中華民國 第 49 屆中小學科學展覽會
作品說明書

國小組　數學科

最佳團隊合作獎

080406

數字拼圖

學校名稱：臺北市立教育大學附設實驗國民小學

作者：	指導老師：
小六 高健凱	蔡淑英
小五 郭洸丞	李偉清
小五 李知俞	
小六 吳殊賢	
小六 陳頡	
小六 林宸語	

關鍵詞：數字拼圖、數字遊戲、怎樣解題

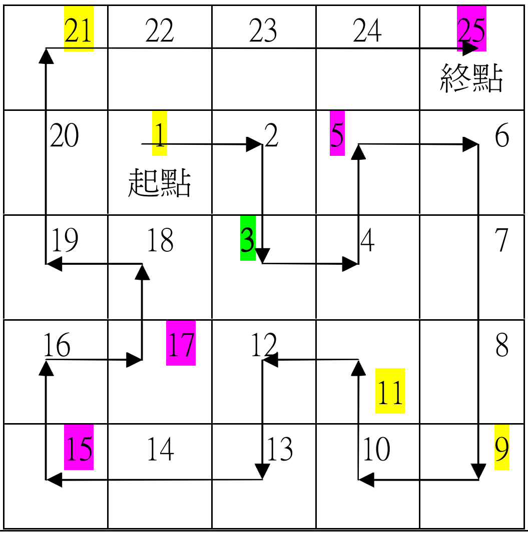
摘　　要

「n×n 數字拼圖」的問題主要在研究：「找出把 1、2、3……　n^2個連續整數，依序填入 n×n 的正方形方格中，填寫的規則是只能將『下一個數字』填寫在『前一個數字』的相鄰的位置，一直到最後一個數字 n^2填入最後一個方格為止，使單一對角線上 n 個數字總和為最大數的路線圖，並探討其中所隱藏的數學奧密」。研究者經過實際的模擬與討論後發現：解題的方法應由最大的數字（n^2）逆回填寫至 1；當 n=奇數時，起點座標一定是（2，2）；當 n=偶數時，起點座標一定是（1，1）或（2，2）；而且它的路線也有一定的規律。單一對角線上 n 個數字總和最大數與 n×n 正方形方格之間存在著密切關係。研究者的想法請詳見「肆、解法」。

數字拼圖

壹、研究動機

在數學專題研究課「怎樣解題」的單元中，老師提出了一個「數字拼圖」的問題，他要我們「在 5×5 的正方形方格中，任選一個方格由 1 開始依序填入 25 個數字，填寫的規則：『每次只能將**下一個數字**填寫在**前一個數字**的**相鄰**位置，不可以填在對角的位置；由 1 開始依序填寫，一直到把最後一個數字 25 填入最後一個方格爲止。最後要**比賽誰可以讓正方形其中一個對角線上的 5 個數字總和最大**』」。這個問題引發了我們研究的興趣，透過簡化問題、列表找規律等方法是否可以找到「n×n 數字拼圖」的解題方法？這個遊戲很有挑戰性，引發了我們一系列的研討。

<table>
<tr><th>【問　　題】</th><th>【範　　例】</th></tr>
<tr><td>5×5 的正方形方格</td><td>5×5 的正方形方格</td></tr>
<tr><td><table><tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr><tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr><tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr><tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr><tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr></table></td><td>
</td></tr>
<tr><td>【填寫的規則】</td><td>【對角線數字總和】</td></tr>
<tr><td>任選一個方格爲起點，由 1 開始依序填入 25 個數字，使一個對角線上的數字總和最大。</td><td>1.第一個對角線數字總和
＝21＋1＋3＋11＋9＝45
2.第二個對角線數字總和
＝25＋5＋3＋17＋15＝65</td></tr>
<tr><td></td><td>以上範例的填寫結果：
對角線上的五個數字總和最大爲 65</td></tr>
</table>

貳、研究問題

一、找出把 1、2、3、……、n^2 個連續整數，依序填入 n× n 的正方形方格中，使單一對角線上 n 個數字總和爲最大數的路線圖及其中所隱藏的數學奧祕。

二、探討【問題一】中，單一對角線上 n 個數字總和的最大數與 n×n 正方形方格之間的關係。

【數字拼圖填寫的規則】：

在 n×n 的正方形方格中，由 1 開始依序增加 1，每次只能將「下一個數字」填寫在「前一個數字」的相鄰的位置（也就是上、下、左或右），一直到最後一個數字（n^2）填入最後一個 n×n 的正方形方格爲止。填寫的方式如以下範例：

【範例一】n=5	【範例二】n=6
5x5 的正方形方格	6x6 的正方形方格

【範例一】5x5 的正方形方格

5	4	3	2	1 起點
6	23	22	19	18
7	24	21	20	17
8	25 終點	12	13	16
9	10	11	14	15

【範例二】6x6 的正方形方格

1 起點	4	5	16	17	36 終點
2	3	6	15	18	35
9	8	7	14	19	34
10	11	12	13	20	33
25	24	23	22	21	32
26	27	28	29	30	31

【對角線數字總和】	【對角線數字總和】
1.第一個對角線數字總和 ＝5＋23＋21＋13＋15＝77 2.第二個對角線數字總和 ＝1＋19＋21＋25＋9＝75	1.第一個對角線數字總和 ＝1＋3＋7＋13＋21＋31=76 2.第二個對角線數字總和 ＝36＋18＋14＋12＋24＋26=130
對角線上的五個數字總和最大爲 77	**對角線上的六個數字總和最大爲 130**

參、分析

一、填寫 nxn 數字拼圖上的數字(如右圖)，當我任選其中一個「塗◎」的方格開始填寫，我的第二個數必須填寫在「沒塗◎」的方格上，第三個數就再換回來填在「塗◎」的方格上，它們以輪流的方式被填上數字，直到最後一個方格被填滿爲止。相反的，如果我任選其中一個「沒塗◎」的方格開始填寫，我的第二個數必須填寫在「塗◎」的方格上，第三個數就再換回來填寫在「沒塗◎」的方格上，它們以輪流的方式被填上數字，直到最後一個方格被填滿爲止。所以首先我們必須計算正方形方格中各有幾個「塗◎的方格」和「沒塗◎的方格」，以便決定填寫 nxn 數字拼圖上的數字，該先從哪一個方格開始填寫？

◎		◎		◎		◎
	◎		◎		◎	
◎		◎		◎		◎
	◎		◎		◎	
◎		◎		◎		◎
	◎		◎		◎	
◎		◎		◎		◎

（一）當 n=奇數時，「塗◎的方格個數」與「沒塗◎的方格個數」比較：

<table>
<tr><td>3x3 的數字拼圖</td><td>5x5 的數字拼圖</td></tr>
<tr><td>總方格數=9 個</td><td>總方格數=25 個</td></tr>
<tr><td>
<table>
<tr><td>◎</td><td></td><td>◎</td></tr>
<tr><td></td><td>◎</td><td></td></tr>
<tr><td>◎</td><td></td><td>◎</td></tr>
</table>
</td><td>
<table>
<tr><td>◎</td><td></td><td>◎</td><td></td><td>◎</td></tr>
<tr><td></td><td>◎</td><td></td><td>◎</td><td></td></tr>
<tr><td>◎</td><td></td><td>◎</td><td></td><td>◎</td></tr>
<tr><td></td><td>◎</td><td></td><td>◎</td><td></td></tr>
<tr><td>◎</td><td></td><td>◎</td><td></td><td>◎</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>「 塗◎ 」的方格數=5 個
「沒塗◎」的方格數=4 個</td><td>「 塗◎ 」的方格數=13 個
「沒塗◎」的方格數=12 個</td></tr>
<tr><td>「塗◎的方格數」-「沒塗◎的方格數」=1</td><td>「塗◎的方格數」-「沒塗◎的方格數」=1</td></tr>
<tr><td colspan="2">【研究發現】</td></tr>
<tr><td colspan="2">nxn 數字拼圖，當 n=奇數時，因爲「塗◎的方格數」總是比「沒塗◎的方格數」多 1 個，所以解決 nxn 數字拼圖的問題一定要從「塗◎的方格」開始填寫，最後也一定會在「塗◎的方格」結束。</td></tr>
</table>

（二）當 n=偶數時，「塗◎的方格個數」與「沒塗◎的方格個數」比較:

<table>
<tr><td>4x4 的數字拼圖</td><td>6x6 的數字拼圖</td></tr>
<tr><td>總方格數=16 個</td><td>總方格數=36 個</td></tr>
<tr><td>
<table>
<tr><td>◎</td><td></td><td>◎</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>◎</td><td></td><td>◎</td></tr>
<tr><td>◎</td><td></td><td>◎</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>◎</td><td></td><td>◎</td></tr>
</table>
</td><td>
<table>
<tr><td>◎</td><td></td><td>◎</td><td></td><td>◎</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>◎</td><td></td><td>◎</td><td></td><td>◎</td></tr>
<tr><td>◎</td><td></td><td>◎</td><td></td><td>◎</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>◎</td><td></td><td>◎</td><td></td><td>◎</td></tr>
<tr><td>◎</td><td></td><td>◎</td><td></td><td>◎</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>◎</td><td></td><td>◎</td><td></td><td>◎</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>「 塗◎ 」的方格數=8 個
「沒塗◎」的方格數=8 個</td><td>「 塗◎ 」的方格數=18 個
「沒塗◎」的方格數=18 個</td></tr>
<tr><td>「塗◎的方格數」-「沒塗◎的方格數」=0</td><td>「塗◎的方格數」-「沒塗◎的方格數」=0</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>【研究發現】</td></tr>
<tr><td>nxn 數字拼圖，當 n=偶數時，因爲「塗◎的方格數」和「沒塗◎的方格數」一樣多，所以解決 nxn 數字拼圖的問題可以從「塗◎的方格」開始填寫，也可以</td></tr>
</table>

