

# 中華民國 第 49 屆中小學科學展覽會

## 作品說明書

---

國中組 地球科學科

030510

金「科」玉律-探討科氏力的擺動軌跡

學校名稱：彰化縣立陽明國民中學

作者：  國二 許文馨  國二 陳穎萱  國二 蔡欣妤  國二 黃思瑋	指導老師：  蔡名峯  李昆宗
---	-----------------------------

關鍵詞：科氏力 、 傅科擺 、 軌跡

# 金「科」玉律

~探討科氏力的擺動軌跡

## 摘要

本研究中，我們自行製作了小型類傅科擺，並以水寫紙與寶特瓶設計出可清楚記錄其擺動軌跡的裝置，由此探討類傅科擺與傅科擺間週期以及偏轉方向的差異。**1.傅科擺週期必須大於一天，而類傅科擺的週期僅需 1 分鐘左右即可完成。****2.北半球的傅科擺轉動方向必為順時針，而類傅科擺則順逆時針方向皆可。**爲了進一步了解傅科擺隨緯度不同，週期會隨著變化的現象，我們再一次自行設計模擬裝置，**模擬在赤道面上觀察地球外的直線運動**；再藉由投影的方式，將赤道面觀察到的情形投影回到地球表面，即爲地球表面觀察到的情況。最後我們發現了一個有趣的現象，**傅科擺與颱風的成因雖然都是來自於科氏力，但是在北半球的傅科擺爲順時針轉動而颱風卻是逆時針轉動。**

## 壹、研究動機

去年暑假和爸媽到日本東京去旅行，參觀了日本國立科學博物館。讓人最印象深刻的，就是地下室中央大廳雄偉莊嚴、充滿神聖氣息的大擺球-傅科擺。各地來的觀光客看到時的感覺就跟我一樣深刻的體驗到”感動”兩個字。這個傅科擺是日本國立科學博物館的招牌，更是來到東京玩的旅客必看的景點。回台灣後，我們幾個同學趁著暑假在彰化師大閱讀一些課外書時，正好遇到彰化師大在舉辦 2008 物理教學及示範研討會，其中一位老師正好在講解我最好奇的傅科擺，並教我們自行製作簡易的傅科擺，以砂漏繪圖，做出傅科擺投影在平面上的軌跡路徑圖。由於繪出的圖實在是太神奇了，這更令我們無法自拔的想去討論它的形成原因。

## 貳、研究目的

- 一、研究一維擺的性質，探討**擺繩長度**跟**擺角大小**對**週期**造成的影響。
- 二、**製作小型類傅科擺(Foucault pendulum)**，並探討其**二維空間的擺動**。
- 三、**模擬以地球的赤道面觀察地球外的直線運動**，將此結果投影到地球表面，與自然界的現象做驗證。
- 四、探討物體受科氏力作用，運動時必須滿足的條件。

### 叁、研究設備及器材

#### 一、一般設備



圖 A1 滾筒式羽球架

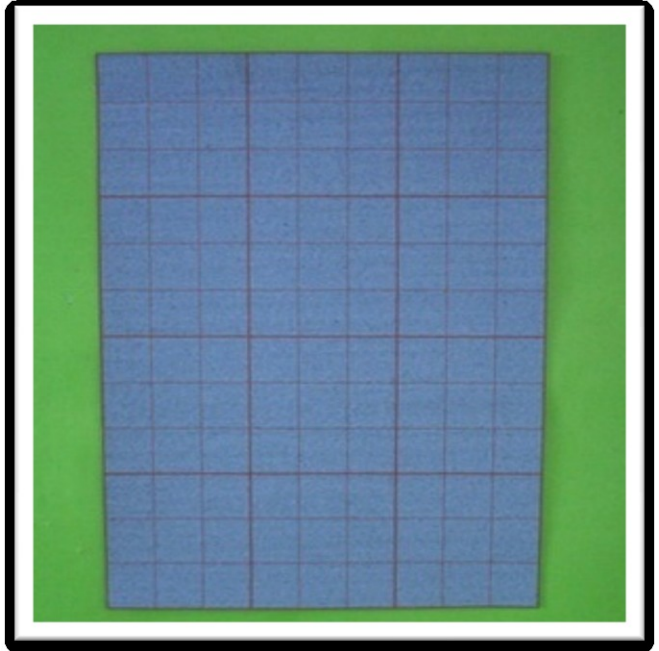


圖 A2 水寫紙



圖 A3 高扭力低轉速馬達

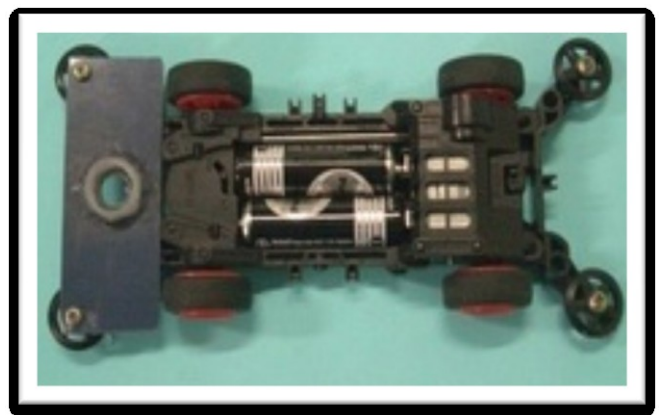


圖 A4 四驅車底盤

## 二、組裝自行設計及組裝的實驗裝置

### (一) 實驗一的路徑記錄板製作過程(圖組 B)



### (二) 實驗一的滴水裝置製作過程(圖組 C)



(三) 實驗二的架高型木製四驅車軌道單邊設計結構(圖 D)

