢。
2. 當電壓、變形數相同時，半徑會隨水量增加而有增大的趨勢。

3.相同的變形數、電壓與半徑關係(圖10-1~10-3)

圖10-1：三邊形

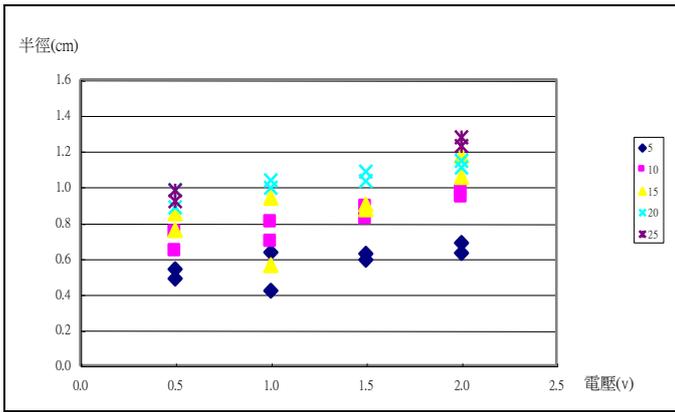


圖10-2：四邊形

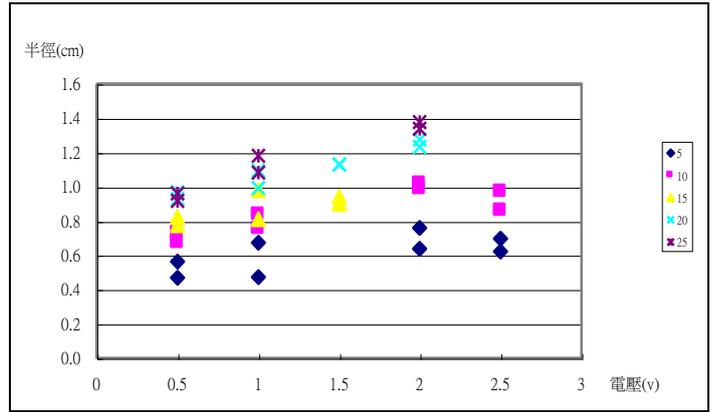
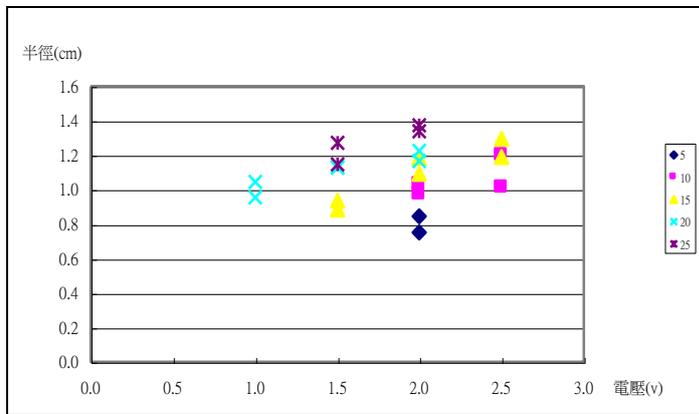


圖10-3：五邊形



『實驗分析』

- 1.由圖 10 中可看出，相同水量下，同樣的變形數，半徑有隨電壓增加而越大的趨勢。
- 2.只要達到變形所需能量，即電壓夠大，變形數應只和頻率與水珠大小有關，但因為電壓越大，半徑越大，電壓影響水珠大小，所以變形數仍會受電壓影響。

(六) 噴發之起迄頻率

表 10：噴發和喇叭電壓、水量關係表

電壓 水量 (單位水量)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
5	47-END	43-END	28-END	51-END	25-END
10	35-53	40-62.73-END	18-END	27-END	27-END
15	29-57	43-64.75-END	16-END	23-END	31-END
20	26-28	40-END	35-END	28-END	23-END
25	44-END	35-END	34-END	26-END	21-END

