

中華民國 第 49 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高中組 地球科學科

第三名

040502

由變形的太陽談空氣的折射率

學校名稱：嘉義縣私立協同高級中學

作者： 高三 郭明萱 高三 林欣諭 高三 何品儀 高三 廖希翎	指導老師： 翁啟訓
---	------------------

關鍵詞：蒙氣差

由變形的太陽談空氣的折射率

摘要：夕陽西下，接近地平面之際，它的形狀由圓形漸漸變成扁橢圓形，原來是空氣折射所造成。

壹、 研究動機：藉由觀測太陽接近地平面時的變形現象，想瞭解大氣對日落所造成的影響——蒙氣差，進而探討出空氣之折射率。

貳、 研究目的：以簡單的數學方法計算在不同緯度上、春分秋分，及夏至冬至時的日照時間，並與實際值作比較，藉此求得日出日落時，日光進入大氣時的偏折角度〔蒙氣差〕，再測量出已形成橢圓之太陽最上面與最下面兩點之偏折角度之不同，利用其不同之處計算出空氣之折射率。

參、 研究設備與器材：自製半球型組合的地球儀
日落照片一張（取材自中國時報 96.8.5 美聯社提供之資料）

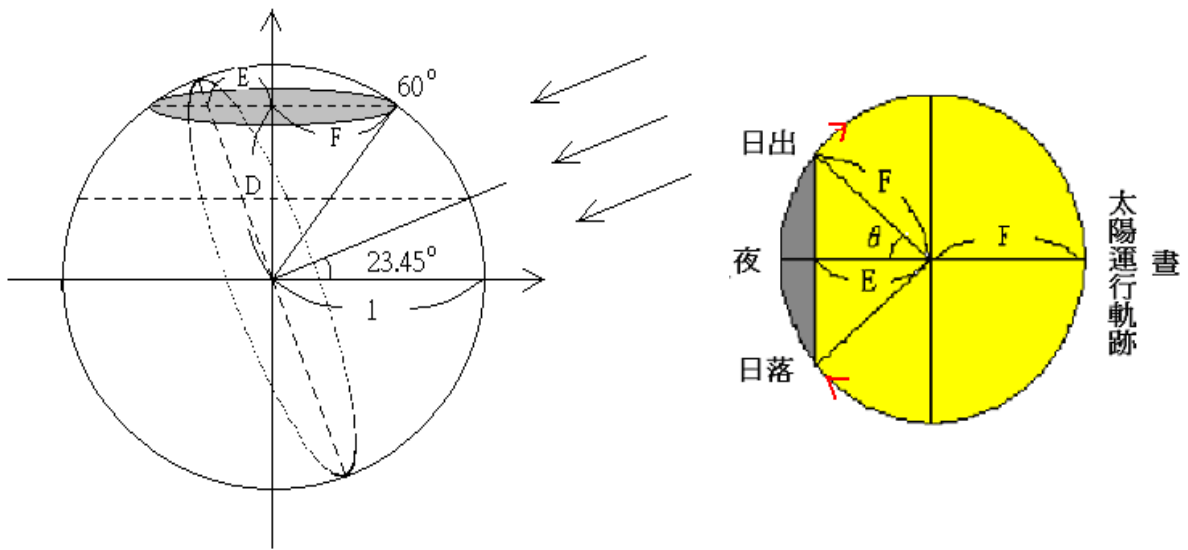


航向自由

肆、 研究過程：

- 一、 以簡易的數學公式求出在夏至日太陽直射北緯 23.45° 時，不同緯度之日照時間。

假設地球半徑為 1



圖(一)

暗影圓俯瞰圖 圖(二)

