

中華民國 第 50 屆中小學科學展覽會
作品說明書

國中組 物理科

030121

『差』之毫釐，失之千里--直笛誤差之探討

學校名稱：新竹市立培英國民中學

作者： 國二 林奕竹 國二 吳宗融 國二 許博禎 國二 曾文奕	指導老師： 程嫻晴
---	------------------

關鍵詞：直笛、頻率、誤差

『差』之毫釐，失之千里

直笛誤差之探討

摘要：

本報告透過以 PVC 管接上中音直笛頭模擬吹奏直笛的狀況，利用 Spectrogram 音頻測試軟體測量所得結果，在管徑、前孔長、前孔寬度、氣流量、溫度都被控制為常數的情況下，分別改變其管長、孔徑大小和兩孔間距來研究聲音、直笛孔的大小與距離對誤差的影響，藉由孔的直徑、距離與誤差的關係，發現孔洞的直徑愈小時，其誤差就愈大。但只要孔徑到達一定大小時，波長的依據會由孔中心變為孔前端，不照此規律進行。當孔之間的距離越大時，其頻率就會愈小。管柱前端效應對頻率的影響遠大於末端效應。但得到這些結果之後，我們又對直笛本身的奧妙產生疑問，於是在討論時先對調音方式進行研究，而發現在孔全蓋住的情況下，調音的效果並不大，而其餘則可藉由移動直笛上段與中段連接距離改變頻率，進行調音的工作。接下來則是討論高八度音是如何產生的，我們發現要使音高八度，必須將大拇指所按的孔改為半孔，於是了解大拇指所按的孔是讓音提高八度的關鍵，便將其取名為高八度音孔。爲了要瞭解高八度音的產生，在查資料時又發現直笛發聲時內部產生的駐波並不是只有一種，其最低頻率的整數倍都可形成駐波，而最低的頻率稱為基音，決定音高，其餘決定音色，稱為泛音，所以只要讓原本的基音被兩倍頻率的泛音取代，就可呈現出高八度的音。

壹、研究動機

你有想過聲音是如何產生的嗎？自小學升到國中，吹奏的樂器由原本短小的高音笛變成較大的中音笛，我們一直很好奇直笛是怎麼發出聲音的，一直到二上的理化課，經由課本內容知道何謂疏密波，以及疏密波的波長如何影響頻率以及我們聽到的聲音，後來我們藉由網際網路查到只要直笛前孔和後面距離最近的放開孔的距離乘上兩倍，就會是發出聲音的波長，再藉由公式 $331+0.6t$ (溫度 $^{\circ}\text{C}$)計算出波速，就可推出頻率，但是當我們依樣畫葫蘆，驗證說法是否正確時，卻發現計算結果與實際測量值並不一樣，於是我們認為吹奏直笛時，會有誤差存在，就是這個心中的疑惑，讓我們對直笛發聲的疑問一發不可收拾。

貳、研究目的：

根據評估自己身邊的資源、以及實驗的可行性後，將研究目的歸納如下：

- 一、直笛孔徑大小對誤差之影響。
- 二、總長固定時，孔距長短對誤差之影響。
- 三、孔距固定，後孔與末端距離對誤差之影響。
- 四、後孔與末端距離固定，前孔與頭端距離對誤差之影響。
- 五、直笛調音方法及其調音誤差
- 六、高八度吹奏原理之探討

參、研究設備及器材：

- 一、測量用器材：中音直笛頭、PVC 管 1/2 吋、單球浮子流量計、乾式流量校正器、Spectrogram 音頻測試軟體、溫度計、空壓機。
- 二、裁切用器材：帶鋸機、鑽床、鑽頭（直徑約 0.45、0.65、0.95cm）。
- 三、輔助裁切用器材：木板、腕力、水平儀、PVC 接頭。

肆、研究過程與方式：

一、實驗原理：

我們在查資料時發現：吹奏直笛時，我們把一股空氣吹入管內，有鑽孔的地方空氣可自由出入，空氣壓力較小，而兩孔之間因空氣無法出入，就會有較大的空氣壓力，形成了疏密波，而每種長度都會有固定的「駐波」產生，而變成我們所聽到的聲音。

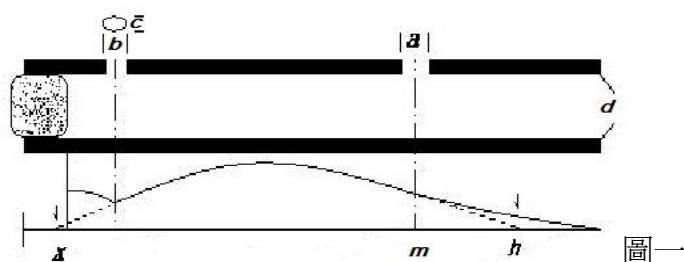
那麼何謂駐波呢？我們藉由《奈米不是啥稀米》一書中看到以下關於駐波的說明：

說到駐波，首先一定要從相長干涉和相消干涉說起。相長干涉就是說如果同一時間內，兩個同相的波合在一起，波峰和波峰疊合，波谷和波谷疊合，彼此會互相強化，使得振幅變大，就是「相長干涉」；至於相消干涉則是相反，兩個不同相的波疊在一起，波峰和波谷重疊，恰好互相抵消，即為「相消干涉」。

至於駐波是被侷限在某個範圍內振盪，而無法向外傳遞的波動，是由相同空間中的兩個相同波長、但移動方向相反的波合併而產生的波。（第一章：蝶彩艷麗）

二、實驗方向：

我們在查資料時發現《Fundamentals of Musical Acoustics》這本書，並找到下方這一張圖：



這是一張模擬直笛發聲時的內部空氣壓力圖，設平衡位置為外界壓力，吹奏時，直笛內部空氣會成為疏密波，a、b 兩孔因空氣可以流通，故壓力會較接近外界的壓力，而 a、b 兩孔之間的壓力則相對較大，而形成疏密波，並且發出聲音。理論上來講此疏密波的波長應是 a、b 兩孔距離的兩倍（因 a、b 兩孔在平衡位置上，中間剛好有一個波峰，形成半個波長），不過從上圖中可看出 a、b 兩孔在實際狀況下不會在平衡位置上，延伸至平衡位置的虛線才是真正的半個波長，由此可以看出直笛實際吹奏時會有一定的誤差，所以我們決定

