

中華民國 第 49 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高中組 物理科

佳作

040111

以自製漂浮法實驗裝置探討液體介面與黏滯力
之關係

學校名稱：臺北市立麗山高級中學

作者： 高二 王子銘 高二 曹葉廷 高二 陳琮皓	指導老師： 張良肇 許永昇
---	-----------------------------

關鍵詞：黏滯力、漂浮法、流體

摘要

量測液體黏滯係數的方法有很多種，各有其優缺點。本研究旨在提出一新方法，由定義推導出轉動情況中的數學關係式，並利用自製漂浮法實驗裝置測量液體的黏滯係數，同時探討液體介面與黏滯力之關係。本研究利用一壓克力圓盤置於待測液體之液面上，使其轉動後，量測其角速度隨時間之變化，透過理論分析，求得其黏滯係數。研究結果顯示，圓盤受液體黏滯力作用後之轉動現象與理論分析甚為吻合，所得之黏滯係數亦與公認值接近。本研究不失為是量測黏滯係數之一簡易可行的方法。

壹、研究動機

將一塊薄片放置在板子上做滑動，我們都知道這當中會有摩擦力去影響薄片的滑行。如果將水加入薄片與板子之間，試著去減少摩擦力對薄片的影響，但卻發現薄片反而更難滑動。這當中水到底發生了什麼樣的作用而產生這種現象呢？而我們又要如何可以簡易地去測量並探討這種現象？本研究即欲設計出一套簡易的黏滯係數測量裝置，由定義推導其應用公式，並利用該方法，探討液體介面與黏滯性之關係。

貳、研究目的

本研究，主要分為兩個部份。第一部份為裝置設計，第二部份為探討不同因素對流體之黏滯力的關係。詳細目的如下列所示：

- 一、設計簡易的黏滯係數測量方法，並改良儀器減少誤差。
- 二、探討測量儀器中轉盤的角速度對時間的變化。
- 三、探討不同液高對水的黏滯力的關係。
- 四、探討不同溫度下水的黏滯係數的變化。
- 五、探討不同液體的黏滯係數。

參、文獻回顧

一、流體黏滯性簡介

流體定義為在剪應力作用下會產生連續形變的物質，若無剪應力則無形變[1]。

液體中分子之間存在有大的內聚力，使分子的移動性受限制。介面在移動時，液體因為受限制，阻止介面移動所產生出來的力就是黏滯力。黏滯係數就是一種表示黏滯力的一種數值。當溫度增高時，分子間的這種內聚力減小(分子彼此的平均距離增大)，使流體的黏著性減小，黏滯力因而降低[2]。