『實驗分析』

由表10可觀察出，在出現最大變形後，水珠發生不穩定的振盪時，發生噴發現象。

陸、實驗討論

一、選擇適當材質

因為接觸角大，存在空氣層，減小摩擦力，容易產生變形，所以我們選用接觸角大又兼具防水性的Parafilm來當作水珠與喇叭間的接觸材質。

二、水珠的基本測量

(一)水珠體積

經多次測量，測得一單位水量為0.03毫升，因水量少不易觀察；水量多會超出喇叭範圍，且變形頻率低於可控制範圍。所以選擇5、10、15、20、25單位水量作為探討範圍。

(二)水珠平均半徑

測量水珠在Parafilm上的實際半徑與同體積球體水珠半徑比較，可知在Parafilm上水珠因重力作用呈現扁平狀態，並非球體，所以水珠的平均半徑大於同體積的球體水珠，且水珠體積越大，差值越大，這造成理論和實驗間存在誤差。

(三)水量對接觸角影響

- 1.整體的趨勢為水珠隨著水量增加接觸角漸減。
- 2.過程中減少再緩慢增加的情況，我們推測水珠隨著水量漸增、重力增加導致過度坍塌，接觸角漸減，但因為水珠半徑增加，表面張力造成的收縮力增加，因此接觸角會略為增加，呈現減小再增加的振盪曲線。
- 3.水珠置於理想的乾淨固體表面，固-液間角度稱為靜態接觸角，符合Young's equation，但固體表面往往不理想，存在污點、雜質或表面不平整，所以接觸角為動態接觸角，接觸角會出現於一段範圍，所以測量接觸角時，會出現振盪曲線。

三、喇叭的基本測量

(一)喇叭振動振幅

1. 由實驗數據可知，頻率在30Hz以前，電壓每增加1伏特，喇叭振盪振幅約增加0.10000公分。頻率在30Hz到40Hz之間，則有急劇下降的趨勢，而超過40Hz以後，下降趨勢較平緩。

- 2.我們由電功率配合週期波的概念，推導振動一次得到的電能與頻率的關係為 $\frac{V_o^2}{2fR}$ ，在

電阻固定時，隨著頻率增加，振盪一次得到的電能越低，所以喇叭振幅隨頻率增加而減少。

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

$$\Delta U = \frac{V^2}{R} \Delta t$$

$$U = \int \Delta U = \int \frac{V^2}{R} \Delta t, \text{ 又 } V = V_0 \sin(\omega t)$$

$$U = \frac{V_0^2}{\omega R} \int \sin^2(\omega t) d(\omega t)$$

$$\text{又 } \cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$U = \frac{V_0^2}{\omega R} \int \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} d\omega t = \frac{V_0^2}{2fR}$$

(二)喇叭振盪頻率

測量喇叭振盪頻率，證實波形產生器顯示的頻率與喇叭振盪頻率相同，因此可由波形產生器顯示之頻率判斷喇叭振盪頻率。

(三)輸入波形

由示波器觀察輸入波為正弦波，且實驗過程中，以示波器監控電壓與波形，隨時確認輸入的電壓與波形。

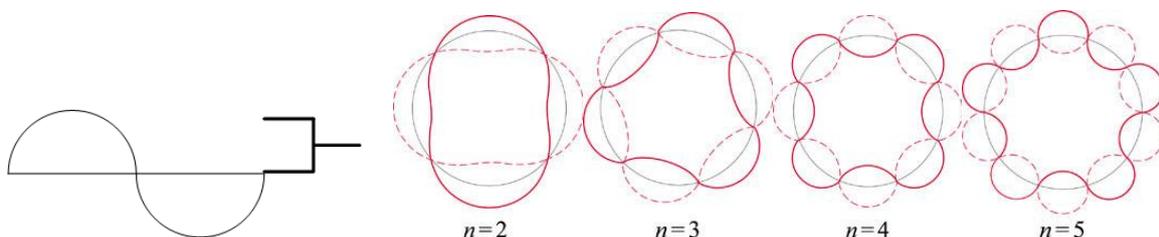
四、頻率、電壓、水量對水珠變形的影響

(一)整體變形規律

1. 整體而言，相同電壓、水量時，隨頻率升高，水珠變形規律為由三邊形、四邊形、五邊形...至最大變形後振盪、噴發、產生表面波紋。當產生表面波紋或噴發至水珠消失，而終結觀察過程。
2. 由能量觀點推測，振盪開始能量提高，由圓水珠變成三邊形，表面能提高，隨著頻率增加，水珠趨向表面能降低，因此表面積縮小，變形數增加，由於過程不穩定，產生噴射後體積變小，單位體積得到的能量又增加，因此表面能增加，變形數又變小。
3. 同介質中，振幅、頻率相同，方向相反之兩正弦波重疊時，可產生駐波。兩固定端的弦上駐波，如圖所示，其頻率與弦長關係式為 $f = \frac{nV}{2L}$ 。水珠振盪有如繩上駐波。可