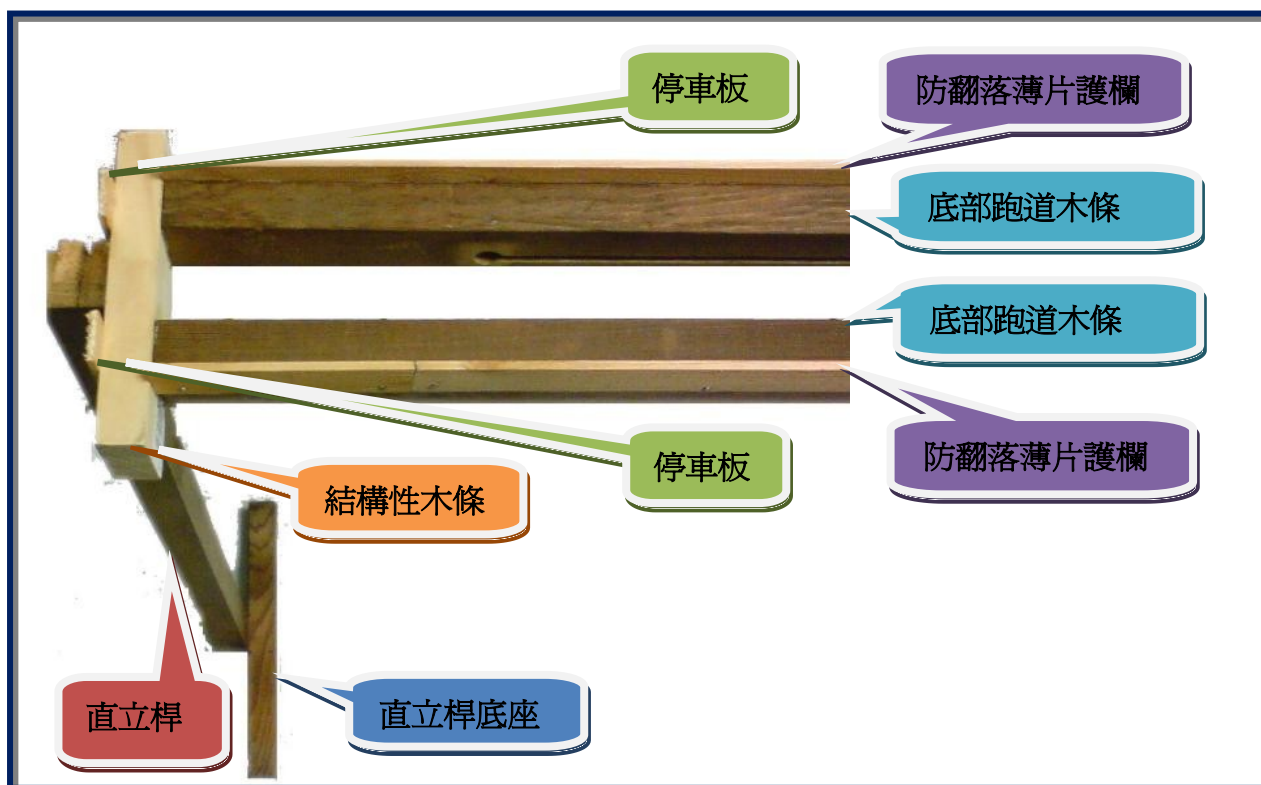



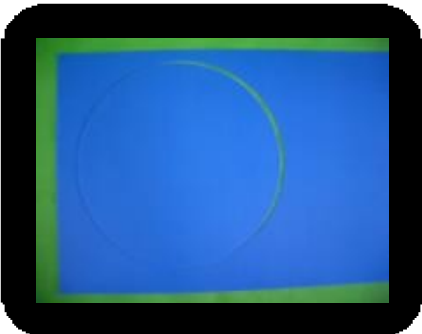
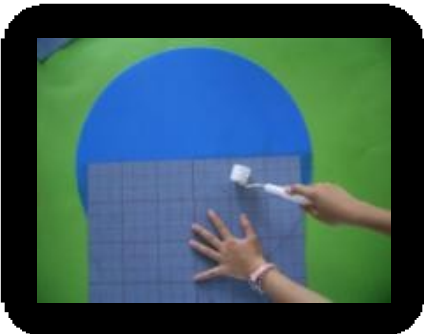
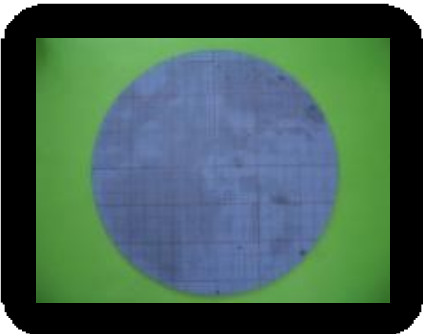


圖 D 架高型木製四驅車軌道單邊設計結構(用來將可滴水四驅車架在水寫轉盤上)




因為兩邊為軸對稱，另一邊的架構完全與之相同，故僅標示一邊的結構做說明

(四) 實驗二的水寫紙旋轉盤及旋轉盤底座製作過程

1. 水寫紙旋轉盤製作流程圖(圖組 E)(用來記錄圓盤觀察到的直線運動)

		
圖 E1 自製大半徑圓規	圖 E2 瓦楞板畫半徑 25cm 的圓	圖 E3 美工刀沿圓周切割
		
圖 E4 將此圓裁下	圖 E5 貼上水寫紙及推平	圖 E6 圓盤完成圖

2. 旋轉底座製作流程圖(圖組 F)(用來旋轉水轉盤的底座)

		
圖 F1 於木塊各角塗上熱熔膠	圖 F2 貼上與馬達同高的小木塊	圖 F3 於木塊上栓上滾輪
		
圖 F4 依序完成四個角	圖 F5 以熱溶膠將馬達固定於中心點	圖 F6 旋轉盤底座完成圖

## 肆、研究過程及方法

### 一、原理

#### (一)基本原理

科氏力 coriolis force,  $\vec{F}_c = -2m(\vec{\Omega} \times \vec{v}) = m \vec{a}_c$

科氏力的加速度 coriolis acceleration,  $\vec{a}_c = -2(\vec{\Omega} \times \vec{v}) = 2\vec{v} \times \vec{\Omega} = 2 \times v \times \Omega \times \sin \theta$

如圖 G 所示，公式中的  $\vec{\Omega}$  為地球自轉的角速度， $m$  為移動的物體本身所具有的質量， $\vec{v}$  為物體運動的速度。由北極星往下看，地球自轉為逆時針方向，再由右手定則(四指代表地球旋轉方向，母指方向代表角速度方向)定義出角速度的方向為地心指向北極星的方向  $\vec{\Omega}$ 。北半球的傅科擺為順時針轉動，而颱風卻是逆時針轉動。 $\theta$  為運動方向與地軸方向的交角，必須注意的一點，以三維空間來看，地球表面上任兩點的東方( $x$  軸的方向)與北方( $y$  軸的方向)以及天空( $z$  軸的方向)都不會一樣，亦即任兩點的  $x$  軸、 $y$  軸、 $z$  軸都不平行，這就是科氏力最讓人摸不清頭緒的地方。但實際上把地球的球座標與地表的直角座標做轉換只是簡單的障眼法。只要認清這件事，科氏力就可以用幾個簡單的觀念來解釋清楚了。

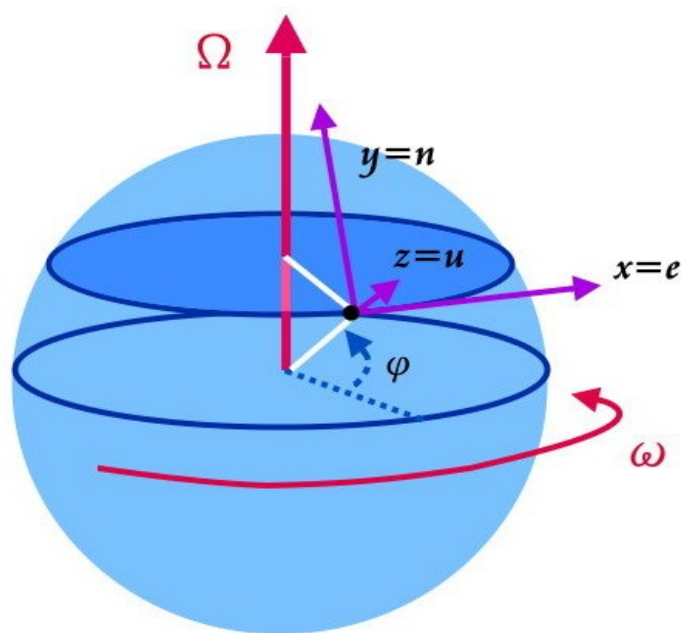
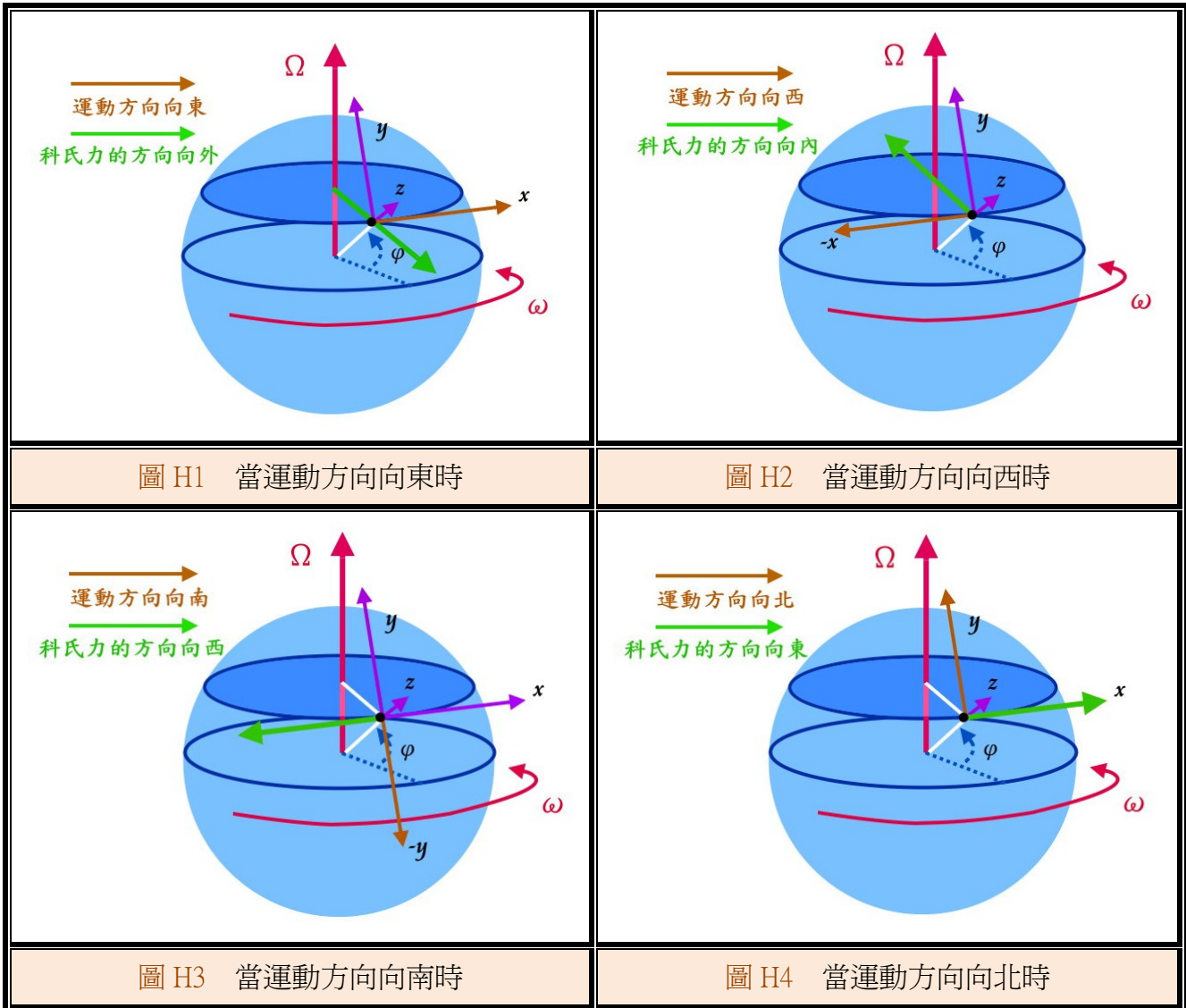


