

中華民國 第 49 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高中組 物理科

佳作

040106

跳舞的源泉

學校名稱：國立嘉義高級中學

作者： 高二 陳彥霖 高二 盧聖閔	指導老師： 李文堂
-------------------------	--------------

關鍵詞：表面張力、白努利方程式、連續方程式

摘要

水由省水龍頭的出口流出時，會形成簾狀的水膜。流量較小的時候，水膜散開一小段距離，受重力及表面張力作用，會縮聚在一起，再散開成水滴。流量較大時，不會縮聚在一起，經一段距離後，直接形成水滴。

在水龍頭下方放置一水平板，水膜撞到水平板後，水膜流速突然減慢，使膜內的中空處壓力變大，平板上的水面上升，且有規律的上下跳動，稱之為跳舞的源泉。

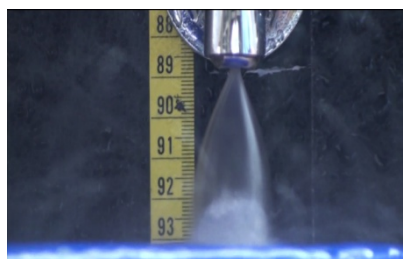
改變水的流速、出水口到水平板的距離以及水的表面張力都會改變水平板上水面上升的高度。我們實驗探討流速、出水口到水平板距離及表面張力對水面上升高度的影響。

一、研究動機

省水龍頭下洗手時，將手水平置放在出水口下方，發現手心處的水會上升，甚感好奇，便和同學開始研究省水龍頭下水面上升的原因。

二、研究目的

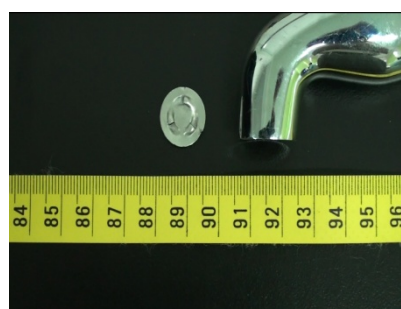
1. 找出省水龍頭水的流速和水面高度的關係。
2. 探討表面張力對水面上升高度的影響。



圖一：省水龍頭下方有水平板，水膜撞到水平板後，水面上升且跳動

三、原理

1. 省水龍頭的省水構造為一塊鋁製薄片，如圖二所示，上方有3個小出水口，截面積共 9.6mm^2 ，水流至鋁片後，由小出水口水平射出，碰到水龍頭的鉛直壁後形成霧狀水膜，沿著壁轉動，受重力作用，由半徑 r_1 的出口噴出(如圖三所示)。



圖二：省水龍頭的節水鋁片

2. 鋁片到水龍頭出水口距離 h ，水由鋁片水平射出，碰到壁成霧狀水膜，在水龍頭出口處的水平速度 v_{1x} ，鉛直方向受重力作用，出口速度 v_{1y} ，合成速度 v_1 和鉛直夾角 θ_1 ，

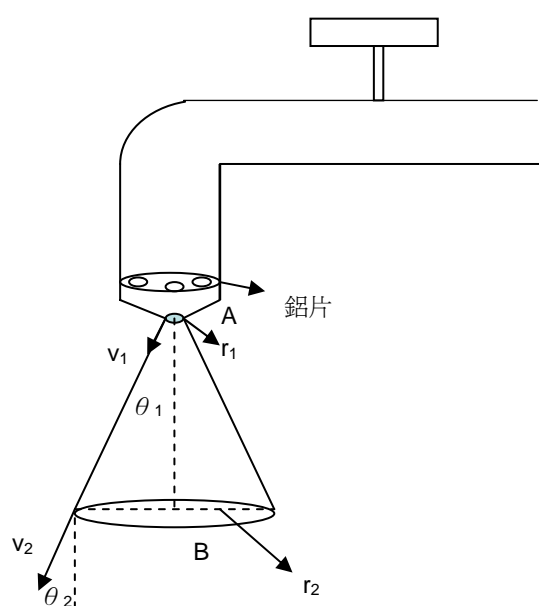
$$v_{1y} = \sqrt{2gh} \dots (1) \quad v_{1x} = v_{1y} \tan \theta \dots (2)$$