以想像 $2\pi r = n\lambda$ 又 $f = \frac{V}{\lambda} \therefore f = \frac{nV}{2\pi r}$ 。

同樣體積時，n 越大，頻率越大。同樣頻率時，n 越大，體積越大。



4.由理論推導可知喇叭振盪一次的能量與電壓平方成正比，與頻率成反比，因此在電壓相同時，隨著頻率越大，能量越小，實驗上測量喇叭振幅也可觀察到此趨勢，所以高頻時，水珠無法振盪，只有表面波紋。

5.水珠在電壓超過2.5V時，易產生噴發，如3.0V因電壓過大，導致水珠無法呈現變形即噴射，故只討論到電壓為2.5V。

(二)電壓、水量與最大變形數間關係

由上述實驗，可觀察出水珠隨體積增加，能達到的最大變形數也增加。同樣體積下，變形數與電壓關係混亂。我們推測變形數與電壓關係混亂原因有三：

- 1.由駐波的概念，我們推測只要能量到達某一最小值，變形數應只和頻率與水珠大小有關。
- 2.我們推導出振盪一次的能量與電壓平方成正比，與頻率成反比，因此雖然振盪一次電壓相同，但隨著頻率越大，能量越小，導致變形數與電壓關係混亂。
- 3.振盪一次的電壓雖然固定，但喇叭頻率響應尚未考慮。

