

中華民國 第 50 屆中小學科學展覽會
作品說明書

國中組 地球科學科

最佳創意獎

030510

光影逐日-地球公轉現象的探討

學校名稱：臺中市立光明國民中學

作者： 國三 蕭迦恩 國三 張簡亦杰	指導老師： 陳琬菁 賴政榆
--------------------------	---------------------

關鍵詞：圭表、克卜勒行星運動定律

光影逐日---地球公轉現象的探討

摘要

同一種現象，甚至相同的測量工具，從不同的角度切入或是用更細膩的方式去觀察，往往可以得出完全不同的結果。例如觀察單擺，除了來回擺動之外，如果觀測的時間超過一小時以上，就可以看到單擺的擺動面會有明顯的轉動，從而證明了地球的自轉。而我們的圭表測量也如同這樣的情況。我們實驗探討發現，圭表所呈現出來的光影長度變化不只可以對應四季的不同，也可以說明地球不是等速率的在公轉，更可以由數據的比對中找出近日點與遠日點的確切日期，並進一步透過橢圓數學的模擬獲得地球繞日公轉的長短軸比值。如果有萬有引力定律來算出地球公轉的平均半徑，我們幾乎也可以描繪出地球公轉的橢圓模型了。

壹、研究動機

去年寒假去參觀科博館，聽到解說小姐介紹日晷時，就一直覺得很納悶。心想，我們的天文觀測起源得那麼早，二十四節氣也用得那麼精準，可是為什麼我們不能像西方人那樣發展出地球繞太陽公轉的理論知識呢？

剛好我們的導師教地球科學，同時也由於我們二年級在校內科展做出了一點心得，因此我們想試著運用古人的工具，花一年的時間，一邊學習課堂上老師教的天文知識，一邊希望能將觀測到的數據，與西方的公轉知識做連結，為古代中國人爭一口氣。

貳、研究目的

- 一、藉由自製圭表的測量，來比對北半球夏至與遠日點以及北半球冬至與近日點是否一致。
- 二、運用克卜勒行星定律，來驗算測量的數據是否能得出地球長、短公轉半徑的比值。

參、研究設備及器材

自製圭表、L型鋼尺、捲尺、工程用計算機、Excel 軟體。



【圖一】

肆、研究過程與方法

- 一、測量正午日影的長度。

(一) 針對春分、夏至、秋分、冬至等四個主要的節氣，在節氣通過的前後十天左

右，每天正午測量並記錄日影的長度。

- (二) 圭表是由直立於平地的表和躺在正南北方向的尺圭所組成的，我們自製簡易的圭表，在校園中選擇適當平坦的固定地點。如下【圖二】方式架設起來，於接近正午時，等待讀取數據。

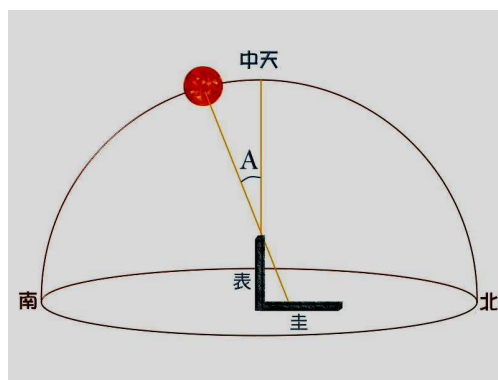


【圖二】

- (三) 每回按時讀取三次測量值後，取平均值記錄之。

二、數據的處理

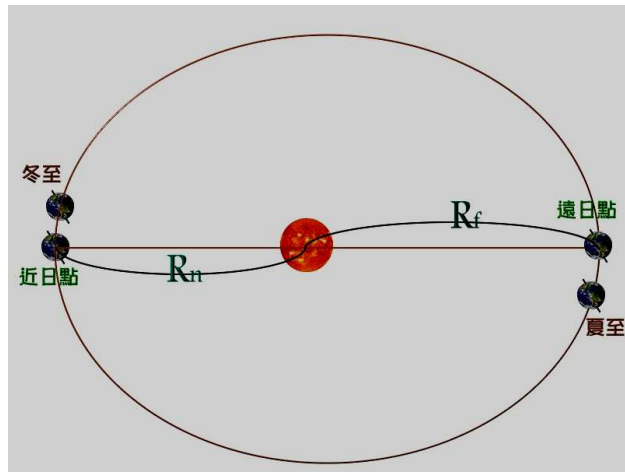
- (一) 已知每天正午，太陽必在當地子午線上，如下【圖三】所示。因此，隨著日期的遞移，我們認為太陽在子午線上位置的變化，如果轉換成【圖三】的角度 A 的變化來分析，則可以間接對應得出地球的公轉速率。同時， A 角的變化趨勢也會與光影的變化趨勢一致。



