

中華民國 第 49 屆中小學科學展覽會

作品說明書

國中組 地球科學科

030501

月球本影運動如何影響日食現象

學校名稱：臺中市立向上國民中學

作者： 國三 顏嘉瑩 國三 林增信 國三 張翊翔 國三 劉阜軒	指導老師： 蔣煌榮 黃平屯
---	-----------------------------

關鍵詞：最大日全食(The instant of greatest eclipse)、
月球本影(Umbra)、月球本影軸相對地表速率
(The umbra's velocity, The umbral velocity,
The shadow's ground speed)

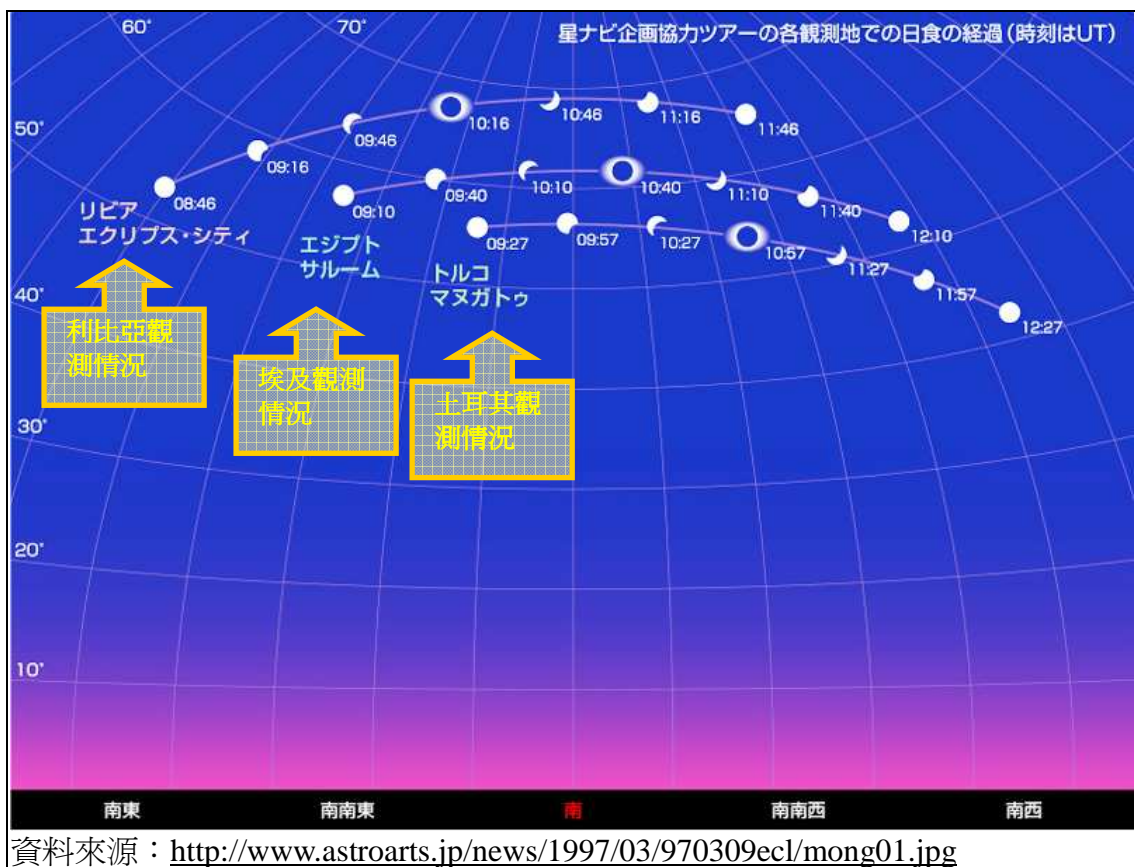
月球本影運動如何影響日食現象

摘要

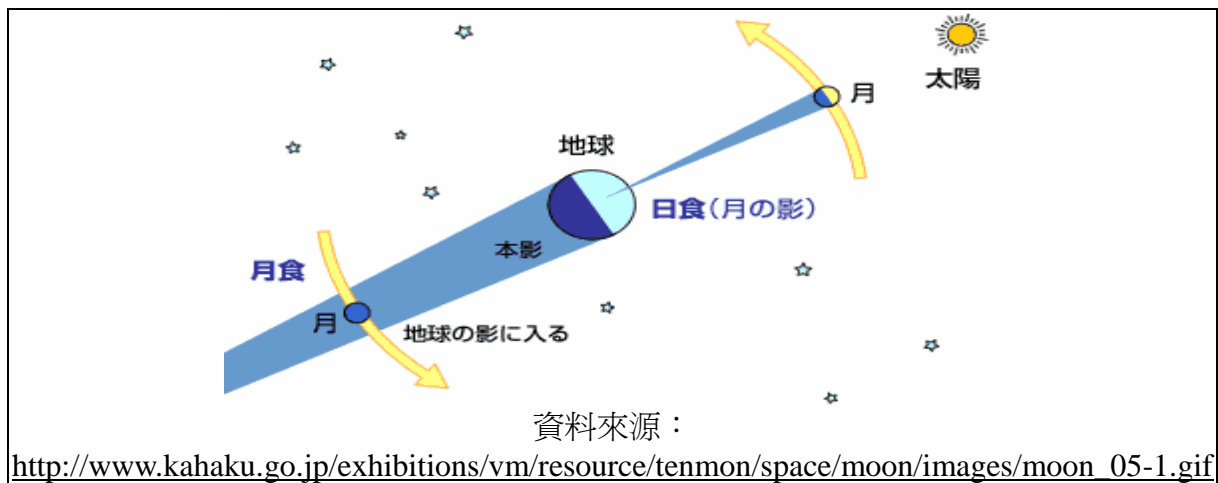