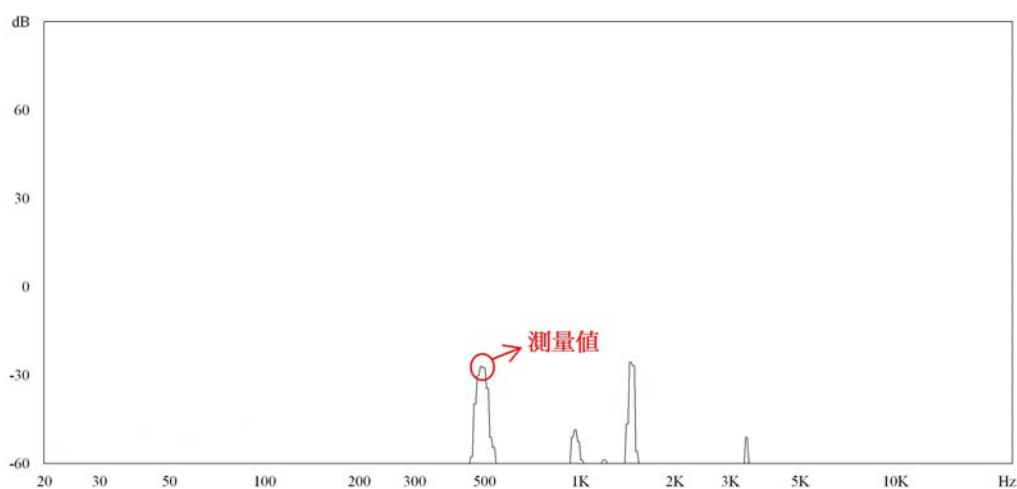
從探討誤差的方式開始，設計了以下實驗。

三、實驗步驟：

首先我們決定用與中音直笛內壁較接近的 PVC 管，以學校的帶鋸機加以切割成相同長度，在各個管子上以鑽床鑽出不同大小的孔洞，使我們足以模仿直笛的管子，接著再以厚紙板製作接頭，使實驗品能順利的接在直笛頭上，以便發出聲音。接下來爲了固定氣流量，在直笛頭上接了一個流量表，並利用空壓機灌氣，以便控制流量，減少誤差，最後用校正過的 Spectrogram 音頻測試軟體測量其結果。

四、實驗器材的使用方法：

圖二



首先我們介紹完成這次研究最關鍵的軟體-Spectrogram 音頻測試軟體，就以上圖示作解說，這個軟體所測得的誤差值爲 $\pm 10\text{Hz}$ ，但我們一開始得到這個軟體的時候就曾懷疑它的準確度，於是我們先以頻率 440Hz 的音叉做校正，並得到其結果爲 442Hz，由於這個誤差在 $\pm 10\text{Hz}$ 以內，我們經過討論後決定將誤差值省略。

而此軟體測量方式如上圖，橫軸爲頻率 (Hz)，縱軸則是相對響度，單位爲分貝，由圖中可看見軟體同時測得許多頻率，而我們只拿最低頻率的結果做討論，且以此頻率的中心點做爲基準，做爲測量數據。



圖三

上圖為我們用來控制吹氣流量的單球浮子流量計(以乾式流量校正器校正)，頭、尾端各有管子接出去，我們將尾端接至中音直笛頭，再將頭端的管子與五金行買來的水管相連接即接頭接至空壓機，以便提供穩定的流量，氣體通過流量表時會吹起中間的小球，而我們利用旋轉控制閥來控制流量，使尾端的氣體流量固定。



圖四

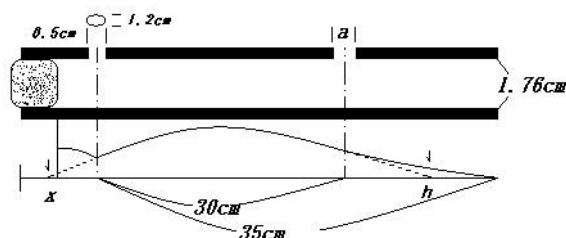
此以實驗一作為例子，用紅線框起來的黑管是接在單球浮子流量計上，以避免氣體流失，影響實驗準確度，以水電布包起來的部分也是此用途，而上圖的管子是我們所用的 PVC 管，每個數據都會測量三次，取三次的平均值增加實驗的準確性，而測量完後下方接的 PVC 會依次更換，並以最下方未鑽孔的管子作為對照組。

五、實驗過程：

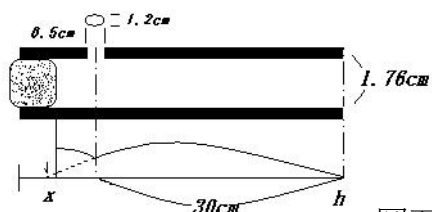
實驗一：

目的：研究孔徑大小對音頻的影響。

實驗組



對照組



圖五

- (一) 控制變因：管徑 1.76cm、前孔長(中音直笛頭上)1.2cm，寬 0.5cm、孔 a 距離前孔 30cm、前孔距離末端 35cm、氣流量(10.89 l/min:±1%)、溫度 20±2°C
- (二) 操縱變因：孔 a 直徑 0.45cm、0.65cm、0.95cm
- (三) 應變變因：頻率高低

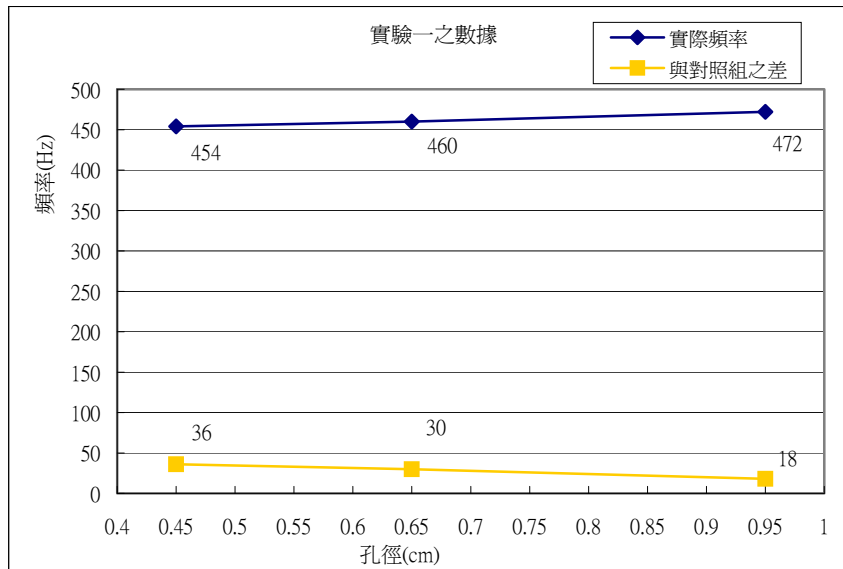
所得結果：

在做實驗時，我們要比較孔徑大小與誤差的關係，因此固定了管徑、管長、前孔長、寬度、孔與前孔的距離、孔 a 與末端的距離和氣流量，才可以測出比較精確的數據，而孔 a 的直徑我們就設為變數。