【圖三】

我們藉由工程計算機，利用三角測量，將影長轉換為相對角度。

- (二) 使用 Excel 軟體，將所得數據以折線圖方式呈現。找出變化最快與變化最慢的日期，分別對應求出近日點與遠日點的日期。
- (三) 由克卜勒行星運動定律的第二定律，我們知道行星公轉太陽時，不論在哪個位置，其與太陽距離的平方乘以其公轉的角速度恆為定值。再由查得資料知，地球遠日點 R_f 的距離是 152.5 萬公里，近日點 R_n 的距離是 147.5 萬公里，如【圖四】所示。



【圖四】

因此， R_f / R_n 的理論值是 1.034 。

設遠日點對應的角速度為 W_f ，近日點對應的角速度為 W_n ，則行星第二運動定律可表示為 $(R_f)^2(W_f) = (R_n)^2(W_n)$ 。所以，求得 W_n / W_f 的比值後，可以對其開根號求得 R_f / R_n 的比值。

(四) 由步驟 (二) 計算遠日點與近日點角速度的比值，進一步算出 R_f / R_n ，再與步驟 (三) 的理論值做比較，計算百分誤差。

伍、研究結果

一、四段節氣測得的數據

表的長度是 88.0 公分，影長的單位也是公分。

春分段

	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
日期	月 12	月 13	月 16	月 18	月 23	月 25	月 26	月 27	月 30	月 31
	日	日	日	日	日	日	日	日	日	日
影長	40.3	39.8	39.2	38.4	36.8	35.6	35.1	34.8	33.4	33.1
角度	24.610	24.340	24.015	23.579	22.698	22.029	21.749	21.580	20.788	20.617

夏至段

	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7
日期	月 16	月 18	月 19	月 24	月 26	月 27	月 30	月 4	月 10	月 20	月 21	月 23
	日	日	日	日	日	日	日	日	日	日	日	日
影長	4.3	3.9	3.2	2.8	3.5	3.9	4.9	5.8	6.9	8.2	8.5	8.9
角度	2.797	2.538	2.083	1.823	2.278	2.538	3.188	3.772	4.484	5.325	5.518	5.776

秋分段

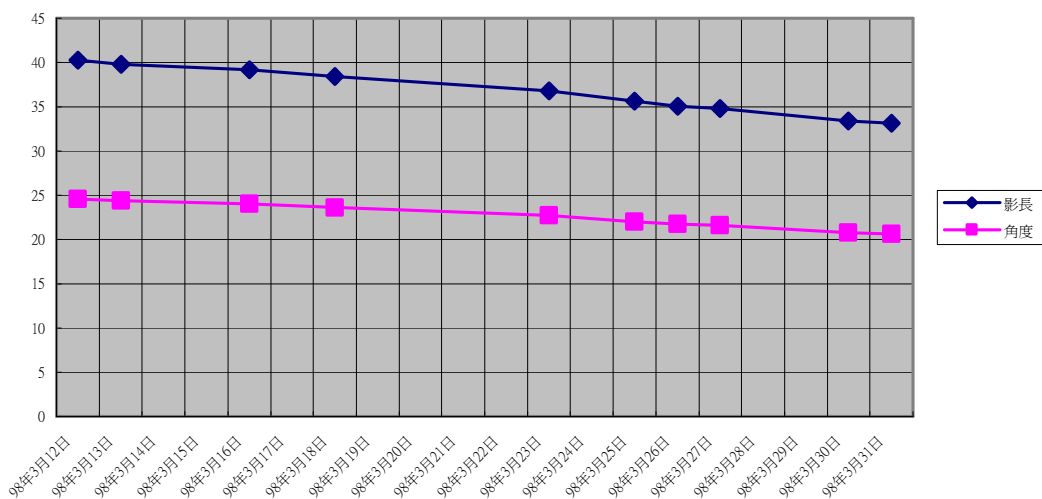
	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	10	10
日期	月	月	月	月	月	月	月	月	月	月	月	月
	12	15	16	17	18	20	21	22	24	29	1	2
	日	日	日	日	日	日	日	日	日	日	日	日
影長	35.1	35.9	36.1	36.2	36.6	37.3	37.4	37.6	38.9	41.8	42.1	42.4
角度	21.749	22.197	22.309	22.365	22.587	22.975	23.029	23.140	23.852	25.413	25.572	25.731