(一)夏至日太陽直射北緯 23.45°，在北緯 60°觀測日照時間

$$1 * \cos 60^\circ = 0.5 \dots\dots F, \quad 1 * \sin 60^\circ = 0.5 * \sqrt{3} = 0.8660 \dots\dots D$$

$$D * \tan 23.45^\circ = 0.8660 * 0.4338 = 0.3757 \dots\dots E$$

$$\cos \theta = E/F = 0.3757/0.5 = 0.7514 \quad \theta = 41.3^\circ$$

$$(2\theta/360^\circ) * 24 \text{ 小時} = (2 * 41.3^\circ / 360^\circ) * 24 \text{ 小時} = 5.51 \text{ 小時} \dots\dots \text{夜}$$

$$24 \text{ 小時} - 5.51 \text{ 小時} = 18.49 \text{ 小時} \dots\dots \text{晝}$$

(二)同理可計算出夏至日太陽直射北緯 23.45° 時，不同緯度日照時間之理論值：

1. 北緯 50° 之日照時間為 16.1509 小時
2. 北緯 40° 之日照時間為 14.8733 小時
3. 北緯 30° 之日照時間為 13.9400 小時
4. 赤道之日照時間為 12.0000 小時……晝夜平分

二、以簡易的數學公式求出在春分、秋分，太陽直射在赤道(緯度 0°) 時，不同緯度之日照時間。

$$1 * \cos X = F$$

$$1 * \sin X = D$$

$$D * \tan 0^\circ = 0 \dots \dots E$$

$$\cos \theta = E / F = 0 \quad \theta = 90^\circ$$

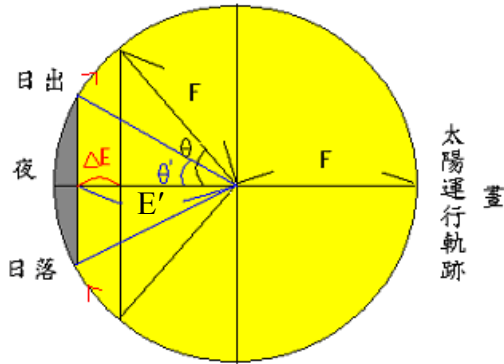
$$(2\theta/360^\circ) * 24 \text{ 小時} = (2 * 90^\circ / 360^\circ) * 24 \text{ 小時} = 12 \text{ 小時} \dots \dots \text{晝夜平分}$$

因為 E=0:可知北緯 60° 50° 40° 30° 及赤道(緯度 0°)，晝夜皆平分。

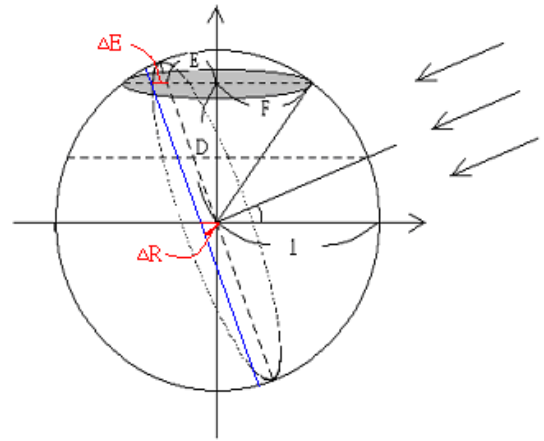


三、 查出夏至日太陽直射北緯 23.45° 時，不同緯度實際日照時間，
由其與理論值之差異性探討蒙氣差。

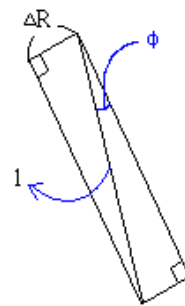
假設地球半徑為 1



暗影圓俯瞰圖 圖(三)



圖(四)



圖(五)

圖(六)



