

中華民國 第 50 屆中小學科學展覽會  
作品說明書

---

國中組 數學科

030408

搏筭

學校名稱：南投縣立延和國民中學

作者：  國二 林韋廷  國二 林志軒  國二 林琮凱  國二 林奕劭	指導老師：  林智琪
---	------------------

關鍵詞：密度、機率、比例

# 擲筊

## 摘要

本研究是以簡單的統計方式，來計算單個杯筊平面與凸面出現的機率，以及兩個杯筊投擲結果雙平面、雙凸面與一平一凸面出現的機率，在過程中我們分別從杯筊的大小、高度、材質三個面向，對杯筊的投擲結果來做探討，我們在研究的過程中發現，單個杯筊投擲時，因杯筊的形狀有凸面存在，所以當各種材質都會有凸面接觸地面後，凸面類似不倒翁的底部，杯筊會較容易平穩，因此平面朝上的機率較高，而高度、形狀、材質都會影響杯筊投擲的結果，不過最重要的是我們發現，同時投擲兩個杯筊時，可能因為杯筊凸面著地後較為平穩，再加上投擲過程中雙杯筊的碰撞，所以我們發現，同時投擲兩個杯筊時：一平一凸面出現的機率遠高於雙平面出現的機率(約高 10%)，而雙平面出現的機率又高於雙凸面(約高 5%)，但是不是一般所認為的：雙平面出現次數：雙凸面出現次數：一平面一凸面出現次數=1：1：2。

## 壹、研究動機

「陰筊、笑筊、聖筊出現的機率各三分之一」電視的主持人這樣說。旁邊的小志：「咦！這三個出現的機率值怪怪的。」後來我們去請教老師，老師說這個在三年級第六冊課本中的機率中會討論到投擲硬幣問題，同時投擲兩枚公正的硬幣會出現，兩正面、兩反面與一正面一反面出現的機率比是 1：1：2，但是杯筊課本沒討論，我們覺得三分之一應該不是正確的數值，所以引起我們想要去研究擲筊與機率的關係。

## 貳、研究目的

因為杯筊的落地的兩面形狀並不相同，但是擲筊卻一直被當成機率問題，所以我們想在這個研究中，透過以下幾個研究目的來釐清擲筊是不是機率問題：

- 一、了解一個筊，平、凸面出現的機率值各是多少。
- 二、瞭解兩個的筊，雙平、雙凸、一平一凸出現的機率。
- 三、當杯筊下拋時，高度對機率值的影響。
- 四、當杯筊下拋時，形狀對機率值的影響。
- 五、不同材質的杯筊，對平凸兩面出現的機率各是多少。

## 參、研究器材

大普通筊(長度 9.6cm，厚度 1.9cm，密度  $0.509\text{g/cm}^3$ )

小普通筊：

最薄(長度 7.2cm，厚度 1.3cm，密度  $0.509\text{g/cm}^3$ )

最薄(長度 7.2cm，厚度 1.4cm，密度  $0.509\text{g/cm}^3$ )

最薄(長度 7.2cm，厚度 1.7cm，密度  $0.509\text{g/cm}^3$ )

竹頭筊(長度 9cm，厚度 1.9cm，密度  $0.510\text{g/cm}^3$ )

樟木筊(長度 8.9cm，厚度 1.8cm，密度  $0.543\text{g/cm}^3$ )

紫檀筊(長度 9.7cm，厚度 2.2cm，密度  $0.958\text{g/cm}^3$ )

游標尺 1 支(測杯筊的厚度與長度)

電子磅秤(測杯筊的重量)

大量筒(測杯筊的體積)



圖 1 游標尺

捲尺：1 個(測下拋的高度)

紙：數張

筆：1 枝

#### 肆、研究方法

我們根據市面上常見的杯筊種類以及廟中大多數人擲筊時的習慣，我們在擲筊的過程採取平面朝上後下拋(簡稱為平面下拋)，與凸面朝上後下拋(簡稱為凸面下拋)兩種狀況，再分別從形狀、高度、材質三方面來討論。