$$v_1 = v_{1y} / \cos \theta_1 \dots (3)$$

3. 在水龍頭出口下方 H 處，水的由照片量得 θ_1 ，可求出 v_{1x} 及 v_{1y} 。

流速 v_2 ，和鉛直方向夾角 θ_2 ，

v_2 分解成 v_{2x} 及 v_{2y} 。



圖三：省水龍頭出水口示意圖

受重力作用 $v_{2y}^2 = v_{1y}^2 + 2gH \dots (4)$

可求得 v_{2y} ,

同理 , $v_{2x} = v_{2y} \tan \theta_2 \dots (5)$

$v_2 = v_{2y} / \cos \theta_2 \dots (6)$ 可求得 v_{2x} 及 v_2 。

4.由白努利方程式： $p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho gH = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$

所以 B 點的壓力比 A 點大 Δp_g

$\Delta p_g = p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho gH - \frac{1}{2} \rho v_2^2 \dots (7)$

5.長 L 的水膜，曲率半徑 R，當水膜穩定流動

時，內部壓力 P，外部大氣壓力 P_0 ， $p - p_0 = \Delta p_\gamma$

=表面張力形成的壓力差。表面張力的總力，水膜

平衡時 $\Delta p_\gamma \times 2 \times 2\gamma L = 2F \cos \phi = 4\gamma L \frac{\gamma}{L}$

$\therefore \Delta p = \frac{\gamma}{R}$

圖三中，AB 兩位置，因表面張力形成的壓力差

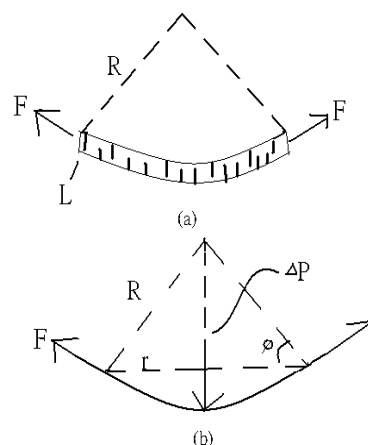
(A 比 B 大) $\Delta p_\gamma = \gamma \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \dots (8)$

6.未考慮空氣阻力：B 點和 A 點的壓力差

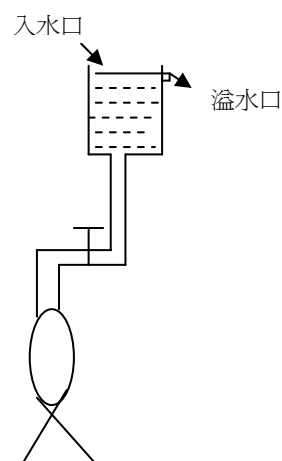
$\Delta p = \frac{1}{2} \rho v_1^2 - \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho gH - \gamma \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \dots (9)$

四、研究設備及器材

- 1.省水龍頭 2.碼表 3.燒杯
- 4.量筒 5.游標尺 6.攝影機 7.電腦
- 8.自製容器用來改變表面張力，如圖五所示，在入水口加入沐浴乳以減少水的表面張力。



