

# 中華民國 第 49 屆中小學科學展覽會

## 作品說明書

---

高中組 地球科學科

第三名

最佳創意獎

040510

雙星拱月：) ~ 金、木星合月之週期計算

學校名稱：國立大里高級中學

作者： 高二 賴廷彥 高二 劉家安 高二 林冠吾 高二 沈雅涵	指導老師： 林士超
---------------------------------------------	--------------

關鍵詞：行星合月、會合週期、恆星週期

## 「雙星拱月☺」～金木星合月之週期計算

### 摘 要

在去年十二月一日傍晚，很多人都看到了金、木、月排成微笑模樣，不禁想問：還有下一次嗎？

本研究是以程式建立行星軌道以推判其位置來進行研究。先以 C++ 建立三維的橢圓行星軌道，計算不同時間的位置；再與美國海軍天文台行星曆元表 ICE 相較，結果顯示 50 年內，金、木星位置經度差在 40 秒內；緯度差小於 2 分 16 秒，可符合精確度要求。

結果也顯示：40 年內，符合初四眉月搭配金、木星相距在 1 度內僅 2 次；金木相距 3 度及 5 度也只有 5、10 次。以 Stellarium 查閱此等結果，皆無微笑臉龐再現天際；若放寬條件為殘月，將於 2036 年 7 月 21 日的日出前看見微笑。

關 鍵 詞：行星合月、會合週期、行星位置計算

## 壹、研究動機

在台北天文館的網站提到 2008 年 12 月 1 日，有一極為特別的天文景觀：天空會出現由金星、木星，與眉月組成笑臉。

果真，全世界均可以看到金星、木星以及月亮排列成微笑模樣，這天文事件成爲大家茶餘飯後的話題，隨口皆會問：下一次是什麼時候呢？

金/木星再出現在同一位置的時間間隔要多久？金星與木星會合的時間間隔需要多久？金、木星、眉月構成笑臉，會幾年出現一次？有多少因素會影響上述的的週期呢？

## 貳、研究目的

- 一、明瞭內、外行星的運動規律性。
- 二、明瞭月球繞地球運行的位置及月相變化的規律。
- 三、以程式檢視金、木、月球出現在天空同一位置的時間。
- 四、確認行星繞太陽運行的物理條件及會合週期的數學計算。

## 參、研究設備及器材

電腦、網路、計算機、台北天文館天文年鑑、GeoGebra、程式 Dev C++、Stellarium、The Sky、MICA、ICE、可查月相之萬年曆。

## 肆、研究過程及方法

第一部份：

一、以行星公轉角速度概念，輔以會合公式導出二星會合、二星合月週期。分別計算下列組合的會合週期S：

金星、地球；木星、地球；金星、木星；金星與地球並且木星與地球；最後還有金星、木星會合週期與地球繞日公轉的恆星週期的公倍數。

二、底下是雙星會合週期S的公式推導：

$$P \text{ 行星公轉角速率 } \omega_P = \frac{360^\circ}{P}$$

$$E \text{ 行星公轉角速率 } \omega_E = \frac{360^\circ}{E}$$

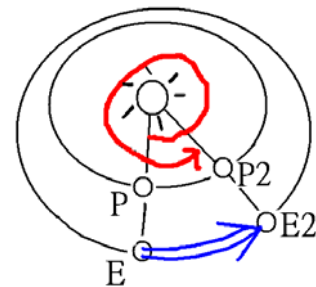
自圖中 P、E 位置，因 E 爲外行星，公轉較慢，逆時鐘走到了位置 E2 歷時爲 S；相對而言，行星 P 需運行一圈後再多走的角度爲

$$S \times \left( \frac{360^\circ}{E} \right) \text{ 方能追趕到 } P2 \text{ 的位置，其所花時間爲 } (S - P)$$

才足以趕上 E 行星(E2 的位置)。

$$\text{也就是 } (S - P) \times \left( \frac{360^\circ}{P} \right) = S \times \frac{360^\circ}{E},$$

$$\text{化簡 } \frac{S}{P} - 1 = \frac{S}{E}, \quad \text{同除以 } S, \text{ 並移項: } \frac{1}{S} = \frac{1}{P} - \frac{1}{E}$$



第二部份：

三、用C++程式算出行星絕對位置及相對位置，行星軌道為三維，形狀為橢圓形，且行星運動的攝動修正採百年的平近點角修正理論，天球座標採J2000曆元。

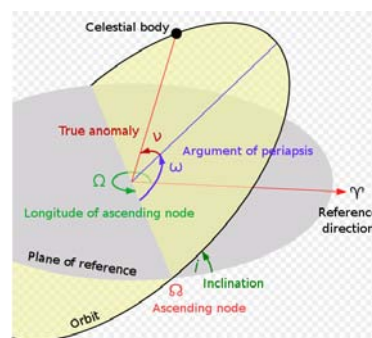
1. 先用行星的六個軌道參數建構出行星的繞日公轉軌道模型，六參數分別為 a 半長軸、e 離心率、i 軌道傾角、 $\omega$ 行星軌道與黃道面的交線的近日點交角、 $\Omega$ 行星軌道與黃道面的交線的春分點的交角、M 平近日點的偏差角。

2. 再將攝動的修正值(時間的一次方項)放入C++程式中，以修正六個軌道參數在年際(本研究採世紀年 CY)的變化量，也就是在程式計算中所用的軌道參數是隨年代改變而改變；所採用數值詳見附錄二。

3. 計算之初始值採用2000年1月1日12:00，將觀測時間代入軌道參數式中，計算出行星或地球的位置。

4. 將地球與被觀測行星的相對座標求出來，以向量表示；並將行星相對角度求出來。

5. 將求出來的向量，轉換為地球的天球赤道座標，再轉換成地平座標。



四、由於月球繞地球公轉的運行模式極為複雜，擾動也複雜多變。故本研究僅以程式判斷木、金星視覺角度相差在一定範圍內，並每小時檢視金木星的天空位置，將滿足條件的日期/時間及相對位置輸出成檔案。

五、為找尋符合眉月的要求，以萬年曆查核步驟四的日期之對應月相。以步驟四所輸出的檔案的日期，判定是否為初一、二、三、四、五或農曆二五、二六、二七、二八、二九之月相，符合條件者存檔。

六、由於，2008年12月1日傍晚所出現的眉月是初四。因此，以初四為上述檔案的最後篩選，亦即將步驟四結果除去不是初四月相的日期，再執行星空模擬程式，進行結果驗證是否有『雙星合月』。

七、反之，將眉月條件改為殘月，其他步驟如同(五)，查看是否雙星合月？

八、再以程式 Stellarium、The Sky、ICE 進行每十年為間隔的天體位置計算精確分析，比較這些程式之間的十年際之計算誤差。(註：ICE 為 MICA 的核心程式，屬美國海軍天文台的行星曆元表程式，前者為免費版，後者屬商業版)

第三部份：

九、以程式 GeoGebra 進行模擬，求出金、木、地呈一線排列，但該直線不可通過太陽的發生頻率。

## 伍、研究結果

一、雙星合月的週期計算：

1. 計算金、地會合週期：

$\frac{1}{\text{金}} + \frac{1}{\text{地}} = \frac{1}{S} \rightarrow S = 583.9$  天(金地合)，也就是說金星、地球、太陽連成一直線到下一次又一直線的時間間隔。

2. 計算地、木會合週期：

$\frac{1}{\text{地}} + \frac{1}{\text{木}} = \frac{1}{S} \rightarrow S = 398.8$  天 (地木合)，也就是說地球、木星、太陽連成一直線到下一次木地日一直線時間間隔。

3. 計算金星、木星會合的週期：

$\frac{1}{\text{金}} + \frac{1}{\text{木}} = \frac{1}{S} \rightarrow S = 236.9$  天 (金木合)，因為太陽、金星、與木星連成一直線週期比前二者得更少一些，好似沒多久就可再看見微笑組合。