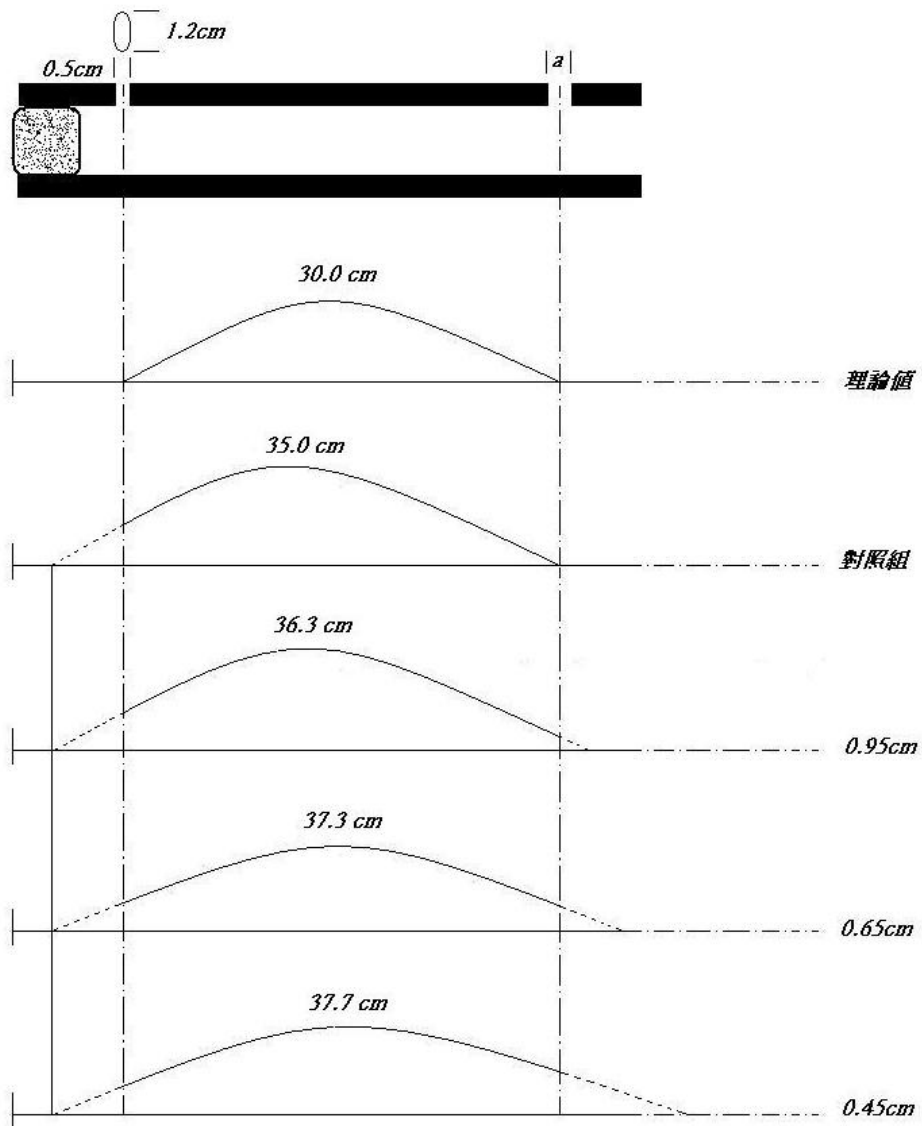
孔徑/cm	最低頻率/Hz±10
理論值	572
對照組	490
0.45	454
0.65	460
0.95	472

表一

此理論值為計算出來的結果，是以前孔至孔 a 為半個波長，去除波速得到的結果，所以完全沒有誤差，而對照組因尚未鑽孔，因此僅有前端的誤差，而這三組實驗組因鑽孔的距離等於對照組的末端，而前孔又都是在直笛頭上的關係，所以對空氣壓力的影響會相等，因此前端的誤差幾乎相等，於是可以只就後端的誤差進行討論。



圖六



圖七

經由上面的結果，我們發現當孔的直徑愈大時，其與對照組的誤差就愈小，於是我們形成一個假設：當孔徑的值愈接近管徑的值時，其誤差將愈小。

相反的，當孔的直徑愈小時，其誤差就愈大，以 0.45 為例，所測出來的頻率為 454 Hz，比對照組的 490 Hz 低了 36 Hz，但 0.95 的頻率卻有 472 Hz，只比對照組的低 18 Hz，證明孔徑大小的確會影響誤差。

至於為什麼會產生這個現象，我們推測孔的直徑變大時，其壓力就會減小，與空氣的壓力也比較接近，因此空氣容易進出，產生的波誤差也與對照組的平衡位置相對較小，但振幅不變；相反的，如果孔的直徑變小，空氣就不易流通，壓力和誤差也會增加，所以波長變長，音調降低，這時壓力剛好與空氣相等，跟對照組相同，產生的波也會在平衡位置。後來，為了加以驗證我們推測的可靠性，又加大孔徑，作出另外兩組結果。