冬至段

	12	12	12	12	12	12	1	1	1	1	1	1	1
日期	月	月	月	月	月	月	月	月	月	月	月	月	月
	14	15	16	17	22	29	3	4	5	7	9	12	14
	日	日	日	日	日	日	日	日	日	日	日	日	日
影長	92.8	93.1	93.7	94.1	96.5	95.1	94.8	94.1	93.1	91.7	90.3	88.2	86.5
角度	46.529	46.622	46.806	46.927	47.647	47.229	47.139	46.927	46.622	46.188	45.748	45.074	44.516

二、折線圖

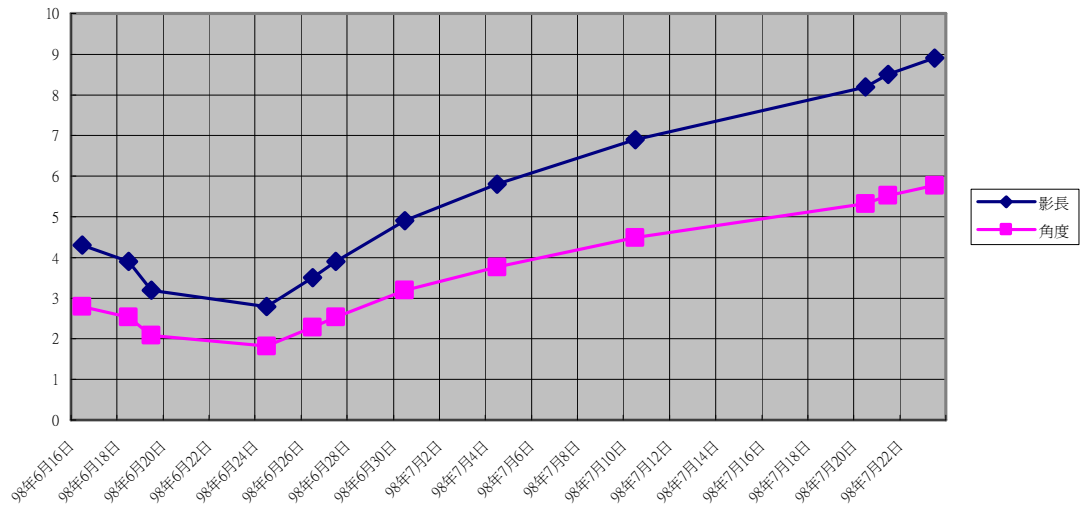
春分段



藍色數列代表光影長度的變化

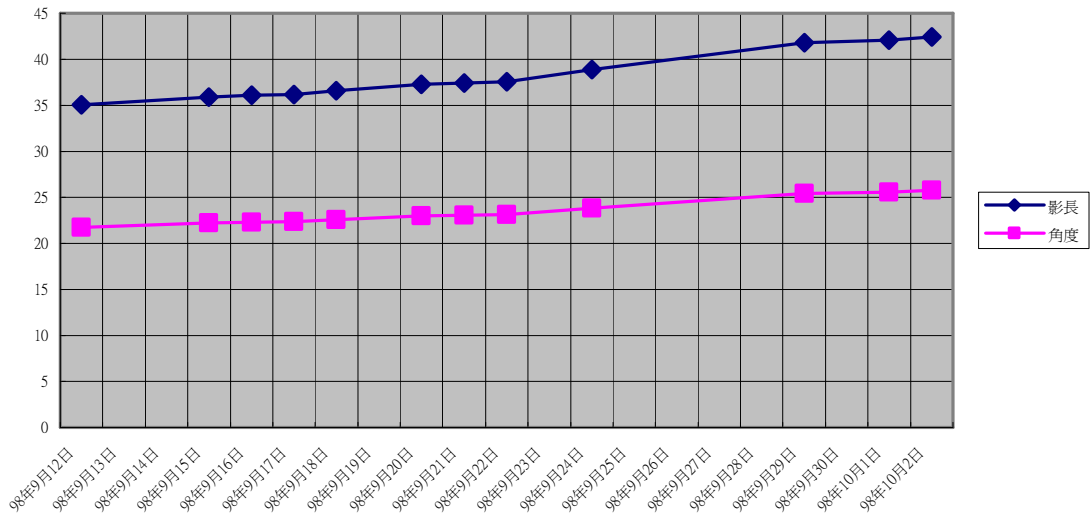
紅色數列代表角度 A 的變化

夏至段



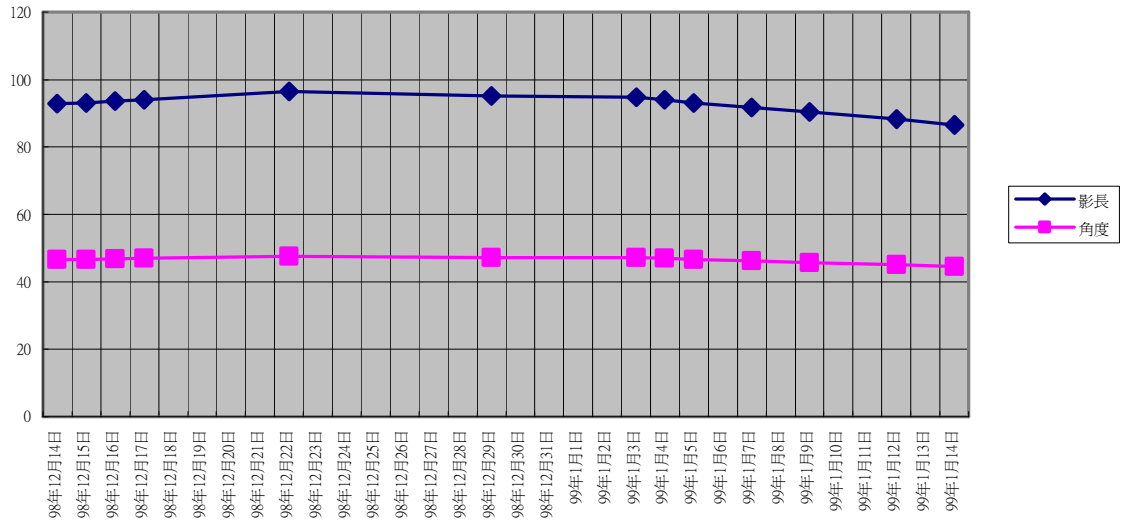
