中華民國 第 49 屆中小學科學展覽會

作品說明書

國小組　物理科

080119

搭橋 GO！GO！GO！

學校名稱：彰化縣彰化市民生國民小學

作者：	指導老師：
小五 廖加凱	王芳君
小五 吳旭礎	黃子聰
小五 陳倫維	
小五 葉旭挺	

關鍵詞：槓桿原理、力矩、平衡

搭橋GO！GO！GO！

摘要

在上學期時，我們上到了簡易的槓桿單元，老師提及槓桿原理其實在日常生活中是隨處可見，而其中橋樑的搭建也是槓桿原理應用。但實際橋樑非常的巨大，要如何證明橋樑的搭建和槓桿原理相關呢？因此我們集合大家思考並從網路上查到了相關資料，所以我們決定用木材來製作簡易橋樑。並利用木條不同長、寬、厚及不同材質的界面介質來進行這些實驗，藉以找出利用 5 塊木板所能搭出的最長長度，藉由所得數據統整思考是否有規律性存在，並藉由木橋力矩的探討，算出我們堆疊的力矩，並探求橋樑堆疊長度和橋的力矩是否有關連性。

壹 研究動機

五年級時老師指導我們做槓桿平衡的實驗，大家都覺得很有意思，經過我們熱烈論後，我們發現槓桿平衡的原理其實在日常生活中處處可見，老師看我們興趣濃厚，就鼓勵我們做了下列的研究。

貳 研究目的

一 能從簡單到複雜的槓桿平衡的推導研習中，找出重心的意義。
二 利用五塊均勻的木塊堆疊出距桌沿最長的距離，並尋求其規律性。
三 堆疊最長長度時力矩的探討。
四 研究不同的材質介面對堆疊長度是否有影響。
五 研究不同的規格(長、寬、高)不同的木塊是否有影響。
六 利用多數跨距搭出的拱橋

参 研究材料

1 木棉 2 游標尺 3 玻璃紙 4 砂紙 5 保鮮膜 6 綿紙 7 鋁箔紙 8 壁報紙

肆 研究過程

問題(一):均勻木塊所產生的總力矩是否和其重心所產生的力矩相同呢?

舊有經驗:學生知道均勻物體重心在中心點，而且知道槓桿平衡器是左右兩邊力矩相同，並且知道力矩的意義。

推論(一):如果槓桿平衡器端在等單位長度各掛一個砝碼則右邊總力矩為:

$1\times1+1\times2+1\times3+1\times4+1\times5=15$(單位重.單位長度)

如果槓桿平衡器右端在 1/2 單位長度各掛一個砝碼則右邊總力矩為:

$1\times1/2+1\times1+1\times1\frac{1}{2}+1\times2+1\times2\frac{1}{2}+1\times3+1\times3\frac{1}{2}+1\times4+1\times4\frac{1}{2}+1\times5+1\times5\frac{1}{2}=33$(單位重.單位長度)如果槓桿平衡器右端再 1/4 單位長度各掛一個砝碼，則右邊總力為: $1\times\frac{1}{4}+1\times\frac{2}{4}+1\times\frac{3}{4}+1\times1+1\times1\frac{1}{4}+1\times1\frac{2}{4}+1\times1\frac{3}{4}+1\times2+1\times2\frac{1}{4}+1\times2\frac{2}{4}+1\times2\frac{3}{4}+1\times3+1\times3\frac{1}{4}+3\times\frac{2}{4}+1\times3\frac{3}{4}+1\times4+1\times4\frac{1}{4}+1\times4\frac{2}{4}+1\times4\frac{3}{4}+1\times5+1\times5\frac{1}{4}+1\times5\frac{2}{4}+1\times5\frac{3}{4}=69$(單位重.單位長度)。

綜合上述知道如果在 1/8 單位各掛一個砝碼則其個數共有 $6\div\frac{1}{8}-1==47$ 個。

總力矩為：$6\times(\frac{46}{2})+3=141$(單位重.單位長度)