根據資料顯示[3]，水的黏滯係數之公認值在不同溫度下的變化如圖 2.1 所示，可明顯發現水的溫度越高，黏滯係數越小，也就是說黏滯力越低。

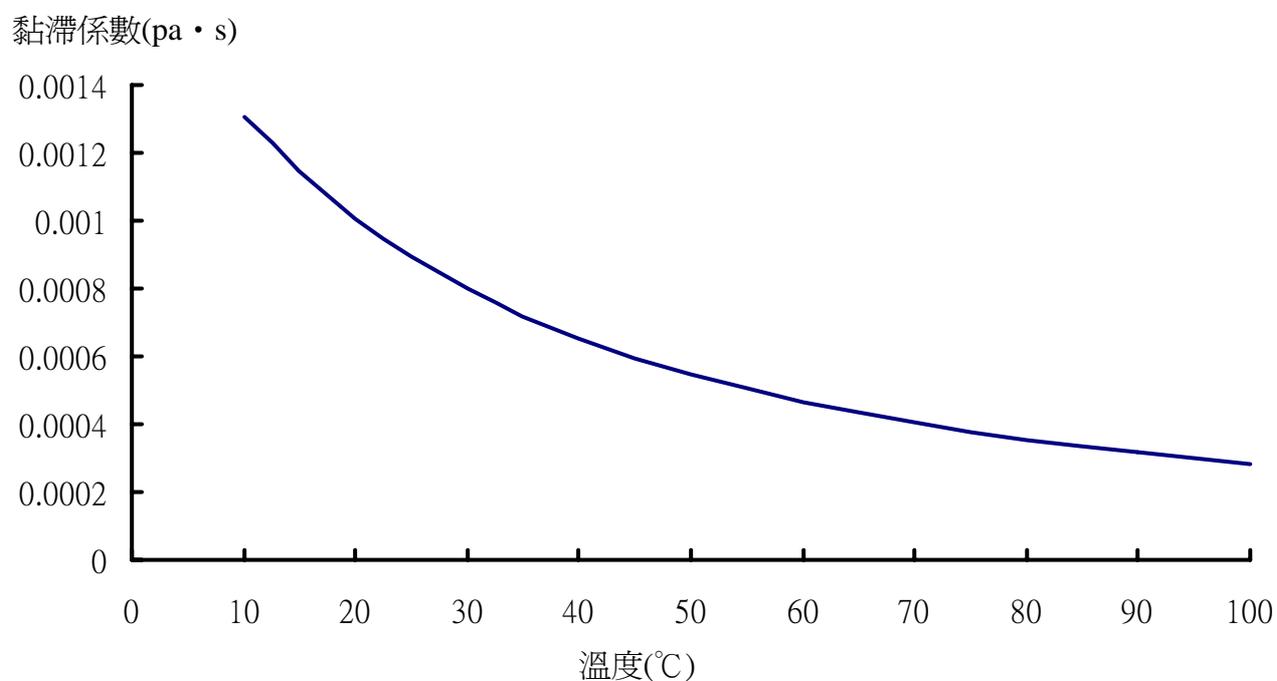


圖 2.1 水的黏滯係數隨溫度變化之曲線

二、基本公式

黏滯力的定義為：兩片平板中間壓著液體，如圖 2.2 所示，把下面平板固定，移動上面的平板，液體間就會分為很多層，每層之間互相都有摩擦力，會阻止液體與液體間跟平板與液體間的運動。施一個力 F ，使最靠近上平板的那一層水，跟著平板作等速運動(ΔV)，最下層則跟著下平板靜止。由此可知，施力 F 的大小與平板的面積 A 及平板的相對速度成正比，與平板間的距離成反比。也就是說液體的黏滯係數愈大，欲拖動上面的平板所需的力也就愈大 [4]。其公式為：

$$F = \eta \cdot A \frac{\Delta V}{\Delta Y} \quad (\text{式 2.1})$$

其中 F 為對介面所施的力； ΔY 為液體高度； ΔV 為介面與液體間的相對速度； A 為介面表面積； η 為黏滯係數。

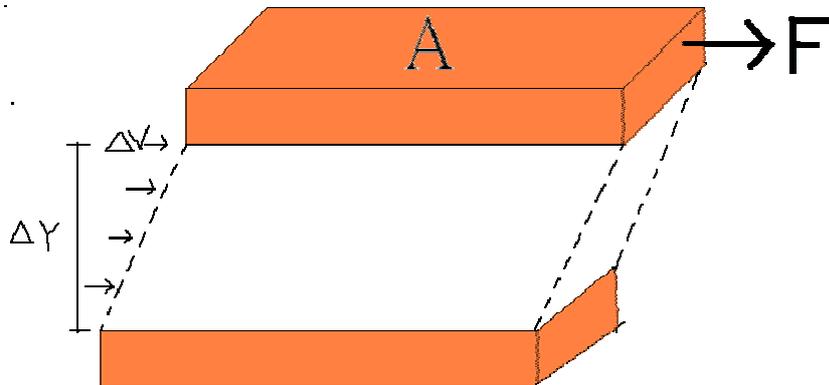


圖 2.2 原理示意圖

三、測量黏滯係數的方法

1.文獻方法：

測量黏滯係數的方法常見的有兩種，可將之分成圓柱法、斜面法。圓柱法如圖 2.3 所示，使用兩個不同半徑的圓筒，兩筒間注入液體，旋轉內圓筒，利用所需力矩，進而測出黏滯係數。此儀器因不易改變整個內筒，以致於不易改變速度梯度、界面材質、液體溫度。斜面法如圖 2.4 所示，利用斜面滴液滴，測量液滴下滑的速度，進而測出黏滯係數，但液滴高度難控制，導致誤差大。