圖四：表面張力作用使膜內壓力大於大氣壓力



圖五：在自製容器的入水口加入沐浴乳，改變水的表面張力

五、研究過程

甲、實驗一

(一)目的：探討流量(流速)對水膜的影響

(二)實驗步驟：

- 1.用碼表及燒杯測量 t 秒內流出的體積 V ，用削尖的筆探測出水口中空的直徑 r_0 ，出水口半徑 r_1 ，可求出水膜厚度 Δx 。

$$\Delta x = r_1 - r_0$$

$$\frac{V}{t} = A_1 v_1 = 2\pi r_1 \Delta x v_1$$

- 2.用攝影機拍下圖型後，輸入電腦，紀錄不同流速下的水膜。

(三)結果：

- 1.圖 6 所示分別為流量 $9.4\text{cm}^3/\text{s}$ 、 $17.4\text{cm}^3/\text{s}$ 、 $25.5\text{cm}^3/\text{s}$ 的水膜， v_1 分別為 3.6cm/s 、 6.7cm/s 、 9.9cm/s 。
- 2.圖 6(a) $H = 3.4\text{cm}$ 時，表面張力使水膜縮聚，然後形成小水滴。
- 3.圖 6(c) $H = 2.6\text{cm}$ 時，即形成小水滴。
- 4.自來水的表面張力在 25°C 下為 67 dy/cm

(四)

(1)圖六(a)流量速率 $25\text{cm}^3/\text{s}$

$$v_{1y} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 980 \times 0.685}\text{cm/s} = 36.6\text{cm/s}$$

$h = 0.685\text{cm}$ = 出水口至鋁片的距離。

$$Q = 25\text{cm}^3/\text{s} = 2\pi r_1 \Delta x v_{1y}, r_1 \text{ 量得 } 1.35\text{mm}, \Delta x \text{ 量得 } 0.35\text{mm} \text{ 所以: } v_{1y} = 113.7\text{cm/s}$$

(2)距出水口下方 $H = 2.5\text{cm}$ 處

$$v_{2y}^2 = v_{1y}^2 + 2gh \quad \text{可得 } v_{2y} = 79\text{cm/s}$$

量角器量得水膜和鉛直方向夾角 $\theta = 21^\circ$ ，即可算出 $v_{2x} = v_{2y} \tan 21^\circ = 30.3\text{cm/s}$

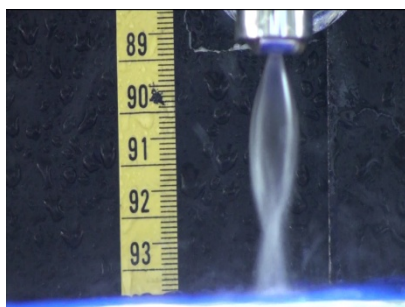


圖 6(a) 流速 $v=3.6\text{cm/s}$ 形成水苞



圖 6(b) 流速 $v=9.9\text{cm/s}$ 水向外擴張。

$$v_2 = \frac{v_{2y}}{\cos 21^\circ} = 83.8 \text{ cm/s} \circ$$

(3)圖六(b)流量速率 $12.6 \text{ cm}^3 / \text{s}$ 計算得 $v_1 = 39.0 \text{ cm/s}$

距出水口下方 $H = 5 \text{ cm}$ 處 $v_2 = 99.9 \text{ cm/s}$ ， $r_2 = 0.45 \text{ cm}$ 。

水膜內的水面上升 1.7 cm ，因為水膜撞擊水平板時，反彈的水會使 v_2 變慢，由

$$\text{公式 } \Delta p = \frac{1}{2} \rho v_1^2 - \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g H - \gamma \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \dots (9)$$

$$1 \times 980 \times 1.7 = \frac{1}{2} \times 1 \times 39^2 - \frac{1}{2} \times v_2^2 + 1 \times 980 \times 5 - 67 \times \left(\frac{1}{0.135} - \frac{1}{0.45} \right) \text{ 得}$$

$$v_2 = 85.2 \text{ cm/s} \circ$$

乙、實驗二

(一)目的：探討水的表面張力對水膜的影響。

(二)實驗步驟

1.水的流量固定，在出水口下方 4.5 cm 處置放一升降台做反射板，緩緩降下反射板，水膜的長度由 4.0 cm 拉長至 5.0 cm ，如圖 7(a)及 7(b)所示。