孔徑 (cm)	最低頻率 ($\pm 10\text{Hz}$)
1.1cm	460Hz
1.27cm	466Hz

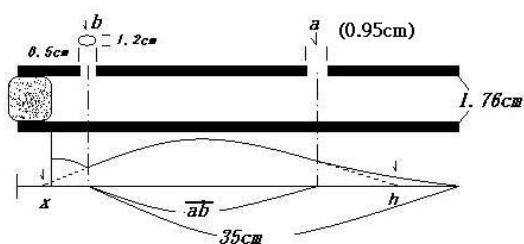
表二

得到的結果卻沒有照著我們的規律走，雖然孔徑 1.27 cm 的誤差還是比孔徑 1.1cm 的少，但是卻比之前測到的結果來得多，這是為什麼呢？我們推測當孔徑大到一定程度時，會以前孔中心到孔 a 的前端來決定頻率，而不是像之前一樣是皆以中心點來決定，所以本身決定頻率時，會有不同的理論值，不能互相比較。

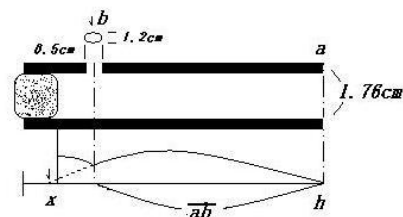
實驗二：

目的：研究孔 a 與前孔(在總長固定時)於不同距離下對音頻的影響。

實驗組



對照組



圖八

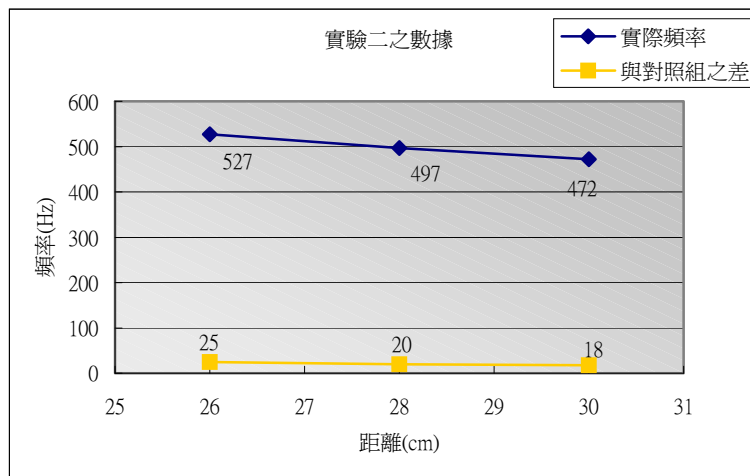
- (一) 控制變因：管徑 1.76cm、前孔長 1.2cm，寬 0.5cm、前孔距離末端 35cm、氣流量 (10.89 l/min $\pm 1\%$)、溫度 20 $\pm 2^\circ\text{C}$ 、孔 a 直徑 0.95cm
- (二) 操縱變因：孔 a 距離前孔 30cm、28cm、26cm
- (三) 應變變因：頻率高低

所得結果：

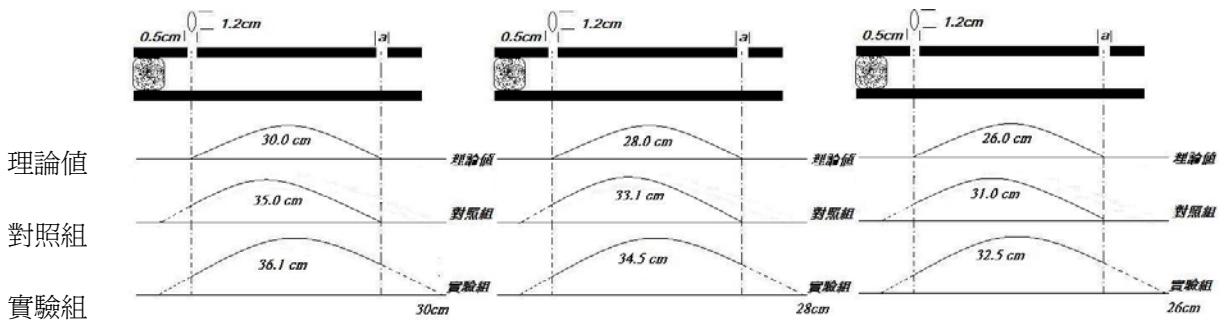
得到實驗一的結果後，我們證明孔徑大小會影響頻率的誤差，接著我們要探討的則是兩孔之間的距離是否會影響誤差，所以將管徑、管長、前孔長、前孔寬度、氣流量，設為常數，進而改變兩孔之間的距離。

距離/cm	最低頻率/Hz±10	距離/cm	最低頻率/Hz±10	距離/cm	最低頻率/Hz±10
理論值	572	理論值	613	理論值	660
對照組	490	對照組	517	對照組	552
30	472	28	497	26	527

表三



圖九



圖十

經由以上的圖與表格，我們可以發現到孔與孔的間距會影響其頻率，並且由 26 至 30 的頻率是由大變小，其相差的數據也沒有太大差距，舉例：26cm 對照組的頻率與實驗組的頻率差為 25Hz，而實驗組 28cm 與其對照組的頻率差為 20 Hz，30cm 實驗組和其對照組的頻率差則是 18 Hz，並沒有太大的差距，再經由表格，我們可以發現，當孔之間的距離越大時，其頻率就會愈小。

我們先假設孔 b 到吹口所造成的誤差為前端效應，而孔 a 至末端所造成的誤差為末端效應，則這兩者(孔 b 至吹口、孔 a 至末端)與孔 a 至孔 b 的距離比例，將影響產生的誤差，其所佔的比例愈小，對頻率的影響也會較小，我們所測得的誤差也會愈小。例如 30cm 實

驗組的誤差與 26cm 的誤差，相較之下因為 30cm 實驗組其前端效應所佔的比例較 26cm 實驗組的前端效應小，所以誤差較小。

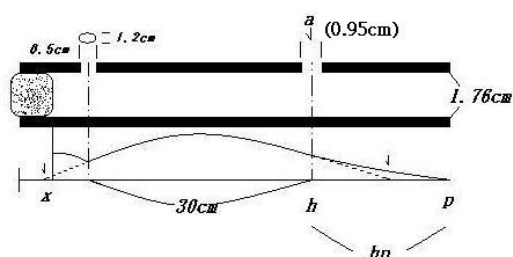
根據實驗一的結果，可以發現孔的直徑愈小時，其誤差愈大，而我們推測前後的孔徑愈接近管徑時(但小於管徑)，誤差將愈小，原因為孔的直徑變大時，其壓力就會減小，與空氣的壓力也比較接近，因此空氣容易進出，產生的波誤差也與對照組的平衡位置相對較小。如果根據實驗二來看，孔之間的距離愈大時，其頻率就會愈小；若距離愈小則與理論值的誤差也會縮小。