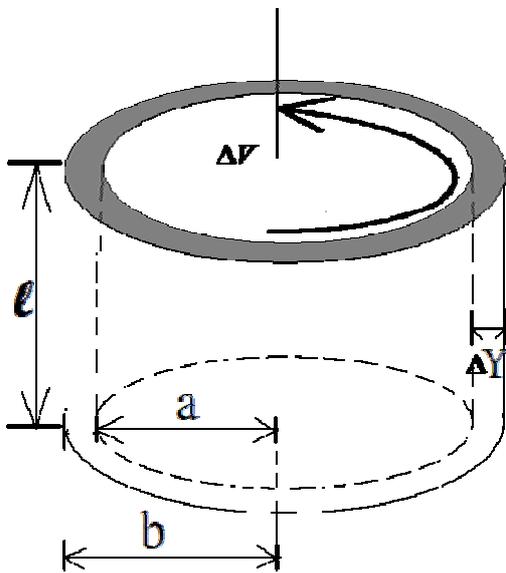


圖 2.3 圓柱法示意圖

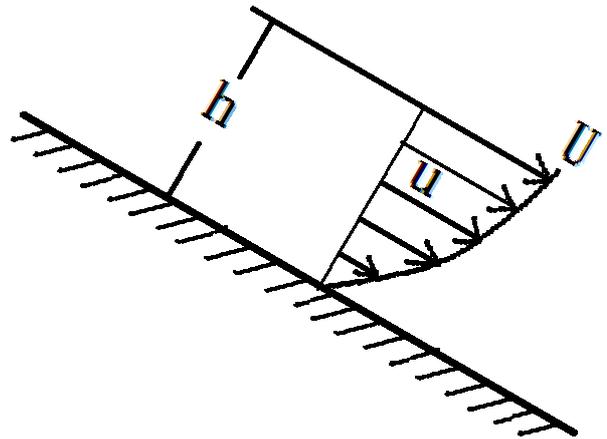


圖 2.4 斜面法示意圖

2.本研究實驗方法：漂浮法

將轉盤漂浮在水面上，以連接空氣幫浦的針頭，在轉盤的上方以平行的方向吹，使其轉動。再利用光電閘測量其角速度。當針頭停止吹動時，轉盤會受到黏滯力所產生的力矩作用而有角速度的變化。而藉由角速度隨時間的關係，可以推算出黏滯係數。本研究方法優點在於儀器架構便宜、簡單，且又可以方便改變溫度、液高和介面等變因。