先將擲筊下拋的高度設定為 20 cm、50 cm、100 cm，並且將杯筊分為普通材質、紫檀筊、竹頭筊、樟木筊。

一、先探討大的普通材質單個，平面、凸面下拋 100 次，記錄正反面出現的次數與比例。

二：討論小的普通材質單個，平面、凸面下拋 100 次，記錄正反面出現的次數與比例。

三：討論小的普通材質各取薄、中、厚三種杯筊各一個，各自以平凸面下拋 100 次，記錄正反面出現的次數與比例。

四：取竹頭刨成的杯筊單個，以平面、凸面下拋 100 次，記錄正反面出現的次數與比例。

五：取樟木製成的杯筊單個，以平面、凸面下拋 100 次，記錄正反面出現的次數與比例。

六：取紫檀製成的杯筊取單個，以以平面、凸面下拋 100 次，記錄正反面出現的次數與比例。

接著我們取各種材質，探討兩個杯筊同時下拋時，出現的三種狀況—兩平面朝上、兩凸面朝上、一平面一凸面朝上，各自出現的次數與比率。

七：探討大的普通材質各以雙平面、雙凸面下拋 100 次，記錄正反面出現的次數與比例。

八：探討小的普通材質各以雙平面、雙凸面下拋 100 次，記錄正反面出現的次數與比例。

九：取竹頭刨成的杯筊 2 個，以雙平面、雙凸面下拋 100 次，記錄兩平面、兩凸面、一平面一凸面出現的次數與比例。

十：取樟木製成的杯筊 2 個，以雙平面、雙凸面下拋 100 次，記錄兩平面、兩凸面、一平面一凸面出現的次數與比例。

十一：取紫檀製成的杯筊 2 個，以雙平面、雙凸面下拋 100 次，記錄兩平面、兩凸面、一平面一凸面出現的次數與比例。



圖 2 同材質不同大小



圖 3 同大小，不同厚度

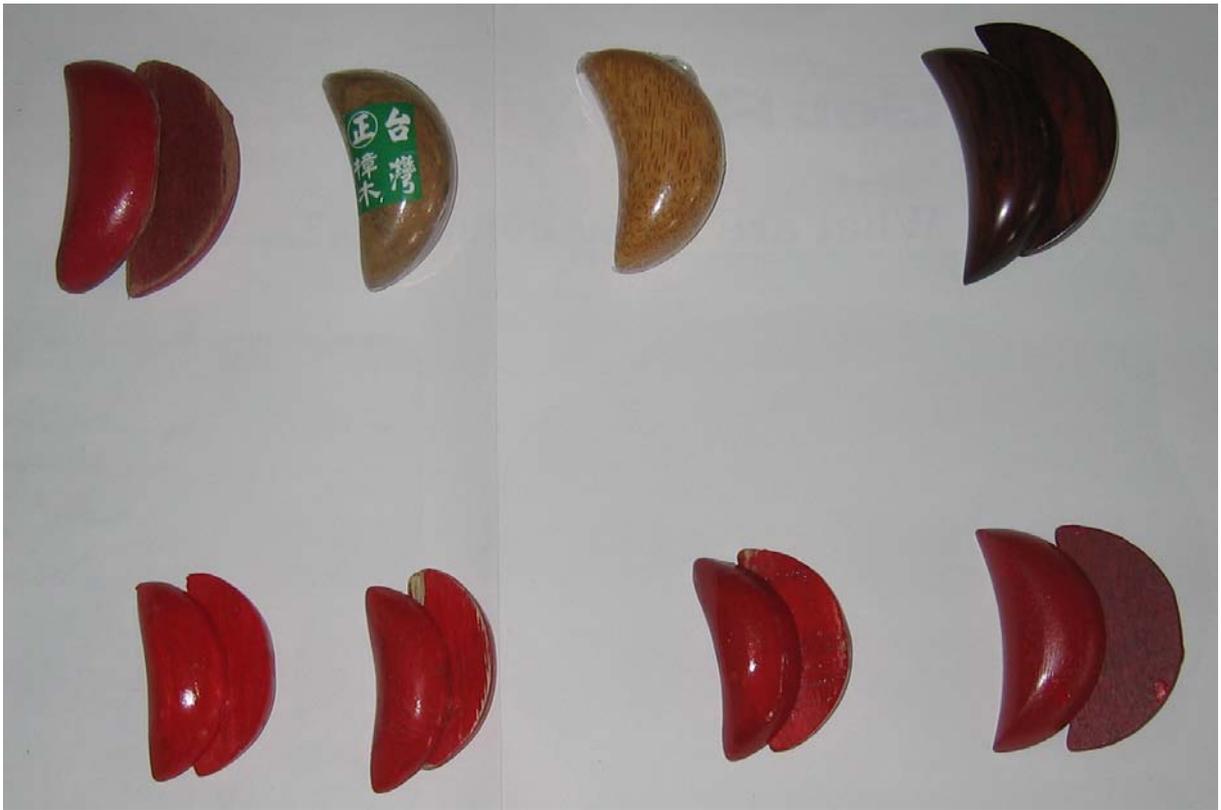


圖 4 上排左(一)是最常見的材質大的，上排左(二)是樟木材質，上排右(二)是所創成的杯筴，上排右(一)則是紫檀所製，而下排則都是普通常見的材質，但是大小厚薄都不相同。

## 伍、研究結果

### 一、用單一個大的杯筴，各以平、凸兩面下拋對正反面出現次數的影響

取普通材質大的杯筴單個，先將平面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 1；再將凸面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，去統計它的結果，如下表 2。

表 1 普通材質大的平面下拋

結果 高度	凸面	平面	總計	凸面百分率	平面百分率	總計