我們測量喇叭振幅，在喇叭振幅約為定值情況下(頻率範圍約20-40Hz)，觀察水珠變形的現象，則可改善關係混亂，使水珠變形的規律性顯著。

(三)相同電壓下，水量、變形數和頻率的關係

1.相同電壓下，隨著頻率增加，可能產生的變形由變形 3→變形 4→變形 5→振盪的趨勢，

與駐波概念 $f = \frac{nV}{2\pi r}$ ， $n \uparrow$ ， $f \uparrow$ 相吻合。

2.水珠的同一變形發生在一定的頻率範圍，非單一頻率，與原理三相吻合。

(四)相同電壓、變形數下，水量與頻率的關係

相同電壓、變形數下，隨著水量增加，體積越大，變形發生在較小的頻率，與駐波概念

$f = \frac{nV}{2\pi r}$ ，當 n 相同時， $r \uparrow$ ， $f \downarrow$ 相吻合。

(五)半徑、水量、電壓、變形和頻率關係

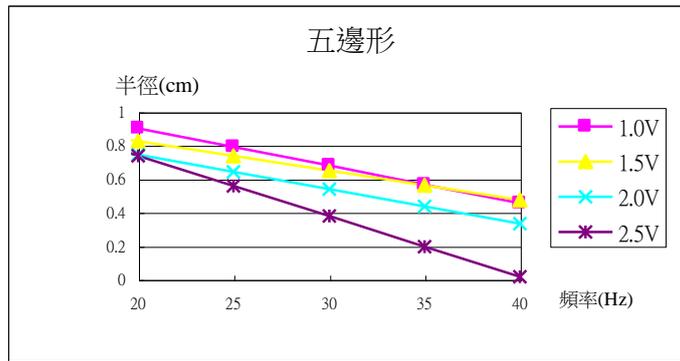
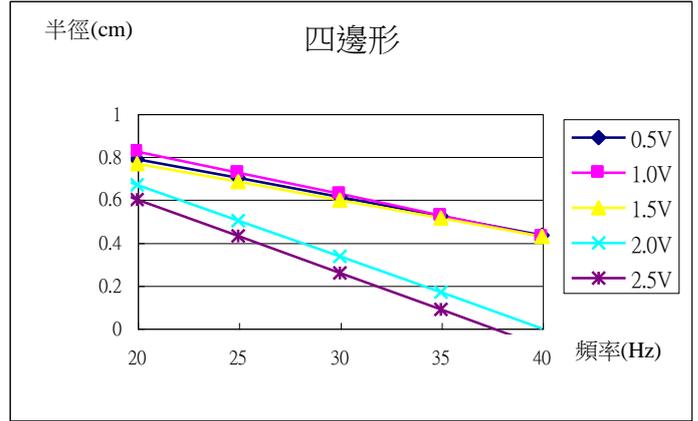
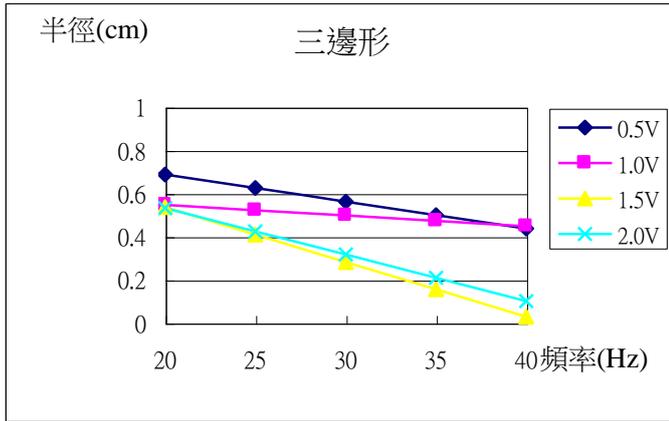
1.三、四、五邊形，半徑對頻率的關係

利用圖 7-1~7-3 及 EXCEL 找出線性趨勢線，並將水量改成半徑，且半徑用之前測量的結果(表 3)，重新畫出三、四、五邊形，半徑對頻率的關係圖(圖 11-1)。

(表3)

水量(單位水量)	5	10	15	20	25
平均半徑(公分)	0.43	0.58	0.70	0.79	0.86

圖 11-1：三、四、五邊形，半徑對頻率關係圖



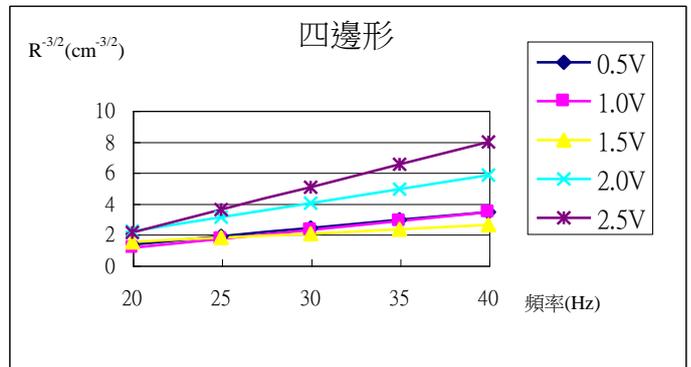
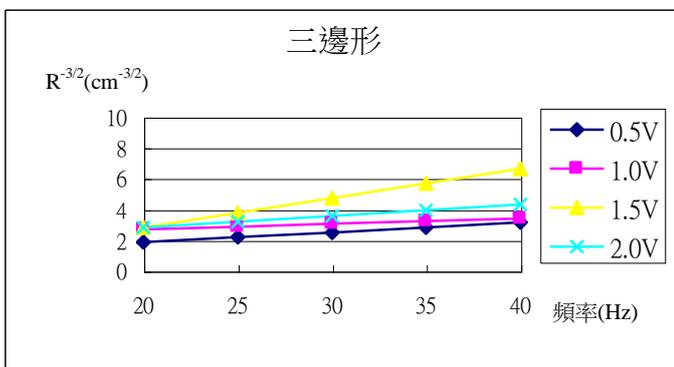
- (1)如圖所示，當相同電壓和變形時，整體趨勢為水珠隨水量增加，變形發生頻率越低。
- (2)如圖所示，當相同水量和變形時，整體趨勢為水珠隨電壓增加，變形發生頻率越低。