從「沒塗◎的方格」開始填寫。若從「塗◎的方格」開始填寫，便會從「沒塗◎的方格」結束；若從「沒塗◎的方格」開始，便會從「塗◎的方格」結束。

二、解決 n×n 數字拼圖問題，1、2、3、……、n^2 個連續整數，應該由最大的數字（n^2）依序遞減到 1 來填寫較爲方便，而且**「最大的數字」應該寫在對角線上，並且以它來當「起點」，**才比較方便做出單一對角線數字總和爲最大的數。

三、應該選擇哪幾個正方形方格當做我解決 n×n「數字拼圖」問題的「起點」較爲合適？

我們的想法：「首先將 n×n 數字拼圖內的每一個正方形方格以座標〈a，b〉的方式來標示它的所在位置(如下圖)，再分別去分析當 n=奇數或當 n=偶數時，以 n×n 正方形方格的對稱中心來分別旋轉 90 度、180 度、270 度後，並加以記錄旋轉後的情形。藉此找出可能適合當作起點的座標來，最後再針對每一個座標進行模擬與討論。」以 n＝4 爲例：

〈1，1〉	〈2，1〉	〈3，1〉	〈4，1〉
〈1，2〉	〈2，2〉	〈3，2〉	〈4，2〉
〈1，3〉	〈2，3〉	〈3，3〉	〈4，3〉
〈1，4〉	〈2，4〉	〈3，4〉	〈4，4〉

備註：1.用座標〈1，1〉表示正方形方格的所在位置爲第 1 行第 1 列。

2.用座標〈2，1〉表示正方形方格的所在位置爲第 2 行第 1 列。

3.用座標〈3，2〉表示正方形方格的所在位置爲第 3 行第 2 列。

4.本研究鎖定單一對角線爲最大的數的座標分別爲：座標〈1，1〉、〈2，2〉、〈3，3〉、〈4，4〉。

（一）當 n=奇數時，如何才可以沒有遺漏的去考慮到「解決 n×n 數字拼圖問題」的所有可能「起點」。以下用 n=5 來說明我們的想法：

首先將 5×5 的正方形方格以座標來命名，並在座標〈1，1〉、〈2，1〉、〈1，2〉、〈2，2〉上分別標記■、●、○、□四個符號、最後再以〈3，3〉爲對稱中心來分別旋轉 90 度、180 度、270 度後，並紀錄旋轉後的情形。

將■、●、○、□標記在座標上

〈1，1〉 ■	〈2，1〉 ●	〈3，1〉	〈4，1〉	〈5，1〉
〈1，2〉 ○	〈2，2〉 □	〈3，2〉	〈4，2〉	〈5，2〉
〈1，3〉	〈2，3〉	〈3，3〉	〈4，3〉	〈5，3〉
〈1，4〉	〈2，4〉	〈3，4〉	〈4，4〉	〈5，4〉
〈1，5〉	〈2，5〉	〈3，5〉	〈4，5〉	〈5，5〉

旋轉 90 度後的情形：

〈1，1〉 ■	〈2，1〉 ●	〈3，1〉	〈4，1〉 ○	〈5，1〉 ■
〈1，2〉 ○	〈2，2〉 □	〈3，2〉	〈4，2〉 □	〈5，2〉 ●
〈1，3〉	〈2，3〉	〈3，3〉	〈4，3〉	〈5，3〉
〈1，4〉	〈2，4〉	〈3，4〉	〈4，4〉	〈5，4〉
〈1，5〉	〈2，5〉	〈3，5〉	〈4，5〉	〈5，5〉

旋轉 180 度後的情形：

〈1，1〉 ■	〈2，1〉 ●	〈3，1〉	〈4，1〉	〈5，1〉
〈1，2〉 ○	〈2，2〉 □	〈3，2〉	〈4，2〉	〈5，2〉
〈1，3〉	〈2，3〉	〈3，3〉	〈4，3〉	〈5，3〉
〈1，4〉	〈2，4〉	〈3，4〉	〈4，4〉 □	〈5，4〉 ○
〈1，5〉	〈2，5〉	〈3，5〉	〈4，5〉 ●	〈5，5〉 ■

旋轉 270 度後的情形：

〈1，1〉 ■	〈2，1〉 ●	〈3，1〉	〈4，1〉	〈5，1〉
〈1，2〉 ○	〈2，2〉 □	〈3，2〉	〈4，2〉	〈5，2〉
〈1，3〉	〈2，3〉	〈3，3〉	〈4，3〉	〈5，3〉
〈1，4〉 ●	〈2，4〉 □	〈3，4〉	〈4，4〉	〈5，4〉
〈1，5〉 ■	〈2，5〉 ○	〈3，5〉	〈4，5〉	〈5，5〉

【研究發現】

1.以〈3，3〉為對稱中心來分別向右旋轉 90 度、180 度、270 度後，並加以紀錄旋轉後所有可能的情形。以座標〈1，1〉旋轉後的相對位置為例：

(1)座標〈1，1〉向右旋轉 90 度後，可以到座標〈5，1〉的位置。

(2)座標〈1，1〉向右旋轉 180 度後，可以到座標〈5，5〉的位置。

(3)座標〈1，1〉向右旋轉 270 度後，可以到座標〈1，5〉的位置。

由上圖可以發現：**經由旋轉以後，每個正方形方格都會有三個對應點。**所以把座標〈1，1〉作為「起點」，和把座標〈1，5 〉、〈5，5 〉或〈5，1〉作為「起點」是一樣的。

2.座標〈3，1〉向右旋轉 90、180、270 度後，分別可以到座標〈5，3〉、〈3，5 〉和〈1，3〉的位置，詳見上圖。

3.座標〈3，2〉向右旋轉 90、180、270 度後，分別可以到座標〈4，3〉、〈3，4 〉和〈2，3〉的位置，詳見上圖。

4.因為〈2，1〉、〈1，2〉、〈3，2〉不是「塗◎的方格」，〈3，1〉不在對角線上，所以考慮**「5x5 數字拼圖問題」的所有可能「起點」**就只剩下〈1，1〉、〈2，2〉、〈3，3〉三個，詳見下圖。

◎ 〈1，1〉	〈2，1〉	◎ 〈3，1〉		◎
〈1，2〉	◎ 〈2，2〉	〈3，2〉	◎	
◎		◎ 〈3，3〉		◎
	◎		◎	
◎		◎		◎

（二）當 n=偶數時，如何才可以沒有遺漏的去考慮到「解決 n×n 數字拼圖問題」的所有可能「起點」。以下用 n=4 來說明我們的想法：

首先將 4×4 的正方形方格，以座標來命名，並在座標〈1，1〉、〈2，1〉、〈1，2〉、〈2，2〉上分別標記■、●、○、□四個符號、最後再以 4×4 正方形兩對角線的交叉點爲對稱中心來分別向右旋轉 90 度、180 度、270 度後，並加以紀錄旋轉後所有可能的情形。

將■、●、○、□標記在座標上

〈1，1〉 ■	〈2，1〉 ●	〈3，1〉	〈4，1〉
〈1，2〉 ○	〈2，2〉 □	〈3，2〉	〈4，2〉
〈1，3〉	〈2，3〉	〈3，3〉	〈4，3〉
〈1，4〉	〈2，4〉	〈3，4〉	〈4，4〉

旋轉 90 度後的情形：

〈1，1〉 ■	〈2，1〉 ●	〈3，1〉 ○	〈4，1〉 ■
〈1，2〉 ○	〈2，2〉 □	〈3，2〉 □	〈4，2〉 ●
〈1，3〉	〈2，3〉	〈3，3〉	〈4，3〉
〈1，4〉	〈2，4〉	〈3，4〉	〈4，4〉

旋轉 180 度後的情形：

〈1，1〉 ■	〈2，1〉 ●	〈3，1〉	〈4，1〉
〈1，2〉 ○	〈2，2〉 □	〈3，2〉	〈4，2〉
〈1，3〉	〈2，3〉	〈3，3〉 □	〈4，3〉 ○
〈1，4〉	〈2，4〉	〈3，4〉 ●	〈4，4〉 ■

旋轉 270 度後的情形：

〈1，1〉 ■	〈2，1〉 ●	〈3，1〉	〈4，1〉
〈1，2〉 ○	〈2，2〉 □	〈3，2〉	〈4，2〉
〈1，3〉 ●	〈2，3〉 □	〈3，3〉	〈4，3〉
〈1，4〉 ■	〈2，4〉 ○	〈3，4〉	〈4，4〉

【研究發現】

1.以 4x4 正方形兩對角線的交叉點爲對稱中心來分別向右旋轉 90 度、180 度、270 度後，並加以紀錄旋轉後所有可能的情形。以座標〈1，1〉旋轉後的相對位置爲例：(1）座標〈1，1〉向右旋轉 90 度後，可以到座標〈4，1〉的位置。

(2）座標〈1，1〉向右旋轉 180 度後，可以到座標〈4，4〉的位置。

(3）座標〈1，1〉向右旋轉 270 度後，可以到座標〈1，4〉的位置。

由上圖可以發現：**經由旋轉以後，每個正方形方格都會有三個對應點。**所以當把座標〈1，1〉作爲「起點」，和把座標〈4，1〉、〈4，4〉和〈1，4〉作爲「起點」是一樣的。