4. 若先計算金、地會合、再算木、地會合之後的共同會合週期：

$\frac{1}{\text{金地合}} + \frac{1}{\text{木地合}} = \frac{1}{S} \rightarrow S = 1258.9$  天，這個時間將近要 3 年 6 個月，意義是：要在地球上看到金星大距的現象，並看到木星衝的現象的時間間隔要 3 年 6 個月。

5. 計算金、木星會合週期，與地球繞日公轉恆星週期的可能週期的變化組合：

【一】金木會合週期×地球週期(最小公倍數)=236.9 年

【二】金木會合週期與地球的恆星週期，一起求會合週期：

$$\frac{1}{\text{金木合}} + \frac{1}{\text{地}} = \frac{1}{S} \rightarrow S = 674.8 \text{ 天}$$

第二部份結果：

二、以 C++ 程式篩選金星與木星兩者相靠近的距離的標準在 1、3、5 度，結果如下：

- 暫不考慮月球的月相與位置，2000/1/1 到 2050/1/1 程式每小時檢視金木星相距在 1 度內有 57 次，3 度內 243 次，距 5 度內 449 次。在沒能採用月相判斷之前，這些次數，令人眼花！
- 考慮月相，在農曆二十五之後，或初五之前的月相，即可符合眉月或殘月的笑臉外形。程式執行的結果如下：2000 到 2050 年，金木星相距 1 度內僅 20 次，3 度內達 82 次，距 5 度內仍有 170 次。雖然，在此步驟已採用月相判斷，但仍無月球位置的數據，結果仍無法令人滿意！
- 為求金木雙星合月，先以初四月相過篩；2000 年到 2050 年，金木星相距 1 度內且為初四眉月僅有 2 次；金木 3 度內/初四



上：金、木距五度內，月相初四



上：金、木距三度內，月相初四

月相有 5 次；條件最寬鬆的金木距 5 度以內／初四月相也僅 10 次；結果表列如附錄三。

4. 經星空模擬程式查閱驗證，僅2015.07.19（5 度篩選）及2032.12.06（3 度篩選）發生『類似』雙星合月，但非眼歪嘴斜，就是有顆星跑到比較西方；嚴格來說，皆非微笑臉龐。（見右圖，上及中間二圖）
5. 若以更細的眉月(農曆初三)判定，自 2000 年到 2050 年，金木星相距 1 度內僅有 2 次；金木 3 度內、初三眉月達 6 次；金木距 5 度內且初三眉月也僅 11 次；結果表列如附錄三。若經星空程式查閱，僅 2029.9.10(見右圖)(合 3 度篩選)發生『類似』雙星合月，但月亮距金木雙星還有個角度；嚴格來說，也不是微笑臉龐。
6. 接下來，將殘月的條件也納入考量，金、木星在 5 度內，如此的農曆廿七有 22 次，農曆廿八 19 次，程式判定結果見附錄三。但以 Stellarium 檢視，嚴格的微笑臉龐☺只發生在2036 年 7 月 21 日日出前、東方天空。（見右下圖，圖中虛線為地平線）



上：金、木距三度內，月相初三

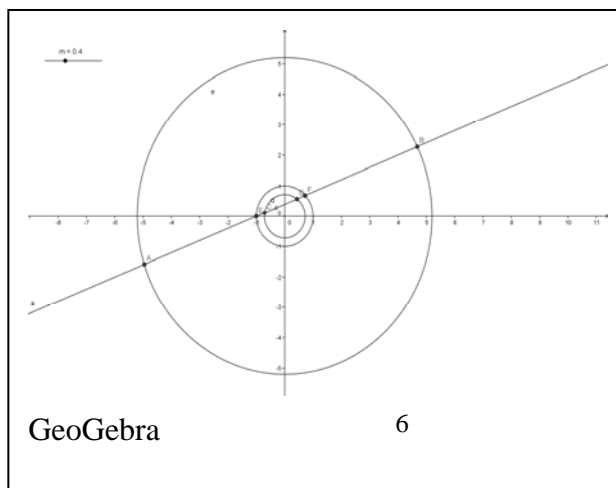


上：月相廿八，金、木距五度內  
(畫面皆擷取自 Stellarium)

第三部份結果：

三、以程式 GeoGebra 進行模擬：

1. 可畫出金、木星、地球三星呈一線的幾何圖形，如下圖。
2. 現階段但因參數化條件不足，尚無法求出金星、木星、地球三者連一直線的時間以及出現頻率。
3. 但確定程式可套用參數化的功能，進行進階的數學圖形繪製。



## 陸、討 論

### 一、神奇的一些天文數字：

1. 天文採用儒略年作為「年」的時間單位。年的長度取為太陽在天球上沿黃道從某一定標點再回到同一定標點所經歷的時間間隔。由於所選取的定標點不同，年的定義也不同，通常有：回歸年=365.2421 日，而恆星年則是 365.25636 日。本研究中的一年採用的是恆星年 365.256 日。

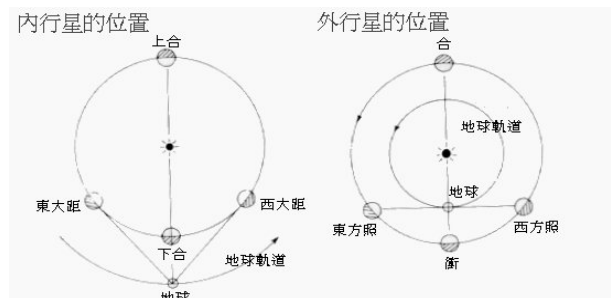
	運轉條件	週期(天)
恆星週期	金星	224.700
	地球	365.256
	木星	4331.572
會合週期	金地合	583.906
	金木合	236.994
	地木合	398.897

2. 至於，朔望月是指同一月相再出現的時間間隔，本研究採用的是 29.53 日，也就是這一次的初四眉月，再到下一次初四眉月的時間間隔。
3. 金木星的恆星週期，即行星繞日公

轉週期。

### 二、會合週期與恆星週期：

1. 當從地球中心向外看，金或木星和月亮的天球赤經經度相同時，稱為「金星合月」或「木星合月」。
2. 會合週期看似有效用，但是無實際效用？



計算所得之公轉會合周期，與實測周期之出入，主要是由於各行星繞日公轉的軌道並非理想的正圓形，而是各有不同偏心率之橢圓，再加上各行星軌道之半長、短軸與其他行星長短軸空間指向各異、且行星運行速度亦隨其與太陽之距離變更，故造成上述所提及的計算結果的差誤。

3. 又，從空間幾何來看，金木星會合週期的概念是從太陽系的外側，來檢視金木雙星與日連成一線 SVEJ (符號參考圖例)，也就是以日心觀點來看某一次金木與太陽連成一直線，到下一次連成直線相同時間的間隔。但實際上，若是在地球上來討論金木雙星的排列一直線，是不用，也不能考慮太陽的！因為，太陽太亮，且實際發生金木會合是要如右上圖所示的行星相對位置！(上圖：自 E 看 V1，背後有 J；或自 E 看 V2，背後有 J)

### (三) 公倍數與會合周期是否有相同的天文意義？

1. 為了算出雙星拱月的週期，可先求出金、地、木三星會合的週期，再導入月球的朔望變化週期，進而求出共同的週期。
2. 在三星會合這個部分，我們最初使用的方法，是算三星(金、地、木)恆星週期的最小公倍數(見右側最小公倍數的展轉相除示意式)，即：金星、地球及木星的恆星週期分別為 224.7、365.26、4331.57 天，所以最小公倍數應該是  $m \times a \times b \times c$ (天)。

$$m \left| \begin{array}{ccc} 224.7, & 365.26, & 4331.57 \\ a & b & c \end{array} \right.$$



3. 但是，先求金地合、木地合再求共同會合週期，似乎與先求金木合再與地球的  
 的恆星週期求共同週期有所不同。

(1) 金地合+木地合：公式=1258.9 天 ……………算法一  
 (1/583.9+1/398.8，其中：金地合 583.9 天，木地合 398.8 天)