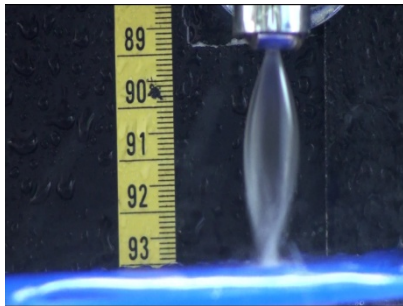


圖 7(a)水膜原來的長度

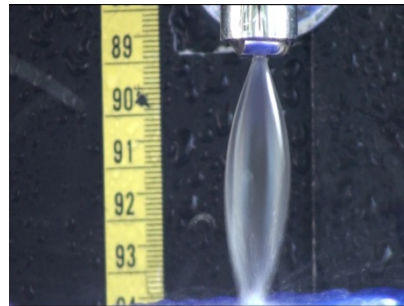


圖 7(b)反射板下降可把水膜拉長 25%

2.流量不變，但在圖五中加入沐浴乳，水的表面張力由 72 dy/cm 變成 25 dy/cm ，水膜的長度由 2.8 cm 變成 3.5 cm ，如圖 8(a)、圖 8(b)所示。



圖 8(a) 水膜原來的長度

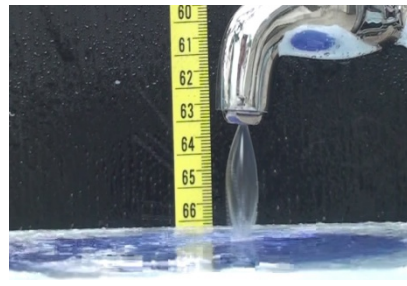


圖 8(b)水中加沐浴乳，水膜增長 25%

丙、實驗三

(一)目的：探討水的流量(流速)對水面上升高度的影響，及不同高度對水面上升高度的影響。

(二)實驗步驟：

1.控制水的流量 $17.5\text{cm}^3/\text{s}$ ，逐漸升高反射板，用攝影機拍下水膜，輸入電腦，在電腦量出水面上升的高度。

2.控制平面高度至水出口 3cm，以不同流量比較上升之最大高度之差別。

(三)結果：

1.

表一：不同 H 與最大上升高度的關係(流量= $17.5\text{cm}^3/\text{s}$)