將上述資料歸納出表格(一)如下：

表格一

砝碼間距	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{256}$
砝碼總數=6÷(間距)－1	5	11	23	47	95	191	383	767	1535
總力矩	15	33	69	141	285	573	1149	2301	4605
總力矩÷砝碼總數	3	3	3	3	3	3	3	3	3

結果：我們發現砝碼總數=6÷(間距)－1

而且總力矩=6÷(砝碼總數÷2－1　)+3=3×砝碼總數

而 3 正好是長度的一半←→重心所在位置

由上面的發現我們可以推想出一塊均勻木塊所產生的總力矩會等於由重心所產生的力矩　。

問題(二)利用五塊木板(24cm×3.2 cm×1.2 cm)找出能突出桌面最長的方法，並尋求否有規律存在其間嗎?

方法 1.先求出只有一塊木板所能伸出距桌沿最長長度，並在垂直桌沿上方的木板作記號，並利用游標尺測出數字，並與以記錄。

2.第二塊木塊放在第一塊木塊下，並將端線對準第一塊木板的記號線，然後慢慢移動第二塊板面，直到平衡臨界點上，並做記號及量出第二塊突出長度

3.重複上述步驟分別加入第三、第四、第五塊，並將結果記錄於表格(二)。

表格(二)

	第一層突出桌子的距離	第二層突出桌子的距離	第三層突出桌子的距離	第四層突出桌子的距離	第五層突出桌子的距離	突出桌子最長距離
只有一層時	11.8					11.8
只有二層時	5.9	11.8				17.7
只有三層時	3.9	5.9	11.8			21.6
只有四層時	3	3.9	5.9	11.8		24.6
只有五層時	2.3	3	3.9	5.9	11.8	26.9

結果 1：我們發現五種均勻木板(24cm×3.2 cm×1.2 cm)所堆疊出的方法有很多種，但我們表格(二)所紀錄的是我們利用五塊木板所堆疊出最長的長度及方法。

2.我們將表格(二)所出現的數字 11.8，5.9，3.9，3，2.3 分別除以木板的長(24)，寬(3.2)厚(1.2)並製成表格(三)。

表格(三)

		第一層突出數	第二層突出數	第三層突出數	第四層突出數	第五層突出數
		2.3	3	3.9	5.9	11.8
長	24	2.3÷24=0.1	3÷24=0.125	3.9÷24=0.163	5.9÷24=0.25	11.8÷24=0.5
寬	3.2	0.72	0.93	1.22	1.84	3.69
厚	1.2	1.91	2.5	3.25	4.91	9.83

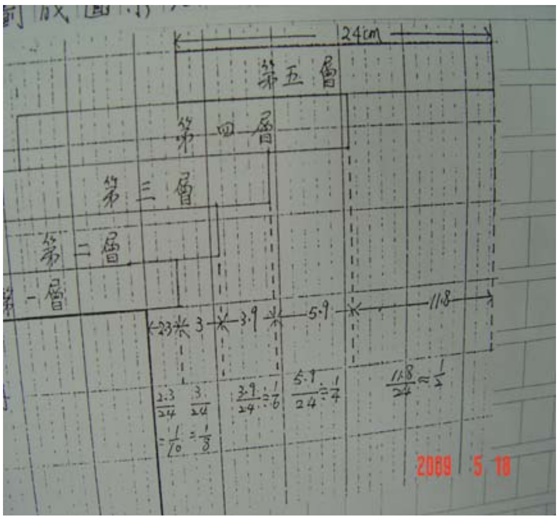
3.我們發現表格(三)中長度除以各層突出數字那一列可以明顯找出規律性:

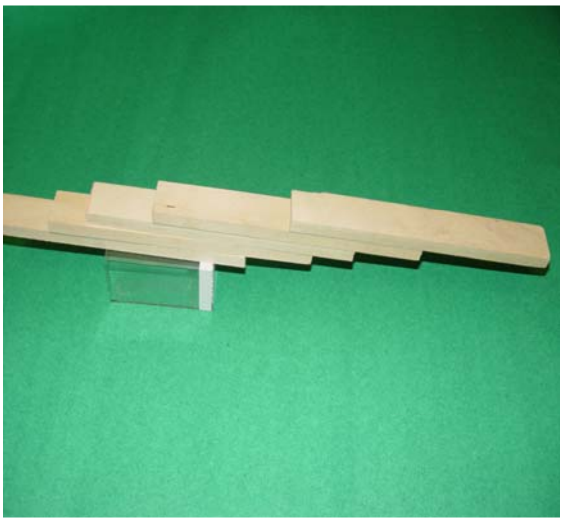
$0.5=\frac{1}{2}$　$0.25=\frac{1}{4}$　$0.163 \fallingdotseq \frac{1}{6}$　$0.125 \fallingdotseq \frac{1}{8}$　$0.1=\frac{1}{10}$　因此我們推得

突出桌子長距離

= 第 5 層板長÷2 +第 4 層板長÷4 +第 3 層板長÷6 +第 2 層板長÷8 + 第 1 層板長÷10 。

4.我們結果畫成圖示法：





5.越高層要突出越長的的長度，而越靠近桌面的層次突出的長度越短，而且要加層時，上端層完全不動，只是在桌面依我們推出的規律($\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{6}$，$\frac{1}{8}$，$\frac{1}{10}$，$\frac{1}{12}$ …….)一直堆疊上去，永遠不會倒(第六層只要前五層不變，然後加入一塊突出桌面板長÷12即可。

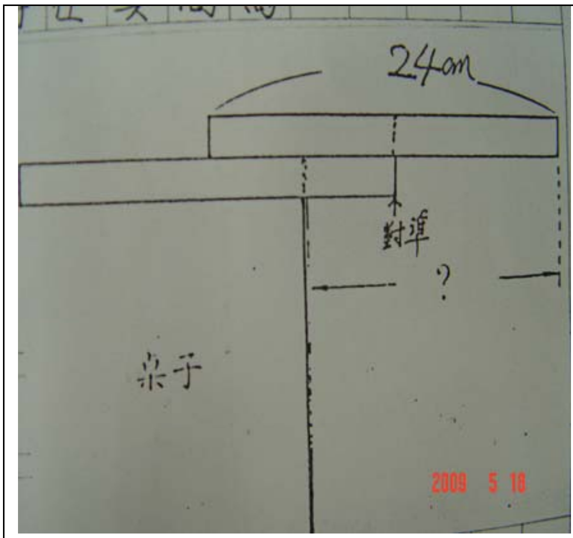
問題(三)如何證明我們推出的五塊板子排法是所能推出最長的長度呢?

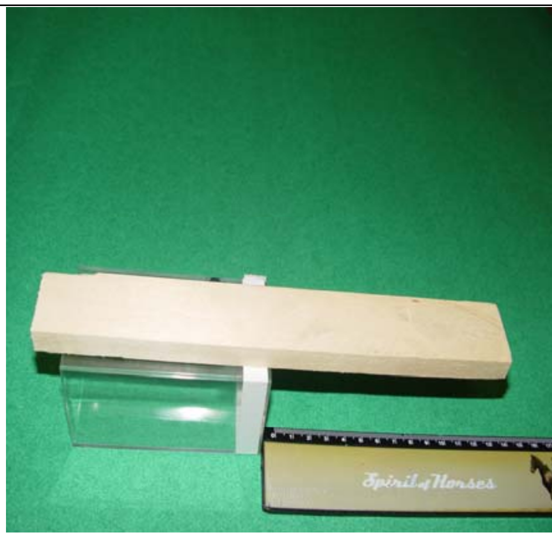
推論： 我們認爲堆疊木板，木板所以不會傾倒，一定是任一層的力矩符合左力矩總和≧右力矩總和，而且當左力矩總和＝右力矩總和時，即是最長的一個長度，因此我們試著計算各層的力矩，過程如下：