(2) 金木合（金木合 236.9 天）+地（365.25 天）：  
 金木合×地球週期=236.9 年（採最小公倍數方法）……………算法二

(3) 金木合+地：公式=674.8 天（採行星會合週期方法）……………算法三

4. 但是，三星的週期皆含小數，然而一般的做法是先把所要求公倍數之數同  
 乘 $10^n$ ，使成整數，再求最小公倍數，然後除以 $10^n$ 即為所求

$$2 \times 2 \times 56175 \times 91314 \times 1082893 \times 10^{-3}$$

$$= 2.4 \times 10^{13} \text{ 天}$$

→數字太大，不合需求

2	224.700, 365.256, 4331.572
2	112.350, 182.628, 2165.786
	56.175, 91.314, 1082.893
2	224700, 365256, 4331572
	112350, 182628, 2165786

5. 回歸數論，到底何謂因數？何謂倍數？

(1) 提出因數算最小公倍數的條件：此  
 數必須要能成 1 個或數個質因數相  
 乘

(2) 這就破除小數能不能算公倍數的迷思～須為正整數才能算最小公倍數。

(3) 最後，我們透過會合週期的計算，得到以下數據：

將其和一年 365 天相乘，做為求三星會合週期（金、地、木）的最小倍  
 數，也就是所要的答案之一。亦即 236.9 天×1 年=236.9 年≈237 年，**雖  
 然數學解存在，但天文意義極為微弱。**

(四) 星曆表檢查：

除了理論上的計算和我們本身所寫的 C++程式之外，我們將自己設計的程式  
 Stelo 和 The Sky、Stellarium、ICE 做了計算誤差值的分析。

1. 本研究(Stelo)自 2000 年到 2050 年的計算精準度與Stellarium、The Sky、ICE(美  
 國海軍天文台)比較結果表列如附錄四，由表中數據可知本研究的計算精度  
 與美國海軍天文台ICE的計算結果相當接近，金星及木星的預測位置經度  
 (RA)的最大誤差在 35 秒與 39 秒；金星及木星的預測位置緯度(DEC)的最大  
 誤差在 26 秒與 2 分 16 秒。
2. 美國海軍天文台 ICE 的計算是天體位置計算方法中，精確度可說是全世界  
 數一數二的工具，可見本研究所的計算公式的理論與計算過程有一定的精  
 確度與可信度，特別是在赤經的精準度，可以控制在比較理想的數值以內。
3. 又，本研究的計算精度與Stellarium的計算結果也是具有一定程度的接近，  
 金星及木星的預測位置經度的最大誤差在 1 分 49 秒與 28 秒；預測位置緯度  
 的最大誤差在 8 分 39 秒與 2 分 36 秒。這些誤差特別是在經度的精準度與ICE  
 的討論相似，也就是在要求赤經精確度時足以符合本究需求。
4. 美國海軍天文台之 MICA v2.1，為全球公認最準確之星體位置表產生軟體，  
 藉由中央氣象局鄭振豐技正的協助，得以有更準確資料進行本研究以 C++



計算的偏差值討論，以 2036 年 7 月 21 日上午 5 點整為例(出現微笑臉龐)，比較如下：(計算之參考位置：東經 120 度 7 分，北緯 24 度 15 分)

**By Stelo** (本研究) (註：RA、DEC 分別代表天球座標赤經、赤緯)

木星: RA 4h58m35s DEC 22d03'58" AZ 79d.2785 ALT 35d.4549

金星: RA 4h53m10s DEC 18d17'36" AZ 84d.1667 ALT 35d.6467

**By MICA** V2.1 (2036 年 7 月 20 日 21:00 UT, 美國海軍天文台)

木星: RA 4h58m30s DEC 22d27'27"

金星: RA 4h55m16s DEC 18d20'49"

在 2036 年 7 月 20 日 21:00 UT 誤差 (Stelo - MICA) :

木星: RA 5s DEC -23'29"

金星: RA -2m6s DEC -3'13"

天球赤經的計算誤差僅 **2m**，全然可符合本研究計算行星會合之赤經度數要求。

(五)天體軌道參數的功用與軌道攝動討論：

一般，行星軌道多半假設是等速率圓周運動，但在分析金、木星軌道及其位置，若是真用圓形軌道且只在二維的黃道面上繞太陽運行，實在無法滿足本研究的需求。

1. 行星運動理論是編制天體星曆表的基礎，法國數學家拉格朗日確立了研究行星運動的方法，行星的真實軌道應看作是一系列不斷變動的橢圓，並推導出橢圓軌道參數隨時間變化的微分方程組，可以用逐次近似法將這方程組進行積分而得到軌道參數的數學計算式。
2. 一般的天文計算所給定的軌道資料都是以 2000 年春分點為天球座標為起始點參考。為了轉換成現今的天文觀測座標，我們稱為瞬時分點座標，就必須考慮座標系統的偏移修正，座標修正主要來自於地球的進動 (Precession) 與章動 (Nutation)。天體力學的計算之中，只要論及到進動與章動，就算是相當進階的天文計算。
3. 每顆行星的位置計算都有所謂的初軌計算，如此的做法是為依據比較新的觀測數據，而能有較精準的計算。本次計算是以 2000 年 1 月 1 日中午 12:00(UT) 為初始值。

(六) 本研究之所以無法用程式直接計算取得月球位置，實因月球的位置計算是所有天體計算裡比較複雜的部分，往往為提高一點計算的精確度，必須使用數百個擾動修正項。底下條列幾個比較重要的月球軌道變化因素：

1. 偏心率  $e$  變化：月球軌道偏心率變化在 1/15 到 1/23 的範圍內，偏心率的平均值為 0.0549，接近 1/18。
2. 軌道傾角  $i$  變化：月球軌道(白道)對地球軌道(黃道)的傾角變化在  $4^{\circ}57'$  ~  $5^{\circ}19'$  之間，平均值為  $5^{\circ}09'$ 。
3. 拱線運動：月球圍繞地球的橢圓軌道，在它自己的平面上也不是固定的，橢圓的拱線(近地、遠地點的連線)沿月球公轉方向向前移動，週期為 8.85 年；

也就是月球軌道近地點與黃道交線夾角是時間函數，以下為數學表示式：

$$\omega = 192.918 + 0.111404d \quad (d \text{ 表示日期})。$$

4. **交點西退**：白道與黃道的交線，其空間位置並不固定，而是不斷地向西運動，每 18.6 年運行一周；也就是月球軌道的黃道交角  $\Lambda = 55.204 - 0.052954d$  (d 表示日期)。
5. **中心差**：由於月球軌道是橢圓而不是圓形，月球公轉速度並不均勻。月球運動同均勻的圓周運動比較，時而超前，時而落後，其半振幅為  $6^\circ.29$ ，週期為 27.55455 日；也就是月球軌道的平近地點交角  $L = 18.252 + 13.176396d$  (d 表示日期)。
6. 有以上的條件限制，本研究只好退而求其次，以**萬年曆**反推月相及月球位置，但所幸以 C++ 程所計算出的時間誤差不會太大，特別是在赤經位置有一定程度上的信賴。對於，動輒好幾個月或好幾年的估計，這算是個可接受的方法！（詳見包舜華的新浪網部落格，參考資料第二項，第 16 子項）