20cm	50	50	100	50%	50%	100%
50cm	54	46	100	54%	46%	100%
100cm	47	53	100	47%	53%	100%
總計	151	149	30			

表 2 普通材質大的凸面下拋

結果 高度	凸面	平面	總計	凸面百分率	平面百分率	總計
20cm	48	52	100	48%	52%	100%
50cm	48	52	100	48%	52%	100%
100cm	50	50	100	50%	50%	100%
總計	146	154	300			

二、用單一個小的杯筴各以平、凸兩面下拋對正反面出現次數的影響

取普通材質小的杯筴單個，先將平面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 3；再將凸面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 4。

表 3 普通材質小的平面下拋

結果 高度	凸面	平面	總計	凸面百分率	平面百分率	總計
20cm	48	52	100	48%	52%	100%
50cm	45	55	100	45%	55%	100%
100cm	43	57	100	43%	57%	100%
總計	136	164	300			

表 4 普通材質小的凸面下拋

結果 高度	凸面	平面	總計	凸面百分率	平面百分率	總計
20cm	62	38	100	62%	38%	100%
50cm	45	55	100	45%	55%	100%
100cm	46	54	100	46%	54%	100%
總計	153	147	300			

三、三個小的杯筴裡普通材質中等厚度以平、凸兩面下拋對正反面出現次數的影響：

(一)在三組杯筴裡取普通材質中等厚度，先將平面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 5；再將凸面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 6。

表 5 普通材質中等厚度平面下拋

結果 高度	凸面	平面	總計	凸面百分率	平面百分率	總計
20cm	48	52	100	48%	52%	100%
50cm	50	50	100	50%	50%	100%
100cm	43	57	100	43%	57%	100%
總計	141	159	300			