圖 G 用球座標與直角座標來描述地球

(二)科氏力的方向



(三)科氏力的加速度大小  $\vec{a} = 2\vec{v} \times \vec{\Omega} = 2 \times V \times \Omega \times \sin \theta$

高鐵速度  $v=300\text{km/hr}=\frac{300000\text{ m}}{60\text{min}}=\frac{300000\text{ m}}{3600\text{ s}}=\frac{3000\text{ m}}{36\text{ s}}$

地球的角速度  $\Omega=\frac{2\pi}{86400\text{ s}}$

台灣北方與地軸的夾角  $23.5^\circ$ ，台灣南方與地軸的夾角  $156.5^\circ$

1.由北向南時  $\vec{a} = 2 \times \frac{3000}{36} \times \frac{2\pi}{86400} \times \sin 156.5^\circ=0.004833\text{m/s}^2$ (西方)

2.由南向北時  $\vec{a} = 2 \times \frac{3000}{36} \times \frac{2\pi}{86400} \times \sin 23.5^\circ=0.004833\text{m/s}^2$ (東方)

即使你的速度像高鐵一樣快，科氏力對你產生的加速度也僅僅是重力加速度的兩千分之一。



## 二、研究步驟

### (一)實驗 1 前測性實驗

#### 1. 實驗步驟

- (1)地板上任意四塊大理石拼成的大正方形，在各邊中點上架設一個滾輪式羽球架。
- (2)將位於大正方形對邊中點上的羽球架，兩兩一組，彼此拉上塑膠繩，在中心形成一個交叉點。
- (3)於兩線交叉處算起算到砝碼中心綁一條 25 公分的毛線，毛線下端綁在砝碼的質量中心上，砝碼質量固定為 100g。
- (4)將量角器中心處剪開一個小口。
- (5)把塑膠繩交點嵌入量角器開口。
- (6)再拿一個滾輪式羽球架放在步驟一的四個羽球架外圍
- (7)綁第二條毛線在砝碼的質量中心，線的另一端綁在步驟四的羽球架架身
- (8)利用量角器，固定擺線與第二條線夾角  $90^\circ$ 。
- (9)用打火機燒斷向外拉的毛線，並用碼錶記錄擺盪 20 次之時間。重複 5 次取平均值。
- (10)依序驗證擺繩長度、擺角大小與一維擺的週期各有何種有關。

#### 2. 研究變因

##### (1)實驗 1-1 驗證擺繩長度與一維擺的週期

控制變因	1.擺角： $\theta = 60^\circ$ 2.質量： $m=100g$ 3.擺動次數：20 次
操縱變因	擺繩長度：25 公分、49 公分、100 公分

##### (2) 實驗 1-2 驗證擺角大小與一維擺的週期

控制變因	1.擺長：100 公分 2.質量： $m=100g$ 3.擺動次數：20 次
操縱變因	擺角： $\theta = 10^\circ、20^\circ、30^\circ、40^\circ、50^\circ、60^\circ、70^\circ、80^\circ、90^\circ$

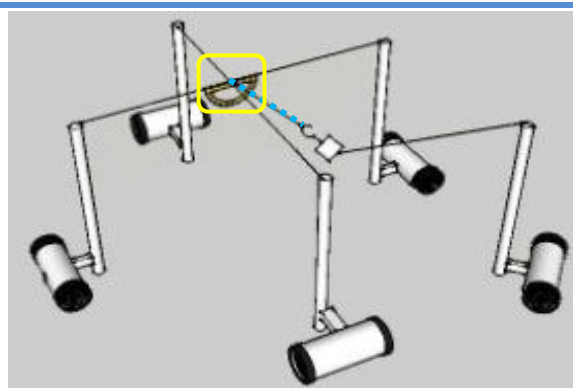


圖 I1 事前的電腦模擬



圖 I2 實際的架設圖

(二)實驗 2 自製小型類傅科擺

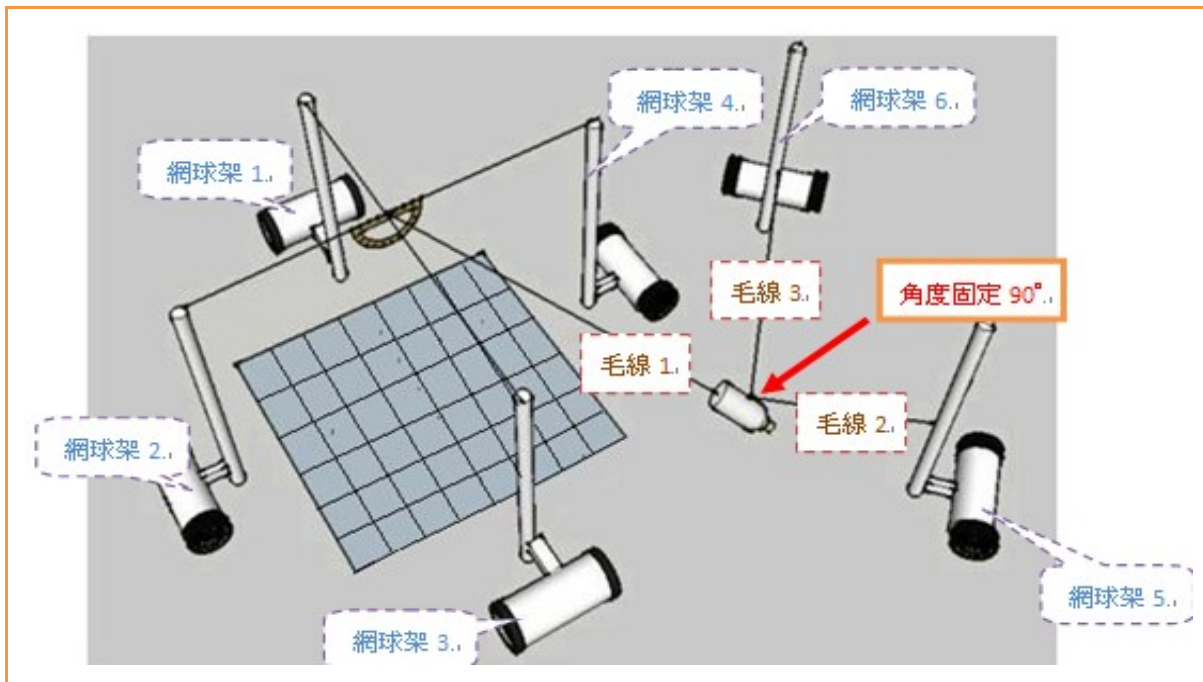


圖 J1 事前的電腦模擬



圖 J2 實驗四實際照

## 1.研究變因

實驗 2-1	控制變因	1.擺長 25cm 2.力道
	操縱變因	擺角：20°、40°、60°
實驗 2-2	控制變因	1.擺長 100cm 2.力道
	操縱變因	擺角：20°、40°、60°