次數	1	2	3	4	5
距離出水口 H(cm)	5	4	3	2	1
上升高度 b(cm)	0.9	1.9	1.8	1.2	0.4

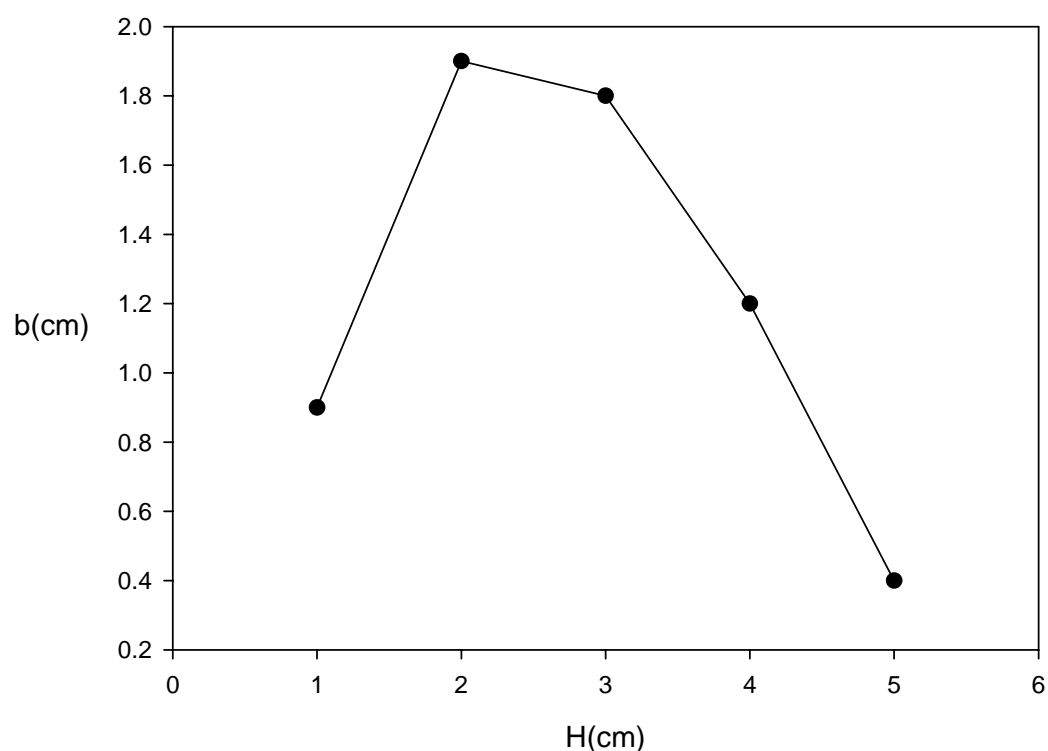


圖 9：反射板到出水口距離與最大上升高度的關係圖。

表二 不同流量與最大上升高度的關係

次數	1	2	3	4	5
流量(cm^3/s)	17.5	19.5	21.1	24.8	25.5
水面上升高度 $b(\text{cm})$	2.4	2.1	1.8	1.4	1.3