肆、研究設備及器材

本研究所需設備(如圖 4.1)：1.筆記型電腦與測量軟體 2.角鐵架 3.壓克力轉盤與容器
4.光電閘 5.空氣幫浦 6.噴氣針頭 7.PASCO 量測儀器。

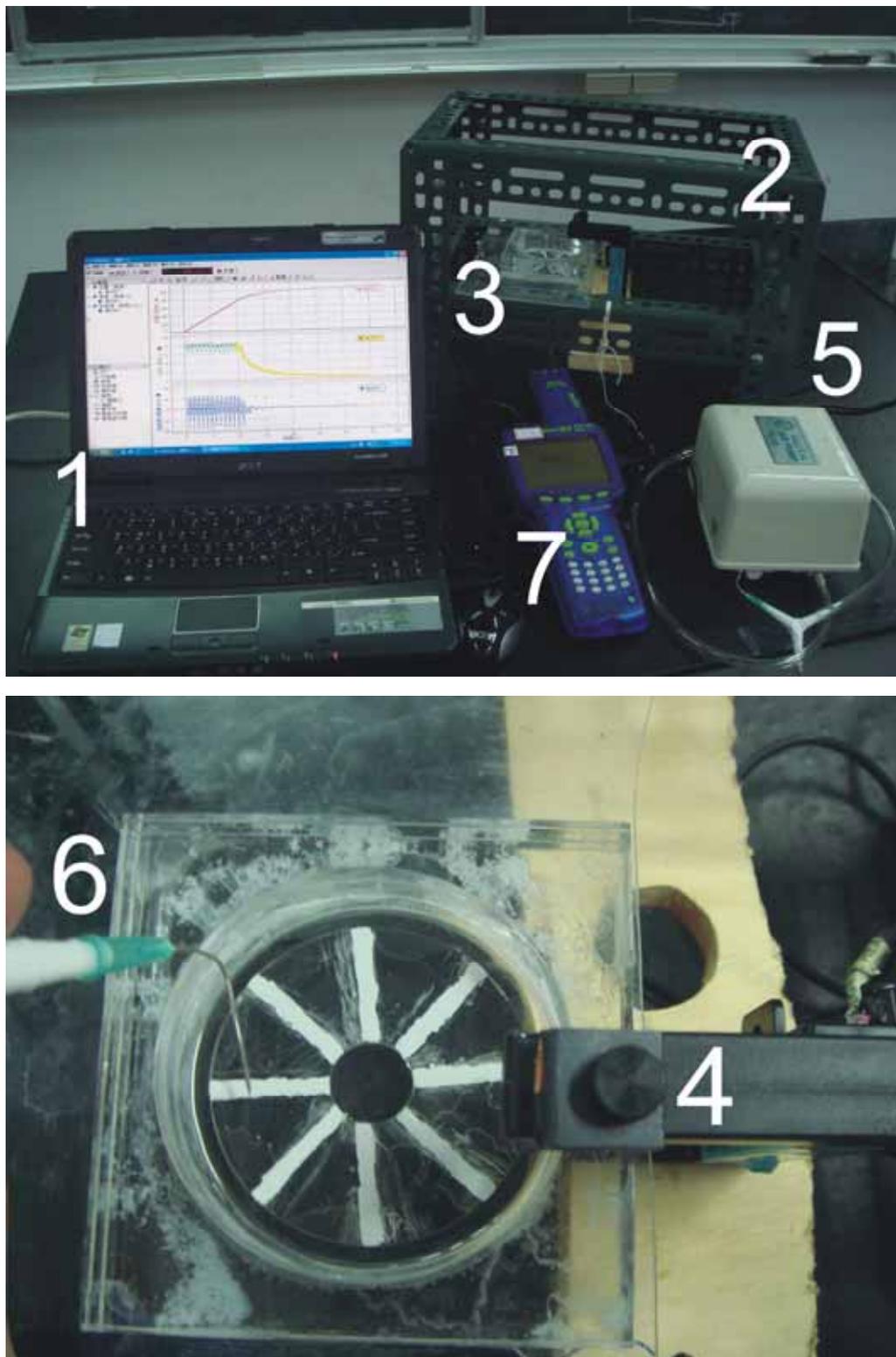


圖 4.1 實驗儀器圖

伍、研究過程

一、原理介紹

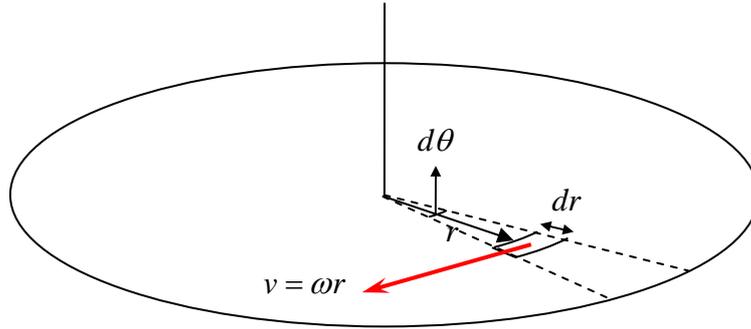


圖 5.1 原理示意圖

將黏滯係數的基本定義式 2.1 做些調整。分析圖 5.1 中 $dr \times d\theta$ 的小面積，當角速度為 ω 時，此小面積有切線速率 v ， $v = \omega r$ 。類比一維時的剪應力，滿足：

$$\frac{dF}{dr \times r d\theta} = \eta \frac{dv}{dy} \quad (\text{式 5.1})$$

假設 $\frac{dv}{dy}$ 為一定值，即液體形變是線性的。則 $\frac{dv}{dy} = \frac{v}{h} = \frac{\omega r}{h}$ ，其中 h 為下方液體厚度。此面積所受黏滯力對轉軸的力矩量值為：

$$r dF = r(r dr d\theta) \eta \frac{\omega r}{h} \quad (\text{式 5.2})$$

若圓盤總質量 M 、半徑 R ，則當角速率為 ω 時，所受黏滯力總力矩量值為：

$$\tau = \int r dF = \frac{\omega \eta}{h} \int_0^R \int_0^{2\pi} r^3 dr d\theta = \frac{\pi \omega \eta}{2h} R^4 \quad (\text{式 5.3})$$

最後對圓盤而言，符合轉動的運動方程式為：

$$\tau = I \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow -\frac{\pi \omega \eta}{2h} R^4 = \frac{MR^2}{2} \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (\text{式 5.4})$$

由上式積分可得：

$$\omega = \omega_0 \exp\left[-\frac{\eta \pi R^2}{Mh} t\right] \quad (\text{式 5.5})$$

$$\Delta\theta = \frac{Mh\omega_0}{\eta \pi R^2} \quad (\text{式 5.6})$$

整理後可得：

$$\eta = \frac{Mh\omega_0}{\pi R^2 \Delta\theta} \quad (\text{式 5.7})$$

註：由於實際上轉盤下方液高會受到浮力作用影響，若測量液高 h 、轉盤面積 A_1 、容器面積 A_2 、液體密度 ρ ，則液高可以修正為：

$$h = h_0 - \frac{A_1 - A_2}{A_1} \cdot \frac{M}{A_2 \rho} \quad (\text{式5.8})$$

二、實驗方法

本研究參考了文獻的方法，將前人方法的優點做整合改良，設計出漂浮法。漂浮法的構想如圖 5.2 所示，是液體上方漂浮一塊轉盤，使其旋轉並測出角速度的下降趨勢，進而推算出黏滯係數。本實驗步驟為：

1. 使轉盤漂浮於液體表面。
2. 以空氣幫浦提供穩定氣流，並且利用針頭水平吹動漂浮於水面上的轉盤(如圖 5.2)。
3. 直至轉盤轉速穩定後，把空氣幫浦關掉後，使其自由轉動。
4. 利用光電閘及電腦軟體測出角速度。
5. 由角度速度與時間的關係圖，並進行數據處理。
6. 帶入公式並算出黏滯係數 $\eta = \frac{Mh\omega_0}{\pi R^2 \Delta \theta}$ 。