註：力道的控制：以燒斷棉繩的方式取代用手釋放

## 2.實驗步驟流程圖

		
圖 J3 架設四支羽球架	圖 J4 兩組架子拉上棉線	圖 J5 將繩子綁在桿子上
		
圖 J6 兩條線交叉在正中央	圖 J7 在交點上綁上寶特瓶	圖 J8 在交點上黏住量角器



圖 J9 在四支羽球架外圍放  
羽球架 5



圖 J10 在保特瓶中心綁毛線



圖 J11 線的另一端拉至羽球  
架 5 上



圖 J12 在羽毛球架 5 旁邊架  
設羽毛球架 6



圖 J13 在漏水器質量中心  
綁上第二條毛線



圖 J14 將第二條毛線另一  
端拉至羽球架 6



圖 J15 水寫板置於正中央



圖 J16 堵住洞口倒入水



圖 J17 依序燒斷二條棉線

### (三)、實驗 3 模擬真正的直線，在地球上看到卻會彎曲

#### 1.圖文說明

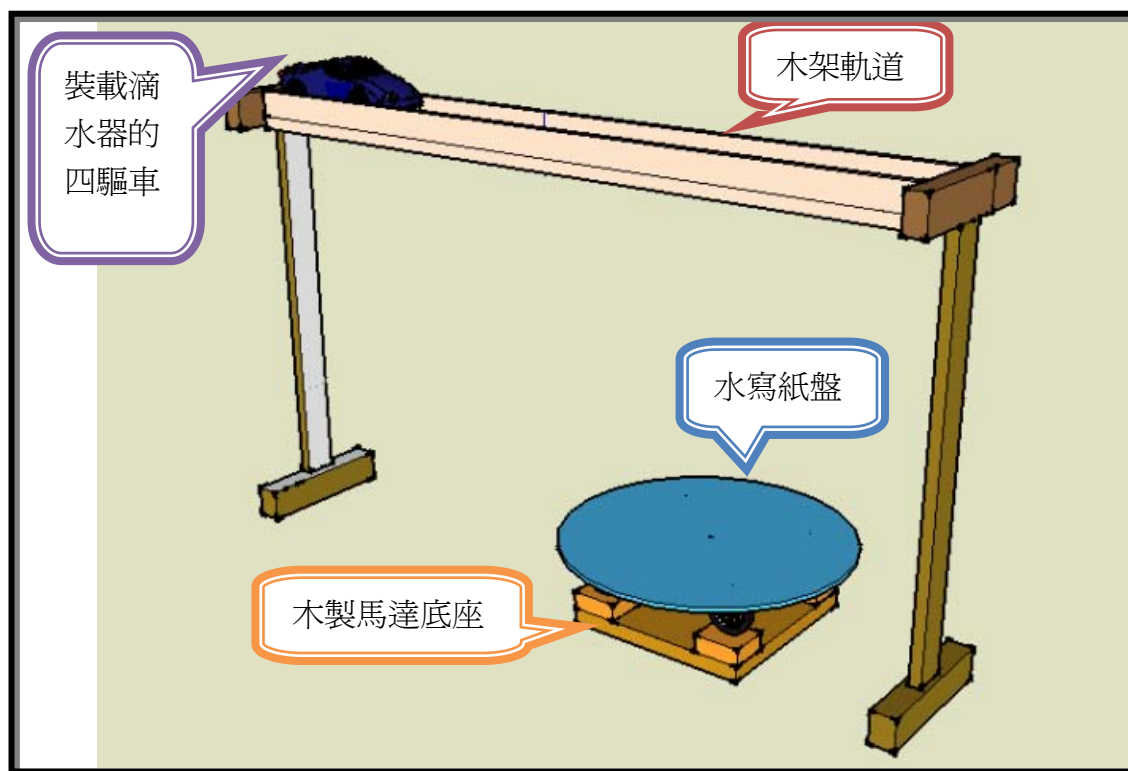


圖 K1 事前的電腦模擬



圖 K2 實驗照片

#### 2.實驗步驟流程圖

- (1)自製直線軌道的木架以及慢速旋轉的轉盤
- (2)將轉盤置放木架下方，由四驅車上裝自製滴水器等速滴落在圓盤上的水滴，並分析非慣性座標上所觀察到的軌跡。
- (3)將底盤的轉速分別調整為 12rpm，15rpm，18rpm，21rpm，24rpm，再重複實驗步驟 (1)、(2)。

## 伍、研究結果

### 實驗 1-1、地表上一維擺擺長與週期的關係

由擺繩的頂端開始計算，量到砝碼中心的位置(當成約略的質量中心)，即為擺繩長度。將不同擺長的一維擺來回擺動 20 次，將所需的時間重複測量五次，並求出五次的平均值，將過程與結果紀錄在表 1-1。

表 1-1 一維擺擺長與一維擺週期的關係表

擺繩長度 (公分)	擺動 20 次所需時間(s)					
	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均
25.00	21.11	22.05	21.20	20.15	20.01	20.90
49.00	28.33	30.90	29.55	28.27	29.23	29.26
100.00	41.35	42.62	43.45	40.62	40.55	41.72

接著由表 1-1 分析出各種擺長的一維擺與他本身擺動 20 個週期所需時間的平均值做成關係圖(圖 1-1)，並以二次函數做線性回歸，得相關係數  $R^2=1$ ，此一實驗結果合於公式

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  所表示的一維擺的擺長與週期的平方成正比。

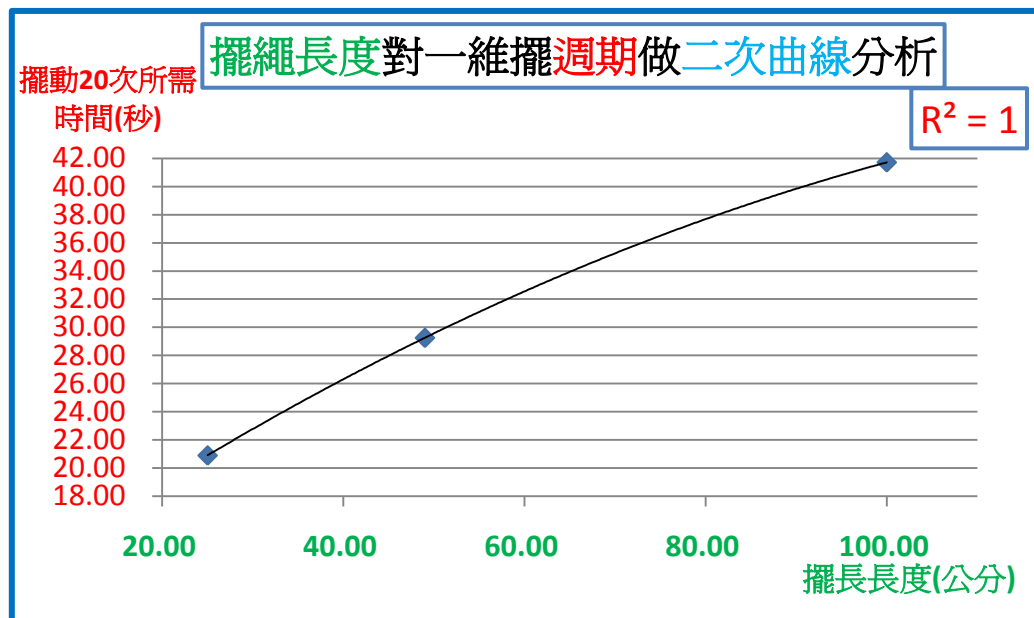


圖 1-1 擺繩長度對一維擺週期做二次曲線分析

說明：一維擺的擺長與一維擺週期的關係圖為簡單的二次函數。

### 實驗 1-2、擺角角度與一維擺週期的關係

將不同的擺角來回擺動 20 次，將所需的時間重複測量五次，並求出五次的平均值，將過程與結果紀錄在表 1-2A。

表 1-2A 一維擺擺角與一維擺週期的關係表

擺角 (度)	擺動 20 次所需時間(s)					
	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均
10.00	19.91	20.13	20.57	20.19	19.94	20.15
20.00	20.23	20.28	20.66	20.51	20.36	20.41
30.00	20.56	20.42	20.44	20.30	20.35	20.41
40.00	20.54	20.67	20.47	20.41	20.82	20.58
50.00	21.06	20.89	21.25	21.42	21.49	21.22
60.00	21.12	21.24	21.07	21.07	21.24	21.15
70.00	21.20	21.28	20.98	20.85	21.11	21.08
80.00	21.54	21.46	21.61	21.48	21.42	21.50
90.00	21.96	21.83	21.84	21.70	21.66	21.80