2. **座標〈2，1〉向右旋轉 90、180、270 度後**，分別可以到座標〈4，2〉、〈3，4〉和〈1，3〉的位置。**座標〈2，2〉向右旋轉 90、180、270 度後**，分別可以到座標〈3，2〉、〈3，3〉和〈2，3〉的位置。**座標〈1，2〉向右旋轉 90、180、270 度後**，分別可以到座標〈3，1〉、〈4，3〉和〈2，4〉的位置，詳見上圖。

3. 經由以上分析可知**考慮「4x4 數字拼圖問題」的所有可能「起點」**共有 4 個，分別爲座標〈1，1〉、〈2，1〉、〈1，2〉、〈2，2〉。若扣除不在對角線上的座標〈2，1〉、〈1，2〉，就**只剩下座標〈1，1〉、〈2，2〉兩個**，詳見下圖。

◎ 〈1，1〉	〈2，1〉		◎
〈1，2〉	◎ 〈2，2〉	◎	
	◎	◎	
◎			◎

四、解決 nxn「數字拼圖」問題，當 n=奇數時，可先運用【分析三】的方法找出適合當作「起點」的座標，再針對每一個座標進行實際模擬與討論，如此就可畫出單一對角線總和爲最大數的路線和發現其中所隱藏的奧秘。以 5x5「數字拼圖」問題爲例：經由【分析三】可知「解決 5x5 數字拼圖問題」的可能「起點」共有座標〈1，1〉、〈2，2〉、〈3，3〉三個。經由實際模擬與討論，我們分別把〈1，1〉、〈2，2〉和〈3，3〉作爲起點的路線圖記錄於 5x5 正方形方格中：

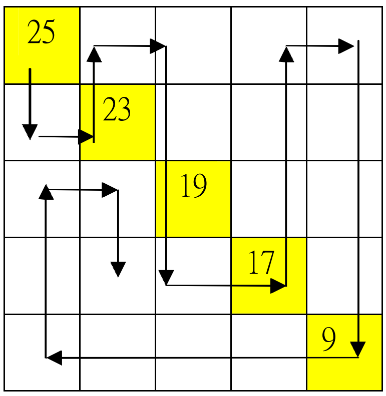
「解決 5x5 數字拼圖問題」，對角線五個方格的座標及方格上的數字如下表：

起點座標	對角線五個方格的座標及方格上的數字					單一對角線最大數字和
	〈1，1〉	〈2，2〉	〈3，3〉	〈4，4〉	〈5，5〉	
〈1，1〉	25	23	19	17	9	93
〈2，2〉	9	25	23	21	19	97
〈3，3〉	9	23	25	19	17	93

(1,1) 93				
	(2,2) 97			
		(3,3) 93		

(一)「5×5 數字拼圖問題」當起點座標爲(1,1)時，單一對角線最大數字和＝93 的路線

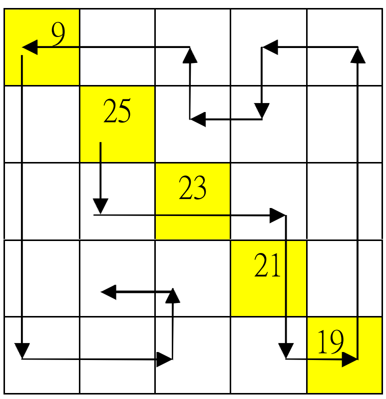
起點座標（1,1）	單一對角線上最大數字總和



對角線上 五個方格的座標	座標上的數字
(1,1)	25
(2,2)	23
(3,3)	19
(4,4)	17
(5,5)	9
對角線 座標上的數字總和	93

(二)「5×5 數字拼圖問題」當起點座標爲(2,2)時，單一對角線最大數字和＝97 的路線

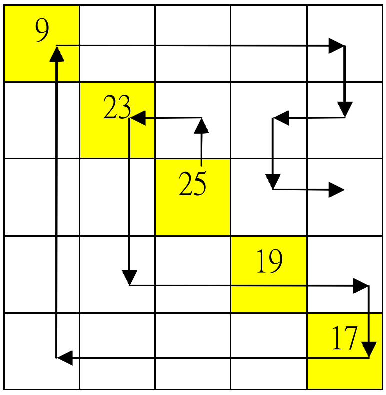
起點座標（2,2）	單一對角線上最大數字總和



對角線上 五個方格的座標	座標上的數字
(1,1)	9
(2,2)	25
(3,3)	23
(4,4)	21
(5,5)	19
對角線 座標上的數字總和	97

(三)「5×5 數字拼圖問題」當起點座標爲(3,3)時，單一對角線最大數字和＝93 的路線

起點座標（3,3）	單一對角線上最大數字總和



對角線上 五個方格的座標	座標上的數字
(1,1)	9
(2,2)	23
(3,3)	25
(4,4)	19
(5,5)	17
對角線 座標上的數字總和	93

【研究發現】
1. 解決 n×n「數字拼圖」的問題，**當 n=奇數時，起點座標一定是(2，2)才可以走出單一對角線數字總和爲最大的路線。**
2. 單一對角線總和爲最大的路線的座標爲(1，1)、(2，2) 、(3，3)、……、(n，n)。

五、解決 n×n「數字拼圖」問題，當 n=偶數時，可先運用【分析三】的方法找出適合當作起點的座標，再針對每一個座標進行實際模擬與討論，如此就可畫出單一對角線總和爲最大數的路線和發現其中所隱藏的奧秘。以 6x6「數字拼圖」問題爲例：經由【分析三】推廣可知**「解決 6x6 數字拼圖問題」的可能「起點」共有座標〈1，1〉、〈2，2〉、〈3，3〉三個**。「解決 6x6 數字拼圖問題」的路線分別記錄於 6x6 的正方形方格中：

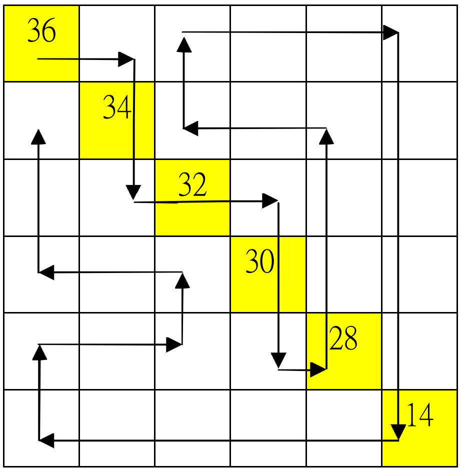
「解決 6x6 數字拼圖問題」，對角線六個方格的座標及方格上的數字如下表：

起點座標	對角線六個方格的座標及方格上的數字						單一對角線 最大數字和
	〈1，1〉	〈2，2〉	〈3，3〉	〈4，4〉	〈5，5〉	〈6，6〉	
〈1，1〉	36	34	32	30	28	14	174
〈2，2〉	14	36	34	32	30	28	174
〈3，3〉	14	34	36	30	28	26	168

(1,1) 174					
	(2,2) 174				
		(3,3) 168			

(一)「6×6 數字拼圖問題」當起點座標為(1,1)時，使單一對角線數字和為最大的路線

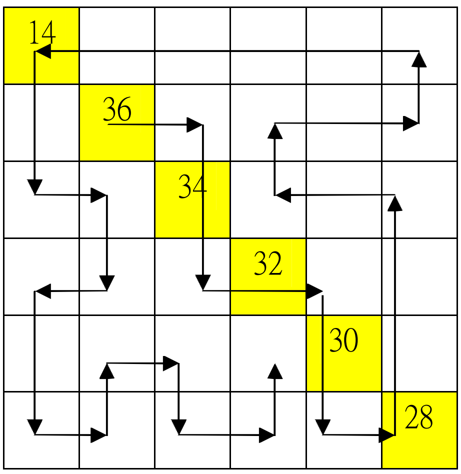
起點座標（1 ,1）	單一對角線上最大數字總和



對角線上 六個方格的座標	座標上的數字
(1,1)	36
(2,2)	34
(3,3)	32
(4,4)	30
(5,5)	28
(6,6)	14
對角線 座標上的數字總和	174

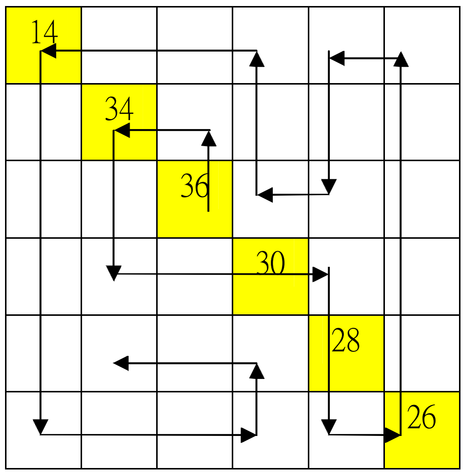
(二)「6×6 數字拼圖問題」當起點座標為(2,2)時，使單一對角線數字和為最大的路線

起點座標（2 , 2）	單一對角線上最大數字總和



對角線上 六個方格的座標	座標上的數字
(1,1)	14
(2,2)	36
(3,3)	34
(4,4)	32
(5,5)	30
(6,6)	28
對角線 座標上的數字總和	174