舊經驗： 由問題(一)推知均勻木塊產生的力矩是和重心所產生的力矩相同。

假設板子長度爲 L，重量爲 W 而且是均勻的板子。

當排一層時：



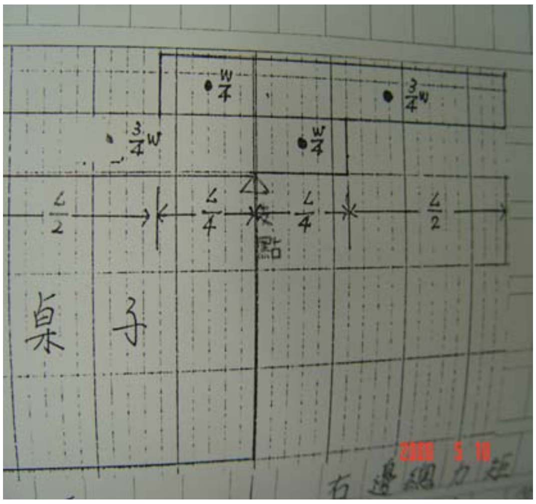


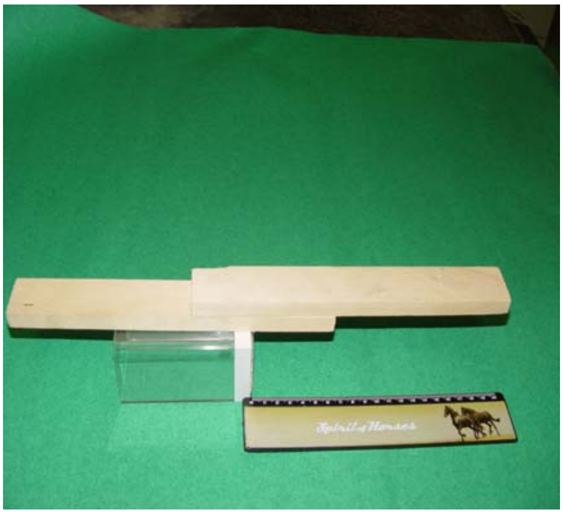
左邊力矩: 右邊力矩:

W÷2 +L÷4= W×L÷8 W÷2 +L÷4= W×L÷8

左邊力矩等於右邊力矩因此剛好保持平衡，也就是第一層能突出桌面最長長度。

當排兩層時：



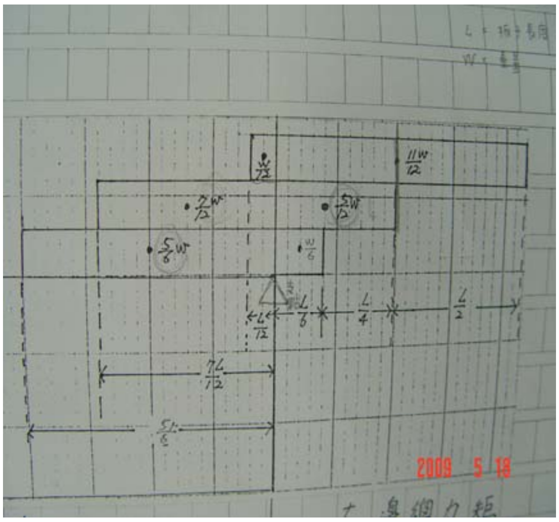
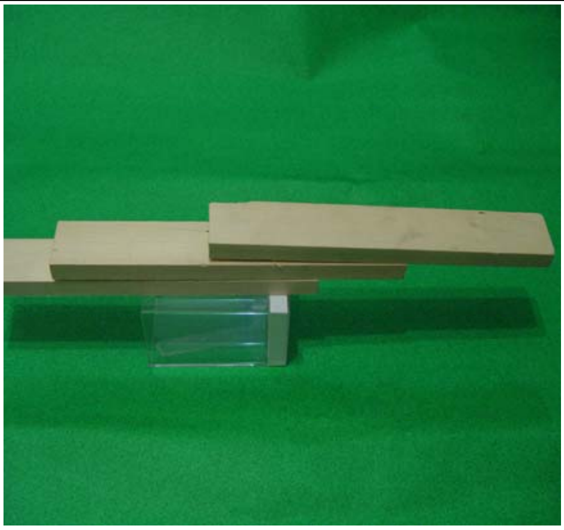