並由表 1-2A 分析出各種擺角不同的一維擺與擺動 20 個週期平均所需的時間做成關係圖 1-2A。由圖 1-2A 我們發現擺角改變會影響週期。

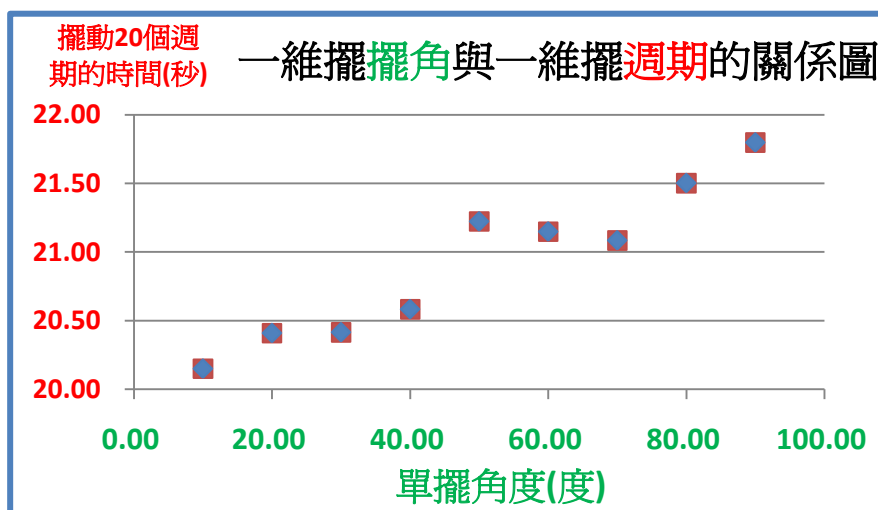


圖 1-2A 一維擺擺角與一維擺週期的關係圖

說明:一維擺的擺角對一維擺的週期的關係圖為複雜的高次函數。

一維擺週期完整的公式： $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} [1 + (\frac{1}{2})^2 \sin^2(\frac{\theta_0}{2}) + (\frac{1 \times 3}{2 \times 4})^2 \sin^4(\frac{\theta_0}{2}) + (\frac{1 \times 3 \times 5}{2 \times 4 \times 6})^2 \sin^6(\frac{\theta_0}{2}) + \dots]$ ，將擺長 25 公分，以及各個擺角的半角正弦值，帶入公式，以正弦函數的 6 次方做逼近，求出一維擺 20 個週期的理論值(表 1-2B)。再將測量到的結果與理論值做比較即表 1-2C。

表 1-2B 以六次方逼近算出週期的理論值(一維擺)

角度 $\theta$	半角角度 (度)	角度 (度)	正弦值 ( $\sin\theta$ )	正弦值平方 ( $\sin\theta$ ) <sup>2</sup>	正弦值四次方 ( $\sin\theta$ ) <sup>4</sup>	正弦值六次方 ( $\sin\theta$ ) <sup>6</sup>	修正後 的週期	來回 20 次 所需時間
10.00	5.00	0.09	0.09	0.01	0.00	0.00	1.00	19.91
20.00	10.00	0.18	0.17	0.03	0.00	0.00	1.00	20.02
30.00	15.00	0.26	0.26	0.07	0.00	0.00	1.01	20.22
40.00	20.00	0.35	0.34	0.12	0.01	0.00	1.02	20.49
50.00	25.00	0.44	0.42	0.18	0.03	0.01	1.04	20.86
60.00	30.00	0.52	0.50	0.25	0.06	0.02	1.07	21.32
70.00	35.00	0.61	0.57	0.33	0.11	0.04	1.09	21.87
80.00	40.00	0.70	0.64	0.41	0.17	0.07	1.13	22.54
90.00	45.00	0.79	0.71	0.50	0.25	0.13	1.16	23.29

表 1-2C 週期的誤差值

角度(度)	10.00	20.00	30.00	40.00	50.00	60.00	70.00	80.00	90.00
實驗值(秒)	20.15	20.41	20.41	20.58	21.22	21.15	21.08	21.50	21.80
理論值(秒)	19.91	20.02	20.22	20.49	20.86	21.32	21.87	22.54	23.29
誤差值 E	1.21	1.95	0.94	0.44	1.73	-0.80	-3.61	-4.61	-6.40

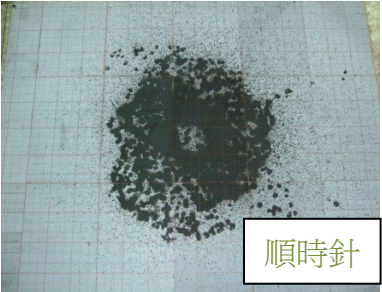
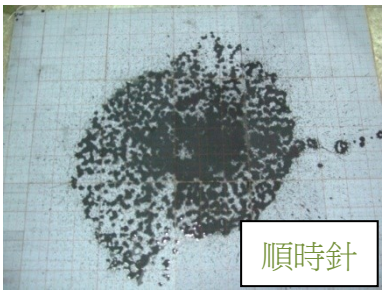
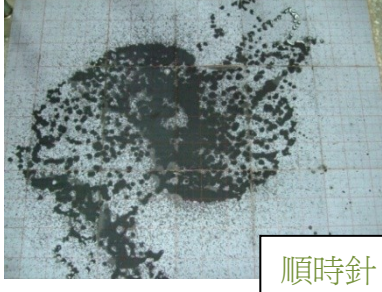
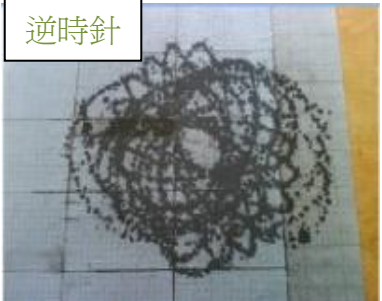
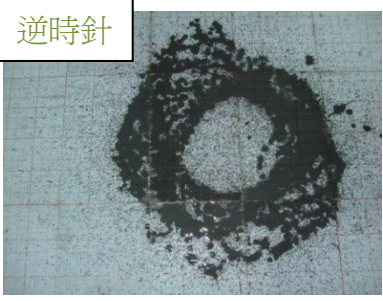
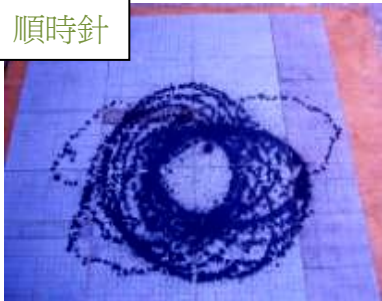



比對理論值與實驗值的差異，發現 60°以內，所有的誤差值  $E = \frac{\text{理論值}-\text{實際值}}{\text{理論值}} \times 100\%$

都小於 2%，故之後實驗的擺角主要都設計在 60°以內，60°可以獲得較大的週期，又不因其他因素所造成的影響使結果與理論值差異太大。而 60°以內，所有的誤差值都小於 2%。接著推測造成誤差的原因，主要是來自於自由落體的現象造成的。根據所記錄到的數據的平均值發現，當擺角大於 60°後，週期非常一致的都比理論值短上一些，而且擺角越大差越多。於是我們推論，當擺角大於 60°時，剛開始釋放，擺錘即將脫離的那一瞬間，物體有一部分重量的分量是以自由落體的方式呈現，而自由落體的速度當然比一維擺擺動的擺動速度更快。故實際上的週期比原本的理論值略短。



## 實驗 2、小型類傅科擺

表 2-1 擺長 25 公分的小型類傅科擺的軌跡記錄

擺角 (度)	擺長 25 公分		
	第一次	第二次	第三次
20.00	 順時針	 順時針	 順時針
40.00	 逆時針	 逆時針	 順時針
60.00	 逆時針	 逆時針	 逆時針