(三)「6×6 數字拼圖問題」當起點座標爲(3,3)時，使單一對角線數字和爲最大的路線

起點座標（3,3）	單一對角線上最大數字總和
	見下表

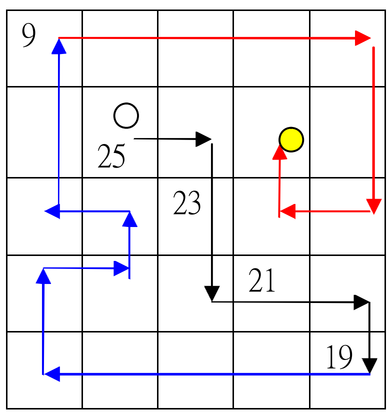
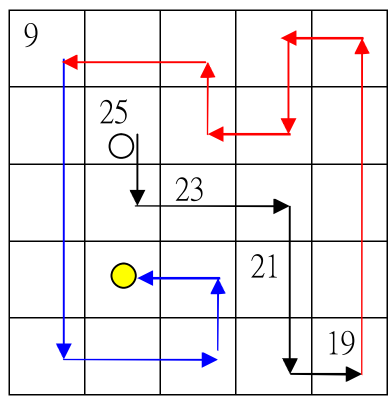
對角線上 六個方格的座標	座標上的數字
(1,1)	14
(2,2)	34
(3,3)	36
(4,4)	30
(5,5)	28
(6,6)	26
對角線 座標上的數字總和	168

【研究發現】
1. 解決 n×n「數字拼圖」的問題，**當 n=偶數時，起點座標一定是(1，1)或(2，2)才可以走出單一對角線數字總和爲最大的路線。**
2. 單一對角線總和爲最大的路線的座標爲(1，1)、(2，2) 、(3，3)、……、(n，n)。

肆、解法

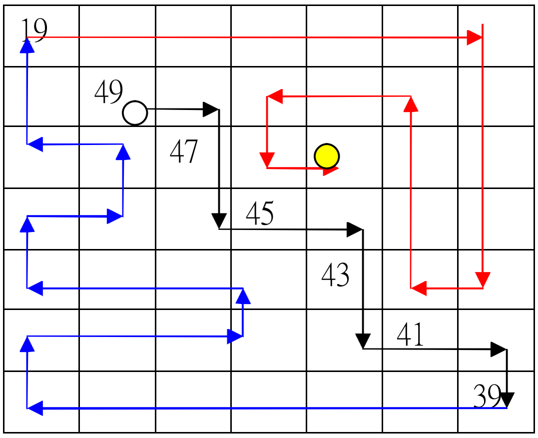
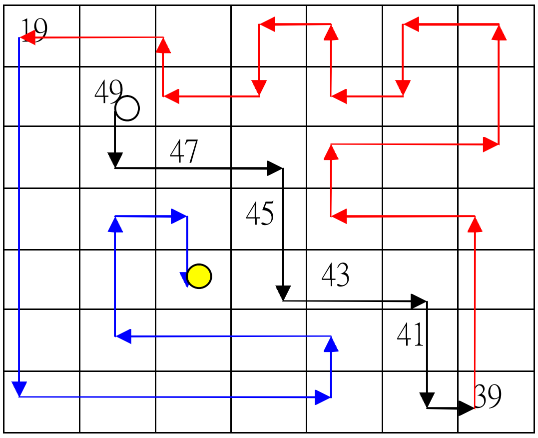
一、解決 n×n「數字拼圖」的問題，**當 n=奇數時，起點座標一定是(2，2)才可以走出單一對角線數字總和爲最大的路線。**單一對角線總和爲最大的路線的座標爲(1，1)、(2，2)、(3，3)、 (4，4)、(5，5)、……、(n，n)。當起點座標是(2，2)時，它們的路線圖如下，以 n＝5、7 和 9 爲例，其餘詳見附件：

(一) 解決 5x5「數字拼圖」的問題：

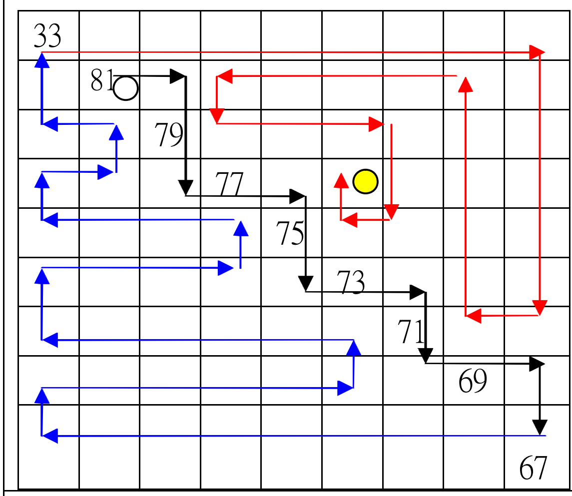
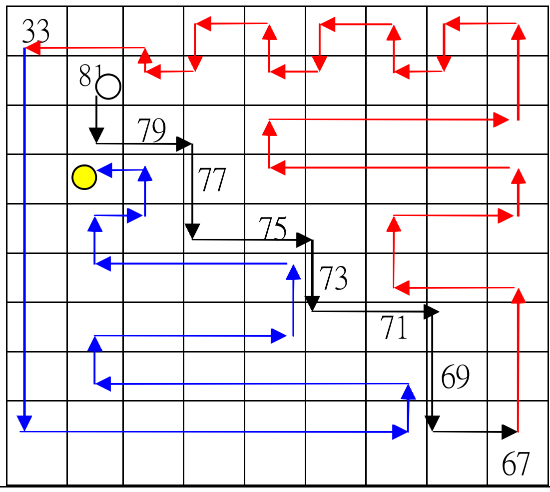
起點座標(2，2) 的兩條路線	
【方法一】向右走型：	【方法二】向下走型：
(2，2) →右 1→下 2→右 2→下 1→(5，5) →…	(2，2) →下 1→右 2→下 2→右 1→(5，5)→……
	

以上路線用 ○ 表示起點，用○ 表示終點	
單一對角線最大數字總和＝ 25 +23+21+19+9=97	

(二) 解決 7x7「數字拼圖」的問題：

<table>
<tr><td colspan="2">起點座標(2，2) 的兩條路線</td></tr>
<tr><td>【方法一】向右走型：</td><td>【方法二】向下走型：</td></tr>
<tr><td>(2，2) →右 1→下 2→右 2→下 2→右 2→……</td><td>(2，2) →下 1→右 2→下 2→右 2→下 2→……</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">以上路線用○ 表示起點，用 ○ 表示終點</td></tr>
<tr><td colspan="2">單一對角線最大數字總和＝49+47+45+43+41+39+19=283</td></tr>
</table>

(三) 解決 9x9「數字拼圖」的問題：

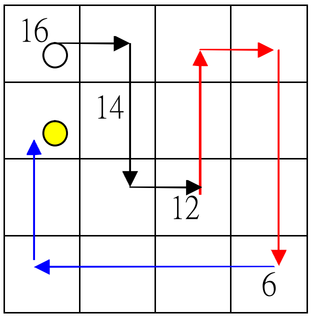
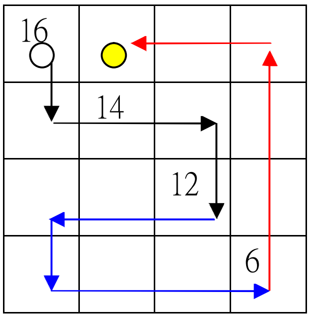
<table>
<tr><td colspan="2">起點座標(2，2) 的兩條路線</td></tr>
<tr><td>【方法一】向右走型：</td><td>【方法二】向下走型：</td></tr>
<tr><td>(2，2) →右 1→下 2→右 2→下 2→右 2→…….</td><td>(2，2) →下 1→右 2→下 2→右 2→下 2→……</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">以上路線用○表示起點，用 ○表示終點</td></tr>
<tr><td colspan="2">單一對角線最大數字總和＝81+79+77+75+73+71+69+67+33=625</td></tr>
</table>

【研究發現】解決 n×n「數字拼圖」的問題，
當 n=奇數，**起點座標一定是(2，2)時，它們的路線圖共有以下兩種方法**
1.【方法一】是以(2，2)為起點的向右走型： 由(2，2)→右 1→下 2→右 2→下 2→右 2…→(n，n)→走完下半部→(1，1)→走完上半部
2.【方法二】是以(2，2)為起點的向下走型： 由(2，2)→下 1→右 2→下 2→右 2→下 2…→(n，n)→走完上半部→(1，1)→走完下半部

二、解決 n×n「數字拼圖」的問題，由【分析五】可知：**當 n=偶數時，起點座標一定是(1，1)或(2，2)才可以走出單一對角線數字總和為最大的路線**。單一對角線總和為最大的路線的座標為(1，1)、(2，2)、(3，3)、(4，4)、(5，5)、……、(n，n)。

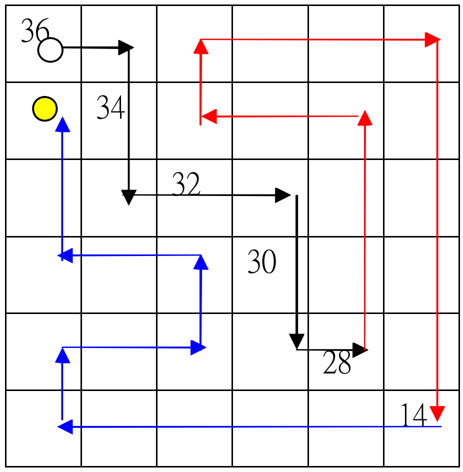
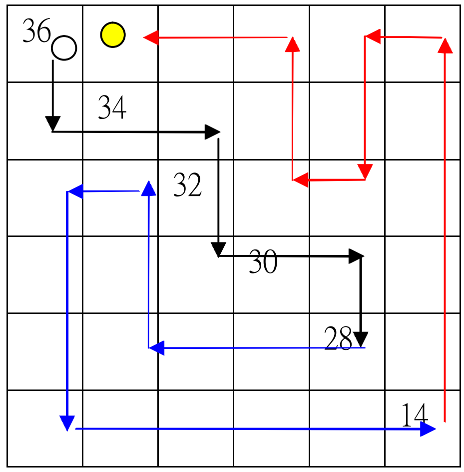
(一)**當起點座標是(1，1)時，它們的路線圖如下，以 n＝4、6 和 8 為例**，其餘詳見附件：