左邊力矩: 右邊力矩:

$$\frac{3}{4}W\times\frac{3}{8}L+\frac{1}{4}W\times\frac{1}{8}L=\frac{10}{32}W\times L \qquad \frac{3}{4}W\times\frac{3}{8}L+\frac{1}{4}W\times\frac{1}{8}L=\frac{10}{32}W\times L$$

因左邊總力矩剛好等於右邊力矩，因此就是排到兩層時突出桌面最長的長度。

當排三層時:

左邊總力矩

$$\frac{5}{6}W\times\frac{5}{12}L+\frac{7}{12}W\times\frac{7}{24}L+\frac{1}{12}W\times\frac{1}{24}L$$

$$=\frac{25}{72}W\times L+\frac{49}{288}W\times L+\frac{1}{288}W\times L$$

$$=\frac{150}{288}W\times L$$

右邊總力矩

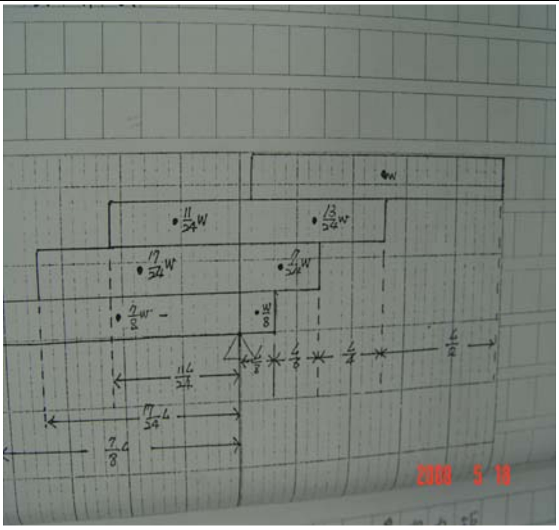
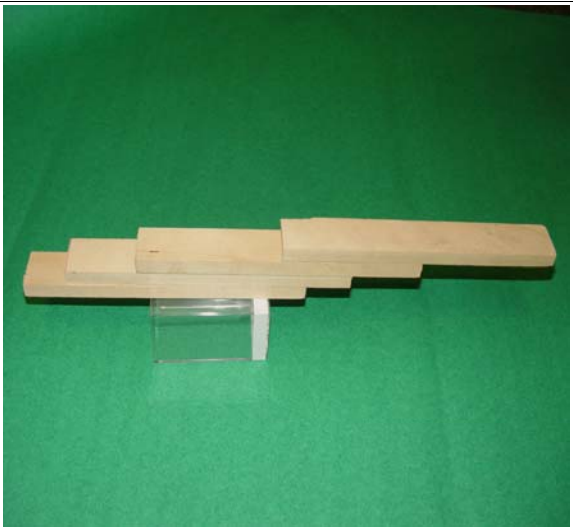
$$\frac{1}{6}W\times\frac{1}{12}L+\frac{5}{12}W\times\frac{5}{24}L+\frac{11}{12}W\times\frac{11}{24}L$$