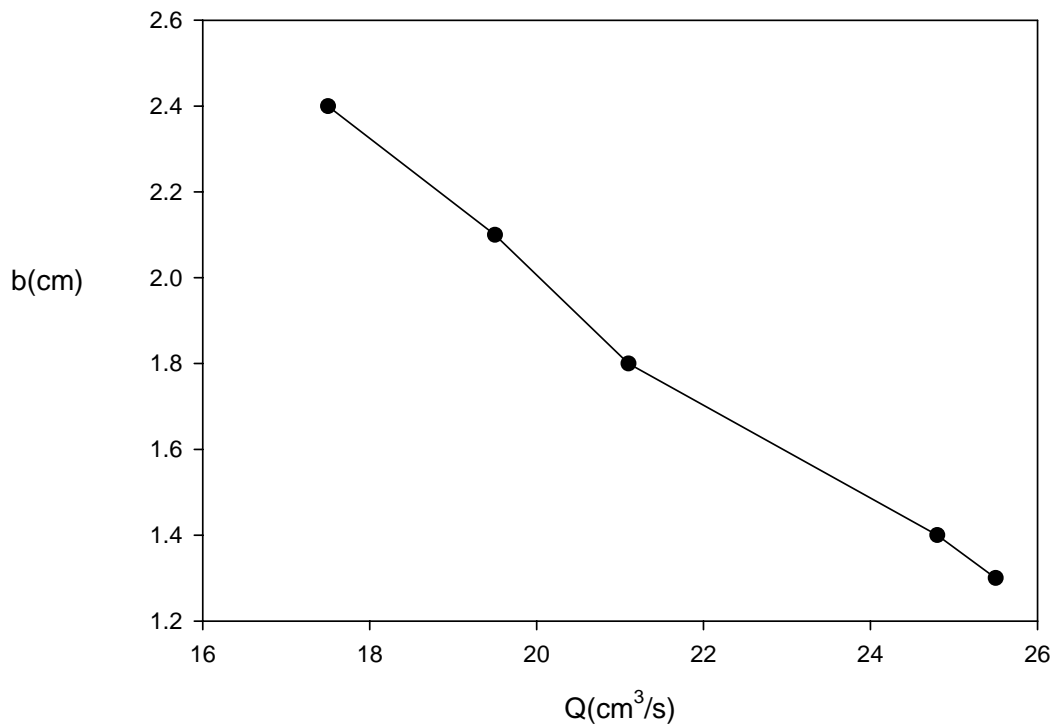


圖 10：不同流量(Q)與最大上升高度(b)的關係圖。

丁、實驗四

(一)目的：探討相同流速不同高度以及不同流速同高度與水膜長度及寬度之關係

(二)實驗步驟及結果：

1.於相同流速下：

(1)打開水龍頭，調整流量使水膜匯聚，如圖 11(a)，紀錄此時水苞的寬度。

(2)於下方放置一升降台，使其緩緩上升，上升到 1/4 水苞長度時，水苞寬度從 0.8cm 變成 1.3cm，如圖 11(a)、11(b)

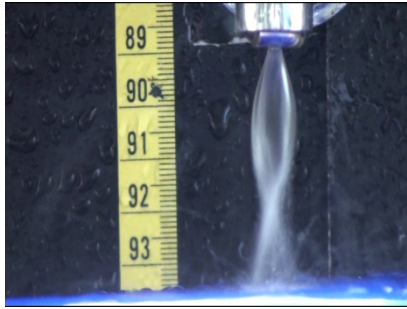


圖 11(a)原來苞的寬度

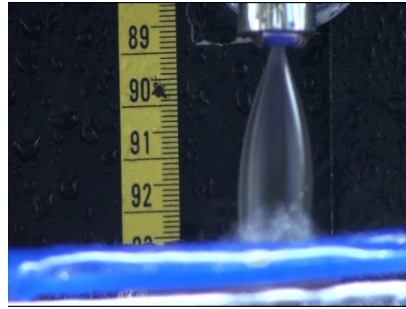


圖 11(b)水膜撞擊反射板後
水苞的寬度變大。

表 3 水膜撞擊反射板後水苞的寬度變大，流量=17.5cm³/s

次數	1	2	3	4	5
距離出水口 H(cm)	5cm	4cm	3cm	2cm	1cm
水膜寬度 (cm)	2.1cm	2.1cm	1.9cm	1.7cm	0.9cm

(2)於下方放置一升降台，使其緩緩上升，上升到距出水口 H cm 時，記錄此時水膜之寬度如表 4

表 4 出水口到反射板距離 H 對水膜寬度的影響， 流量=17.5cm³/s

出水口到反射板距離 H (cm)	5cm	4cm	3cm	2cm	1cm
水膜寬度 (cm)	4.5cm	3.8cm	2.1cm	1.6cm	1cm

2.不同流速下

(1)打開水龍頭，將其流速依次調整為 17.5cm³/s、19.5cm³/s、21.1cm³/s、24.8cm³/s、25.5cm³/s

(2)於下方放置一升降台，上下調整其高度，使水膜之寬度為最大，紀錄其寬度，並與未有升降前之水膜寬度做比較，如表 5

表 5 不同流速下有升降台與無升降台之水膜寬度之比較

流速	17.5 cm ³ /s	19.5 cm ³ /s	21.1 cm ³ /s	24.8 cm ³ /s	25.5 cm ³ /s
有升降台之寬度	3.2	2.8	3.0	2.8	2.6
無升降台之寬度	2.3	2.6	2.5	2.5	2.3

戊、實驗五：

(一)目的：探討水膜經水平面反射，對曲率半徑的影響。

(二)實驗步驟及結果：

- 1.在水龍頭下方 H 處置放網狀篩子（網孔邊長 0.149mm），水膜撞到篩子反射時有向上運動的分速度。
- 2.圖 12(a)為散開型的水膜，反射後曲率半徑擴大甚多，因流速 v_2 變慢，壓力變大，所以將篩子換成水平板，水面不會上升。
- 3.圖 12(b)為分散再縮收的水膜，被篩子反射後，曲律半徑以增大，換成水平板，水位上升。