表 6 普通材質中等厚度凸面下拋

結果 高度	凸面	平面	總計	凸面百分率	平面百分率	總計
20cm	52	48	100	52%	48%	100%
50cm	43	57	100	43%	57%	100%
100cm	43	57	100	43%	57%	100%
總計	138	162	300			

(二)在三組杯筴裡取最薄的，先將平面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 7；再將凸面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 8。

表 7 普通材質厚度最薄平面下拋

結果 高度	凸面	平面	總計	凸面百分率	平面百分率	總計
20cm	44	56	100	44%	56%	100%
50cm	51	49	100	51%	49%	100%
100cm	50	50	100	50%	50%	100%
總計	145	155	300			

表 8 普通材質厚度最薄凸面下拋

結果 高度	凸面	平面	總計	凸面百分率	平面百分率	總計
20cm	46	54	100	46%	54%	100%
50cm	47	53	100	47%	53%	100%
100cm	47	53	100	47%	53%	100%
總計	140	160	300			

(三)取三組小的普通材質中最厚的杯筴，先將平面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 9；再將凸面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 10。

表 9 普通材質厚度最厚平面下拋

結果 高度	凸面	平面	總計	凸面百分率	平面百分率	總計
20cm	34	66	100	34%	66%	100%
50cm	50	50	100	50%	50%	100%
100cm	49	51	100	49%	51%	100%
總計	133	167	300			

表 10 普通材質厚度最厚凸面下拋

結果 高度	凸面	平面	總計	凸面百分率	平面百分率	總計
20cm	46	54	100	46%	54%	100%
50cm	49	51	100	49%	51%	100%
100cm	43	57	100	43%	57%	100%
總計	138	162	300			

四、竹頭製的杯筴各以平、凸兩面下拋對正反面出現次數的影響

用竹頭製的杯筴，先將平面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 11；再將凸面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 12。

表 11 竹頭製的杯筴平面下拋

結果 高度	凸面	平面	總計	凸面百分率	平面百分率	總計
20cm	51	49	100	51%	49%	100%
50cm	48	52	100	48%	52%	100%
100cm	50	50	100	50%	50%	100%
總計	149	151	300			

表 12 竹頭製的杯筴凸面下拋

結果 高度	凸面	平面	總計	凸面百分率	平面百分率	總計
20cm	44	56	100	44%	56%	100%
50cm	50	50	100	50%	50%	100%
100cm	50	50	100	50%	50%	100%
總計	144	156	300			

五、樟木製的杯筴各以平、凸兩面下拋對正反面出現次數的影響

用樟木製的杯筴，先將平面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 13；再將凸面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 14。

表 13 樟木製的杯筴平面下拋

結果 高度	凸面	平面	總計	凸面百分率	平面百分率	總計
20cm	89	111	200	44%	56%	100%
50cm	48	52	100	48%	52%	100%
100cm	44	56	100	44%	56%	100%
總計	181	219	400			

表 14 樟木製的杯筴凸面下拋

結果 高度	凸面	平面	總計	凸面百分率	平面百分率	總計
20cm	46	54	100	46%	54%	100%
50cm	51	49	100	51%	49%	100%
100cm	45	55	100	45%	55%	100%
總計	142	158	300			

六、紫檀製的杯筴各以平、凸兩面下拋對正反面出現次數的影響

用紫檀製的杯筴，先將平面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 15；再將凸面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 16。

表 15 紫檀製的杯筴平面下拋

結果 高度	凸面	平面	總計	凸面百分率	平面百分率	總計
20cm	34	66	100	34%	66%	100%
50cm	47	53	100	47%	53%	100%
100cm	41	59	100	41%	59%	100%
總計	132	168	300			

表 16 紫檀製的杯筴凸面下拋

結果 高度	凸面	平面	總計	凸面百分率	平面百分率	總計
20cm	38	62	100	38%	62%	100%
50cm	32	68	100	32%	68%	100%
100cm	45	55	100	45%	55%	100%
總計	137	163	300			