1. 解決 4x4「數字拼圖」的問題：

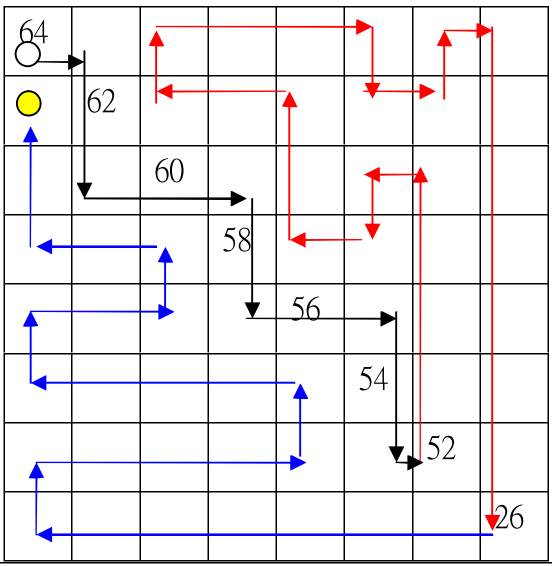
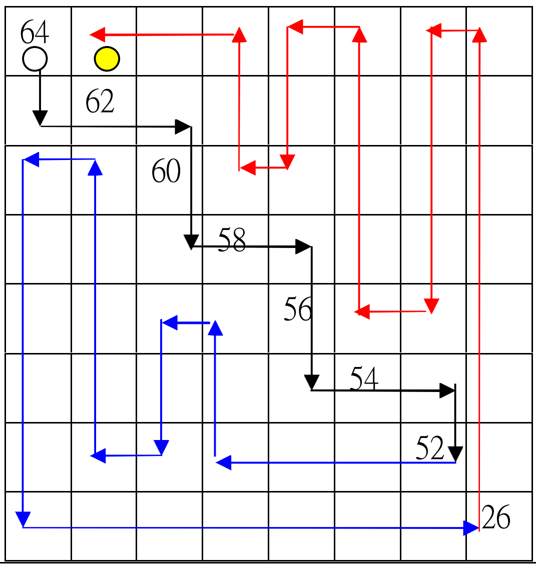
起點座標(1，1) 的兩條路線	
【方法一】向右走型：	【方法二】向下走型：
(1，1)→右 1→下 2→右 1→(3，3)→………	(1，1)→下 1→右 2→下 1→(3，3)→………
	
以上路線用 ○ 表示起點，用 ● 表示終點	
單一對角線最大數字總和＝16＋14＋12＋6＝48	

2. 解決 6x6「數字拼圖」的問題：

起點座標(1，1) 的兩條路線	
【方法一】向右走型：	【方法二】向下走型：
(1，1)→右 1→下 2→右 2→下 2→右 1→…	(1，1)→下 1→右 2→下 2→右 2→下 1→…

<table>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">以上路線用 ○表示起點，用 ●表示終點</td></tr>
<tr><td colspan="2">單一對角線最大數字總和＝36+34+32+30+28+14=174</td></tr>
</table>

3. 解決 8×8「數字拼圖」的問題：

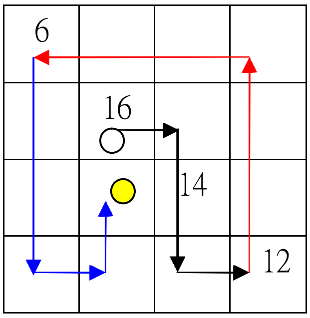
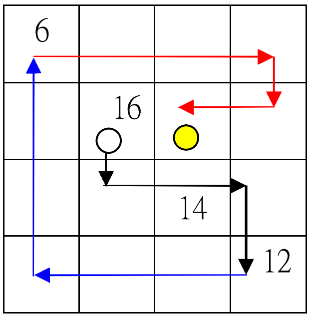
<table>
<tr><td colspan="2">起點座標(1，1) 的兩條路線</td></tr>
<tr><td>【方法一】向右走型：</td><td>【方法二】向下走型：</td></tr>
<tr><td>(1，1)→右 1→下 2→右 2→下 2→右 2→…</td><td>(1，1)→下 1→右 2→下 2→右 2→下 2→…</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">以上路線用○ 表示起點，用●表示終點</td></tr>
<tr><td colspan="2">單一對角線最大數字總和＝64+62+60+58+56+54+52+26=432</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>【研究發現】解決 n×n「數字拼圖」的問題，</td></tr>
<tr><td>當 n=偶數，起點座標是(1，1)時，它們的路線圖共有以下兩種方法</td></tr>
<tr><td>1.【方法一】是以(1，1)爲起點的向右走型：
由(1，1)→右 1→下 2→右 2→下 2→右 2…→(n-1，n-1)→走完上半部→(n，n)→走</td></tr>
</table>

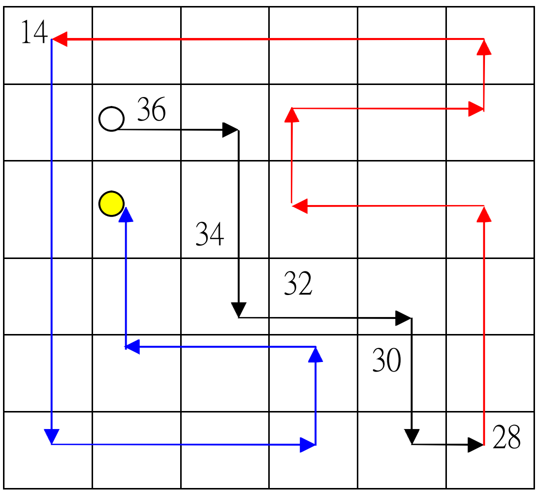
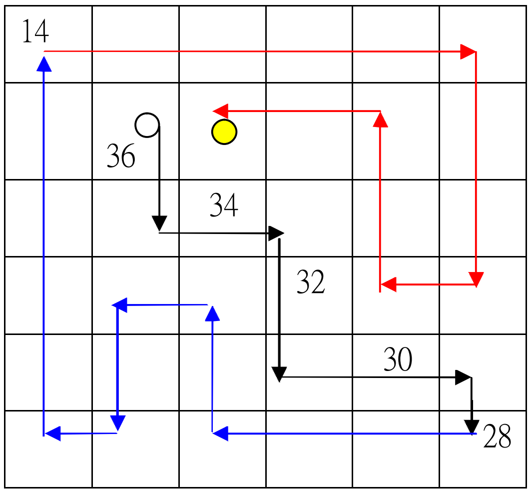
完下半部 → (1，2)
2.【方法二】是以(1，1)爲起點的**向下走型**： 由(1，1)→下 1→右 2→下 2→右 2→下 2⋯→(n-1，n-1)→走完下半部→(n，n)→走完上半部→(2，1)

(二)**當起點座標是(2，2)時，它們的路線圖如下，以 n＝4、6 和 8 爲例**，其餘詳見附件：

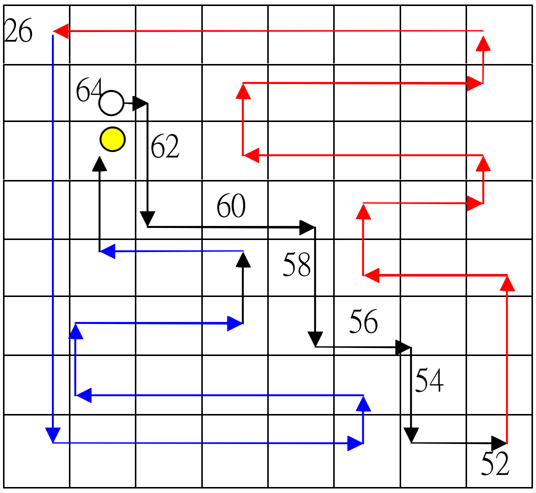
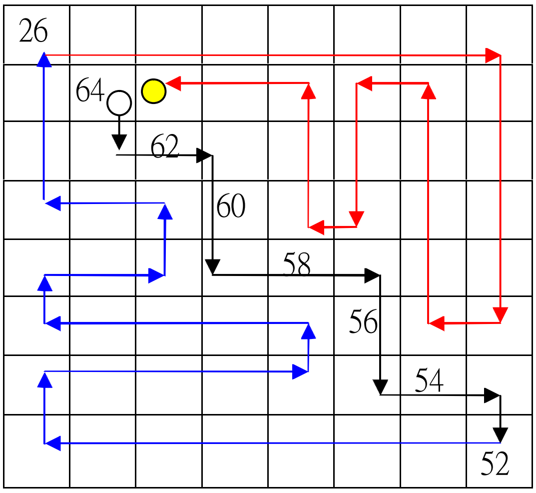
1. 解決 4x4「數字拼圖」的問題：

起點座標(2，2) 的兩條路線	
【方法一】向右走型：	【方法二】向下走型：
(2，2)→右 1→下 2→→右 1→(4，4)→⋯⋯⋯	(2，2)→下 1→右 2→下 1→(4，4)→⋯⋯⋯
	