(一)、北緯 60 $F = \cos 60^\circ = 0.5$ $D = \sin 60^\circ = \sqrt{3}/2$

查表 $E = D * \tan 23.45^\circ = \sqrt{3}/2 * 0.4338 = 0.3757$

日出時間	日落時間	日照時間	黑夜時間
02:36	21:28	18:52	05:08=308 分

$$\theta' = 1/2 * (308/24 * 60) * 360^\circ = 38.5^\circ$$

$$E' = F \cos \theta' = 0.5 * \cos 38.5^\circ = 0.3913$$

$$\Delta E = E' - E = 0.3913 - 0.3757 = 0.0156$$

$$\Delta R = \Delta E * \cos 23.45^\circ = 0.0156 * 0.9176 = 0.0144$$

$$\sin \phi = 0.0144/1 \rightarrow \phi = 0.8250^\circ$$

$$0.8250^\circ - 0.250^\circ = 0.5750^\circ$$

$$0.5750^\circ * 60 = 34.5' \text{ 即為所求蒙氣差}$$

(二)、同理可由北緯 50°、40°、30°、0° 在夏至日太陽直射北緯 23.45°

時，實際的日照時間與理論值之差異計算出蒙氣差。

表(一)：

緯度	日出時間	日落時間	日照時間 (實際值)	日照時間(小時) (理論值)	蒙氣差 (分)
北緯 50°	03:51	20:13	16:22	16.1509	33.708'
北緯 40°	04:32	19:33	15:01	14.8733	35.082'
北緯 30°	05:00	19:05	14:05	13.9400	36.500'
赤道	05:59	18:06	12:07	12.0000	33.126'

四、查出春、秋分太陽直射赤道(緯度=0°)時，不同緯度之日照時間，由其與理論值之差異性探討蒙氣差。

(一)、南北緯 50° $F = \cos 50^\circ = 0.6428$ $D = \sin 50^\circ$

查表(秋分) $E = D * \tan 0^\circ = 0$

緯度 50°	日出	日落	日照時數
北半球	5:48	17:56	12:08
南半球	5:46	17:59	12:13

$$\theta' = 1/2 * (709.5/24 * 60) * 360^\circ = 88.6875^\circ$$

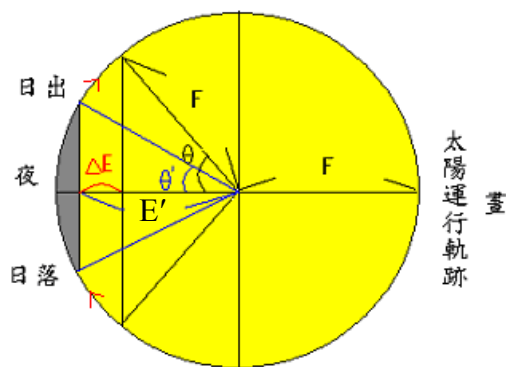
$$E' = F * \cos \theta' = 0.6428 * \cos 88.6875^\circ = 0.01472$$

$$\Delta E = E' - E = 0.01472 \quad (\text{因為 } E=0) \quad \Delta R = \Delta E * \cos 0^\circ = 0.01472$$

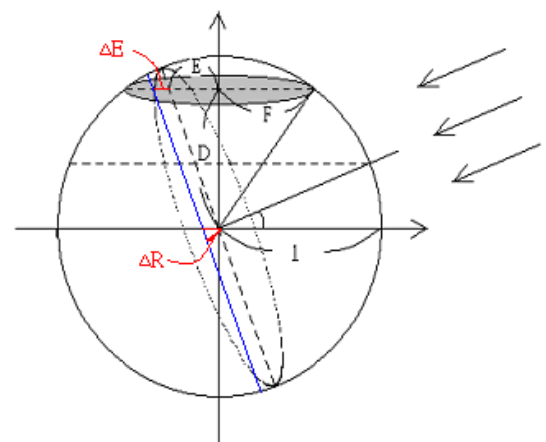
$$\sin \varphi = 0.01472/1 \quad \varphi = 0.84333^\circ$$

$$0.84333^\circ - 0.25^\circ = 0.59333^\circ$$

$0.59333^\circ * 60 = 35.6'$ 即為所求蒙氣差。 假設地球半徑為 1



暗影圓俯瞰圖 圖(三)



圖(四)

(二)、同理可由南北緯度 40° , 30° , 0° , 在秋分太陽直射赤道 (緯度 $=0^{\circ}$) 時, 實際的日照時間與理論值之差異, 計算出蒙氣差。

表(二):