以上是以單個不同材質的杯筴測試之結果，接下來對杯筴進行雙個同材質在不同高度進行擲筴約 100 次的實驗，統計雙凸、雙平和一凸一平出現的機率。

七、取大的普通材質雙平面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 17；再將雙凸面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 18。

表 17 普通材質大雙平面下拋

結果 高度	雙凸	雙平	一凸 一平	總計	雙凸面 百分率	雙平面 百分率	一凸 一平 百分率	總計
20cm	29	25	46	100	29%	25%	46%	100%
50cm	24	19	57	100	24%	19%	57%	100%
100cm	28	28	49	105	27%	27%	46%	100%
	81	72	152	305				

表 18 普通材質大雙凸面下拋

結果 高度	雙凸	雙平	一凸 一平	總計	雙凸面 百分率	雙平面 百分率	一凸 一平 百分率	總計
20cm	22	25	53	100	22%	25%	53%	100%
50cm	20	29	51	100	20%	29%	51%	100%
100cm	23	27	50	100	23%	27%	50%	100%
	65	81	154	300				

八、取小的普通材質雙平面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 19；再將雙凸面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 20。

表 19 普通材質小雙平面下拋

結果 高度	雙凸	雙平	一凸 一平	總計	雙凸面 百分率	雙平面 百分率	一凸 一平 百分率	總計
20cm	19	29	52	100	19%	29%	52%	100%
50cm	24	24	61	109	22%	22%	56%	100%
100cm	23	24	53	100	23%	24%	53%	100%
	66	77	166	309				

表 20 普通材質小雙凸面下拋

結果 高度	雙凸	雙平	一凸 一平	總計	雙凸面 百分率	雙平面 百分率	一凸 一平 百分率	總計
20cm	20	25	55	100	20%	25%	55%	100%
50cm	20	41	39	100	20%	41%	39%	100%
100cm	22	24	54	100	22%	24%	54%	100%
	62	90	148	300				

九、取竹頭製的杯筴雙平面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 21；再將雙凸面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 22。

表 21 竹頭製雙平面下拋

結果 高度	雙凸	雙平	一凸 一平	總計	雙凸面 百分率	雙平面 百分率	一凸 一平 百分率	總計
20cm	25	31	44	100	25%	31%	44%	100%
50cm	20	34	51	100	20%	34%	51%	100%
100cm	26	21	53	100	26%	21%	53%	100%
	71	86	148	300				

表 22 竹頭製雙凸面下拋

結果 高度	雙凸	雙平	一凸 一平	總計	雙凸面 百分率	雙平面 百分率	一凸 一平 百分率	總計
20cm	17	33	50	100	17%	33%	50%	100%
50cm	27	30	48	105	26%	29%	45%	100%
100cm	28	28	44	100	28%	28%	44%	100%
	72	91	142	305				

十、取樟木製的杯筴雙平面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 23；再將雙凸面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 24。

表 23 樟木製雙平面下拋

結果 高度	雙凸	雙平	一凸 一平	總計	雙凸面 百分率	雙平面 百分率	一凸 一平 百分率	總計
20cm	20	23	57	100	20%	23%	57%	100%
50cm	31	24	51	106	29%	23%	48%	100%
100cm	20	29	51	100	20%	29%	51%	100%
	71	76	159	306				

表 24 樟木製雙凸面下拋

結果 高度	雙凸	雙平	一凸 一平	總計	雙凸面 百分率	雙平面 百分率	一凸 一平 百分率	總計
20cm	26	31	43	100	26%	31%	43%	100%
50cm	20	25	55	100	20%	25%	55%	100%
100cm	26	26	48	100	26%	26%	48%	100%
	72	82	146	300				

十一、取紫檀製的杯筴雙平面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 25；再將雙凸面朝上，各別以 20cm、50cm、100cm 的高度，由上而下各擲 100 次，統計擲出的結果，如下表 26。