七、以 GeoGebra 程式來修正 3D 太陽系模型：

1. GeoGebra 為一個繪圖軟體，可建立簡單行星軌道，可利用它來模擬行星三點共線的各種情形。本研究是採固定地球的位置為不動點，連接金星與木星為線段，再控制斜率使它改變傾斜程度，發現有許多可能的情況。
2. 首先我們先代入參數式(例如： $X = A \cos \theta$ )，這樣便會產生行星運動的橢圓軌道表示式。
3. 雙星合月之起始狀態是一直線，故軟體條件設定軌道為 2 維、軌道形狀為圓形，E 地球、V 金星、J 木星、S 太陽，初始  $\angle VSE =$  後來  $\angle VSE$ ，初始  $\angle ESJ =$  後來  $\angle ESJ$ ，初始  $\angle VSJ =$  後來  $\angle VSJ$ 。
4. 如果一直保持 ESVJ 的角度差，便能永遠保持一直線；假設 SE 的連線為起始點： $Wet \equiv 0 \pmod{2\pi}$ ， $WVt \equiv \varphi \pmod{2\pi}$ ， $WJt \equiv \alpha \pmod{2\pi}$ ，其中  $\alpha$ ， $\varphi$  為定值。希望之後能找出三點共線的各點與與太陽形成的角度的關係。 註：mod 表示求餘數
5. 若是我們把其他行星的軌道設置完成後，在地球軌道上選擇一個點，來當作地球；且將地球固定不動，以地球為切點，啓用 GeoGebra 橢圓的切線方程式功能；之後，再設置通過地球切線的斜率，便可藉由改變斜率，來觀察與其他軌道的交點。經由操作 GeoGebra 發現三點共線所能形成的結果，是有無窮多種。
6. 再把那些交點與太陽的位置連接成線段，便可產生與太陽的角度關係，因為這個軟體可利用參數  $(\omega, \theta, t)$  函數的關係式  $(\theta = \omega t)$ ，還未找到正確的方法來使用它。所以，我們還想再更熟悉這軟體的使用方法，利用這個軟體來求出角速度與時間的關係式。

## 柒、結論

- (一) 以行星會合週期公式，計算金星與地球會合、再算木星與地球會合之後的共同會合週期為 1258.9 天，將近要 3 年 6 個月之久。由於日心與地心座標的轉換，行星會合週期在本研究中全然無實際效用。
- (二) 行星位置採三維及橢圓軌道計算；結果與美國海軍天文台行星位置程式 ICE 相較，金、木星位置經度誤差在 39 秒內；緯度差在 2 分 16 秒以內。若要求行星赤經相同即為會合，可符合精確度要求。
- (三) 結果顯示：2000 起 50 年內，符合初四眉月再搭配金、木星相距在 1 度內僅 2 次；金木相距 3 度有 5 次；放寬到 5 度也僅 10 次。
- (四) 以 Stellarium 查閱上述結果，僅有 2015.07.19 及 2032.12.06 發生『類似』雙星合月，但皆非微笑臉龐。也就是「同樣黃昏、西南天空、眉月、三星相對位置」，在 2050 年之前不會發生。
- (五) 若放寬條件為殘月，微笑將發生於 2036.7.21 的日出前東方天空，與 08 年 12 月黃昏類似。

## 捌、參考資料及其他

### 一、書面

1. 李通藝，高中基礎地科(全)，第一版，台中，康熹圖書，p.208，2008
2. 台北天文館天文年鑑，第一版，台北，2008
3. Oliver Montenbruck & Thomas Pfleger，Astronomy on the Personal Computer，2<sup>nd</sup> Ed.，United Kingdom，Springer Press，2002
4. Robin Michael Green，Spherical astronomy，1<sup>st</sup> Ed.，Cambridge University Press，New York/United State，1985
5. 劉林，天體力學方法，第一版，中國南京，南京大學出版社，p.235，1998
6. 個人通訊，台北天文館，陳岸立組長；中央氣象局，鄭振豐技正；天文計算網站，包舜華先生

### 二、網路

1. <http://www.taipei.gov.tw>，台北天文館，2008.11.25 天象
2. <http://www.met.rdg.ac.uk/~ross/Astronomy/PlanetForm.html>
3. Jet Propulsion Laboratory (NASA) <http://ssd.jpl.nasa.gov>
4. <http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/planetfact.html>，NASA行星軌道參數
5. <http://en.wikipedia.org/wiki/Orbit>
6. <http://www.astro.uio.no/ita/TNP/ice/ice.html>，Interactive Computer Ephemeris
7. <http://zh.wikipedia.org/wiki/> title：會合周期
8. <http://www.geogebra.org/cms/>，數學繪圖軟體
9. <http://www.stellarium.org/>，星圖軟體
10. [http://ssd.jpl.nasa.gov/txt/p\\_elem\\_t1.txt](http://ssd.jpl.nasa.gov/txt/p_elem_t1.txt)，Keplerian Elements for Approximate Positions @ SSD/JPL
11. [http://blog.sina.com.tw/astro\\_calculator/article.php?pbgid=24388&entryid=301195](http://blog.sina.com.tw/astro_calculator/article.php?pbgid=24388&entryid=301195)，月球位置計算，包舜華天文計算網
12. <http://www.answers.com/topic/perturbation-theory>，星體間擾動理論介紹
13. <http://140.133.6.14>，中國大百科智慧\_\_月球
14. <http://ssd.jpl.nasa.gov/?horizons>，The **JPL HORIZONS** Ephemeris

附錄一：C++ 程式碼，共計七部份，五個\*.CPP，二個\*.H

main 爲主程式，含流程及宣告行星，domath 包涵所有的數學處理與計算，planedo 爲一物件，以利包涵下述三個動作，用 set 來設定初值，用 cal 來計算，用 get 來輸出計算結果。

(一) main.cpp

```
#include <cstdlib>
#include <iostream>
#include "domath.h"//數學支援
#include "planedo.h"//物件

using namespace std;

int main(int argc, char *argv[])
{
    double long year=2009,month=4,day=1,hour=0,minute=0,second=0;

    cout << "請輸入年月日時分秒" << endl;
    //cin >> year >> month >> day >> hour >> minute >> second;

    long double cy=woocy(17009.0,4.0,1.0,22.0,11.0,0.0);

    //上面是測試階段用來帶入時間的

    Planedo Tero;

    Tero.seta1(1.00000011);
    Tero.seta2(-0.00000005);
    Tero.sete1(0.01671022);
    Tero.sete2(-0.00003804);
    Tero.seti1(0.00005);
    Tero.seti2(-46.94);
    Tero.setO1(-11.26064);
    Tero.setO2(-18228.25);
    Tero.setw1(102.94719);
    Tero.setw2(1198.28);
    Tero.setL1(100.46435);
    Tero.setL2(129597740.63);
    Tero.pack(cy);

    Planedo Venuso;                                //金星軌道參數值

    Venuso.seta1(0.72333199);                       //軌道參數 a
    Venuso.seta2(0.00000092);                       //軌道參數 e
    Venuso.sete1(0.00677323);                       //軌道參數 i
    Venuso.sete2(-0.00004938);
    Venuso.seti1(3.39471);
    Venuso.seti2(-2.86);
    Venuso.setO1(76.68069);                         //軌道參數 Omega
    Venuso.setO2(-996.89);
    Venuso.setw1(131.53298);                        //軌道參數 Little Omega
    Venuso.setw2(-108.80);
    Venuso.setL1(181.97973);                        //軌道參數 L
```

```

Venuso.setL2(210664136.06);
Venuso.pack(cy);

Planedo Saturno;

Saturno.seta1(9.53707032);
Saturno.seta2(-0.00301530);
Saturno.sete1(0.05415060);
Saturno.sete2(-0.0003676);
Saturno.seti1(2.48446);
Saturno.seti2(6.11);
Saturno.setO1(113.71504);
Saturno.setO2(-1591.05);
Saturno.setw1(92.43194);
Saturno.setw2(-1948.89);
Saturno.setL1(49.94432);
Saturno.setL2(4401052.95);
Saturno.pack(cy);

Planedo Jupitero;                                //木星軌道參數值

Jupitero.seta1(5.20336301);                       //軌道參數 a
Jupitero.seta2(0.00060737);                       //軌道參數 e
Jupitero.sete1(0.04839266);                       //軌道參數 i
Jupitero.sete2(-0.00012880);
Jupitero.seti1(1.30530);
Jupitero.seti2(-4.15*cy);
Jupitero.setO1(100.55615);                         //軌道參數 Omega
Jupitero.setO2(1217.17);
Jupitero.setw1(14.75385);                          //軌道參數 Little Omega
Jupitero.setw2(839.93);
Jupitero.setL1(34.40438);                          //軌道參數 L
Jupitero.setL2(10925078.35);
Jupitero.pack(cy);

//宣告建立行星

Venuso.calhangle(Tero.getXH0,Tero.getYH0,Tero.getZH0,true);//算出金星角度
cout << "Venuso  l" << Venuso.getHH() << "hr" << Venuso.getHM() << "m" << Venuso.getHS() <<
"s " << Venuso.getDEC() << " " << endl;
Saturno.calhangle(Tero.getXH0,Tero.getYH0,Tero.getZH0,true);//算出土星角度
cout << "Saturno  l" << Saturno.getHH() << "hr" << Saturno.getHM() << "m" << Saturno.getHS() <<
"s " << Saturno.getDEC() << " " << endl;
Jupitero.calhangle(Tero.getXH0,Tero.getYH0,Tero.getZH0,true);//算出木星角度
cout << "Jupitero l" << Jupitero.getHH() << "hr" << Jupitero.getHM() << "m" << Jupitero.getHS() <<
"s " << Jupitero.getDEC() << " " << endl;

system("PAUSE");
return EXIT_SUCCESS;
}