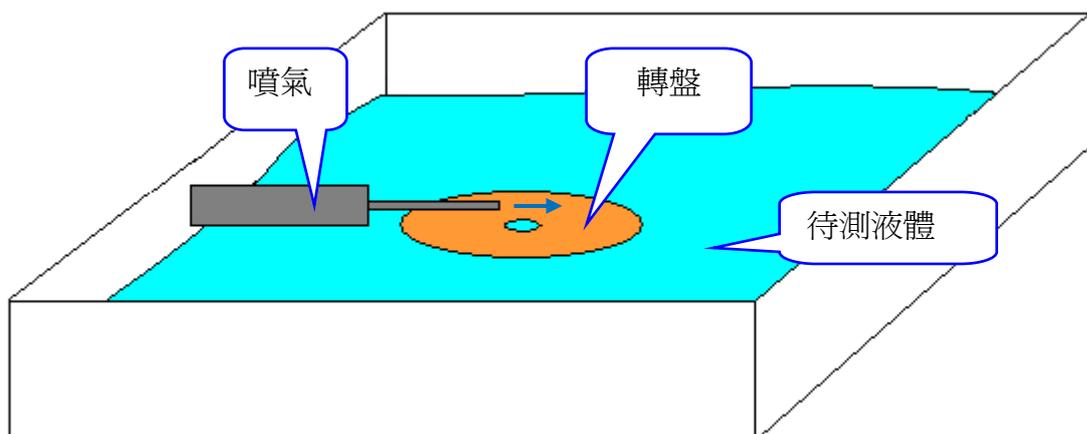


圖 5.2 漂浮法示意圖

三、實驗內容

1.角速度變化對時間的關係

由式 5.5 可以看出，角速度對時間成指數函數的關係。因此，本實驗將運用漂浮法實驗裝置測量轉盤角速度隨時間的變化，觀察其關係與原理推倒是否相符。

2.液高的變化對黏滯係數的影響

本實驗將對於不同液體高度，測量不同高度下水的黏滯係數之變化。由於測量液高會受浮力和表面張力等因素影響，因此代入式 5.8 修正液高。本實驗控制變因為轉盤半徑 3.00cm，操縱變因為液高大小。

3.水溫變化對黏滯係數的影響

本實驗將對於不同液體溫度，測量不同溫度下水的黏滯係數之變化。從圖 2.1 可以看出水的黏滯係數與溫度成反向關係，藉由本實驗數據觀察與參考值的關係，並討論其原因。本實驗控制變因為轉盤半徑 3.00cm，操縱變因為液體溫度。

4.測量不同液體的黏滯係數

本實驗將對於不同液體，測量其黏滯係數，並與參考值做比較。控制變因為液高 2.0mm、轉盤半徑 3.00cm，操縱變因為不同液體。

陸、研究結果與討論

一、自製黏滯係數測量儀器

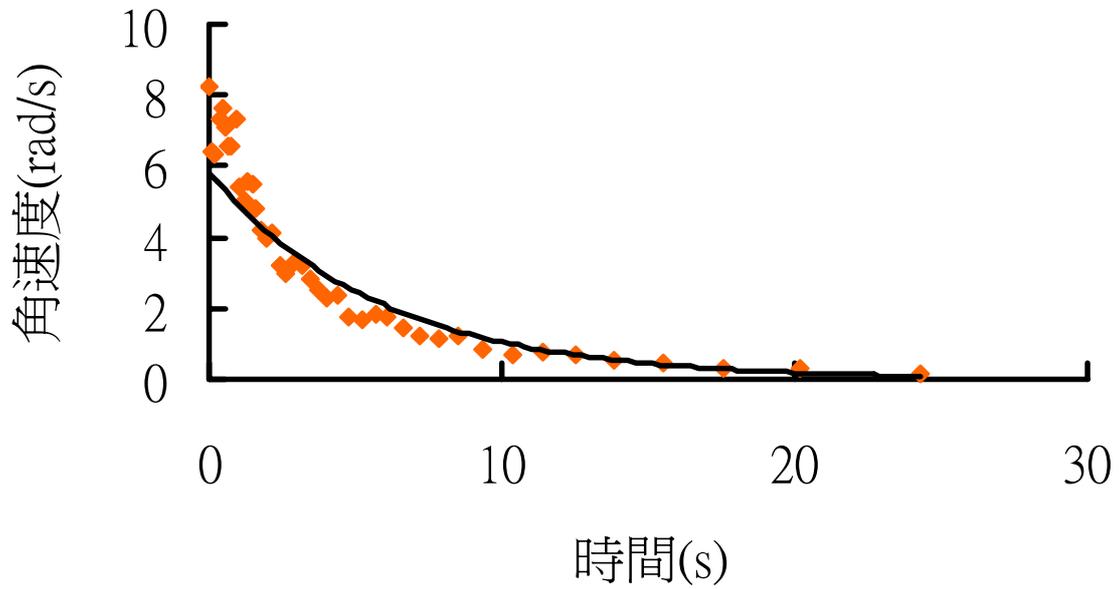


圖6.1 角速度對時間的關係圖

本研究裝置利用轉盤受到黏滯力作用產生反方向力矩，並測量角速度的變化。發現角速度變化符合公式會隨時間成指數函數下降，如圖6.1 所示。本研究將可藉由此類數據，經統計處理後，代入公式可推算出黏滯係數。