圖 12(a)原來的曲率半徑



圖 12(b)水膜撞擊篩子曲率半徑擴大

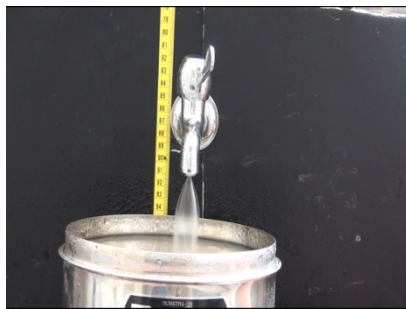


圖 13(a)原來的曲率半徑



圖 13(b) 水膜撞擊篩子曲率半徑擴大

表 6 反射板到出水口的距離與水面上升高度之關係(出水口到反射板距離 H 上升高度 b)

h(cm)	5.4	5.2	5.0	4.8	4.6	4.4	4.2	4.0	3.8	3.6	3.4
B (cm)	0.9	1.1	1.5	1.3	1.8	1.3	1.7	1.6	1.8	1.6	1.7
H(cm)	3.2	3.0	2.8	2.6	2.4	2.2	2.0	1.8	1.6	1.4	1.2
b(cm)	0.8	1.6	1.6	1.6	1.6	1.4	1.0	0.8	1.1	1.0	0.6