後來我們根據實驗二的結果，證明了孔洞的距離會影響誤差，但我們心中還有個疑問，到底是前面的距離，還是後面的距離影響誤差呢？於是我們又設計以下兩個實驗。

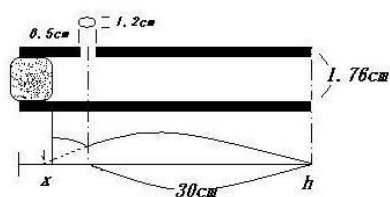
實驗三：

目的：研究孔 a 和後端在不同距離下對頻率的影響。

實驗組



對照組



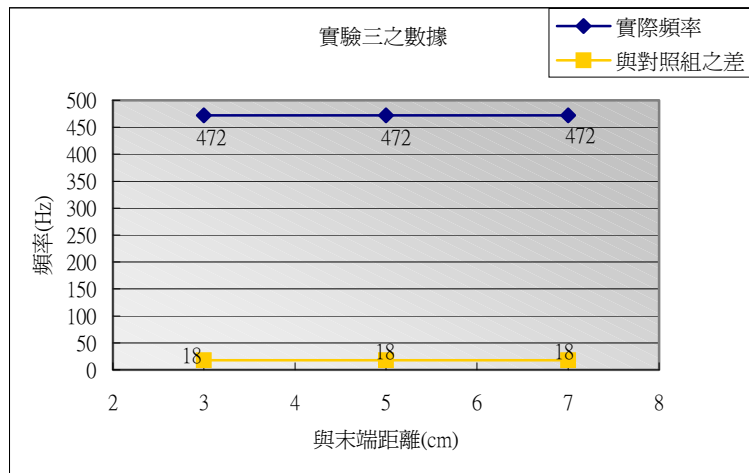
圖十一

- (一) 控制變因：管徑 1.76cm、前孔長 1.2cm，寬 0.5cm、氣流量(10.89 l/min±1%)、溫度 20±2 °C、孔 a 直徑 0.95cm、孔 a 距離前孔 30cm
- (二) 操縱變因：孔 a 距離末端 3、5、7cm
- (三) 應變變因：頻率高低

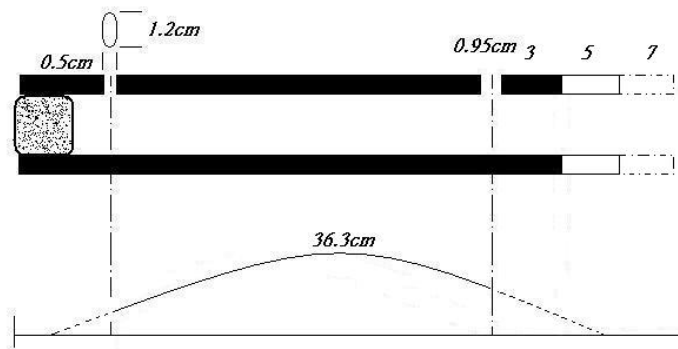
所得結果：

距離/cm	最低頻率/Hz±10
理論值	572
對照組	490
3	472
5	472
7	472

表四



圖十二



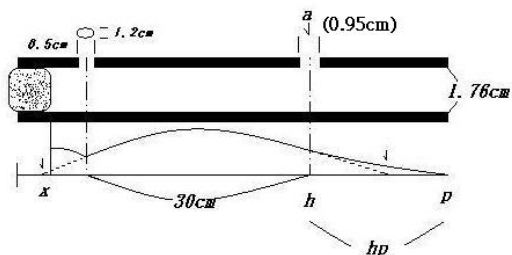
圖十三

我們在此實驗中探討末端的長度是否影響頻率，於是我們固定孔的大小、兩點之間的距離以及流量。經由實驗結果得知末端的距離增加並不影響頻率，但也許只是末端效應增加並不明顯，如果將末端距離改為 1cm 及 10cm，是否就會拉大誤差到可測量的範圍呢？後來我們就做了這個實驗，一公分測出來和 3、5、7 的數據一樣，但十公分就改變了，十公分的頻率和一公分的頻率差了 12，證明 3、5、7 的實驗只是誤差不明顯，非得要到達一定數值，誤差才比較明顯。

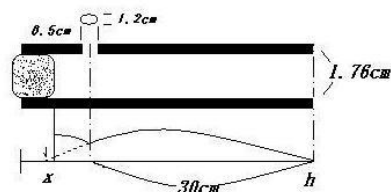
實驗四：

目的：研究當孔後端距離固定時，其前端距離對頻率的影響。

實驗組



對照組



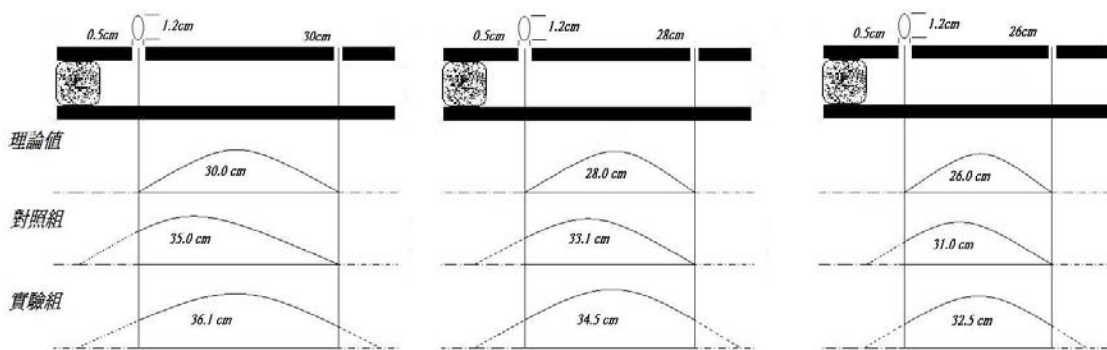
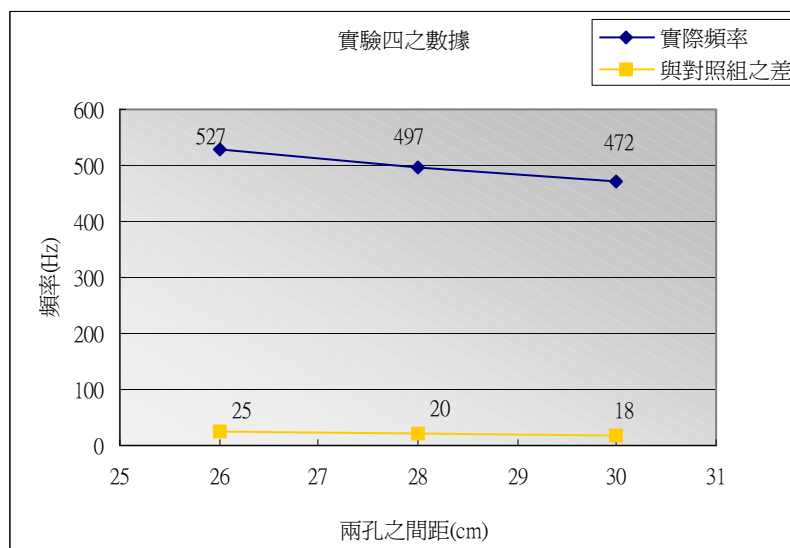
圖十四