```

## (二) domath.cpp

```

#include "domath.h"
//算數學

long double scos(long double angle)
{
    if(angle==90||angle==270)
        return 0;
}

```



```

        else
            return cos(angle);
    }//cos()之修正

long double ssin(long double angle)
{
    if(angle==0||angle==180)
        return 0;
    else
        return sin(angle);
}//sin()之修正

long double modr(long double rad)
{
    long double b,a;

    b=rad/(2*PI);
    a=(2*PI)*(b-absf(b));
    if(a<0)
        a=(2*PI)+a;

    return a;
}//將徑度 mod 一週然後弄成正的

long double absf(long double x)
{
    if(x<0)
        return ceil(x);
    else
        return floor(x);
}//絕對值修正

long double woocy(long double year, long double month, long double day, long double hour, long double
minute, long double second)
{
    return
(367*year-floor(7*(year+floor((month+9)/12))/4)+floor(275*month/9)+day-730531.5+hour/24+minute/1440+
second/86400)/36525;
}//計算那個時間是在那個世紀的哪時候

```

### (三) set.cpp

```

#include "planedo.h"
//阿 就 設定初值

void Planedo::pack(long double x)
{
    cy=x;

    cala();
    cale();
    cali();
    calOO();
    calw();
    calL();

    calMO();
    calVO();
    calRO();
    calXHO();
    calYHO();
    calZHO();
}
void Planedo::seta1(long double x)

```

```

{    a1=x;}
void Planedo::seta2(long double x)
{    a2=x;}
void Planedo::sete1(long double x)
{    e1=x;}
void Planedo::sete2(long double x)
{    e2=x;}
void Planedo::seti1(long double x)
{    i1=x;}
void Planedo::seti2(long double x)
{    i2=x;}
void Planedo::setO1(long double x)
{    O1=x;}
void Planedo::setO2(long double x)
{    O2=x;}
void Planedo::setw1(long double x)
{    w1=x;}
void Planedo::setw2(long double x)
{    w2=x;}
void Planedo::setL1(long double x)
{    L1=x;}
void Planedo::setL2(long double x)
{    L2=x;}

```

(四) cal.cpp

```

#include "planedo.h"

void Planedo::cala()
{    a=a1+a2*cy;}
void Planedo::cale()
{    e=e1+e2*cy;}
void Planedo::cali()
{    i=(i1+i2*cy/3600)*RAD;}
void Planedo::calO()
{    O=(O1+O2*cy/3600)*RAD;}
void Planedo::calw()
{    w=(w1+w2*cy/3600)*RAD;}
void Planedo::calL()
{    L=modr((L1+L2*cy/3600)*RAD);}

void Planedo::calM()
{    M=modr(L-w);}
void Planedo::calV()
{    E=M+e*ssin(M)*(1+e*scos(M));

    do
    {
        E1=E;
        E=E1-(E1-e*ssin(E1)-M)/(1-e*scos(E1));    //克卜勒方程
    }
    while(fabs(E-E1)>0.00000000001);

    V=2*atan(sqrt((1+e)/(1-e))*(ssin(E/2)/scos(E/2)));

    if(V<0)
        V=V+(PI*2);
}
void Planedo::calR()
{    R=a*(1-e*e)/(1+e*scos(V));}

```

```

void Planedo::calXH()
{   XH=R*(scos(O)*scos(V+w-O)-ssin(O)*ssin(V+w-O)*scos(i));}
void Planedo::calYH()
{   YH=R*(ssin(O)*scos(V+w-O)+scos(O)*ssin(V+w-O)*scos(i));}
void Planedo::calZH()
{   ZH=R*(ssin(V+w-O)*ssin(i));
}
void Planedo::calhangle(long double x, long double y, long double z, bool hex)
{   long double X=getXH()-x;
    long double Y=getYH()-y;
    long double Z=getZH()-z;

    long double Xq=X;
    long double Yq=Y*scos(ECL)-Z*ssin(ECL);
    long double Zq=Zq=Y*ssin(ECL)+Z*scos(ECL);

    if(hex)
    {   HH=floor((modr(atan2(Yq,Xq))*DEG/15);
        HM=floor(((modr(atan2(Yq,Xq))*DEG-HH*15)/0.25);
        HS=floor(((modr(atan2(Yq,Xq))*DEG-HH*15-HM*0.25)/(0.05/12));    }
    else
        RA=modr(atan2(Yq,Xq))*DEG;
        DEC=atan(Zq/sqrt(Xq*Xq+Yq*Yq))*DEG;
}

```

#### (五) get.cpp

```

#include "planedo.h"
//你知道的

long double Planedo::getcy()
{   return cy;}
long double Planedo::geta()
{   return a;}
long double Planedo::gete()
{   return e;}
long double Planedo::geti()
{   return i;}
long double Planedo::getO()
{   return O;}
long double Planedo::getw()
{   return w;}
long double Planedo::getL()
{   return L;}

long double Planedo::getM()
{   return M;}
long double Planedo::getV()
{   return V;}
long double Planedo::getR()
{   return R;}
long double Planedo::getXH()
{   return XH;}
long double Planedo::getYH()
{   return YH;}
long double Planedo::getZH()
{   return ZH;}
long double Planedo::getRA()

```

```

    {    return RA;}
long double Planedo::getDEC()
    {    return DEC;}
long double Planedo::getHH()
    {    return HH;}
long double Planedo::getHM()
    {    return HM;}
long double Planedo::getHS()
    {    return HS;}

```

#### (六) domath.h

```

#include <cmath>
//宣告做數學的部份    順便定義一些常數

#define PI 3.1415927535
#define RAD PI/180
#define DEG 180/PI
#define ECL 23.439281*RAD

long double scos(long double);
long double ssin(long double);

long double modr(long double);
long double absf(long double);

long double woocy(long double,long double,long double,long double,long double,long double);

```

#### (七) planedo.h

```

#include "domath.h"
class Planedo
{
    public:
        /**//設初值    在 set.cpp 處理

        void seta1(long double);
        void seta2(long double);
        void sete1(long double);
        void sete2(long double);
        void seti1(long double);
        void seti2(long double);
        void setO1(long double);
        void setO2(long double);
        void setw1(long double);
        void setw2(long double);
        void setL1(long double);
        void setL2(long double);
        //6 個軌道根數分別的數字和攝動修正的數字

        /**//計算    在 cal.cpp 處理

        void cala();
        void cale();
        void cali();
        void calO();
        void calw();
        void call();
        //算出根數