緯度	日出時間	日落時間	日出時間〈實際值〉	南北緯平均日照時間	日照時間理論值	蒙氣差
北緯 40°	5:49	17:55	12:06	12:8.5	12:00	33.813'
南緯 40°	5:47	17:58	12:11			
北緯 30°	5:49	17:55	12:06	12:7.5	12:00	33.710'
南緯 30°	5:48	17:57	12:09			
赤道	5:49	17:55	12:06	12:06	12:00	30.03'

五、蒙氣差統計平均值

表(三):

編號	日期及測量緯度	蒙氣差
一	秋分, 赤道	30.030'
二	秋分, 南、北緯 30°	33.710'
三	秋分, 南、北緯 40°	33.813'
四	秋分, 南、北緯 50°	35.600'
五	夏至, 赤道	33.126'
六	夏至, 北緯 30°	36.500'
七	夏至, 北緯 40°	35.082'
八	夏至, 北緯 50°	33.708'
九	夏至, 北緯 60°	34.500'
平均蒙氣差		34.008'

六、測量接近地平面而形成橢圓的太陽水平的直徑及垂直的直徑，因為垂直的上下兩點之入射角度差 0.5 度，且折射角度也不同所以形成橢圓。

變形的太陽測量值：水平直徑為 3.20 公分，垂直的直徑為 2.70 公分

$$\frac{3.20cm}{2.70cm} = \frac{0.5^\circ}{x^\circ}$$

$$X^\circ = 0.422^\circ$$

$$0.5^\circ - 0.422^\circ = 0.078^\circ$$

$$0.078^\circ * 60 = 4.68'$$

$$34' - 4.68' = 29.32'$$

圖(五)

假設太陽垂直直徑的上端為 a，下端為 b。由 a 點或 b 點進入空氣皆會偏折，但折射率一樣，若由 b 點進入大氣層之入射角為 θ

$$\frac{\sin \theta}{\sin(\theta - 34')} = \frac{\sin(\theta - 30')}{\sin(\theta - 30' - 29.32')} = \frac{\sin(\theta - 30')}{\sin(\theta - 59.32')}$$

$$\frac{\sin \theta}{\sin(\theta - 34')} = \frac{\sin(\theta - 30')}{\sin(\theta - 59.32')} \dots\dots\dots \text{公式(一)}$$

利用電腦代入法解公式(一)，如表(四)

表(四)：

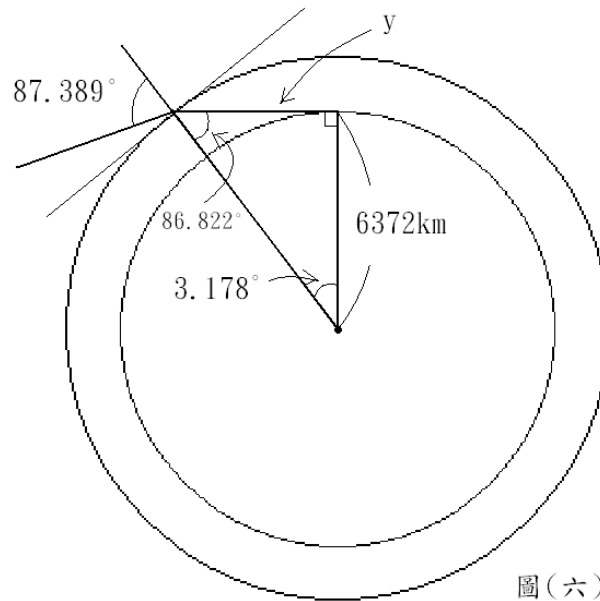
θ	$\sin \theta / \sin(\theta - 34')$	$\sin(\theta - 30') / \sin(\theta - 59.32')$
90.0	1.000049	1.000111
89.7	1.000101	1.000155
89.4	1.000153	1.000200
89.1	1.000204	1.000245
88.8	1.000256	1.000290
88.5	1.000308	1.000334
88.2	1.000360	1.000379
87.9	1.000412	1.000424
*87.6	1.000464	1.000469
*87.3	1.000516	1.000513
87.0	1.000568	1.000558

87.6	1.000464	1.000469
87.5	1.000481	1.000484
*87.4	1.000498	1.000499
*87.3	1.000516	1.000513