以上路線用 ○ 表示起點，用 ● 表示終點	
單一對角線最大數字總和＝16＋14＋12＋6＝48	

2. 解決 6x6「數字拼圖」的問題：

起點座標(2，2) 的兩條路線	
【方法一】向右走型：	【方法二】向下走型：
(2，2)→右 1→下 2→右 2→下 2→⋯	(2，2)→下 1→右 2→下 2→右 2→⋯
	
以上路線用○表示起點，用 ●表示終點	
單一對角線最大數字總和＝36+34+32+30+28+14=174	

3. 解決 8x8「數字拼圖」的問題：

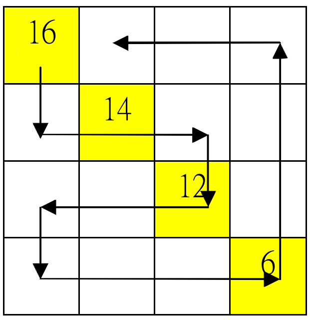
起點座標(2，2) 的兩條路線	
【方法一】向右走型：	【方法二】向下走型：
(2，2)→右 1→下 2→右 2→下 2→右 2→…	(2，2)→下 1→右 2→下 2→右 2→下 2→…
	
以上路線用 ○ 表示起點，用 ● 表示終點	
單一對角線最大數字總和＝64+62+60+58+56+54+52+26=432	

【研究發現】解決 nxn「數字拼圖」的問題，
當 n=偶數，**起點座標是(2，2)時，它們的路線圖共有以下兩種方法**
1.【方法一】是以(2，2)為起點的向右走型： 由(2，2)→右 1→下 2→右 2→下 2→右 2…→(n，n)→走完上半部→(1，1)→走完下半部。
2.【方法二】是以(2，2)為起點的向下走型： 由(2，2)→下 1→右 2→下 2→右 2→下 2…→(n，n)→走完下半部→(1，1)→走完上半部。

三、推算「解決 nxn 數字拼圖問題，使**單一對角線上 n 個數字總和為最大數**」的規律：

(一)**當 n=偶數時，以 n＝4、6 和 8 為例**：

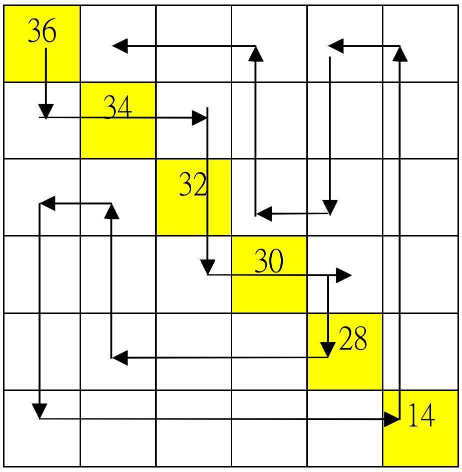
1.以 4x4 數字拼圖為例：

起點座標(1,1)	單一對角線最大總和	
	對角線上四個方格的座標	座標上的數字
	(1,1)	16
	(2,2)	14
	(3,3)	12
	(4,4)	6
	對角線座標上的數字總和	48

對角線上的 4 個數字(第 n 個)	一	二	三	四
由大到小排序對角線上的數字	16	14	12	6
我 的 發 現	−2	−2		12÷2
備註:1.「4x4 數字拼圖」中的數字為 1、2、3、4、5、………、(4x4)。 2.單一對角線數字總和最大數＝16＋14＋12＋6＝48				

2.以 6x6 數字拼圖為例：

起點座標(1,1)	單一對角線最大總和

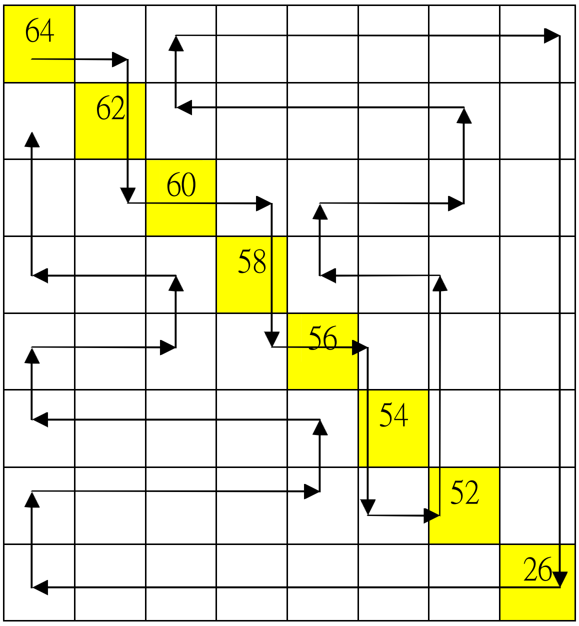


對角線上 六個方格的座標	座標上的數字
(1,1)	36
(2,2)	34
(3,3)	32
(4,4)	30
(5,5)	28
(6,6)	14
對角線 座標上的數字總和	174

對角線上的 6 個數字(第 n 個)	一	二	三	四	五	六
由大到小排序對角線上的數字	36	34	32	30	28	14
我 的 發 現	−2	−2	−2	−2		28÷2
備註: 1.「6x6 數字拼圖」中的數字為 1、2、3、4、5、………、(6x6)。 2. 單一對角線數字總和最大數＝36+34+32+30+28+14=174						

3.以 8x8 數字拼圖爲例：

起點座標(1,1)	單一對角線最大數字總和



對角線上 八個方格的座標	座標上的數字
(1,1)	64
(2,2)	62
(3,3)	60
(4,4)	58
(5,5)	56
(6,6)	54
(7,7)	52
(8,8)	26
對角線 座標上的數字總和	432

對角線上的 8 個數字(第 n 個)	一	二	三	四	五	六	七	八
由大到小排序對角線上的數字	64	62	60	58	56	54	52	26
我 的 發 現		−2	−2	−2	−2	−2	−2	52÷2
備註: 1.「8x8 數字拼圖」中的數字爲 1、2、3、4、5、………、(8x8)。 2.單一對角線數字總和最大數＝64＋62＋60＋58＋56＋54＋52＋26＝432								

【研究發現】

解決「nxn 數字拼圖單一對角線數字總和最大數的問題」，對角線上的數字一定有 n 個，而且有一定的規律，當 n=偶數時，它的規律如下：

1. 對角線上的數字經**由大到小排序**後，「最大的數」我們把它叫做對角線上的「第一個數字」，它一定是 nxn；「第二大的數」我們把它叫做對角線上的「第二個數字」。
2. 「第二個數字」到「第 n－1 個數字」的規律如下：
   (1)「第二個數字」＝「第一個數字」－2
   (2)「第三個數字」＝「第一個數字」－2x2
   (3)「第四個數字」＝「第一個數字」－2x3，……按照這樣的規律一直到「第 n－1 個數字」爲止。
   (4)「第 n－1 個數字」＝ $n^2 - 2 \times (n-2)$
3. 對角線上的「第 n 個數字」，也就是最小的數，和「第 n－1 個數字」的關係：「第 n 個數字」＝「第 n－1 個數字」÷ 2
4. 運用以上的研究發現，我們可以快速的算出，當 n=偶數時，「nxn 數字拼圖」

的問題，「使單一對角線數字總和爲最大」的最大數【如表一】:
我的想法：
「第一個數字」＝ n × n ………首　項
「第二個數字」＝「第一個數字」－2， ………第二項
「第 n－1 個數字」＝n^2－2 ×（n－2） ………末　項
「第一個數字」、「第二個數字」、「第三個數字」……到「第 n－1 個數字」是一個公差爲 2 的等差數列，它們的總和＝【(首項＋末項）÷2 ×（n－1)】。
「第 n 個數字」＝「第 n－1 個數字」÷2
單一對角線數字總和＝【(首項＋末項）÷2 ×（n－1)】＋「第 n 個數字」

【表一】當 n=偶數時，「nxn 數字拼圖使單一對角線數字總和爲最大」的最大數一覽表：

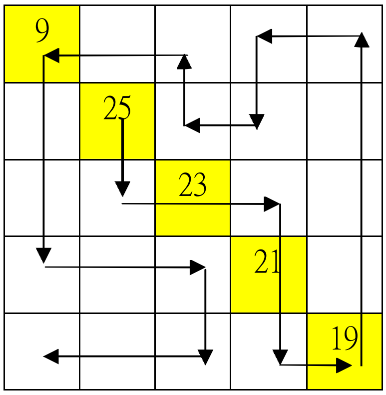
nxn 的數字拼圖	對角線上的第 n 個數	我 的 計 算 方 法
8x8	第一個數	8 × 8＝64
	第二個數	64－2＝62
	第 n－1 個數	8 × 8－2 ×（ 8 - 2）＝ 52
	第 n 個數	52 ÷ 2 ＝ 26
		單一對角線數字總和 ＝（64＋52）÷2 ×（8－1）＋26 ＝ 432
10x10	第一個數	10 × 10＝100
	第二個數	100－2＝98
	第 n－1 個數	10 × 10－2 ×（ 10 － 2 ）＝ 84
	第 n 個數	84 ÷ 2 ＝ 42
		單一對角線數字總和 ＝（100＋84）÷2 ×（10－1）＋42 ＝ 870
12x12	第一個數	12 × 12＝144
	第二個數	144－2＝142
	第 n－1 個數	12 × 12－2 ×（12－2）＝ 124
	第 n 個數	124 ÷ 2＝62
		單一對角線數字總和 ＝（144＋124）÷2 ×（12－1）＋62 ＝ 1536
14x14	第一個數	14 × 14＝196
	第二個數	196－2＝194
	第 n－1 個數	14 × 14－2 ×（14-2）＝172
	第 n 個數	172÷2＝86
		單一對角線數字總和 ＝（196＋172）÷2 ×（14－1）＋86 ＝ 2478
16x16	第一個數	16 × 16＝256