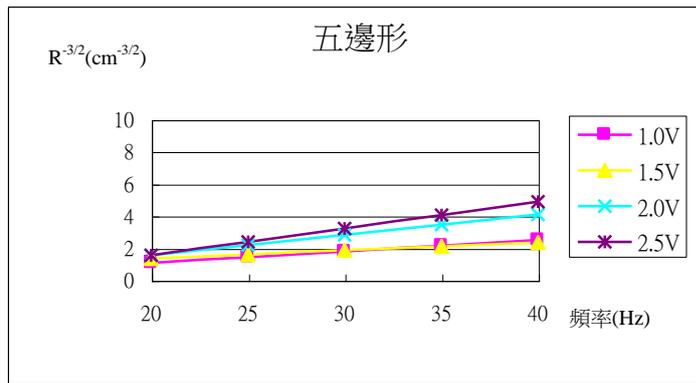
2.三、四、五邊形，半徑的負三分之二次方對頻率的關係

利用 1.之結果重新做出 $R^{-3/2}$ 對 f 的關係圖(圖 11-2)，觀察到 f 隨 $R^{-3/2}$ 增加而增加，趨勢與原理

三中 $(2\pi f_n)^2 = \frac{\sigma n(n-1)(n+2)}{\rho R^3}$ 相符。

圖11-2：三、四、五邊形 $R^{-3/2}$ 對 f 關係圖



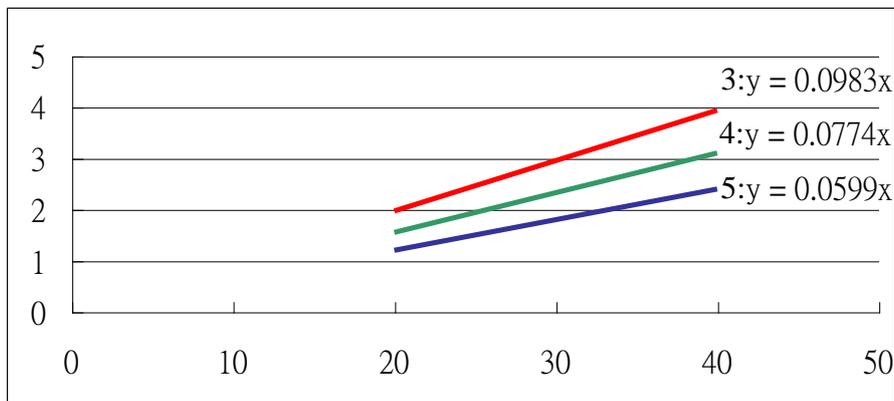


4.利用 2.之結果，在相同電壓下，探討變形數對頻率影響(表 11)

表 11：1V 變形 3、4、5，頻率與變形數和 $R^{-3/2}$ 的關係

1V	3		4		5	
	f	$R^{-3/2}$	f	$R^{-3/2}$	f	$R^{-3/2}$
	20	2.687	20	1.1106	20	1.0695
	25	2.869	25	1.6856	25	1.4235
	30	3.051	30	2.2606	30	1.7775
	35	3.233	35	2.8356	35	2.1315
	40	3.415	40	3.4106	40	2.4855

圖 12：1V 變形 3、4、5，頻率與變形數和 $R^{-3/2}$ 的關係



由 1V 的變形 3、4、5 統整並歸納出頻率與變形數和 $R^{-3/2}$ 的關係

$$f = (n-1)(n+1)(n+2)(3n-5)R^{-\frac{3}{2}}$$

其他電壓情況下，此關係式也符合。但電壓越大，誤差會增大，應該是能量到達某一最小值，變形數應只和頻率與水珠大小有關，但電壓造成水珠大小變化，電壓大造成半徑變大，因此引入一電壓修正常數 G ，統整成關係式為

$$f = G(n-1)(n+1)(n+2)(3n-5)R^{-\frac{3}{2}}$$

f：頻率(Hz)

n:變形數

R:水珠實際半徑(cm)