當擺長 25 公分時，單一維度的方向的週期只有 1 秒，週期太短所以整個圖就會縮成一團，不過進動的情形依然十分明顯。於是我們決定設計下一個實驗，看看是否真的擺長加長後軌跡就會被放大而更清晰。

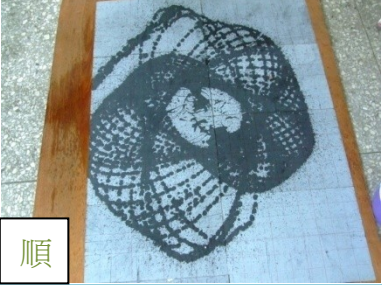
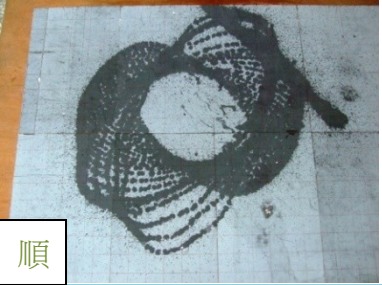


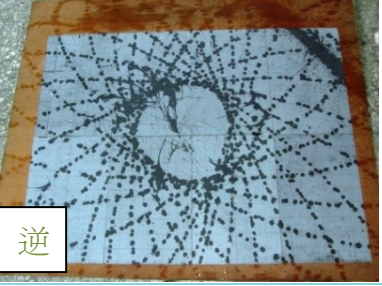
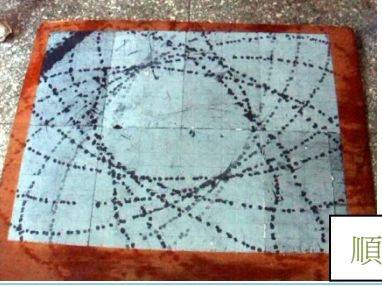
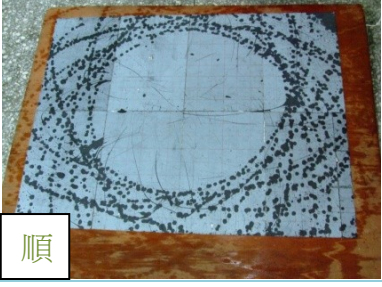
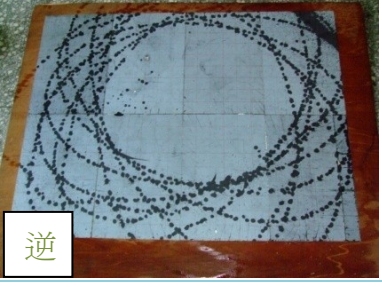
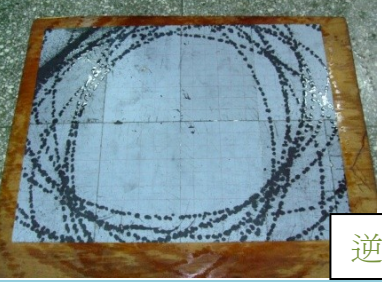
因為擺長相等，所以無論擺角大小是  $20^\circ$ ， $40^\circ$  還是  $60^\circ$ ，單一維度上的週期約略都是 1 秒上下。原本在繪  $60^\circ$  的圖形時，因為週期短，擺角大所以振幅大，速度太快，所有的水滴跟水滴之間的距離都間隔得太遠，使整個畫面變得十分破碎，所以不得不停下來，仔細思考是哪邊出了問題，後來把瓶蓋上的洞口鑽大，把擺角  $60^\circ$  的記錄重新做了一遍，才得到現在的圖組。

概括而言，擺角  $20^\circ$  時的振幅最小，整個圖都縮再一起。擺角  $40^\circ$  的振幅適中，圖型略小。擺角  $60^\circ$  時振幅雖然清楚，可是振幅的衰減又太大。總括而言，25 公分時，各種角度的進動都十分明顯，但是都有其缺點，所以我們接著把擺長由 25 公分改成 100 公分來進行下一個實驗。

由振幅的衰減情形統計順時針與逆時針的狀況各有幾次。

順時針: 4 次 逆時針: 5 次

表 2-2 擺長 100 公分的小型類傅科擺的軌跡記錄

擺角 (度)	擺長 100 公分		
	第一次	第二次	第三次
20.00	 順	 順	 順
40.00	 逆	 逆	 順
60.00	 順	 逆	 逆

如同原本的預期，當我們把擺長延伸為 100 公分時，單一維度的週期變為 2 秒，整個擺面變化就十分清晰。因為週期變長了，擺動頻率變慢，能量損耗也隨之下降。每次振幅的衰變情形也就變得更明顯了。概括而言，擺角 20° 的軌跡振幅最穩定，軌跡也最清晰。擺角 40° 的軌跡已經有一部分跑到水寫板外面。擺角 60° 時，大部分的軌跡都跑出水寫板外。

由振幅的衰減情形統計順時針與逆時針的狀況各有幾次。

順時針: 6 次 逆時針: 3 次

### 實驗 3、等速率圓周運動與等速度直線運動和成的軌跡

由北極上空向下看地球，地球自轉呈逆時針方向，再將地球上的北半球投影在赤道平面上，討論物體由高緯度到低緯度的運動情形。理論上的分析圖如下圖 3，轉盤以逆時針方向做旋轉，旋轉角速度  $\omega$ ；藍色的圓盤上每秒逆時針轉一格，紅色為一等速直線運動的物體每秒一格，路徑與  $x$  軸的夾角  $\theta$ ，則紅色的點在圓盤上留下的軌跡即為綠色的路徑。這個路徑就是水寫紙上的痕跡。

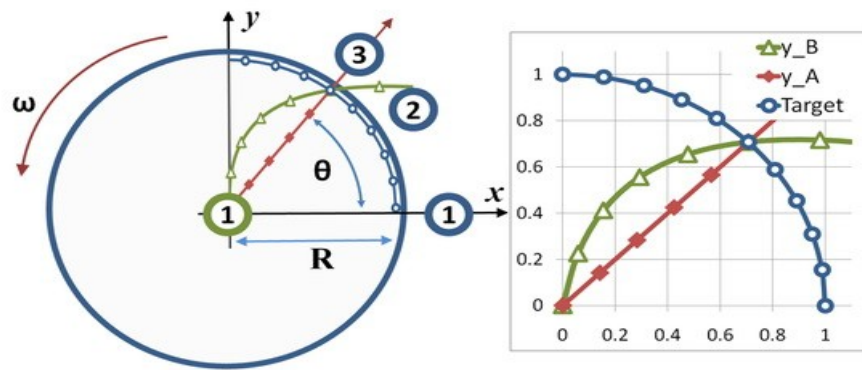
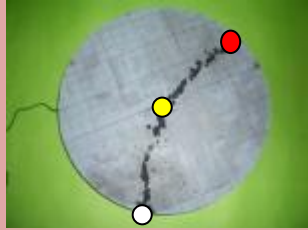
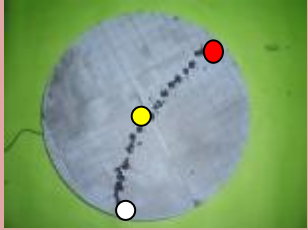

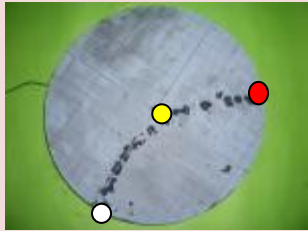
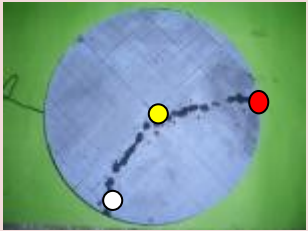
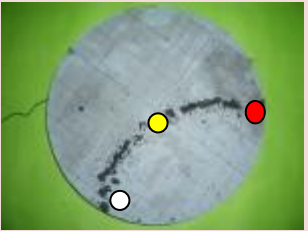