87.40	1.00049826	1.00049852
*87.39	1.00049999	1.00050001
*87.38	1.00050172	1.00050151
87.37	1.00050345	1.00050300
87.36	1.00050519	1.00050450

*87.390	1.000499991	1.000500013
*87.389	1.000500164	1.000500163
87.388	1.000500337	1.000500312
87.387	1.000500511	1.000500461
87.386	1.000500684	1.000500611

由表(四)得知入射角為 87.389° ，空氣折射率為 1.00050



$$y = 6372 * \tan 3.178^\circ = 6372 * 0.055524 = 353.799$$

$$6372^2 + 353.799^2 = x^2, \quad \therefore x = 6381.82 \text{ km}$$

$6381.82 \text{ km} - 6372 \text{ km} = 9.82 \text{ km}$ ……影響蒙氣差的大氣層厚度

伍、 研究結果

一、由實際的日照時間，與理論值的日照時間之差異計算出蒙氣

差為 $34.008'$

二、利用太陽接近地平面時因折射的差異而形成橢圓之現象，計

算出空氣之折射率為 1.0050，也同時求出太陽進入大氣層時

之入射角為 87.389° （電腦代入法）

三、已知地球半徑為 6372 公里，由圖(六)可計算出影響蒙氣差之

大氣層的厚度為 9.82 公里。

陸、討論：

- 一、把地球當作一個正圓球體，只要知道太陽直射地球上的緯度，我們可以利用簡單的數學公式算出白晝與黑夜的時間。
- 二、日照時間的理論值與實際值不相符合的因素在於光線進入大氣層後，會產生偏折之故。
- 三、利用三角函數推算出所增加的日照時間其相對應的大氣層折射角度——蒙氣差為 $34.008'$ ，與張惠民編—《地球科學概論》之蒙氣差值 $34'$ 吻合。(P.110)
- 四、利用太陽接近地平面時因折射的差異而形成橢圓之現象，可以計算空氣之折射率為 1.00050 ，與理論值 1.00029 (黃亮編《新細說高中物理 3》P.64)很接近，其誤差率為 0.021% 。
- 五、由已知地球半徑平均為 6372 公里，可求出影響蒙氣差的大氣層之厚度為 9.82 公里。

柒、結論：

- 一、只要知道太陽直射在地球的緯度，即可利用簡單的三角函數計算出全球各緯度的日照時間之理論值。
- 二、由於日照時間實際值比理論值略大，其形成原因是空氣折射所產生。經由簡單三角函數，推算出太陽光接近地平面時(日出、日落)，會產生明顯偏折，其角度為 $34.008'$ (蒙氣差)，與張惠民編—《地球科學概論》之蒙氣差 $34'$ 吻合(p.110)。

- 三、日落時分太陽的形狀變成橢圓形，是因為蒙氣差的影響。
- 四、由變形的太陽及蒙氣差，可計算出空氣之折射率為 1.00050，與理論值 1.00029(黃亮編《新細說高中物理 3》P. 64)很接近，其誤差率為 0.021%。
- 五、影響蒙氣差的大氣層之厚度為 9.82 公里，也一併被計算出來。

捌、參考資料及其他：

- 一、中華民國第 48 屆中小學科學展覽高中組地球科學作品：
變形的太陽
- 二、國立編譯館—高級中學基礎地球科學
- 三、張惠民編—球科學概論—民文書局
- 四、王國銓編—南北極趣談—世茂出版社
- 五、黃亮編—新細說高中物理(3)
- 六、網站—香港太空館-問星星-問太陽

http://www.lcsd.gov.hk/CF/Museum/Spae/FAQ/sun/c_faq_sun_21.htm

【評語】 040502

本作品以太陽接近地平線時所產生之變形，來推導大氣的折射率，雖然這個「蒙氣差」現象已有明確討論及計算，但對從變形的測量倒推大氣折射率，也是新穎之思考。唯一可惜的是沒有實地拍攝太陽在不同仰角的變形程度的差別，另外月球的變形程度也可以類似方法推導，此作品未來仍有發展性。