	第二個數	256－2＝254
	第 n－1 個數	16 × 16－2 ×（16－2）＝228
	第 n 個數	228 ÷ 2＝114
		單一對角線數字總和 ＝（256＋228）÷2 ×（16－1）＋114 ＝ 3744

(二)**當 n=奇數時**，推算「n×n 數字拼圖問題單一對角線數字總和最大」的最大數規律，**以 n＝5、7 和 9 爲例**：

1.以 5x5 數字拼圖爲例：

起點座標(2,2)



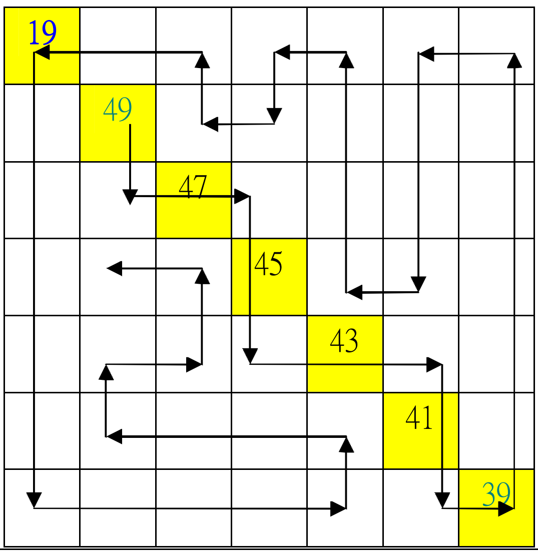
單一對角線最大總和

對角線上 五個方格的座標	座標上的數字
(1,1)	9
(2,2)	25
(3,3)	23
(4,4)	21
(5,5)	19
對角線 座標上的數字總和	97

對角線上的 5 個數字(第 n 個)	一	二	三	四	五
由大到小排序對角線上的數字	25	23	21	19	9
我 的 發 現	－2	－2	－2		(19-1)÷2
備註: 1.「5x5 數字拼圖」中的數字爲 1、2、3、4、5、………、(5x5)。 2. 單一對角線數字總和最大數＝25＋23＋21＋19＋9＝97					

2.以 7x7 數字拼圖爲例：

起點座標(2,2)



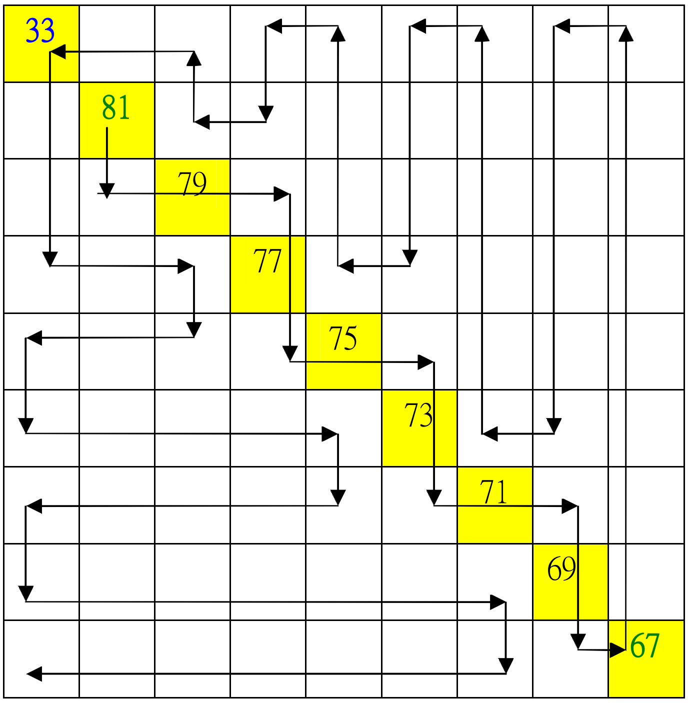
單一對角線最大數字總和

對角線上 七個方格的座標	座標上的數字
(1,1)	19
(2,2)	49
(3,3)	47
(4,4)	45
(5,5)	43
(6,6)	41
(7,7)	39
對角線 座標上的數字總和	283

對角線上的 7 個數字(第 n 個)	一	二	三	四	五	六	七
由大到小排序對角線上的數字	49	47	45	43	41	39	19
我 的 發 現	－2	－2	－2	－2	－2		(39-1)÷2
備註: 1.「7x7 數字拼圖」中的數字為 1、2、3、4、5、………、(7x7)。 2.單一對角線數字總和最大數＝49＋47＋45＋43＋41＋39＋19＝283							

3.以 9x9 數字拼圖為例：

起點座標(2，2)	單一對角線最大總和



對角線上 九個方格的座標	座標上的 數字
(1,1)	33
(2,2)	81
(3,3)	79
(4,4)	77
(5,5)	75
(6,6)	73
(7,7)	71
(8,8)	69
(9,9)	67
對角線 座標上的數字總和	625

對角線上的 9 個數字(第 n 個)	一	二	三	四	五	六	七	八	九
由大到小排序對角線上的數字	81	79	77	75	73	71	69	67	33
我 的 發 現	－2	－2	－2	－2	－2	－2	－2		(67-1)÷2
備註: 1.「9x9 數字拼圖」中的數字為 1、2、3、4、5、………、(9x9)。 2.單一對角線數字總和最大數＝81＋79＋77＋75＋73＋71＋69＋67＋33＝625									

【研究發現】

解決「nxn 數字拼圖單一對角線數字總和最大數的問題」，對角線上的數字一定有 n 個，而且有一定的規律，當 **n=奇數**時，它的規律如下：

1. 對角線上的數字經**由大到小**排序後，「最大的數」我們把它叫做對角線上的「第一個數字」，它一定是 nxn；「第二大的數」我們把它叫做對角線上的「第二個數字」。
2. 「第二個數字」到「第 n－1 個數字」的規律和 **n=偶數**時相同，它的規律如下：

(1)「第二個數字」＝「第一個數字」－ 2

(2)「第三個數字」＝「第一個數字」－ 2 × 2

(3)「第四個數字」＝「第一個數字」－ 2 × 3，……按照這樣的規律一直到「第 n－1 個數字」為止。

(4)「第 n－1 個數字」＝n^2 － 2 ×(n － 2)

3.對角線上的「第 n 個數字」，也就是最小的數，和「第 n－1 個數字」的關係：

「第 n 個數字」＝【(第 n－1 個數字)－1】÷2

4.運用以上的研究發現，我們可以快速的算出，當 n=奇數時，「n×n 數字拼圖」的問題，「使單一對角線數字總和為最大」的最大數【如表二】:

我的想法：

「第一個數字」＝n × n ………首　項

「第二個數字」＝「第一個數字」－2， ………第二項

「第 n－1 個數字」＝n^2－ 2 ×(n－2) ………末　項

「第一個數字」、「第二個數字」、「第三個數字」……到「第 n－1 個數字」是一個公差為 2 的等差數列，它們的總和＝【(首項＋末項)÷2 ×(n－1)】。

「第 n 個數字」＝【(第 n－1 個數字)－ 1 】÷2

單一對角線數字總和＝【(首項＋末項)÷2 ×(n－1)】＋「第 n 個數字」

【表二】當 n=奇數時，「n×n 數字拼圖使單一對角線數字總和為最大」的最大數一覽表：

n×n 的數字拼圖	對角線上的第 n 個數	我 的 計 算 方 法
9×9	第一個數	9 × 9＝81
	第二個數	81－2＝79
	第 n－1 個數	9 × 9－2 ×(9－2)＝67
	第 n 個數	(67－1)÷ 2＝33
		單一對角線數字總和 ＝(81＋67)÷2 ×(9－1)＋33 ＝ 625
11×11	第一個數	11 × 11＝121
	第二個數	121－2＝119
	第 n－1 個數	11 × 11－2 ×(11－2)＝103
	第 n 個數	(103－1)÷ 2＝51
		單一對角線數字總和 ＝(121＋103)÷ 2 × (11－1)＋51 ＝ 1171
13 × 13	第一個數	13 × 13＝169
	第二個數	169－2＝167
	第 n－1 個數	13 × 13－2 × (13－2)＝147
	第 n 個數	(147－1)÷2＝73
		單一對角線數字總和

		＝（169＋147）÷2 × （13－1）＋73 ＝ 1969
15 × 15	第一個數	15 × 15＝225
	第二個數	225－2＝223
	第 n－1 個數	15 × 15－2 × （15－2）＝199
	第 n 個數	（199－1）÷2＝99
		單一對角線數字總和 ＝（225＋199）÷2 × （15－1）＋99 ＝ 3067