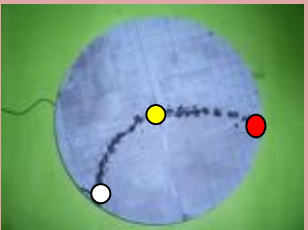


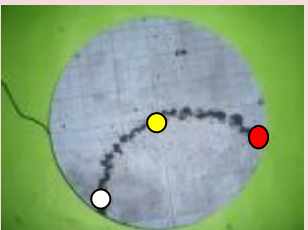

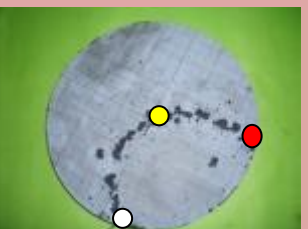



圖 3 藍色的模擬赤道面為逆旋轉的轉盤，紅色的直線為地球外的慣性直線運動，綠色的軌跡則為在赤道面所觀察到的現象。

表3 合成路徑由白點進入，先經過圓盤中心的黃點，最後由紅點的位置離開圓盤，將轉盤底座上的馬達改變各種速度所得到水滴在水寫紙圓盤上留下的軌跡記錄如下

	第一次實驗軌跡	第二次實驗軌跡	第三次實驗軌跡
馬達 轉速 12rpm			
馬達 轉速 15rpm			
馬達 轉速 18rpm			
馬達 轉速 21rpm			
馬達 轉速 24rpm			

轉盤以逆時針方向等速率旋轉(模擬由北極上方往下看，黃點代表地軸，圓盤表示北半球在赤道平面上的投影)上方的四驅車經由上方軌道等速由軌道的一端跑向軌道的另一端，圓盤上的路徑將進入點標示成白色，離開點標示成紅色。轉速越快，偏轉越明顯。

## 陸、討論

- 一、在前測實驗中(實驗 1-1 與實驗 1-2)我們發現擺長與週期有很明顯的對應關係，而擺角對週期的影響並不像擺長所造成的影響那麼明顯。會影響一維擺的週期主要的因素有兩個，一個是擺繩的長度，另一個是擺角大小，然而擺繩長度對週期影響的效果遠大於擺角，所以在一般的情況下，我們大多只是考慮擺繩的長度而不去考慮擺角大小，擺角以近似  $0^\circ$  下去算。因此一維擺的公式由原本複雜的


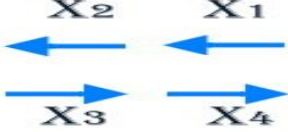
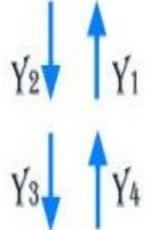

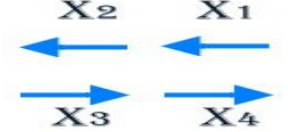
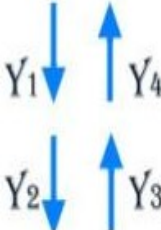

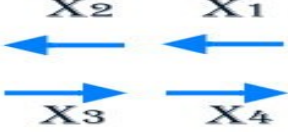
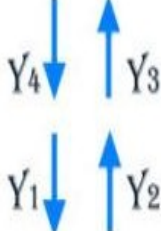
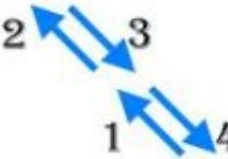
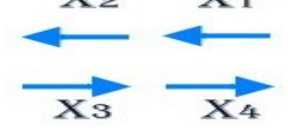

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\theta_0}{2}\right) + \left(\frac{1 \times 3}{2 \times 4}\right)^2 \sin^4\left(\frac{\theta_0}{2}\right) + \left(\frac{1 \times 3 \times 5}{2 \times 4 \times 6}\right)^2 \sin^6\left(\frac{\theta_0}{2}\right) + \dots\right] \text{化簡成}$$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 。但是類傅科擺的進動須以二維擺來考慮，的兩個維度上的週期差，分別看 x 方向上與 y 方向上的週期差異。由於擺長相同，剩下唯一可以產生週期差的變因就只有擺角的差異。在類傅科擺的實驗中(實驗 2)，由表 2-1 與表 2-2 發現當選定的擺角越大，所產生的軌跡越相似，越不受隨機誤差的影響。重複測試的結果， $20^\circ$  的軌跡異質性最明顯， $40^\circ$  的軌跡相似度就比較高一些，而  $60^\circ$  的軌跡相似度則為最高。分析其可能的原因，應該是擺角越大時，擺錘距地面越高，擁有的最大位能越大，機械能也就越大，總能量也就越大，自然就比較不會受隨機誤差的影響，相似度自然越高。反之亦然，當擺角越小，擁有的最大位能也就越小，總能量也就越小，越容易受隨機誤差所影響，得到的圖形差異也就越大。

- 二、由類傅科擺(實驗 2)的實驗結果(表 2-1 與表 2-2)，分析軌跡及背後的原理。雖然小型類傅科擺的軌跡有進動的圖形，但實際上如果是科氏力造成的進動，則在台灣的週期是 60 小時，而實驗時發現，我們自製的傅科擺，週期遠小於一天，所以類傅科擺的進動一定是別的原因產生的結果。由實驗 1-2 發現，二維空間中的擺角差是最有可能的原因。只要 X 方向的擺角與 Y 方向的擺角略有不同，則 X 方向的週期與 Y 方向的週期就會有些微的差別，使擺的軌跡產生進動，且隨著兩方向的擺角差改變就會有不同的進動週期產生。

三、比較類傅科擺與傅科擺的原理並不同。類傅科擺的進動原因是來自於  $x$  維度的週期與  $y$  維度的週期不同，於是類傅科擺的週期便是  $x$  維度的週期與  $y$  維度的週期兩者的最小公倍數。簡單的說，同一根繩子的擺動，無論在  $x$  方向的擺動或者是在  $y$  方向的擺動，因為擺長相同，其週期都會是相同的。在週期相同的情況下，路徑的軌跡圖只會有 4 種，其中包括：逆時針圓軌跡，順時針圓軌跡，右上左下斜直線，左上右下斜直線。以**向量分解圖**解釋如下**表 4**

**表 4**  $x$  方向上的週期與  $y$  方向上的週期大小相等時的二維分解圖

	二維空間的和成軌跡	投影在 X 軸的分量	投影在 Y 軸的分量
相位正交	逆時針轉動 		
相位同步	右上左下斜直線 		
相位正交	順時針轉動 		
相位同步	左上右下斜直線 		

若 x 方向上的投影與 y 方向上的投影振幅大小相同，則繪出來的二維圖形只會有兩種，相位相同的就會產生直線，相位正交的就會產生圓形。

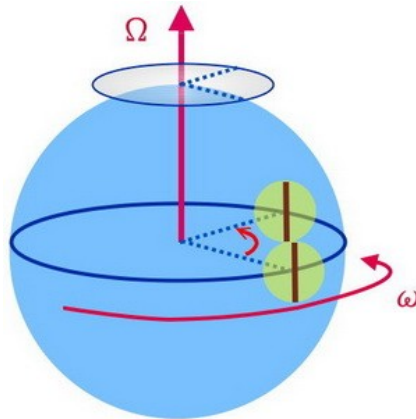
單看 x 方向的投影，中間是平衡點，兩邊是端點；同樣的，單看 y 軸方向上的投影也是中間是平衡點，上下是端點。若 x 方向上的分量與 y 方向上的分量兩者同時由平衡點到端點，然後再同時由端點回到平衡點，我們稱之為**相位同步**；同理若其 x 方向上的投影由端點回到平衡點時，y 方向上的投影卻由平衡點跑到端點，同理若其 y 方向上的投影由端點回到平衡點時，x 方向上的投影卻由平衡點跑到端點，這時我們就說 x 上的分量與 y 方向上的分量相角差 90 度，也就是**相位正交**的意思。

由**表 4** 發現當 x 軸上的擺動與 y 軸上的擺動相位同步時，就會是一條斜直線；若是 x 軸上的擺動與 y 軸上的擺動相位正交的話，繪出來的二維合成圖就變成一個圓。