藍色數列代表光影長度的變化
 紅色數列代表角度 A 的變化

秋分段



藍色數列代表光影長度的變化
 紅色數列代表角度 A 的變化

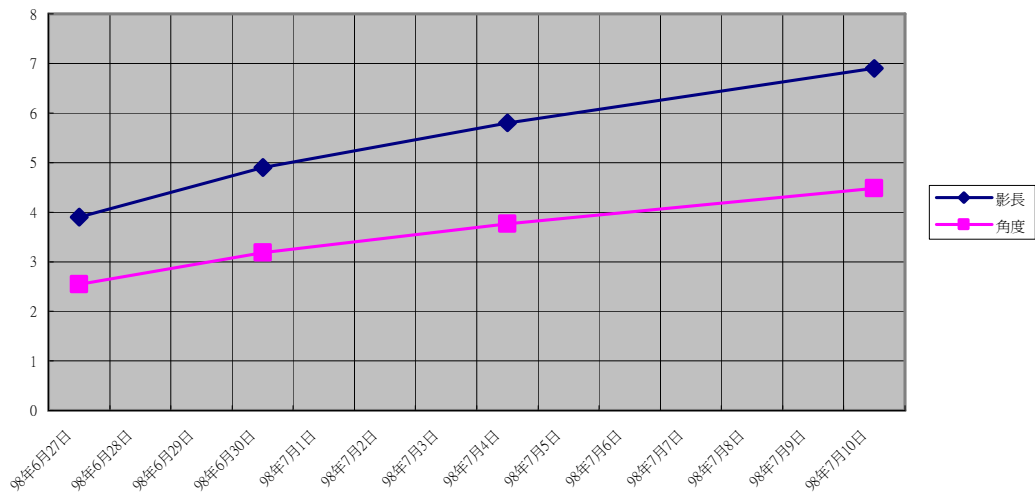
冬至段



藍色數列代表光影長度的變化
 紅色數列代表角度 A 的變化

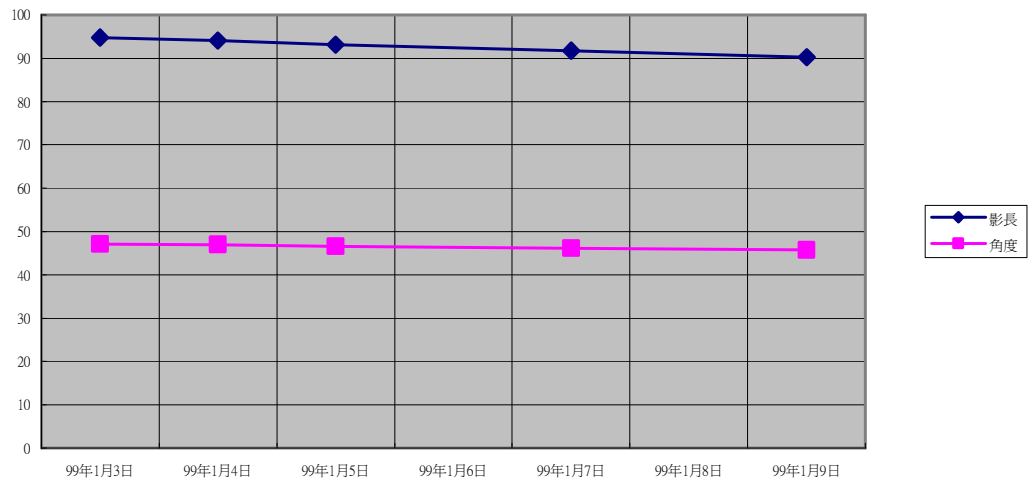
三、選出遠日點與近日點的區段

遠日點



藍色數列代表光影長度的變化
 紅色數列代表角度 A 的變化

近日點



藍色數列代表光影長度的變化

紅色數列代表角度 A 的變化

陸、討論

一、檢視圖形變化

由折線圖可以看出，春分段與秋分段各自的變化趨勢是一致的，而夏至段有個最低點以及冬至段有個最高點，也與我們的預期相符。

二、比對節氣日期

台中市的緯度，查維基百科為 24.15 度。我們運用教科書的知識來比對我們推估的節氣日期，製成下表。

節氣	已知日期	對應圖三 A 角	依測量推估的日期	日期偏移量
春分	3月21日	24.15	3月16日	5日
夏至	6月22日	0.65	6月24日	2日
秋分	9月23日	24.15	9月25日	2日
冬至	12月22日	47.65	12月22日	0日

由偏移日期，我們認為可能是前幾次的測量尚未純熟，造成春分段的偏差稍大，後續就漸入佳境了。

三、推估遠日點與近日點

依數據以及折線圖，我們反覆比對計算判斷，遠日點大約落在 7 月 3 日，而近日點大約是 1 月 4 日。而夏至、冬至分別與遠日點、近日點的日期偏移量，都超過一星期以上。這種與之前所對應節氣的偏移量比起來，差異頗大。我們認為應該不是測量誤差所致。事實上這說明了，夏至、冬至與遠日點、近日點，並不需有必然的關係。地球公轉的過程中，當地球自轉軸正對太陽傾斜時，北半球就是夏至；當地球自轉軸背對太陽傾斜時，北半球就是冬至。而地球公轉速度最慢的時候，也就是遠日點時，地球自轉軸並不必一定要正對太陽傾斜。經過半年後，同樣的，近日點也不必一定要對應冬至的日期啊。