地球自轉角速率大於月球公轉角速率，易使人認為月球本影在地表是由東向西運動。事實上，月球本影在地表是由西向東運動，而且月球本影在地表的線速率大於地球自轉的切線速率甚多。本研究以天體運動原理建構月球本影在地表之線速率的「簡易關係式」，並以 NASA 的資料驗證。研究發現：建構的「簡易關係式」能推算月球本影的地表線速率和地球自轉切線速率的關係，和 NASA 的數據比較，符合度達 94.76%。此關係式具簡易、準確的特性，可解釋發生最大日全食時，月球本影的地表線速率大於地球自轉的切線速率；和月球本影由西至東穿越地表，以及月球由西至東掩蓋太陽之原因。

壹、研究動機

在自然科日全食單元內容中，我們發現日食方向由西向東(圖一)，是因為月球本影在地表快速由西向東移動(圖二)。若以地球自轉速率和月球公轉速率的關係來解釋，可知：地球自轉較快，月球公轉較慢，也就是地球由西向東自轉比月球公轉快，所以月球本影在地表應該快速由東向西移動；但這卻與事實相反。因此，使我們對於日全食食缺方向的形成原因產生興趣。



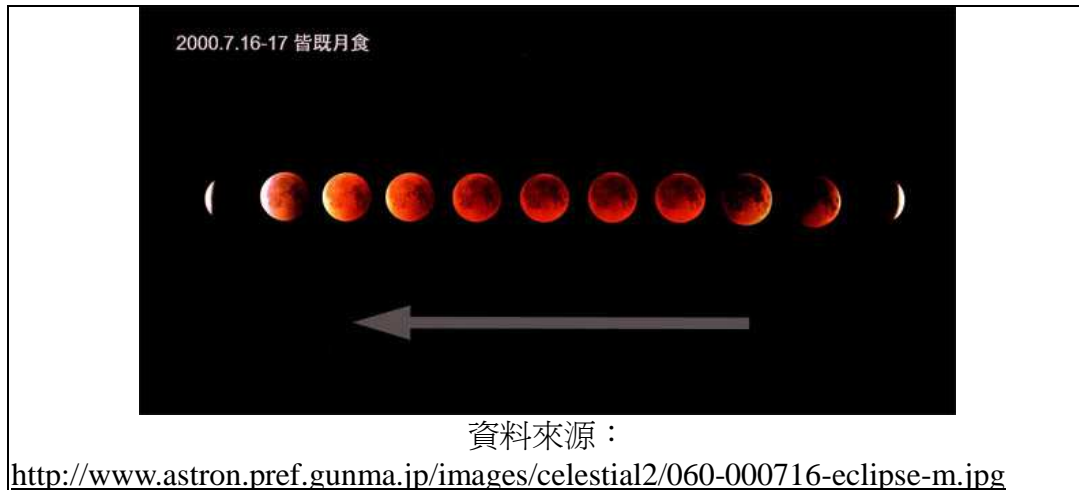
圖一：最大日全食發生處附近(三地)，日全食的方向(食缺從右邊或西邊開始)過程示意圖(1997年)