```

```

void calM();
void calV();
void calR();
void calXH();
void calYH();
void calZH();
//計算過程

void calhangle(long double, long double, long double, bool);
//算出 RA 和 DEC，帶入(地球 X 座標、地球 Y 座標、地球 Z 座標、是否將 RA 顯示成 hr,m,s)

/**//取得      在 get.cpp 處理
long double getcy();

long double geta();
long double gete();
long double geti();
long double getO();
long double getw();
long double getL();

long double getM();
long double getV();
long double getR();
long double getXH();
long double getYH();
long double getZH();

long double getRA();
long double getDEC();
long double getHH();
long double getHM();
long double getHS();

/**//包裝(en set)
void pack(long double);
//星星宣告後把該計算的全部打包起來一次做好，帶入(世紀)

private:
long double cy;

long double a;
long double a1;
long double a2;

long double e;
long double e1;
long double e2;

long double i;
long double i1;
long double i2;

long double O;
long double O1;
long double O2;

long double w;

```

```
long double w1;  
long double w2;  
  
long double L;  
long double L1;  
long double L2;  
  
long double M;  
long double E;  
long double V;  
long double R;  
long double XH;  
long double YH;  
long double ZH;  
  
long double E1;  
long double RA;  
long double DEC;  
long double HH;  
long double HM;  
long double HS;  
//行星變數  
};
```



附錄二：行星軌道參數

Planetary Orbital Elements

(<http://www.met.rdg.ac.uk/~ross/Astronomy/Planets.html>)

Planetary Mean Orbits (J2000 = 2000 January 1.5)

Planet (mean)	a AU	e	i deg	Omega deg	~omega deg	L deg
Mercury	0.38709893	0.20563069	7.00487	48.33167	77.45645	252.25084
Venus	0.72333199	0.00677323	3.39471	76.68069	131.53298	181.97973
Earth	1.00000011	0.01671022	0.00005	-11.26064	102.94719	100.46435
Mars	1.52366231	0.09341233	1.85061	49.57854	336.04084	355.45332
Jupiter	5.20336301	0.04839266	1.30530	100.55615	14.75385	34.40438
Saturn	9.53707032	0.05415060	2.48446	113.71504	92.43194	49.94432
Uranus	19.19126393	0.04716771	0.76986	74.22988	170.96424	313.23218
Neptune	30.06896348	0.00858587	1.76917	131.72169	44.97135	304.88003
Pluto	39.48168677	0.24880766	17.14175	110.30347	224.06676	238.92881

Planetary Orbital Element Centennial Rates

Planet (rate)	a AU/Cy	e /Cy	i "/Cy	Omega "/Cy	~omega "/Cy	L "/Cy
Mercury	0.00000066	0.00002527	-23.51	-446.30	573.57	538101628.29
Venus	0.00000092	-0.00004938	-2.86	-996.89	-108.80	210664136.06
Earth	-0.00000005	-0.00003804	-46.94	-18228.25	1198.28	129597740.63
Mars	-0.00007221	0.00011902	-25.47	-1020.19	1560.78	68905103.78
Jupiter	0.00060737	-0.00012880	-4.15	1217.17	839.93	10925078.35
Saturn	-0.00301530	-0.00036762	6.11	-1591.05	-1948.89	4401052.95
Uranus	0.00152025	-0.00019150	-2.09	-1681.40	1312.56	1542547.79
Neptune	-0.00125196	0.0000251	-3.64	-151.25	-844.43	786449.21
Pluto	-0.00076912	0.00006465	11.07	-37.33	-132.25	522747.90

附錄三：C++程式執行結果：

從 2000 年 1 月 1 日至 2050 年 1 月 1 日 【僅月相初四】

列出所有的金星合木星，金星和木星在地平線上，太陽在地平面下

金星合木星的赤經赤緯差皆在 1 度之內

以小時計，隔天的算做第二次

時間	星球	RA	DEC	AZ	ALT
2010/2/17	金星	339.524	-10.1979	255.884	6.1999
初四	木星	339.038	-9.81451	256.441	5.93637
2034/2/22	金星	346.937	-7.14833	257.644	9.58064
初四	木星	347.252	-6.56091	258.041	10.1193

=====  
共 2 次=====

從 2000 年 1 月 1 日至 2050 年 1 月 1 日 【僅月相初四】

列出所有的金星合木星，金星和木星在地平線上，太陽在地平面下

金星合木星的赤經赤緯差皆在 3 度之內

以小時計，隔天的算做第二次

時間	星球	RA	DEC	AZ	ALT
2008/12/1	金星	294.387	-23.9705	226.821	23.7929
初四	木星	294.048	-21.9821	228.655	24.9154
2010/2/17	金星	339.524	-10.1979	255.884	6.1999
初四	木星	339.038	-9.81451	256.441	5.93637
2032/12/6	金星	301.654	-22.7371	226.293	26.074
初四	木星	303.058	-20.5292	227.039	28.5515
2034/2/22	金星	346.937	-7.14833	257.644	9.58064
初四	木星	347.252	-6.56091	258.041	10.1193
2046/5/9	金星	8.9626	2.00863	92.0613	9.48537
初四	木星	7.24862	1.91156	92.8647	11.0081

=====  
共 5 次=====

從 2000 年 1 月 1 日至 2050 年 1 月 1 日 【僅月相初四】

列出所有的金星合木星，金星和木星在地平線上，太陽在地平面下

金星合木星的赤經赤緯差皆在 5 度之內

以小時計，隔天的算做第二次

時間	星球	RA	DEC	AZ	ALT
2005/9/7	金星	203.013	-10.1149	251.795	14.2474
初四	木星	198.626	-6.69725	256.959	11.9634
2008/12/1	金星	294.387	-23.9705	226.821	23.7929
初四	木星	294.048	-21.9821	228.655	24.9154
2010/2/17	金星	339.524	-10.1979	255.884	6.1999
初四	木星	339.038	-9.81451	256.441	5.93637
2012/7/1	金星	66.5717	17.4529	75.612	10.8855
初四	木星	62.3953	20.2306	74.4295	15.5769
2015/7/19	金星	151.119	9.20142	271.074	20.5932
初四	木星	147.529	14.0104	277.207	19.1077
2029/9/12	金星	209.316	-13.0441	240.212	26.2411
初四	木星	205.701	-9.52062	245.658	25.2772
2032/12/6	金星	301.654	-22.7371	226.293	26.074
初四	木星	303.058	-20.5292	227.039	28.5515
2034/2/22	金星	346.937	-7.14833	257.644	9.58064
初四	木星	347.252	-6.56091	258.041	10.1193
2036/7/26	金星	78.2622	18.9526	73.5052	9.77639
初四	木星	75.8969	22.1858	71.276	13.0293
2046/5/9	金星	8.9626	2.00863	92.0613	9.48537
初四	木星	7.24862	1.91156	92.8647	11.0081

=====  
共 10 次=====

從 2000 年 1 月 1 日至 2050 年 1 月 1 日 【僅月相初三】

列出所有的金星合木星，金星和木星在地平線上，太陽在地平面下

金星合木星的赤經赤緯差皆在 1 度之內

以小時計，隔天的算做第二次

時間	星球	RA	DEC	AZ	ALT
2010/2/16	金星	338.343	-10.6626	255.549	5.82378
初三	木星	338.811	-9.90315	256.033	6.57057
2046/5/8	金星	7.88386	1.57875	92.4975	9.39411
初三	木星	7.05406	1.83053	92.6098	10.2538

=====共 2 次=====

從 2000 年 1 月 1 日至 2050 年 1 月 1 日 【僅月相初三】

列出所有的金星合木星，金星和木星在地平線上，太陽在地平面下

金星合木星的赤經赤緯差皆在 3 度之內

以小時計，隔天的算做第二次

時間	星球	RA	DEC	AZ	ALT
2008/11/30	金星	293.115	-24.1572	226.868	23.4747
初三	木星	293.833	-22.0136	228.094	25.4202
2010/2/16	金星	338.343	-10.6626	255.549	5.82378
初三	木星	338.811	-9.90315	256.033	6.57057
2029/9/10	金星	207.21	-12.1312	249.457	14.1879
初三	木星	205.348	-9.38203	252.847	13.8911
2032/12/5	金星	300.433	-22.9854	226.264	25.7455
初三	木星	302.853	-20.5714	226.418	29.0402
2034/2/21	金星	345.779	-7.63896	257.274	9.21149
初三	木星	347.03	-6.65364	257.616	10.7597
2046/5/8	金星	7.88386	1.57875	92.4975	9.39411
初三	木星	7.05406	1.83053	92.6098	10.2538