- (一) 控制變因：管徑 1.76cm、前孔長 1.2cm，寬 0.5cm、氣流量(10.89 l/min±1%)、溫度 20±2°C、孔 a 直徑 0.95cm、孔 a 距離末端 5cm
- (二) 操縱變因：孔 a 距離前孔 26、28、30cm
- (三) 應變變因：頻率高低

所得結果：

距離/cm	最低頻率/Hz±10	距離/cm	最低頻率/Hz±10	距離/cm	最低頻率/Hz±10
理論值	572	理論值	613	理論值	660
對照組	490	對照組	517	對照組	552
30	472	28	497	26	527

表五



經由這個結果與實驗二、實驗三對照後，可明顯看出真正在距離方面能影響頻率的只有前後孔的距離，而這個實驗再將後孔與末端的距離固定為五公分後，實驗結果卻和實驗二的值完全相同。由實驗三，我們可以知道，其後端效應幾乎是毫無影響，因此每一組的實驗結果的誤差大致相同，頻率皆為 472Hz。而實驗四與實驗二比較時，其前端效應相同，但末端效應不同，可是頻率相同，因此我們再次證明末端效應並不影響誤差，真正影響誤差的是前端效應。

伍、研究結果：

一、孔的直徑與誤差的關係：

(一) 當孔 a 的直徑愈小時，其誤差就愈大。

因為孔徑愈大時，在洞周圍的壓力較小，a、b 兩孔內部壓力會較接近平衡位置，延伸出的線段較短，所以誤差較小。

(二) 當前孔與孔 a 中心距離相同時，孔徑大到一定值，便不會有相同規律出現。

因為我們推測當孔徑大到一定程度時，會以前孔中心到孔 a 的前端來決定頻率，而不是像之前一樣是皆以中心點來決定。

二、孔的距離與誤差的關係：

(一) 當孔之間的距離越大時，其頻率就會愈小。

如假設頭端至前孔、尾端至後孔與前孔至後孔的距離的比例，分別為前端效應與末端效應，可影響其產生的誤差，孔之間距離愈大，前、末端效應愈小，對頻率的影響也會較小，我們所測得的誤差也會愈小。

(二) 前端效應對頻率的影響遠大於末端效應。

實驗三、實驗四的結果證明只有前面的距離產生變化才會影響誤差，而後面的距離改變其實並不影響。

陸、討論：

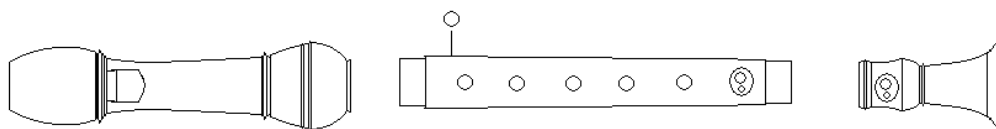
我們得到上面的結果之後，接著衍生出以下的問題：

一、我們都曾經學過其他樂器，而樂器在演奏之前，都一定要經過調音的步驟，那麼直笛是如何調音的呢？

二、我們在吹奏較高的音時，只要讓拇指按半孔，就能使音高八度，而有時卻又吹不出來，這是為什麼呢？

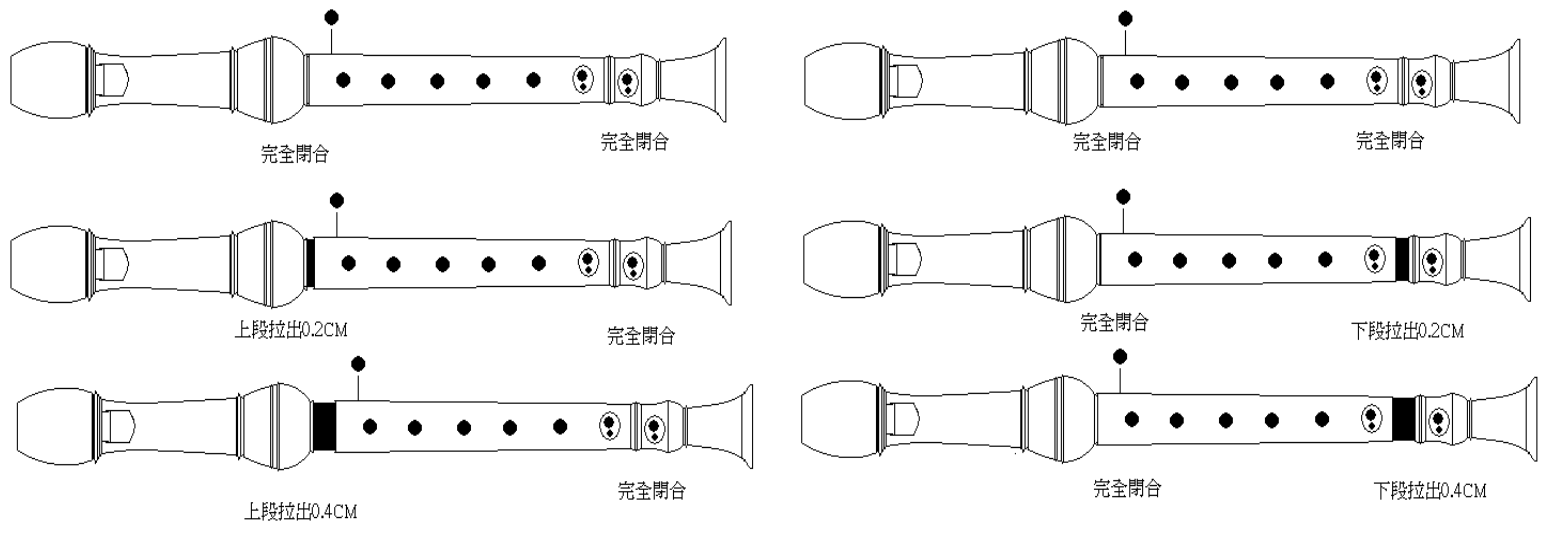
三、為什麼我們在吹奏直笛時，會有不同的指法呢？這其中的原因是什麼？可否用上面的結果來解釋呢？