二、液高變化對水黏滯係數的影響

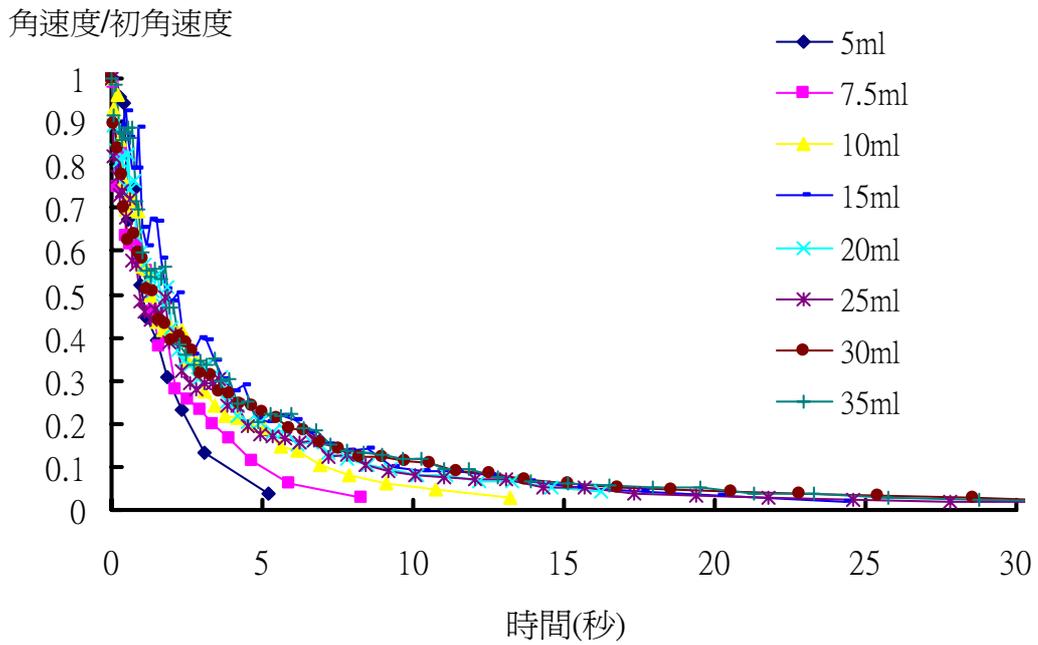


圖6.2 不同水液高下角速度/初角速度對時間的關係圖

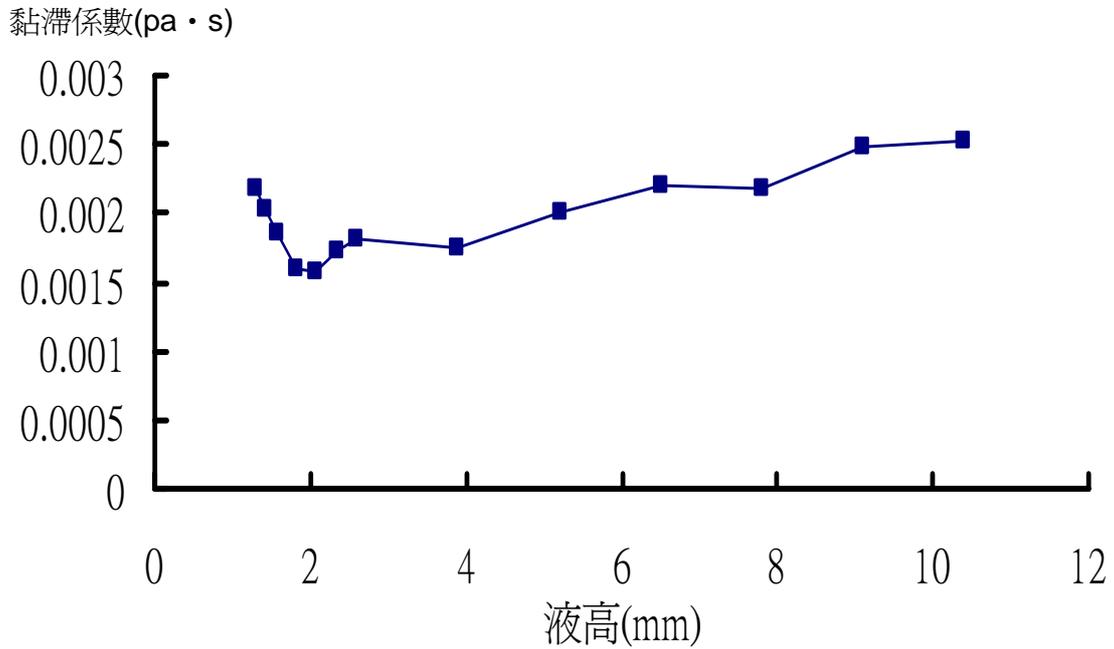


圖6.3 不同水液高的黏滯係數

本研究改變水的液高，觀察其黏滯力的變化。由於每次測量的初角速度都不一樣，爲了方便比較，將數據作歸一化處理，發現在液體厚度2.0mm以上所測得的角速度歸一曲線趨勢相似，表示在液體厚度2.0mm以上液體所產生的黏滯力是相同的。帶入公式算出來的黏滯係數如圖6.3 後段所示，黏滯係數與液高成正向關係，但這並不是真正的黏滯係數，因爲帶入公式的液高並非造成黏滯力的液體厚度。因此液體厚度2.0mm以上的實驗，需要將形變爲線性的條件假設做修正。