伍、討論

一、解決「n×n 數字拼圖問題」，爲什麼當 n＝奇數時，若用(1，1)爲起點座標，則無法走出「使單一對角線爲最大數」的路線？

以 5×5 數字拼圖爲例：

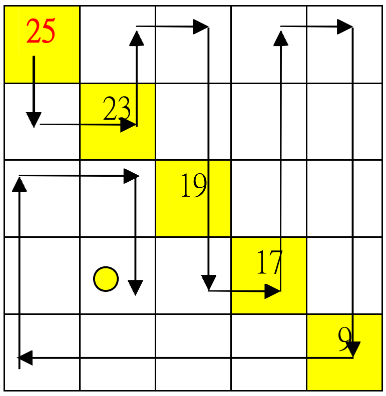
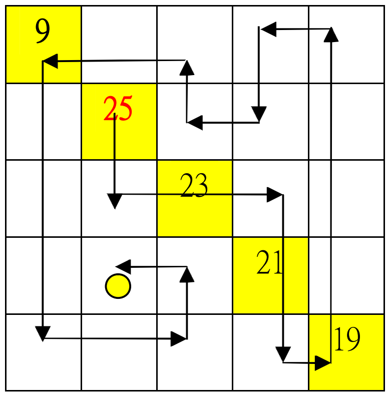
用（1，1）爲起點座標，走單一對角線爲最大數的路線，我們會盡可能的把最大數字，分別填進對角線的座標所在位置（2，2）、（3，3）、（4，4），如下圖：

25	(2，1)	(3，1)	16	
24	23	22	17	
		21	18	
		20	19	

但發現，這樣填就無法走到座標(2，1)和(3，1)的位置，所以只好在走完對角線的座標（2，2）後，就先把(2，1)和(3，1)繞完(如下圖)。這也讓對角線數字變小了。

25	22	21	14	13
24	23	20	15	12
3	4	19	16	11
2	5	18	17	10
1	6	7	8	9

(一)解決「5×5 數字拼圖問題」起點座標爲（1，1）和（2，2）的路線圖比較：

起點座標（1，1）	起點座標（2，2）
	

(二) 解決「5×5 數字拼圖問題」起點座標爲(2,2)和(1,1)單一對角線最大數字和的比較：

起點座標（2，2）

對角線上的座標	座標上的數字
(1,1)	9
(2,2)	25
(3,3)	23
(4,4)	21
(5,5)	19
總和	97

起點座標（1，1）

對角線上的座標	座標上的數字
(1,1)	25
(2,2)	23
(3,3)	19
(4,4)	17
(5,5)	9
總和	93

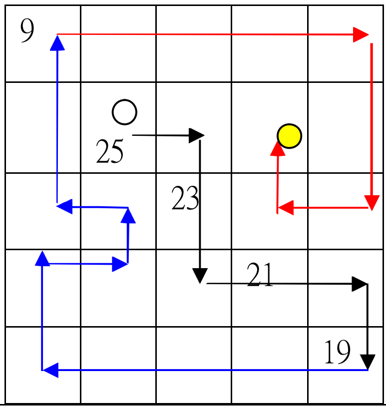
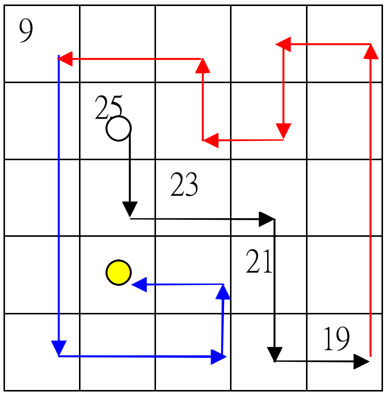
21－17=4

差：4

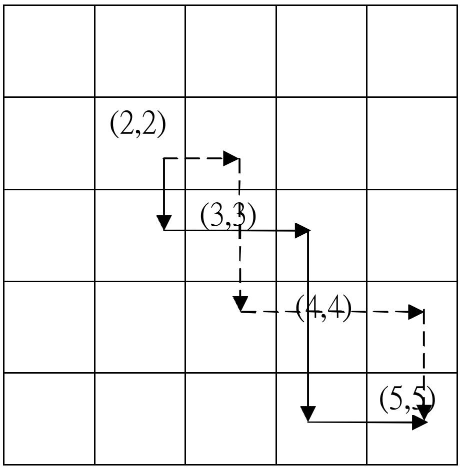
二、解決「n×n 數字拼圖問題」**當 n＝奇數時，起點用(2，2)才可以走出「使單一對角線數字和爲最大的路線」，它的走法共有兩種；而且「使單一對角線數字和爲最大」的兩個重要路線是對稱的：**

以 5×5 數字拼圖爲例：

當起點座標爲 (2，2)時，使單一對角線數字和爲最大的路線共有以下兩種走法：用「○」表示起點，起點數字爲 25，依序遞減 1 至終點爲止；用「●」表示終點，終點數字爲 1。

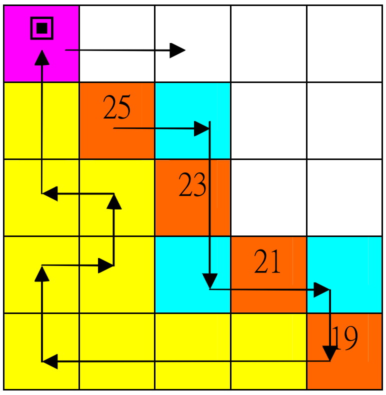
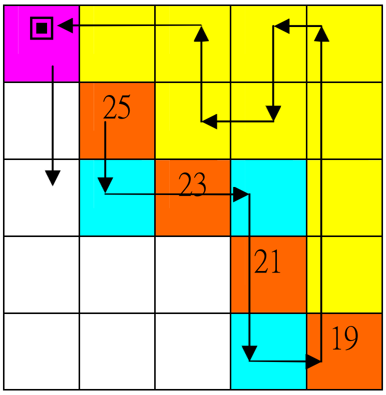
起點座標(2，2) 的兩條路線	
【方法一】向右走型：	【方法二】向下走型：
	
以上路線用 ○ 表示起點，用 ●表示終點	
單一對角線最大數字總和＝ 25 + 23 + 21 + 19 + 9 = 97	

由上圖可知，**當起點座標爲(2,2)時，「使單一對角線數字和爲最大」的重要路線，用〈虛線〉和〈實線〉畫出來，可以看到【方法一】和【方法二】的對稱情形**如下：



三、解決「n×n 數字拼圖問題」，本研究發現「使單一對角線數字和爲最大」的「第一個數」一定是 n×n，但是爲什麼自「第二個數」起必須依序遞減 2，一直到「第 n－1 個數」爲止？而且「第 n 個數」和「第 n－1 個數」又必須存在一定的關係？以「5×5 數字拼圖」起點座標(2，2)爲例，來分別說明我們的想法：

使單一對角線數字和爲最大的重要路線共有以下兩種：

方法一：起點座標為(2,2) 向右走型	方法二：起點座標為(2,2) 向下走型
	

表示對角線上的最大數字 25、23、21、19 的所在位置。

對角線上的數字由 25 開始每次都減 2，是因為在對角線「先填好數字」最少要經過一個藍色空格，才可以到「下一個對角線上的數字」，所以對角線上的數字從 25 開始，每次都要減 2。

表示「對角線上的第 4 個數 19」，必須再向左走完下半部的九個格子，或向上走完上半部的九個格子，才可以到「對角線上的最後一個數字」座標(1,1)的位置，經過後，就可再走另一半。所以把「對角線上的第 4 個數 19」減 10 以後，就會得到「對角線上最後一個被填入的數字」也就是最小的數字。

▣ 表示「對角線上最後被填入的數字」，也就是繞完黃框之後所填到的數字。

陸、進一步想研究的問題

找出把 1、2、3⋯⋯ n^2 個連續整數，依序填入 n×n 的正方形方格中，使正方形雙對角線上數字總和爲最大數的路線圖，並探討其中所隱藏的數學奧祕。

【範例一】n=5

5×5 的正方形方格

7	8	9	10	11
6	21	22	23	12
5	20	25 終點	24	13
4	19	18	17	14
3	2	1 起點	16	15

【對角線數字總和】

1.第一個對角線數字總和

＝7＋21＋25＋17＋15＝85

2.第二個對角線數字總和

＝11＋23＋25＋19＋3＝81

雙對角線上 2n－1 個數字總和

＝85＋81－25＝166－25＝141

【範例二】n=6

6x6 的正方形方格

21	22	1 起點	4	5	6
20	23	2	3	36 終點	7
19	24	33	34	35	8
18	25	32	31	30	9
17	26	27	28	29	10
16	15	14	13	12	11

【對角線數字總和】

1.第一個對角線數字總和

＝21＋23＋33＋31＋29＋11＝148

2.第二個對角線數字總和

＝6＋36＋34＋32＋26＋16＝150

雙對角線上 2n 個數字總和

＝148＋150＝298

目前我們研究的結果，使 n×n 正方形方格雙對角線上數字總和最大的情形如下表：

n ×n 正方形	雙對角線數字最大總和	n×n 正方形	雙對角線數字最大總和	n×n 正方形	雙對角線數字最大總和	n×n 正方形	雙對角線數字最大總和
1×1	1	5×5	141	9×9	993	13×13	3277
2×2	10	6×6	298	10×10	1510	14×14	4418
3×3	19	7×7	433	11×11	1911	15×15	5181
4×4	84	8×8	740	12×12	2686	16×16	6600

【評語】080406

1、 作者操作及講解作品時的默契相當好，非常熟練且觀念清楚，同時也能利用色塊積本將表格化的數字遊戲做得很好的連結，讓聽者容易入狀況值得嘉勉。

2、 以對稱概念來解析可能的數字拼圖起點相當有創意，並利用數學思維循序漸進地探索數字排列規律性，歸納出一般化的解題策略。

3、 若能更進一步將研究擴展到兩條對角線之和為最大、或自創填數字規則探索，會更有可看性。