圖二：日食或月食發生時，日、月、地關係的示意圖

貳、研究目的

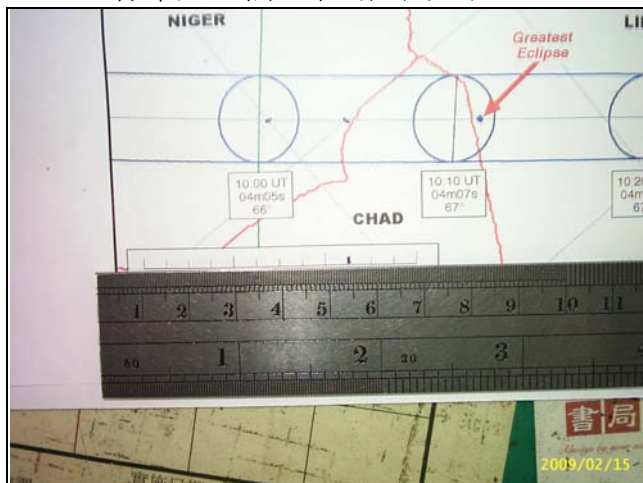
本研究基於月全食(圖三)和日全食(圖一)不同的食缺方向之天文現象，探究影響日全食方向的因素和解釋模式。



圖三：月全食的方向（食缺從左邊或東邊開始）

參、研究設備及器材

- 一、586 電腦配備 MS Windows XP 作業系統、MS Office 應用軟體、台中市教育網路系統。
- 二、美國太空總署（NASA）網站的觀測資料與研究報告。
- 三、標準尺、紙、筆（如圖四）。



圖四 A



圖四 B



圖四 C

圖四 D

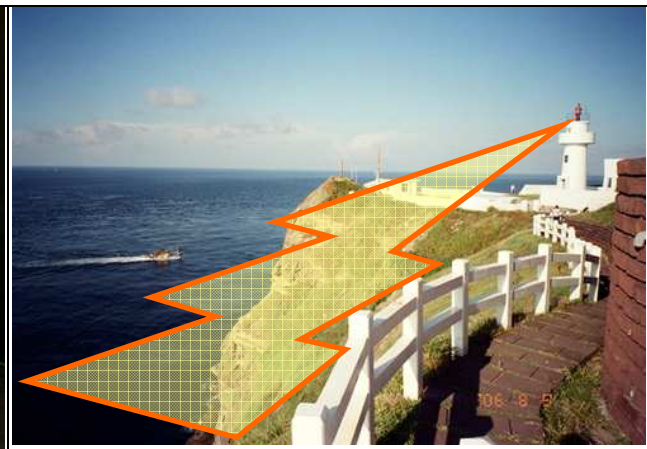
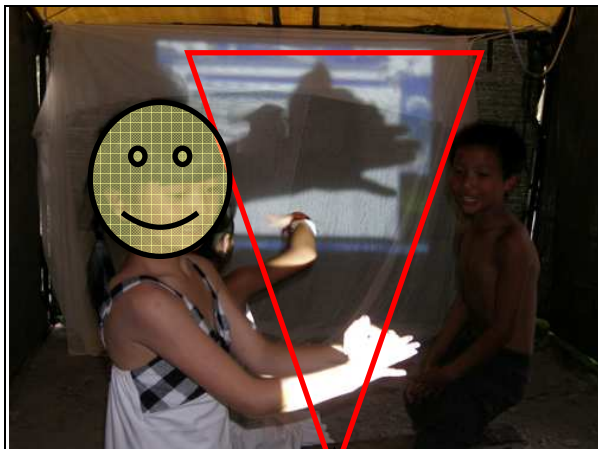
圖四：研究設備及器材