表 25 紫檀製雙平面下拋

結果 高度	雙凸	雙平	一凸 一平	總計	雙凸面 百分率	雙平面 百分率	一凸 一平 百分率	總計
20cm	19	28	53	100	19%	28%	53%	100%
50cm	34	28	44	106	32%	26%	42%	100%
100cm	19	39	42	100	19%	39%	42%	100%
	72	95	139	306				

表 26 紫檀製雙凸面下拋

結果 高度	雙凸	雙平	一凸 一平	總計	雙凸百 分率	雙平百 分率	一凸一 平百分 率	總計
20cm	32	24	44	100	32%	24%	44%	100%
50cm	21	29	50	100	21%	29%	50%	100%
100cm	14	34	47	105	14%	32%	44%	100%
	67	87	141	305				

## 陸、討論

一、因為普通材質大的杯筴質地較輕(密度是  $0.509\text{g/cm}^3$ )，而且形狀較為扁平，在下拋的過程中，與地面碰撞時，彈跳比較不受密度、形狀與高度的的影響，所以結果是平、凸兩面出現比例很接近 1:1 的狀況。

二、普通材質小的杯筴，因為體積較小，所以在碰撞地面的過程中很容易發生反彈的狀況，而杯筴反彈後，往往因為凸面像不倒翁的底部，能穩住杯筴讓平面朝上，所以讓杯筴不易再翻轉成凸面朝上的情況，所以不論高度是多少公分，平面朝上的比例較高(凸面出線次數：平面出現次數比約為 45%：55%)，但是在表(四)中高度 20cm 凸面朝下拋杯筴的過程中，因為高度低反彈力小，不容易反彈，所以才有凸面朝上出現的次數遠高於平面朝上的次數(62:38)，因此我們可以知道當高度低且杯筴小時，是有可能影響杯筴平、凸面出現的比例，且比例不等於 1:1。

三、

(一)普通材質小的杯筴，取中等厚度(1.4cm)，取平凸兩面分別下拋時，我們發現平、凸兩面出現的比例很接近 1:1，但是整體來講，還是平面朝上出現的次數較多，原因也因為凸面像不倒翁的底部，能穩住杯筴平面朝上，所以讓杯筴

不易再翻轉成凸面朝上。

(二)普通材質小的杯筴，取厚度最薄(1.3cm)，可能是因為厚度與中等厚度相差不多(差距是 0.1cm)，所以分別取平凸兩面分別下拋時，我們發現平、凸兩面出現的比例也很接近 1:1，但是整體來講，還是平面朝上出現的次數較多，原因也因為凸面像不倒翁的底部，能穩住杯筴平面朝上，所以讓杯筴不易再翻轉成凸面朝上，與上面普通材質小且中等厚度的杯筴，結果差不多。

(三)普通材質小的杯筴，取厚度最薄(1.7cm)，取平、凸兩面分別下拋時，雖然在高度 50cm，與 100 cm 時，不論以平面或凸面下拋，凸面出現次數比平面出現次數的比例都很接近 1：1(50%：50%，49%：51%，43%：57%)，但是可能是因為杯筴較厚的關係，在加上高度低反彈力小，以及凸面不易翻轉，所以在 20cm 平面下拋時，出現平面朝上的次數遠大於凸面朝上的次數(約為 2:1)。

四、竹頭材質的杯筴，因為密度(0.510 g/cm<sup>3</sup>)與普通材質密度(0.590 g/cm<sup>3</sup>)很相近，再加上長度只有 9cm，但厚度卻是 1.9 cm，所以與其他三種材質相比，厚度相對較厚，所以在高度 50cm 與 100cm 時，凸面與平面出現的比例非常接近 1:1(48%：50%，50%：50%)，但是在高度 20cm 時，我們發現杯筴下拋後，反彈力小不易反彈第二次，所以出現凸面朝上下拋時，凸面出現次數較多，如表 11，而平面朝上下拋時，平面出現次數較多，如表 12。