$$=\frac{1}{72}W\times L+\frac{25}{288}W\times L+\frac{121}{288}W\times L$$

$$=\frac{150}{288}W\times L$$

左邊總力矩等於右邊總力矩，因此三塊板子剛好平衡，這是三塊板子所能突出的最長排法。

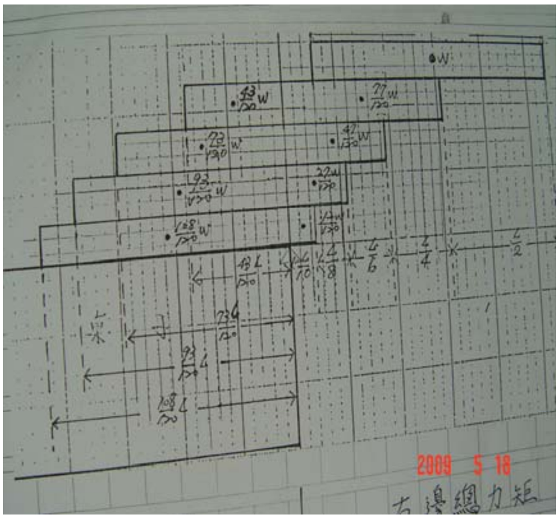
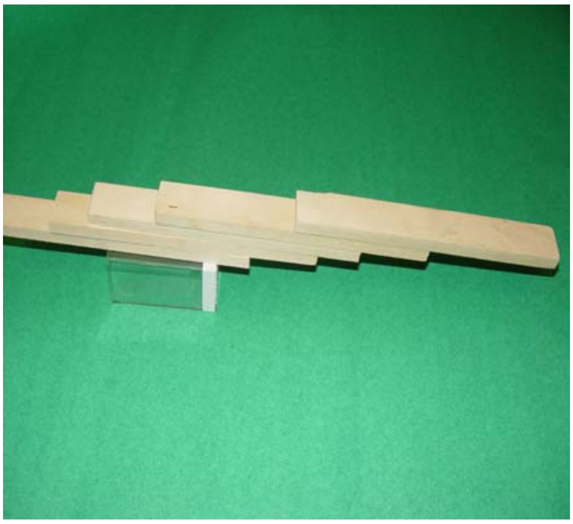
當排四層時:

左邊總力矩	右邊總力矩
$\frac{7}{8}W\times\frac{7}{16}L+\frac{17}{24}W\times\frac{17}{48}L+\frac{11}{24}W\times\frac{11}{48}L$ $=\frac{49}{128}W\times L+\frac{289}{1152}W\times L+\frac{121}{1152}W\times L$ $=\frac{441}{1152}W\times L+\frac{289}{1152}W\times L\ \frac{121}{288}W\times L$ $=\frac{851}{1152}W\times L$	$\frac{1}{8}W\times\frac{1}{16}L+\frac{7}{24}W\times\frac{7}{48}L+\frac{13}{24}W\times\frac{13}{48}L+W\times\frac{13}{24}L=$ $\frac{1}{128}W\times L+\frac{49}{1152}W\ L+\frac{169}{1152}W\ L+\frac{13}{24}W\times L$ $=\frac{9}{1152}W\times L+\frac{49}{1152}W\ L+\frac{169}{1152}W\ L+\frac{624}{1152}W\times L$ $=\frac{851}{1152}W\times L$

左邊總力矩等於右邊總力矩，因此四塊板子剛好平衡，這是四塊板子所突出最長排法。

當排第五層：

左邊總力矩	右邊總力矩
$\frac{108}{120}W\times\frac{108}{240}L+\frac{93}{120}W\times\frac{93}{240}L+\frac{73}{120}W\times\frac{73}{240}L+\frac{43}{120}W\times\frac{43}{240}L$	$\frac{12}{120}W\times\frac{12}{240}L+\frac{27}{120}W\times\frac{27}{240}L+\frac{47}{120}W\times\frac{47}{240}L+\frac{77}{120}W\times\frac{77}{240}L$
$=\frac{16644}{28800}W\times L+\frac{8649}{28800}W\times L+\frac{5329}{28800}W\times L+\frac{1849}{28800}W\times L$	$=\frac{144}{28800}W\times L+\frac{729}{28800}W\times L+\frac{2209}{28800}W\times L+\frac{5929}{28800}W\times L+\frac{1848}{28800}W\times L$
$=\frac{27491}{28800}W\times L$	$=\frac{27491}{28800}W\times L$

左邊總力矩等於右邊總力矩$=\frac{27491}{28800}W\times L$

結果:我們發現當我們用問題(二)所推出的木塊(總長= $\frac{1}{2}L+\frac{1}{4}L+\frac{1}{6}L+\cdots..$)

時，我們發現以桌沿爲支點時，兩邊總力矩恰好相等。

	左邊總力矩	右邊總力矩
只有一層	$\frac{1}{8}$ W×L	$\frac{1}{8}$ W×L
只有二層	$\frac{10}{32}$ W×L	$\frac{10}{32}$ W×L
只有三層	$=\frac{150}{288}$ W×L	$=\frac{150}{288}$ W×L
只有四層	$\frac{851}{1152}$ W×L	$\frac{851}{1152}$ W×L
只有五層	$\frac{27491}{28800}$ W×L	$\frac{27491}{28800}$ W×L

問題(四) 不同的材質介面是否會造成堆疊長度的改變呢?