四、驗證克卜勒行星第二運動定律

(一) 各階段的公轉轉速

1. 春分段約 0.2101 度/日 遞減；秋分段約 0.2109 遞增。
2. 夏至與冬至因為有轉折，我們只抓取遠日點與近日點的轉速。
求得 $W_f = 0.150$ 度/日 遞增 以及 $W_n = 0.232$ 度/日 遞減。

(二) 由克卜勒行星第二運動定律公式計算得 $R_f / R_n = 1.243$ 。

(三) 與理論值 1.034 比較得百分誤差為 20.2 %。

五、探討實驗誤差來源

(一) 觀測天氣的不確定性

原先我們預計節氣前後十天左右要連續測量，但只要遇到陰天或下雨，測量工作就被迫暫停，導致數據無法連續，這是我們一致認為造成誤差的最大的可能原因之一。

(二) 讀取測量數據的差異

一開始施測時，我們就發現要準確抓取竿影長度是有點困難的。因此我們設定一個標準，以這個標準來讀取數據，這樣可能會造成整體數據有某種方向性的一致偏差。此外，在夏至段施測時，因為影子非常短，所讀取的誤差影響會特別大。這點也是我們認為造成遠日點與近日點的距離比值，會產生較大誤差的可能原因之一。

(三) 當地正午時間的修正

當我們從中央氣象局網站查得的資料得知，太陽每天過中天的時間都不大一樣時，測量工作已經進行到了一半。當時有如晴天霹靂一樣的惶恐，一度以為沒辦法再做下去了。後來跟老師討論，我們評估這種來回大約十分鐘左右的時間差，經過二十天的測量取樣，其平均的影響就有限了。不過在影長最短的夏至段，其產生的測量誤差也是不容忽視的。這項必須在測量時就要考慮到的時間修正，也成為我們固定十二點鐘施測時，必然無法迴避的誤差了。

(四) 如何提高測量精密度

由這次寶貴的經驗，讓我們檢討出以下幾個可以改進的方向：

1. 儘可能地增加圭表的長度
2. 依實際太陽過中天的時間施測
3. 運用精密的光學感測儀器來測量
4. 祈禱老天爺給我們連續的艷陽天

柒、結論

經過將近一年的測量觀察，我們整理比對完資料後，確實驗證了原先的預測。這也說明了圭表測量經由仔細的運用，可以擴展更多的天文知識。我們認為古代中國人比較重視實用科學，而忽略了窮究事物真理的價值。如果精密測量能加上開創性的想法，也許古代中國人也能發展出像 克卜勒、牛頓 他們一樣的偉大理論。

雖然我們算出的地球公轉轉速比值，誤差不算小，因而無法準確推算遠日點與近日點的距離比。但我們相信方法是正確的，我們需要的是更精密的測量。因此，我們希望未來上了高中後，有良好的設備和資源，讓我們再一次施測時，能有更準確地接近理論值的機會。

捌、參考資料與其他

- 一、作者：陸思明
書名：數學教室 橢圓
版次：再修訂版
出版地：高雄市
出版社：百成書店
頁數： 3-3、3-4、3-5、3-11、3-46
出版年：民國 67 年 11 月
- 二、作者：林明瑞 主編
書名：高級中學 物質科學物理篇上冊
版次：修訂版
出版地：台南市
出版社：南一書局
頁數： 171~~187
出版年：民國 90 年 8 月
- 三、作者：翰林編輯部
書名：國中地球科學
版次：進階版
出版地：台中市
出版社：翰林出版社
頁數： 73~~81
出版年：民國 97 年 6 月
- 四、網頁名稱：伊琉沙的星空 知識團
網頁網址：<http://tw.group.knowledge.yahoo.com/ilyusha-sky>
- 五、網頁名稱：中國古天文
網頁網址：<http://obser.nmns.edu.tw/02/china-frame.htm>
- 六、網頁名稱：中央氣象局全球資訊網
網頁網址：<http://www.cwb.gov.tw/>

【評語】 030510

優點：

嘗試用竿影長度變化來推算地球繞太陽近日點與遠日點，具原創性。

缺點：

缺乏測量精確度的估計，例如，如何定正南北方向，如果偏了一些，影響多大等等。

建議改進事項：

竿影為測量 24 節氣之用

要推算地球近日點，遠日點之日期，可直接測量太陽視直徑，最近最大，最遠最小。