肆、研究過程

一、形成研究問題

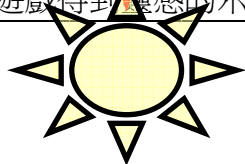
以地球自轉角速率和月球公轉角速率的關係無法解釋月球本影運動及日全食食缺由西向東。後來，從手影遊戲和燈塔的塔光掃射性質得到靈感（圖五-A）：太陽從極遠的地方投射過來，當月球本影覆蓋在地球表面，則造成類似手影以及塔光掃射的效果(圖五-B)。據此，本研究企圖從天體運動原理，建構「簡易關係式」，以解釋日全食的形成原因。研究問題如下：

- (1)探究影響日全食食缺方向的成因。
- (2)以天體運動原理建構「簡易關係式」，提供可行的解釋模式。



圖五 A：手影遊戲得到靈感的示意圖

圖五 B：塔光掃射得到靈感的示意圖



圖五：手影遊戲和燈塔的塔光掃射性質得到靈感的示意圖

二、研究過程

(一) 從月球公轉和地球自轉的角速率和線速率來解釋：

計算月球公轉之角速率與地球自轉之角速率：

以恆星月=27.3216 天（太陽日）為基準，月球公轉之角速率=360/（27.3216×24）=0.549016163（度/小時）；而地球自轉之角速率=360/24=15（度/小時）。

可見地球自轉快，月球公轉慢，由此推理，則日全食移動方向應由東向西；但與觀

測事實相反。

(二) 從月球公轉和地球自轉的線速率來解釋：

月球公轉的半徑值為 363300 Km，地球半徑值為 6371.1 Km

月球公轉之線速率= $2\pi \times 3.14159265359 \times 363300 \text{ Km} / (27.3216 \times 24) \text{ 小時} = 3481.19135 \text{ (Km/hr)}$

地球自轉之線速率= $2\pi \times 3.14159265359 \times 6371.1 \text{ Km} / 24 \text{ 小時} = 1667.95008 \text{ (Km/hr)}$

因此，月球公轉線速率與地球自轉線速率之相對速率

= $3481.19135 - 1667.95008 = 1813.24127 \text{ Km/hr}$ ，可見地球自轉線速率慢，月球公轉線速率快。由此可以初步解釋地表觀察日全食的食缺由西向東的現象。

對此，我們認為需再驗證才能確定是否為日全食現象的原因。因此，企圖從月球本影相對地表的速率之 NASA 觀測數據來檢驗。

(三) 蒐集資料和驗證

先上網蒐集有關日全食資料，以 NASA 公布資料為主，驗證其他相關資料的可信度。NASA 資料顯示：月球本影在地表移動的全程路徑值約 14500Km，日全食的全程時間約 3.2 小時。據此，估算月球本影對地表的相對速率= $14500 / 3.2 = 4531.25 \text{ (Km/hr)}$ ，若以月球公轉線速率與地球自轉線速率之相對速率 (=1813.24127 Km/hr)，無法解釋兩者大小為何相差甚多，如表一。由此顯示，從月球公轉的線速率與地球自轉的線速率之相對速率，無法說明日全食現象。