五、在樟木的下拋過程中，因為樟木厚度較厚且密度高(0.543g/cm<sup>3</sup>)，所以在 20cm 時，若是平面下拋時，樟木常常在平面著地時隨即反彈，而且反彈後不再彈跳，因此出現平面朝上的次數遠高於凸面朝上的次數，如表 13，這也是我們做了 200 次平面下拋的原因，樟木的杯筴一樣有不倒翁現象的出現，所以在 20cm 時，平面朝上的次數相對較多，但是一旦將高度拉高到 50cm 以上，凸面與平面出現的比例就比較接近 1：1，但是還是平面朝上居多，如表 13 與表 14。

六、紫檀是所有杯筴中最重的一種，它的密度高達(0.958 g/cm<sup>3</sup>)，也因此擲筴的過程中，紫檀的杯筴因受到密度較大，重量較重，再加上形狀的因素，所以不管在哪一種高度都出現平面向上次數較多的情況，也就是凸面類似不倒翁底面，所以造成杯筴再凸面著地時不易翻轉，只有在高度 100 cm 時，才出現凸面平面出現的比例是 45：55，如表 15 與表 16，再這裡我們看到，對於質地較重的杯筴而言，當高度夠高時，可能可以讓杯筴的平凸兩面出現的次數較為接近。

七、當我們用普通材質大的杯筴兩個同時下拋時，它所出現的結果可能有三種，雙平面朝上、雙凸面朝上與一平面一凸面，原本我們預期一平面一凸面出現的結果應該會接近總投擲次數的一半，而雙平面和雙凸面出現的次數各占四分之一，可是我們發現以普通材質大的杯筴投擲時，雖然一平一凸面出現的次數真的很接近總投擲次數的 50%，但是雙平面朝上的次數明顯偏高，如表 17 與表 18 所示，從這裡我們發現與我們前面幾次單個杯筴的投擲相似，因為一個杯筴時，平面出現的次數較多，當兩個杯筴一起投擲時，不論原本是平面朝上或凸面朝上，都是雙平面出現的次數較高，因此以普通材質大的杯筴投擲時，我們發現一正面一反面出現的機率最高，其次是雙平面朝上，出現次數最少的事雙凸面朝上。

八、這次我們取普通材質、厚度 1.4cm 的小杯筴測試雙杯筴同時下拋的情況，我們發現杯筴還是維持雙平面朝上出現的次數高於雙凸面朝上的次數，但是還是以一平

一凸出現的次數最多，但是在表 20 中，有出現一個特例，就是雙平面朝上的次數高於一平一凸面出現的次數，但是因時間的關係，以至於我們投擲的次數不夠多，這也顯示杯筴平面出現的次數真的比凸面出現的次數高。

九、竹頭所刨成的杯筴，我們從表 21 與表 22 中可看出，雖然竹頭的密度與普通材質差不多，而且投擲結果是一平一凸面出現的次數較高，但是雙平面朝上次數還是大於雙凸面朝上的次數，但是當高度超過 50cm，而且我們發現雙平面朝上出現的次數與雙凸面朝上的次數差距縮小，反而一平一凸面出現的次數較少，不過還是維持，一平面一凸面出現的次數最高(超過 40%)，雙平面朝上次數其次，雙凸面朝上最少。

十、樟木材質杯筴的投擲結果，我們從表 23 與表 24 中可看出，樟木的杯筴在 20cm 時，是一平一凸面出現的次數最高，其次雙平面朝上次數略為大於雙凸面朝上的次數，但是當高度在 50cm 以上，我們發現雙平面朝上出現的次數與雙凸面朝上的次數很接近 1:1，在 50cm 與 100cm 的情況下，雙平面、雙凸面與一平面一凸面出現的次數比例接近 1:1:2。