首先，我們就調音的部分做討論，由於直笛的構造只分為上、中、下三段，如圖所示，中間段分別有突出可與上、下段相接，於是我們認為調整連接長短便可達到調音的目的。



圖十七

而為了證明此論點，我們先直笛孔全按住之後，分別測量上、下段連接處在拉開不同距離時的頻率，而得到以下結果：(下表 A、B 分別為上段與中段、下段與中段連接處。)



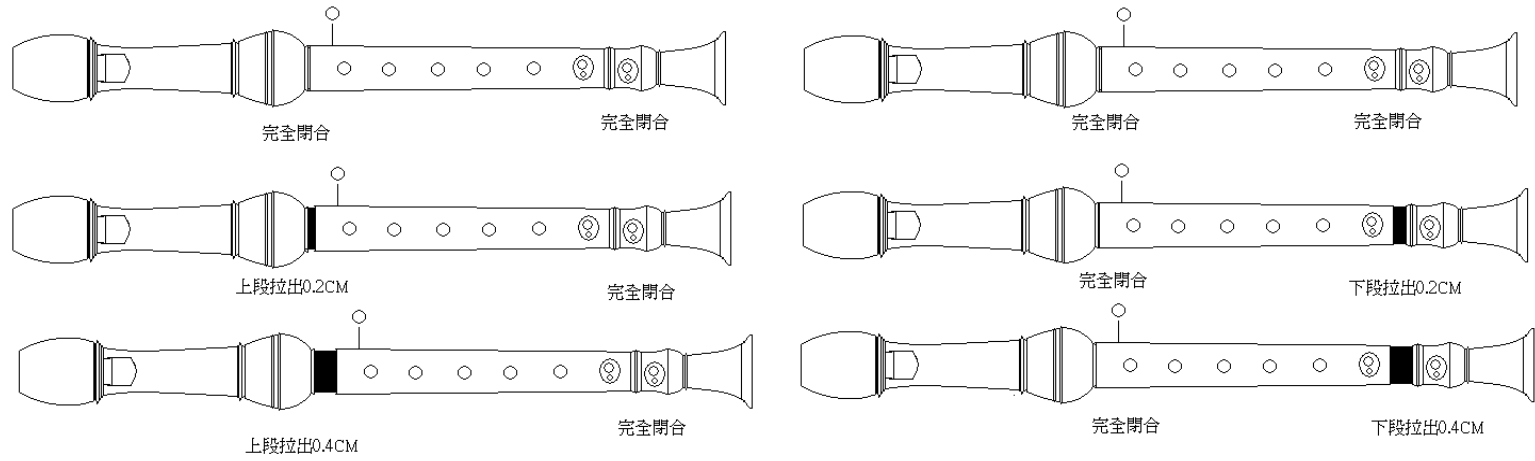
圖十八

	A 頻率	B 頻率
0cm	361Hz	361 Hz
0.2cm	359 Hz	359 Hz
0.4cm	359 Hz	359 Hz

表六

經由這個結果，我們可以知道，當孔全部蓋住時，完全閉合時吹奏與其他有拉開距離的，相較之下，它的頻率改變並不大，所以可以知道，在孔全蓋住的情況下，此調音的效果並不大。但是此結果不能說明當孔全放開時，此調音方式的有效性，所以我們把實驗改成孔全放開，測量其頻率的改變。

圖十九



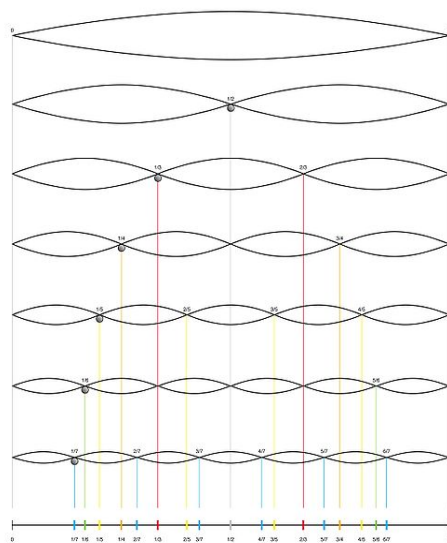
相較之下，B 頻率卻完全不變，因此可以證明移動上段可以改變頻率，藉此進行調音的工作。綜合第一和第二的實驗結果，我們可以推論孔按住愈多，其調音對音調的影響愈小，反之亦然。為了證明這個想法，我們取高音 Mi、中音 La、中音 Fa 來做比較，測量調音前（完全閉合）和調音後（以 La 為基準）音調的差別。