而由圖6.2 可以發現，在下方液體厚度爲2.0mm以下時，角速度歸一曲線趨勢會不同。帶入公式後算出黏滯係數如圖6.3 前段所示，黏滯係數與液高成反向關係。本實驗猜測可能是因爲液高太低，造成有外在的因素影響，導致趨勢爲反向。

由圖6.3 可以看出，本實驗裝置水的邊界層液高爲2.0mm，也就是說轉盤所能帶動而產生黏滯力的最大厚度爲2.0mm。

三、水溫變化對黏滯係數的影響

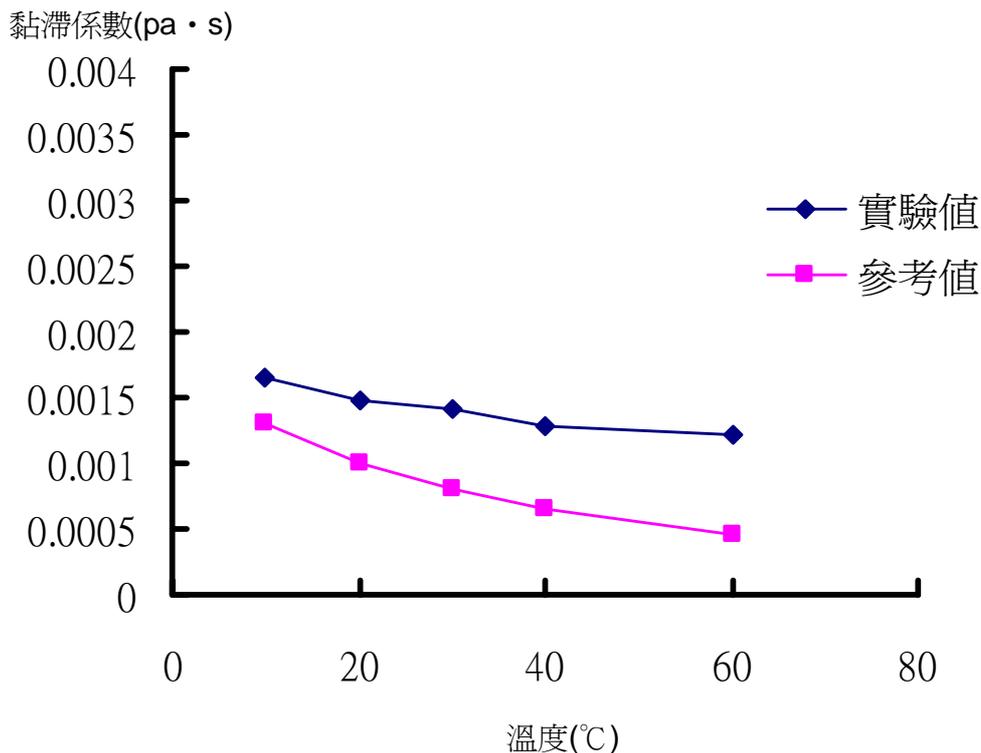


圖6.4 不同溫度下水的黏滯係數與參考值比較

由圖6.4 發現水的溫度越高時，黏滯係數越小，而且越高溫時，單位溫度的黏滯係數變化量越大，與所查到的參考值趨勢相符，表示本研究裝置有一定的準確性，但仍有些微的誤差。

四、不同液體的黏滯係數

表6.1 不同液體的黏滯係數

液體	黏滯係數(Pa • s)
水	0.001583
肥皂水	0.001413
酒精(50%)	0.002553

本實驗裝置測量肥皂水與50%酒精的黏滯係數如表6.1 所示。發現肥皂水的黏滯係數和水相近，與理論相符，可知黏滯係數與表面張力無關。而測量出的酒精的黏滯係數比水大，與參考值的趨勢相同。

柒、討論

在液高變化對水黏滯係數的影響實驗中，發現在液體厚度 2.0mm 以下時，由於低於邊界層厚度，曲線較為不同，經測量計算後發現黏滯係數變大，由此得知，可能同時受到黏滯力以及其他因素的影響。