接著討論週期相同時，一個 x 唯一對應到一個 y 值，軌道不會有進動的現象。就像陰曆跟陽曆，如果週期一樣，一年陰曆有 365 天，陽曆也有 365 天，那麼像今年陽曆 4 月 1 日愚人節，陰曆正好是 3 月 6 日，那明年，後年，大後年的愚人節也都會是農曆 3 月 6 號。但實際上陰曆跟陽曆的週期是不一樣的，陽曆一年有 365 天，4 年閏一天。陰曆一年有 354 日或 355 日。每 3 年置閏年一次，閏年有 13 個月，19 年 7 閏，所以每 19 年陽曆會跟陰曆重合一次，但是在這當中的 18 年，每年陽曆的四月一號陰曆都都不一樣，這就是進動的觀念。投影在 x 座標的分量回到上次的位置時，投影在 y 座標的分量卻還沒有回到上次的位置，每次一點點的差異，使得擺平面上的軌跡呈現進動的現象。這就是**類傅科擺會偏轉的真正原因**。

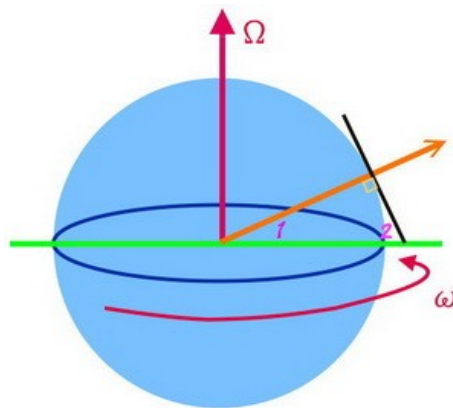
#### 四、傅科擺的偏轉角度是否世界各地都相等？

首先將地球由複雜的三維球體簡化成二維的圓形來加以討論。由北極星往下看，地球即為一個逆時針運轉的圓盤。當一條直線由圓盤的一端進入經過圓心再由圓盤的另一端離開，由自行設計實驗二來模擬圓盤上所看到的情況。再將圓盤上所觀察到的路徑以投影的方式回推到球體上的現象。



如圖所示

1. 當人與擺皆位於北極時，北極地表與赤道面完全平行，投影效果為 100%
2. 當人與擺皆位於赤道時，赤道上的地表與赤道面相垂直，投影效果為 0%



3. 如上圖，以代數表示，投影後的效果就是把原本在赤道面上的現象乘上兩平面的交角 $\theta_2$ 的餘弦值 $\cos \theta_2$ ，正好等於緯度 $\theta_1$ 的正弦值 $\sin \theta_1$ 。驗證:

(1) 北極地表與赤道面完全平行，投影效果即為 $\cos 0^\circ = \sin 90^\circ = 1 = 100\%$ 。

(2) 赤道上的地表與赤道面相垂直，投影效果即為 $\cos 90^\circ = \sin 0^\circ = 0 = 0\%$ 。



4. 由上述推論知，以赤道面來說，傅科擺每小時偏轉 $\frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$ ；而投影到地球上的任一點，則須乘上該點緯度的正弦 $\sin \theta_1$ 值，即為該緯度所有傅科擺每小時所轉的角度 $15^\circ \cdot \sin \theta_1$ 。驗證:

(1)北極每小時偏轉 $15^\circ \cdot \sin 90^\circ = 15^\circ$ ，與 2 維赤道面所觀察到的現象完全相同。

(2)赤道上每小時偏轉 $15^\circ \cdot \sin 0^\circ = 0^\circ$ ，也就是不受科氏力影響的意思。

(3)在台灣時，每小時偏轉 $15^\circ \cdot \sin 23.5^\circ = 6^\circ$

5. 同一緯度，傅科擺的週期即為一個完整的圓周角 $\div$  每小時偏轉的角度，週期

$T = 360^\circ \div (15^\circ \cdot \sin \theta_1) \text{hr} = \frac{24 \text{hr}}{\sin \theta_1}$ 。所以傅科擺的週期隨緯度減少而增加。驗證：

(1)當傅科擺位於南北極的地方時有最短的週期  $T = 24 \text{hr}$ 。

(2)當傅科擺位於赤道的地方時週期無限大，也就是不受影響所以不偏轉。

(3)當傅科擺位於台灣時，週期為 $\frac{24 \text{hr}}{\sin 23.5^\circ} = \frac{24 \text{hr}}{0.4} = 60 \text{hr}$

五、傅科擺與颱風的成因雖然都是來自於科氏力，但是在北半球的傅科擺為順時針轉動而颱風卻是逆時針轉動。由**實驗 3**的結果驗可解釋這個現象，從北極的上空往下看，地球為逆時針轉動，則赤道面觀察到的直線運動都會向右偏轉。傅科擺是個反覆來回的直線運動，每次來回都會向右偏移一個微小的角度，於是就形成一個順時針的軌跡。而颱風是低氣壓中心，四面八方的空氣都會因此聚集過來，在聚集向低氣壓中心的過程中會向右偏轉，向右偏轉的空氣圍繞著低氣壓中心，所以就變成一個逆時針旋轉的氣旋。

六、如何簡易的判斷是不是科氏力的結果。要判斷是否為科氏力的結果，主要從 3 個方向來判斷，一個是受力的大小和本身的速度是否成正比，另一個是受力方向是否與運動方向相垂直，最後一個則是若為週期性運動，週是否大於一天。只要以這三原則，就能大致上判斷出是否是科氏力的影響。因為科氏力的公式 $\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v} = 2m\omega(v \sin\theta) \propto v \sin\theta$ 。所以受力的方向要與速度的方向相垂直，而受力大小與速度及速度與地軸的夾角的正弦值乘積成正比而且非常的小。

## 柒、結論

- 一、由**實驗 1-1** 及 **實驗 1-2** 得知，影響一維擺的主要因素有**擺繩長度**與**擺角大小**，擺繩長度對週期的影響遠比擺角大小來得重要。
- 二、二維擺的空間週期可以看成是 x 方向與 y 方向上兩個擺長相同的一維擺，而前述兩個一維擺的週期的最小公倍數即為此二維擺的**空間週期**。
- 三、由於在北半球的**慣性直線運動會向右偏**，是故傅科擺在北半球的軌跡會一直**向右偏**，於是就會成爲一個**順時針的運動**；而颱風是四面八方的風向低氣壓中心靠近，靠進的過程會**因科氏力向右偏**，所以會在低氣壓中心外爲形成一個**逆時針轉動的氣旋**。
- 四、由赤道面投影回地表的方法推知，一個真正的傅科擺的擺角每小時轉  $15^\circ \times \sin \theta$ ， $\theta$  代表該地區的緯度，所以週期就是  $24\text{hr}/\sin \theta$  (以台灣地區而言，約略爲 60 個小時)。故每小時的旋轉角度會**小於  $15^\circ$** ，而**週期必大於 24hr**。因此我們認爲真正的傅科擺的週期應大於 24hr，而實驗中所看到的類傅科擺週期很小，其產生進動的原因並非是科氏力的影響，而是因爲 x,y,z 方向上的週期受到其他因素影響所造成的，其他因素包括初始速度以及摩擦力所產生的減速度。

## 捌、參考資料

- 一、中華民國第四十屆中小學科展國小組第二名 紙蛇轉出的大學問。
- 二、中華民國第四十四屆中小學科展國中組佳作 偏轉的魔力—科氏力的情形。
- 三、涂建翊，余嘉裕，周佳。(民 92)。台灣的气候。遠足文化。
- 四、<http://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%A7%91%E9%87%8C%E5%A5%A5%E5%88%A9%E5%8A%9B>  
維基百科。科里奧立力。
- 五、<http://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=%E6%93%BA&variant=zh-tw#.E8.A4.87.E6.93.BA>  
維基百科。擺。
- 七、內爾·阿德利(民84)新世紀科學學習百科 貓頭鷹出版社翻譯
- 八、<http://forum.phy.ntnu.edu.tw/demolab/phpBB/viewtopic.php?topic=2777>  
黃福坤 國立台灣師範大學物理系 物理教學示範實驗教室網站 物理問題討論區 科氏力
- 九、<http://baike.baidu.com/view/82271.htm> 傅科擺 百度百科
- 十、井上 浩，永井昭三，井原正昭，井原一惠，大尺雅彥，河野昭一，草雉昭雄，紫岡弘郎，  
福田泰二(民82) 牛頓科學研習百科 (5)地球 牛頓出版股份有限公司

## 【評語】 030510

優點：有研究精神。

缺點：研究並無新意。

建議改進事項：找相關現象深入研究。