方法:將木板(規格 24cm×3.2cm×1.2cm)分別包上下列材質:

1.玻璃紙

2.砂紙

3.保鮮膜

4.綿紙

5.鋁箔紙

6.壁報紙

然後分別以我塊木板去堆疊，測量三次取平均值,結果如下表所示

	第一次	第二次	第三次	第四次
木質	26.9	26.7	27.1	26.9
玻璃紙	26.3	26.5	26.7	26.5
砂紙	25.4	25.7	26.0	25.7
保鮮膜	27.0	26.8	26.5	267.6
綿紙	26.3	26.7	26.9	265.6
鋁箔紙	26.9	26.7	26.7	267.6
壁報紙	26.8	26.4	26.8	266.6

1. 由實驗的結果，我們看出砂紙介面的木板，明顯的較不具規律性，而我們進一步分析上述各種材質，發現只有砂紙的均勻度較不好(因其表面的顆粒大小，分部並不平均)導致突出桌面長度的改變。
2. 任何均勻的物質應該有相同的突出長度，而平均所以大小有所不同，應是試驗誤差。

問題(五)不同的規格(長、寬、高)不同，是否堆疊長度有影響呢?

方法(1):5～1 取各種不同規格的木塊加以排列

1．長度改變 **1**. 24cm×3.2cm×1.2cm

2.20cmx3.2cm×1.2cm

3.16cmx3.2cm×1.2cm

4.12cmx3.2cm×1.2cm

5.8cmx3.2cm×1.2cm

規格 總長	層數	第一層	第二層	第三層	第四層	第五層	總長	總長÷單位長度
8cmx3.2cmx1.2 cm		0.77	0.94	1.30	1.9	3.8	8.71	**1.09**
12cmx3.2cmx1.2cm		1.18	1.42	1.91	2.87	5.9	13.28	**1.106**
16cmx3.2cmx1.2cm		1.57	1.9	2.57	3.92	7.8	17.76	**1.1**
20cmx3.2cmx1.2cm		1.96	2.42	3.21	4.92	9.9	22.41	**1.12**
24cmx3.2cmx1.2cm		2.3	2.92	3.92	5.8	11.8	26.74	**1.11**

結果 **5～1**：我們發現突出木塊總長將隨木塊總長規格改變而改變,而且單位木塊

長度愈長的推出的長度愈長。
發現.總長÷單位長度＝1.11(定値),這也就是說總長度會隨著單位木板的長度等比例放大。

方法５～２：取各種長、厚一樣，寬度不同的木塊加以堆疊

１.２４ｃｍ×3.2cm×1.2cm

２.２４ｃｍ×6.4ｃｍ×1.2cm

３.２４ｃｍ×9.6ｃｍ×1.2cm

４.２４ｃｍ×12.8ｃｍ×1.2cm

５.２４ｃｍ×16ｃｍ×1.2cm

結果：５～２如下表

長度 / 規格	第一層	第二層	第三層	第四層	第五層	總長
24 c m×3.2 c m×1.2cm	2.3	2.9	3.87	5.9	11.59	26.54
24 c m×6.4 c m×1.2cm	2.2	2.87	3.92	5.93	11.7	26.62
24 c m×9.6 c m×1.2cm	2.3	2.92	3.95	5.87	11.85	26.89
24 c m×12.8 c m×1.2cm	2.15	2.82	3.85	5.82	11.68	26.32
24 c m×16 c m×1.2cm	2.2	2.93	3.80	5.8	11.73	26.46