	調音前	調音後
Fa (349)	361 Hz	356 Hz
La (440)	460 Hz	442 Hz
Mi (659)	645 Hz	628 Hz

表七

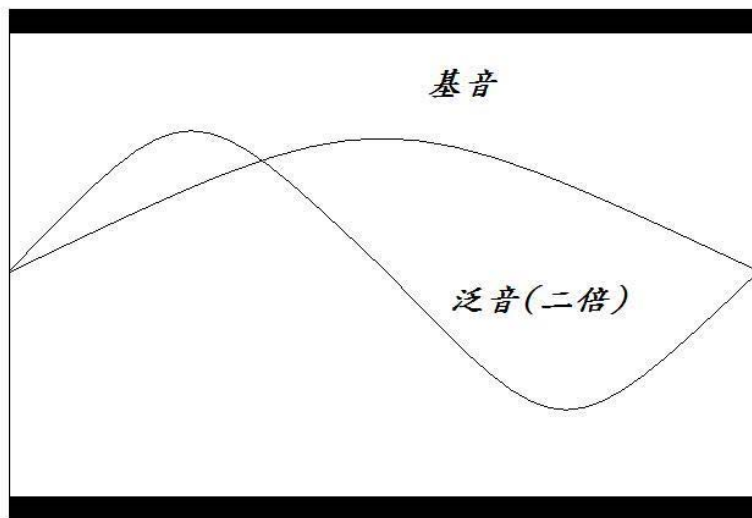
這個實驗的 La、Mi 比較接近我們所預期的，頻率都降低了將近 18 Hz，其中的 Fa 可能是個例外，因為上面推論有提到孔按得愈多，頻率的改變會愈小，但是 La 只放兩孔，頻率改變卻和 Mi 相差無幾，只有 Fa 的頻率下降極少，所以將其孔全按住可能是唯一的例外。

接下來則是討論高八度因是如何產生的，首先我們發現要使音高八度，必須將大拇指所按的孔由全孔改為半孔，於是我們知道大拇指所按的孔是讓音提高八度的關鍵，便將其取名為高八度音孔。爲了要瞭解高八度音的產生，我們在查資料時又發現直笛發聲時內部產生的駐波，並不是只有一種，其最低頻率的整數倍都可形成駐波，如下圖，而最低的頻率稱為基音，決定音高，其餘決定音色，稱為泛音，所以只要讓原本的基音被兩倍頻率的泛音取代，就可呈現出高八度的音。



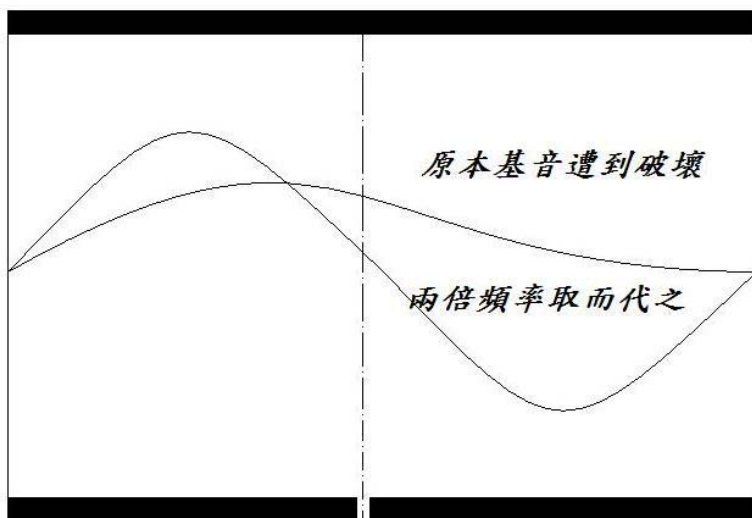
圖廿

那麼爲何只要按住高八度音孔的一半，就能呈現出高八度音呢？我們用電腦繪圖來模擬直笛內部情況，發現以下的結果：



高八度音孔關閉時

圖廿一



高八度音孔半開時

圖廿二

正常的情況下，基音和泛音會同時存在，而由頻率較低的基音決定音調，但是當高八度音孔半開時，高八度音孔處內部的空氣壓力會降低，讓原本基音被破壞，而二倍頻率因為波形在高八度音孔處原本就成下降的趨勢，影響不大，所以沒有被破壞，取代原本的基音，使音提高八度。

後來我們在查資料時找到了一篇來自《國家圖書館 全國博碩士論文網》的論文，在裡面的一段有提到：

高八度音孔是在薩克斯風管上的小孔，其直徑大約為 2mm，中音薩克斯風共有兩個高八度音孔，其位置與名稱如圖所示。他們的作用顧名思義就是可將一個音提高八度，當孔開啟時，第一個模態的壓力由孔洩出，因此模態一的強度降低，且頻率會提高，而孔的位置正好位於模態二的節點(或節點附近)，對第二個模態不構成影響(或影響很少)，根據這個原理，就可以將薩克斯風的音提高八度，也就是將第一、三、五等奇數模態的強度減弱且不成倍頻，而

對第二、四、六等偶數模態不變，因此原本的二倍頻就突顯成為新的基頻。

薩克斯風與直笛同是管樂，這裡所提到的也與我們推測的一樣，加深了我們推測的可靠性。至於第三點：爲什麼我們在吹奏直笛時，會有不同的指法呢？這其中的原因是什麼？可否用上面的結果來解釋呢？以及爲何高八度音孔全放該時，反而吹不出高八度音，還有其吹奏高八度音時，可能產生的誤差，也都值得我們去探討，但礙於時間上的關係，其他還必須實驗的相關問題就無法去做，若日後有時間將一一補上

柒、結論：

經由上面的實驗，我們得到了以下的結論：

一、孔的直徑與誤差的關係：

- (一) 當孔 a 的直徑愈小時，其誤差就愈大。
- (二) 當前孔與孔 a 中心距離相同時，孔徑大到一定值，便不會有相同規律出現。

二、孔的距離與誤差的關係：

- (一) 當孔之間的距離愈大時，其頻率就會愈小。
- (二) 前端效應對頻率的影響遠大於末端效應。

三、直笛的調音：

- (一) 直笛調音時移動上、中斷連接處的影響大於移動中、下段。
- (二) 當孔全蓋住時，其調音效果較孔放開時差。

四、高八度音的產生：

- (一) 當高八度音孔半開時，其內部空氣壓力降低，使原本基音被破壞而凸顯出兩倍頻率的音調。

捌、參考資料及其他：

一、《Fundamentals of Musical Acoustics 音樂聲學根本性》Arthur H. Benade

二、《奈米不是啥稀米》(天下文化出版)

三、網路資料：「生活與物理學生園地」

<http://sciencecity.oupchina.com.hk/npaw/student/chi/supplementary/1c-stationary.asp>

四、網路資料：「國家圖書館 全國博碩士論文網」

<http://etds.ncl.edu.tw/theabs/>

【評語】 030121

探討直笛發聲的實際頻率與理論值之差距，很認真進行實際製作、分析及測量。分析結果可以再進一步找出實際造成誤差之原因。