十一、在使用紫檀杯筴投擲的過程中，從表 25、表 26 中，我們發現在 20cm 時，杯筴會受到高度的影響，所以當以雙平面朝上下拋時，雙平面朝上的次數會比較多，同樣地，以雙凸面朝上下拋時，雙凸面朝上的次數會比較多，此外在 50cm 與 100cm 的投擲過程中，我們發現雖然一平一凸面出現的次數雖然較多，且雙平面出現的次數高於雙凸面次數，但是因為投擲的過程中，兩個杯筴會互相碰撞，因此會影響投擲結果出現的狀況。

## 柒、結論

在投擲杯筴的過程中，我們有以下幾個發現：

- 一、對單一個杯筴而言，杯筴因為本身的凸面類似不倒翁的底部，所以投擲結果會造成，凸面與地面接觸後自動把杯筴本體恢復平穩，以至於平面朝上的機率較高；
- 二、高度本身也會影響投擲結果，投擲的高度愈高，平面與凸面朝上的次數會愈相近。
- 三、杯筴本身的材質密度愈高，投擲的結果愈容易讓平面朝上次數多的情況愈明顯，也是因為凸面可以自動把杯筴本體恢復平穩。
- 四、投擲雙杯筴的時候，會因為兩個杯筴間互相碰撞，所以一平一凸面、雙凸面、雙平面出現的機率很難有一個固定的機率值。

基於以上四點，我們只能確定：不論何種材質一平面一凸面出現的機率高於雙平面(約高 10%)，雙平面出現的機率又高於雙凸面(約高 5%)，但顯然不是傳統所認為的：雙平面出現次數：雙凸面出現次數：一平面一凸面出現次數=1:1:2；在這個實驗過程中，還牽涉到杯筴轉軸的問題，此外我們還可以在探討單個杯筴投擲結果是否與雙杯筴投擲結果是否有關係存在，但因為時間的關係，所以我們只能有待下次研究再討論。

## 捌、未來展望

從這次的擲筴實驗中，我們發現未來還有以下五個問題，值得再深入探討：

- 一、未來可能會因為地球生態環境的改變，出現同樣不易碎劣，但容易取得的材質，新的杯筴材質是否會跟這次實驗的結果有所不同，值得未來再繼續探討。
- 二、這次的實驗，全都在鋪設塑膠地板，而且沒有縫隙的地面上進行，但是我們知道在鋪設磁磚、有縫隙的地面上，縫隙會在擲筴的過程中，因碰撞而影響實驗結果，因

此未來可以探討地面的鋪設方式對擲筊結果的影響。

- 三、地板的硬度會因為地板材質的不同而有所差異(例如紅磚、大理石……等)，而杯筊落地的瞬間，與地面的碰撞也會受到地板硬度的影響，因此這部份值得再深入探討。
- 四、在杯筊的實驗過程中，我們發現杯筊受到碰撞與杯筊轉軸的影響，未來我們可加入物理上的相關概念，再做類似的實驗，並對實驗結果提出更合理的解釋。
- 五、這次的實驗只用最簡單的基本統計，希望未來在我們數學知識逐漸豐富後，可以針對類似的實驗結果，再提出更好的解釋。

#### 玖、參考資料

洪有情(主編)(2009年)。國民中學數學第六冊第二章統計量。臺北縣：康軒。

洪有情(主編)(2009年)。國民中學數學第六冊第三章機率。臺北縣：康軒。

林英智(主編)(2009年)。國民中學自然與生活科技第三冊第一章基本測量。臺北縣：康軒。

葉偉文譯(2009)。統計，改變了世界。台北：天下。

## 【評語】 030408

本研究以實作將數種材料、大小不同的筊各擲 100 次，記錄各種筊出現凸、平面次數，估計、比較兩面出現機率，並將結果製表，是不錯的統計初等練習。實驗次數應予增加。結果製成折線圖更易觀察。