G:電壓修正常數，又稱金仁常數。

(六)噴發之起迄頻率

- 1.在最大變形後，水珠發生不穩定的振盪時，發生噴發現象。
- 2.我們推測當水珠隨喇叭做簡諧運動，水珠受到的最大恢復力為重力和表面張力之和，

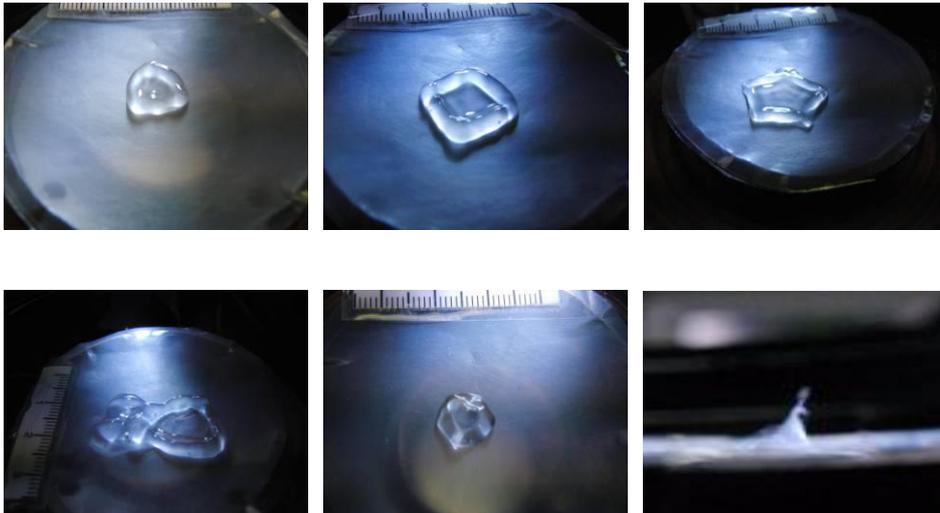
$$m\omega^2 x = mg + \gamma \cdot 2\pi r$$
$$x = \frac{g}{\omega^2} + \frac{2\pi r \gamma}{m\omega^2} = \frac{g}{4\pi^2 f^2} + \frac{3\gamma}{8\pi^2 r^2 f^2}$$

當水珠振盪時，若表面無法抵擋此振盪造成的力量，則水珠表面破裂，造成小水珠由中心噴發。

- 3.噴發情況是我們未來要深入研究的方向。

柒、結論

- 一、利用波形產生器和喇叭產生聲波，以Parafilm作為水珠和喇叭的接觸材質，對水珠產生強迫振盪，產生現象有變形三、變形四、變形五、二尖、不穩定的三邊形和噴發。



- 二、整體而言相同電壓、水量時，水珠隨喇叭聲音頻率升高，水珠變形規律為由三邊形、四邊形、五邊形.....至最大變形後振盪、噴發、產生表面波紋。當產生表面波紋或噴發至水珠消失，而終結觀察過程。

三、水珠受到喇叭聲波的振盪，企圖尋找合適的共振模式，可能形成三邊形、四邊形或五邊形等多邊形。水珠變形振盪時，可想像成駐波，而節點發生在水珠中心和角落的中央，因此角落和中央是反向的振盪，當中心膨脹時，角落塌陷，反之，當角落膨脹，則中心塌陷。

四、探討水量、頻率、電壓對水珠的影響，由繩上駐波理論完美解釋水珠振盪的現象，進而統整歸納出關係式。

$$f = G(n-1)(n+1)(n+2)(3n-5)R^{-\frac{3}{2}}$$

捌、未來展望

1. 探討水珠變形之震盪週期與振幅。
2. 探討水珠達最大變形數後，變形數又減小且發生不穩定振盪與噴發現象。

玖、參考文獻

1. 龍騰文化事業股份有限公司 (2009)。物理(下) 第九章。
2. Morihiro Okada – Minoru Okada (2006) *Observation of the shape of a water drop on an oscillating Teflon plate*
3. L. Landau and E. M. Lifshitz – *Mechanics*.
4. Rayleigh L (1879) – *The capillary phenomena of jets. Proc R Soc* 29:71-97

【評語】 040112

- 1.本件作品系統化探討各類形成水樣圖案，系統化記錄及分析，歸納結果有其意趣。
- 2.本作品應可在應用相關軟體從事模擬並與實驗結果對比探討，更進一步得到圖案模式條件物理。
- 3.鼓勵持續補足相關物理分析理論和撰擬探討，成為完整好作品。