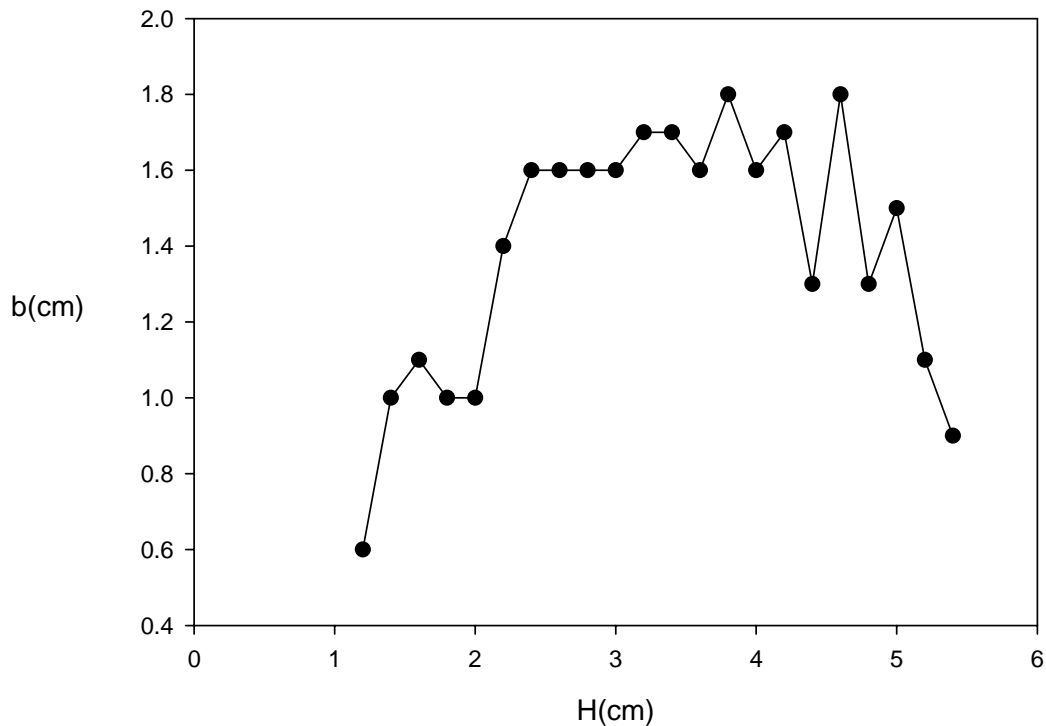


圖 14 反射板到出水口的距離(H)與水面上升高度(b)之關係圖

己、實驗六：

(一)目的：探討水膜經變動的反射面反射，對曲率半徑的影響。

(二)實驗步驟及結果：

- 1.將手指張開放至於出水孔下，水膜擴張，如圖 15(b)，此時將手指慢慢合起來，水面開始上升，如圖 15(c)。而當手指慢慢合起來時，水面慢慢增加，直到手指完全合起來時，水面可跳至最高。
- 2.由此可知：
 - (1)是先擴張才有水面上升。
 - (2)壓力漸增，可知流速逐漸減慢。又流速減慢，即可知有水滴干擾。
3. 水面最高時，水膜與平面的夾角亦為最大，即 90 度，綜合 3、4 的圖表以及以上的推論，即可知因為入射角等於反射角等於 0 度，水膜之速度減少最多，所以依白努力定律，流速慢壓力大；上方因不受其反彈水滴干擾，流速快、壓力小，所以水面會上升。



圖 15(a)水膜原來的寬度



圖 15(b) 將手指張開放至於出水孔下



圖 15(c) 將手指慢慢合起來，
水面開始上升

六、討論

- 1.本實驗只考慮重力、表面張力的作用，忽略空氣阻力。
- 2.鉛片的出水口使水在水平方向轉動，撞擊龍頭的壁形成水膜；重力使水膜向下加速。從水龍頭的出水口噴出。
 - (1)流量速率小時，表面張力使水膜收縮，水分子相碰撞後，表面張力使其收縮成球形顆粒。
 - (2)流量速率較大時，水膜散開，因重力使流速更快，所以經一小段距離後，水膜分散開，表面張力使水滴成球形顆粒。
- 3.高度固定，當流量速率越大時，水面上升的高度較少，因為水膜的流速大，壓力變化不多，再加上水膜向外擴張，撞擊水平板後，反射的水滴不會干擾水膜，所以，水膜的流速大，壓力小，不易上升。
- 4.流速固定，當反射板距離出水口越近時，水面上升的高度會先升後降，當水面上升到最高處時，此時水膜和水平板的夾角為 90° ，反射的水滴對水膜的干擾最大(正面碰狀)，所以，水膜的流速大受反射水滴的影響，流速慢，壓力大，水面上升最多。
5. 利用篩子做實驗的結果顯現水膜碰到反射面，水膜流速變慢，壓力變大，使水膜向外擴張。並非水面先上升才使水膜向外擴張。
- 6.表面張力對水苞的長度影響很大，水中加入沐浴乳，表面張力約減少 60%，水苞長度增加 25%。
- 7.水膜撞擊水平板，流速減慢，使得膜內壓力增大，水面上升。表面張力使水膜收縮，水膜撞擊水平板的角變成接近 90° ，水膜的流速減慢更多，水面再向上升高；衝得太高的水，受重力作用，往下降，再受到較大的壓力，再上升。這樣反覆循環，形成“跳舞的源泉”。

七、結論

爲了節能省碳，學校的洗手台幾乎全換裝省水龍頭，省水裝置水平噴水，碰到水龍頭壁形成霧狀水膜，不同流量以及重力和表面張力的作用而有不同的形狀。撞到水平板時流速減緩而形成較大的壓力，使水平板上方水膜內的水面上升。用高中的物理課本所敘述的重力、表面張力、白努利方程式、連續方程式等物理概念，可解釋水面上升高度的變化。

八、參考資料

- 1.蔡孟勳、劉怡初、劉佩琪、吳佳儒 “散射水膜的研究” 中華民國第 38 屆全國科展得獎專輯，國立台灣科學教育館。
- 2.江郁嫻、吳旻秦、江蕙如、湯雅淳 “水蔥花” 中華民國第 41 屆全國科展得獎專輯，國立台灣科學教育館。

【評語】 040106

- 1、 能從日常生活所見之現象取材研究，使科學與生活結合值得推崇。
- 2、 研究省水龍頭口流出受擋板作用，水膜的形狀變化，對此現象的解釋合乎物理原理。
- 3、 研究偏向現象之觀察，較缺量化資料及應用潛力。