=====共 6 次=====

從 2000 年 1 月 1 日至 2050 年 1 月 1 日 【僅月相初三】

列出所有的金星合木星，金星和木星在地平線上，太陽在地平面下

金星合木星的赤經赤緯差皆在 5 度之內

以小時計，隔天的算做第二次

時間	星球	RA	DEC	AZ	ALT
2005/9/6	金星	201.937	-9.62716	252.282	14.3993
初三	木星	198.445	-6.62193	256.662	12.7119
2008/11/30	金星	293.115	-24.1572	226.868	23.4747
初三	木星	293.833	-22.0136	228.094	25.4202
2010/2/16	金星	338.343	-10.6626	255.549	5.82378
初三	木星	338.811	-9.90315	256.033	6.57057
2012/7/0	金星	66.4159	17.5053	75.2585	10.1725
初三	木星	62.173	20.1912	74.2066	14.8925
2015/7/18	金星	150.97	9.47075	271.003	21.4589
初三	木星	147.332	14.0785	276.984	19.8461
2029/9/10	金星	207.21	-12.1312	249.457	14.1879
初三	木星	205.348	-9.38203	252.847	13.8911
2032/12/5	金星	300.433	-22.9854	226.264	25.7455
初三	木星	302.853	-20.5714	226.418	29.0402
2034/2/21	金星	345.779	-7.63896	257.274	9.21149
初三	木星	347.03	-6.65364	257.616	10.7597
2036/7/25	金星	77.3883	18.844	73.5664	9.6373
初三	木星	75.6889	22.1666	71.0278	12.3508
2043/12/3	金星	281.498	-24.6492	234.954	13.1612
初三	木星	277.52	-23.2784	238.176	10.8896
2046/5/8	金星	7.88386	1.57875	92.4975	9.39411
初三	木星	7.05406	1.83053	92.6098	10.2538

=====11 次=====

2000年1月1日至2050年1月1日 【僅月相廿七】

列出所有的金星合木星，金星和木星在地平線上，太陽在地平面下  
金星合木星的赤經赤緯差皆在 1 度之內

=====共 0 次=====

從 2000 年 1 月 1 日至 2050 年 1 月 1 日 【僅月相廿七】

列出所有的金星合木星，金星和木星在地平線上，太陽在地平面下  
金星合木星的赤經赤緯差皆在 3 度之內

以小時計，隔天的算做第二次

時間	星球	RA	DEC	AZ	ALT
2005/8/31	金星	195.51	-6.64105	255.261	15.3401
廿七	木星	197.381	-6.17598	254.796	17.2042
2008/2/3	金星	283.905	-22.2272	116.441	3.80222
廿七	木星	281.391	-22.9048	118.153	5.5167
2016/8/29	金星	179.541	1.4259	268.928	5.87244
廿七	木星	178.125	2.01165	270.046	4.82018
2017/11/15	金星	218.307	-13.7676	109.987	9.76391
廿七	木星	215.681	-13.1199	110.642	12.3185
2019/11/23	金星	266.164	-24.606	237.686	9.1653
廿七	木星	267.514	-23.2636	238.171	10.9249
2022/4/27	金星	355.132	-3.35383	97.7668	8.90412
廿七	木星	357.643	-2.17944	95.6257	7.12283
2029/9/5	金星	201.866	-9.73299	251.833	14.9826
廿七	木星	204.467	-9.03298	251.189	17.5699
2032/2/8	金星	292.187	-21.665	114.587	1.45131
廿七	木星	290.253	-22.1833	115.868	2.8115
2040/9/3	金星	186.526	-1.85086	265.15	6.22884
廿七	木星	185.016	-0.952601	266.6	5.22592
2043/11/28	金星	274.699	-24.8563	235.757	11.6404
廿七	木星	276.341	-23.3224	236.199	13.7413

=====共 10 次=====

從 2000 年 1 月 1 日至 2050 年 1 月 1 日 【僅月相廿七】

列出所有的金星合木星，金星和木星在地平線上，太陽在地平面下  
金星合木星的赤經赤緯差皆在 5 度之內

以小時計，隔天的算做第二次

時間	星球	RA	DEC	AZ	ALT
2002/6/7	金星	113.339	23.6686	284.898	28.5135
廿七	木星	109.416	22.497	284.786	24.7212
2004/11/9	金星	193.837	-4.02222	96.1991	3.94619
廿七	木星	189.139	-2.70093	96.9691	8.7589
2005/8/31	金星	195.51	-6.64105	255.261	15.3401
廿七	木星	197.381	-6.17598	254.796	17.2042
2008/2/3	金星	283.905	-22.2272	116.441	3.80222
廿七	木星	281.391	-22.9048	118.153	5.5167
2012/3/19	金星	41.633	18.6958	277.336	32.9996
廿七	木星	38.3044	14.0854	273.443	28.498
2014/8/22	金星	135.449	17.7516	74.2027	8.30375
廿七	木星	130.551	18.6891	75.1008	12.9663
2015/7/12	金星	149.412	11.2267	271.033	26.0895
廿七	木星	146.163	14.4786	275.638	24.2911
2016/8/29	金星	179.541	1.4259	268.928	5.87244
廿七	木星	178.125	2.01165	270.046	4.82018
2017/11/15	金星	218.307	-13.7676	109.987	9.76391
廿七	木星	215.681	-13.1199	110.642	12.3185
2019/11/23	金星	266.164	-24.606	237.686	9.1653
廿七	木星	267.514	-23.2636	238.171	10.9249
2022/4/27	金星	355.132	-3.35383	97.7668	8.90412

廿七	木星	357.643	-2.17944	95.6257	7.12283
2026/6/12	金星	121.045	22.4549	282.815	30.4826
廿七	木星	118.031	21.366	282.519	27.4935
2028/11/13	金星	199.789	-6.44438	97.6498	1.28828
廿七	木星	195.948	-5.55805	98.442	5.12816
2029/9/5	金星	201.866	-9.73299	251.833	14.9826
廿七	木星	204.467	-9.03298	251.189	17.5699
2032/2/8	金星	292.187	-21.665	114.587	1.45131
廿七	木星	290.253	-22.1833	115.868	2.8115
2036/3/24	金星	46.5013	20.8578	279.892	33.3933
廿七	木星	47.0912	16.7952	275.062	32.7336
2036/7/20	金星	73.2258	18.284	73.809	8.75229
廿七	木星	74.6292	22.0644	69.7643	8.9873
2038/8/27	金星	143.315	15.6113	75.1343	5.03598
廿七	木星	138.504	16.6371	76.0098	9.6894
2040/9/3	金星	186.526	-1.85086	265.15	6.22884
廿七	木星	185.016	-0.952601	266.6	5.22592
2041/11/20	金星	226.127	-16.3305	111.048	6.25704
廿七	木星	223.088	-15.5161	111.703	9.22087
2043/11/28	金星	274.699	-24.8563	235.757	11.6404
廿七	木星	276.341	-23.3224	236.199	13.7413
2046/5/2	金星	1.4306	-0.978614	95.0816	8.82764
廿七	木星	5.86607	1.33373	91.1137	5.74052

=====共 22 次=====

從 2000 年 1 月 1 日至 2050 年 1 月 1 日 【僅月相廿八】  
列出所有的金星合木星，金星和木星在地平線上，太陽在地平面下  
金星合木星的赤經赤緯差皆在 1 度 之內  
以小時計，隔天的算做第二次

時間	星球	RA	DEC	AZ	ALT
2005/9/1	金星	196.578	-7.1449	254.758	15.1809
廿八	木星	197.556	-6.24954	255.118	16.4555