水溫實驗時，發現水的溫度越高，黏滯係數越小。而且水溫越高時，單位溫度的黏滯係數變化量越大，與所查到的參考值趨勢相符，但高溫仍有些微的誤差，因為無法很精準的控制水溫。而溫度對黏滯係數影響很大，所以本研究盡量快速的把實驗進行完成，減少溫度散失。另外，每一點數據經過多次測量變化都不大，但測量值仍和參考值有一定的差距，推測為此儀器的系統誤差。

至於系統誤差來源，本研究分析出兩種可能原因。第一，本研究未將轉盤周圍與液面接觸的部分納入黏滯係數的計算。第二，由於轉盤轉動時，轉盤內外半徑下的液體速率不一致，可能會有擾流的現象，影響本研究的準確度。

轉盤轉動的過程中，在其上方會受到空氣的黏滯力影響。但空氣的黏滯係數的數量級，大約是水的一千倍，因此本研究忽略此部份。

測量不同液體黏滯係數的實驗中，液體性質對於本研究儀器有些限制，例如：太黏稠的液體會導致轉盤吹不動；液體密度太小，轉盤會立刻沉於水中；液體的透明度如果太低，會影響光電閘的量測。但大部分液體仍可以測量出黏滯係數。

捌、結論

本研究參考文獻方法，針對其優缺點並加以改良，成功的設計出一套簡易的黏滯係數測量方法，以旋轉飄浮於水上的轉盤，測量其轉動角速度之變化趨勢，探討液體的黏滯係數與其變因之關係，也推導出對應公式。經由實驗一的實驗數據結果，可以得知，速度隨時間的關係成指數函數的變化，和推導公式(式 5.5)相符。因此，本研究可以藉有此方法進行後續研究。

本研究接著對於不同的液體高度、不同的液體溫度，探討該變因對黏滯係數的影響以及測量不同液體的黏滯係數。在實驗二中，由於每次測量的初角速度都不一樣，為了方便比較，將數據作歸一化處理，發現在液體厚度 2.0mm 以上所測得的角速度歸一曲線趨勢相似，表示在液體厚度 2.0mm 以上液體所產生的黏滯力是相同的。推測在原理推導的假設下，也就是液體的形變式線性的假設有液高的限制，而本研究裝置水的邊界層液高為 2.0mm。實驗三測量不同液溫下水的黏滯係數，由實驗數據和參考值做比較，發現趨勢相符，但有些微誤差，推測可能是擾流等其他因素所致。最後，測量不同液體的黏滯係數，本研究發現肥皂水的黏滯係數與水相近，表示表面張力對黏滯係數的大小沒有影響，和文獻結果相符。而酒精的黏滯係數比水大，和參考值結果相近。

本研究設計出簡易黏滯係數測量方法，以自製漂浮法實驗裝置探討液體介面與黏滯力之關係，並成功推導出黏滯力之關係公式，並由實驗驗證相符。

玖、研究歷程

本研究儀器和方法歷經過四個階段的改良：

第一階段使用轉軸法，將連接轉軸的轉盤浮在水面上，利用砝碼自由下降使轉軸轉動，測量力矩並算出黏滯係數。但缺點為機械磨擦力過大，遠大於黏滯力。



圖 9.1 第一階段轉軸法

第二階段改以吹氣轉動轉盤減少摩擦，上方裝置相機，測量角位移與時間，算出黏滯係數。但缺點為公式使用比較法，角加速度與黏滯係數成正比，沒有直接算出。



圖 9.2 第二階段擷取照片

第三階段為探討表面張力的影響，設計圓錐轉盤，同樣以攝影法測量。但缺點為圓錐變因不易控制，比較法一樣無法直接算出。



圖 9.3 第三階段圓錐轉盤

第四階段以吹氣使圓盤轉動，並導出公式，測量角速度與時間的關係，可直接算出黏滯係數，並探討介面與黏滯力的關係。



圖 9.4 第四階段漂浮法

壹拾、 參考資料及其他

- [1] 維基百科，取自：<http://en.wikipedia.org/wiki/Viscosity>
- [2] Bruce R. Munson, Donald F. Young, and Theodore H. Okiishi (2005). *Fundamentals of Fluid Mechanics* (4th Edition). John Wiley and Sons, Inc.
- [3] Dabir S. Viswanath, Tushar K. Ghosh, Dasika. H. L. Prasad, Nidamarty V. K. Dutt, Kalipatnapu Y. Rani (2006). *Viscosity of Liquids*. Springer Verlag.
- [4] David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker (2007). *Fundamentals of Physics* (8th Edition). John Wiley and Sons, Inc.
- [5] Fox/McDonald. (民 79)流體力學導論(2 版)。全華科技圖書股份有限公司
- [6] Lrving H. Shames. (民 84)流體力學(3 版)。美商麥格羅·希爾公司(台灣)

【評語】 040111

能設計簡易裝置進行實驗，主題適合學生和教材內容。