我們發現寬度改變（長、厚不變）的木塊，他所堆疊的總度幾乎相同，也就是說木塊的寬度對突出的總長並無影響。

方法５～３取各種厚度不同但長寬相同的木塊，規格如下：

1.24cm×3.2cm×1.2cm

2. 24cm×3.2cm×2.4cm

3. 24cm×3.2cm×3.8cm

4. 24cm×3.2cm×4.8cm

5. 24cm×3.2cm×6cm

堆疊結果如下：

長度 規格	第一層	第二層	第三層	第四層	第五層	總長
24 c m×3.2 c m×1.2cm	2.3	2.85	3.92	5.87	11.92	26.76
24 c m×3.2 c m×2.4cm	2.3	2.87	3.86	5.92	11.89	26.84
24 c m×3.2 c m×3.6cm	2.15	2.92	3.82	5.85	11.94	26.68
24 c m×3.2 c m×4.8cm	2.35	2.86	3.91	5.92	11.89	26.93
24 c m×3.2 c m×6cm	2.15	2.89	3.85	5.80	11.85	26.54

結果５～３：我們發現厚度的改變（長寬不變）的木塊所堆疊的總長度幾乎相同，也就是說木塊厚度並不影響堆疊的總長度。

問題（六）如何利用用多數跨距搭出拱橋呢？

方法步驟：

１．取４０ｃm×3.2cm×1.2cm 木條數十枝進行下列步驟

２．取一木條於地面

３．另取二木條以水平方式置於先前木條上方,且需與原木條保持垂直。

４．取一木條置於水平木條的中間上方。

５．抬起右側垂直木條後，將二木條如圖放置。

６．取一木條置於步驟５新搭木條右端下方。

７．重複進行步驟５、６，即可搭拱橋。

結果：我們發現木造拱橋並不能無限延伸，當搭造一定長度後，拱橋會呈現一個弧形，搭的長度愈長，弧度會愈大，當弧度大到使兩端垂直於地面時，這就是拱橋的極限了。

伍、結果與討論

（一）當槓桿平衡器左、右兩邊平衡時，若右邊平衡器剛好是將左邊砝碼總個數掛於一點，則我們 句說那一點相當於左邊力臂的總重心位置。

（二）利用均勻木塊去堆疊時，假設木塊長度爲 L 時，突出總長度最長爲 $\frac{1}{2}L+\frac{1}{4}L+\frac{1}{6}L+\frac{1}{8}L\cdots$.

（三）當堆疊產生平衡時，我們發現如果以桌沿當成支點時恆有桌子上方的力矩≧懸空的力矩，而如果”＝”成立時就是突出桌面最長長度（我們考慮的狀況是木塊一定要堆出距離，不可不動或前後堆疊）。

（四）不同材質界面可能會對堆疊長度產影響，例如砂紙界面因顆粒分布較不平均可能有些許影響。

（五）不同長度的木塊可堆疊出不同的總長度，但最長長度的堆疊仍然符合公

式 $\frac{1}{2}L+\frac{1}{4}L+\frac{1}{6}L+\frac{1}{8}L\cdots.$

（六）長度相同但厚度不同，對我們堆疊總長度沒影響。

（七）長度相同但寬度不同的木塊，對我們堆疊長度沒有影響。

（八）利用多數跨距的連續拱橋可搭造出一個結構堅固的拱橋，馬篁釘鐵鍵予以固定。

六、結論

這次主題與力矩有密切的關係，由於正在教授槓桿的單元，所以特別將觀念較模糊的同學 組成一小組（六人），做全程的參與，不論是實驗的操作及數據的歸納及取得多多少少會碰到瓶頸及誤差，幸賴學生不厭其煩的實驗及多次修正，最重要的是科學態度的培養及對槓桿更進一步的了解，這是最值得慶幸的事。

七、參考書目

國民小學自然課本，習作第九冊

科學教育活動實例—國立科學工藝博物館篇數學學習—陳輝榮。

【評語】080119

實驗認真，可惜內容及表達說明略不足。