=====共 2 次=====

從 2000 年 1 月 1 日至 2050 年 1 月 1 日 【僅月相廿八】  
列出所有的金星合木星，金星和木星在地平線上，太陽在地平面下  
金星合木星的赤經赤緯差皆在 3 度 之內  
以小時計，隔天的算做第二次

時間	星球	RA	DEC	AZ	ALT
2005/9/1	金星	196.578	-7.1449	254.758	15.1809
廿八	木星	197.556	-6.24954	255.118	16.4555
2016/8/30	金星	180.654	0.912185	268.405	5.7784
廿八	木星	178.316	1.92818	270.294	4.06103
2019/11/24	金星	267.526	-24.6685	237.448	9.42251
廿八	木星	267.749	-23.2689	238.541	10.3393
2022/4/28	金星	356.193	-2.95361	97.3675	9.00548
廿八	木星	357.837	-2.09786	95.8841	7.87497
2029/9/6	金星	202.931	-10.2197	251.352	14.8198
廿八	木星	204.641	-9.10219	251.531	16.8346
2040/9/4	金星	187.635	-2.36624	264.627	6.12624
廿八	木星	185.205	-1.03525	266.854	4.46608
2043/11/29	金星	276.061	-24.8399	235.577	11.9331
廿八	木星	276.575	-23.3144	236.604	13.1744

=====共 7 次=====

從 2000 年 1 月 1 日至 2050 年 1 月 1 日 【僅月相廿八】  
 列出所有的金星合木星，金星和木星在地平線上，太陽在地平面下  
 金星合木星的赤經赤緯差皆在 5 度之內  
 以小時計，隔天的算做第二次

時間	星球	RA	DEC	AZ	ALT
2002/6/8	金星	114.611	23.4889	284.62	28.7179
廿八	木星	109.638	22.4707	284.99	24.0402
2005/9/1	金星	196.578	-7.1449	254.758	15.1809
廿八	木星	197.556	-6.24954	255.118	16.4555
2008/2/4	金星	285.235	-22.1539	116.227	3.55548
廿八	木星	281.618	-22.8897	118.483	6.13385
2012/3/20	金星	42.6513	19.0768	277.76	33.1408
廿八	木星	38.5072	14.1529	273.811	27.8083
2015/7/13	金星	149.746	10.9199	270.977	25.3825
廿八	木星	146.356	14.4129	275.863	23.5485
2016/8/30	金星	180.654	0.912185	268.405	5.7784
廿八	木星	178.316	1.92818	270.294	4.06103
2017/11/16	金星	219.528	-14.1807	110.248	9.36844
廿八	木星	215.89	-13.1889	111.079	12.948
2019/11/24	金星	267.526	-24.6685	237.448	9.42251
廿八	木星	267.749	-23.2689	238.541	10.3393
2022/4/28	金星	356.193	-2.95361	97.3675	9.00548
廿八	木星	357.837	-2.09786	95.8841	7.87497
2026/6/13	金星	122.276	22.2122	282.472	30.6357
廿八	木星	118.244	21.3291	282.716	26.7943
2028/11/14	金星	200.94	-6.90181	97.9981	0.949159
廿八	木星	196.13	-5.63109	98.848	5.82239
2029/9/6	金星	202.931	-10.2197	251.352	14.8198
廿八	木星	204.641	-9.10219	251.531	16.8346
2032/2/9	金星	293.51	-21.522	114.319	1.23597
廿八	木星	290.483	-22.1552	116.169	3.44403
2036/3/25	金星	47.4572	21.1935	280.288	33.4578
廿八	木星	47.2914	16.852	275.406	32.0377
2036/7/21	金星	74.0293	18.397	73.7707	8.95534
廿八	木星	74.8437	22.0857	70.0201	9.65618
2040/9/4	金星	187.635	-2.36624	264.627	6.12624
廿八	木星	185.205	-1.03525	266.854	4.46608
2041/11/21	金星	227.379	-16.7032	111.263	5.85903
廿八	木星	223.303	-15.5791	112.118	9.84308
2043/11/29	金星	276.061	-24.8399	235.577	11.9331
廿八	木星	276.575	-23.3144	236.604	13.1744
2046/5/3	金星	2.50436	-0.555884	94.6555	8.92347
廿八	木星	6.06642	1.41775	91.3595	6.49128

=====共 19 次=====



附錄四：

不同軟體之金星、金星位置計算精準度(赤經赤緯)比較表

年份	資料別	金 星		木 星	
		R.A.	Dec	R.A.	Dec
2000	Stelo <sup>註</sup>	15h57m08s	-18°19'04"	1h35m48s	8°37'26"
	Stellarium <sup>註</sup>	15h55m29s	-18°13'35"	1h35m22s	8°34'50"
	The Sky <sup>註</sup>	15h55m26s	-18°13'21"	1h35m21s	8°34'41"
	ICE <sup>註</sup>	15h57m07s	-18°18'58"	1h35m24s	8°35'10"
	Error vs ICE	1s	6"	24s	2'16"
	vs Stellarium	1m39s	5'29"	26s	2'36"
2010	Stelo	18h33m42s	-23°38'57"	21h55m18s	-13°38'33"
	Stellarium	18h31m53s	-23°39'37"	21h54m53s	-13°40'43"
	The Sky	18h32m28s	-23°39'13"	21h55m25s	-13°37'57"
	ICE	18h34m17s	-23°38'31"	21h55m41s	-13°36'32"
	Error vs ICE	-35s	26"	-23s	2'1"
	vs Stellarium	1m49s	50"	25s	2'10"
2020	Stelo	21h08m39s	-18°20'39"	18h27m59s	-23°11'26"
	Stellarium	21h07m01s	-18°27'55"	18h27m32s	-23°11'47"
	The Sky	21h08m06s	-18°23'16"	18h28m42s	-23°10'59"
	ICE	21h08m39s	-18°20'41"	18h27m52s	-23°11'36"
	Error vs ICE	0s	2"	7s	10"
	vs Stellarium	1m38s	7'16"	27s	21"
2030	Stelo	19h20m55s	-18°56'48"	15h12m05s	-16°49'18"
	Stellarium	19h21m44s	-19°00'25"	15h11m44s	-16°48'03"
	The Sky	19h23m31s	-18°56'52"	15h13m25s	-16°54'42"
	ICE	19h20m57s	-18°56'44"	15h11m57s	-16°48'55"
	Error vs ICE	-2s	4"	8s	23"
	vs Stellarium	11s	3'37"	21s	1'15"
2040	Stelo	16h06m09s	-18°57'43"	12h05m24s	0°48'37"
	Stellarium	16h04m28s	-18°52'28"	12h05m17s	0°49'21"
	The Sky	16h06m45s	-18°58'44"	12h07m19s	0°36'08"
	ICE	16h06m08s	-18°57'38"	12h05m20s	0°49'06"
	Error vs ICE	1s	5"	4s	29"
	vs Stellarium	1m41s	5'15"	7s	44"
2049	Stelo	22h00m35s	-13°31'33"	5h31m34s	22°53'23"
	Stellarium	21h59m17s	-13°40'12"	5h31m06s	22°53'03"
	The Sky	22h01m56s	-13°26'01"	5h34m07s	22°55'00"
	ICE	22h00m35s	-13°31'35"	5h30m55s	22°52'58"
	Error vs ICE	0s	2"	39s	25"
	vs Stellarium	1m18s	8'39"	28s	20"

註：Stelo 即本研究、Stellarium 表免費軟體、The Sky 表商業軟體、ICE 美國海軍天文台

## **【評語】 040510**

本作品由 2008 年 12 月 1 日出現在西方天空的金、木星合月，組成一個難得的「笑臉」的觀測出發，研究下一次出現時間為何，雖然使用的是已經有人撰寫的程式，但研究者自己也撰寫程式，進行計算，值得鼓勵，但研究者對太陽系各種週期性或非週期性的觀察宜加強了解其背景知識。