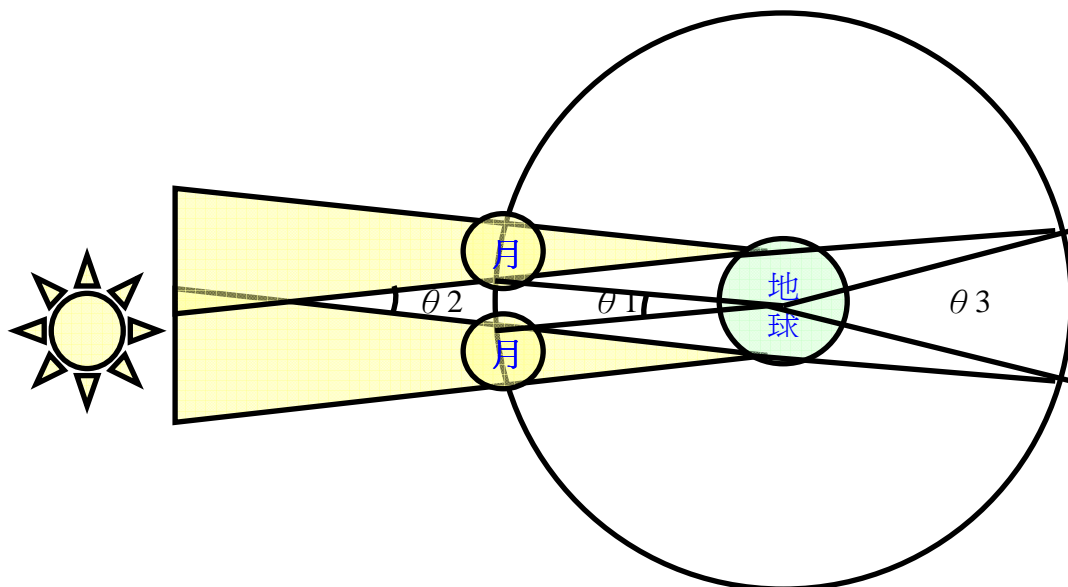
表一：月球、地球的角速率和線速率之比較

	角速率 (度/小時)	線速率 (Km/hr)	相對速率 (Km/hr)
月球	0.549016163	3481.19135	月球本影相對地表的速率=4531.25
地球	15	1667.95008	月球公轉線速率相對地球自轉線速率=1813.24127

三、問題解決策略：

本研究從影子聯想到手影遊戲，從手影遊戲聯想到燈光掃動，認為日全食現象應與月球本影在地表的移動速率有關。燈塔在轉動時，小幅度轉動，卻涵蓋相當大的範圍；我們將月球本影類比為燈塔的塔光，月球公轉角度類比燈塔轉動角度，月球本影移動類比為塔光移動。據此，決定探討月球公轉角度、公轉線速率和月球本影在地表的移動速率的關係。

我們分析月球本影的地表移動速率資料，從日全食時的日、月、地的空間關係著手，利用圓外角、圓周角、圓心角…等幾何知識，測量、計算月球本影在地表的移動速率。證明月球本影運動與月球公轉運動之線速率大小較接近，可說明角度 θ 很小（如後之研究結果所示= 0.0042817 度 ），解釋太陽光照射月球或入射地球，均類似平行光。如下圖六：



圖六：月球本影運動與月球公轉運動的關係圖

利用日、月、地的空間關係估算月球本影在地表的移動速率，如上圖六所示：

(日心到地心之距離－地球半徑) $\times \theta_2$ 的弧度量 \div 日全食的全程時間 = 月球本影相對恆星移動的平均速率。

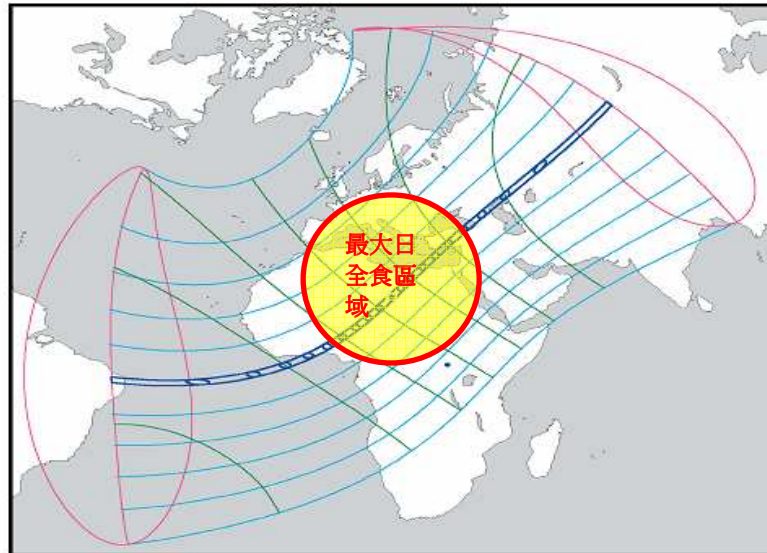
此一方程式只有 θ_2 未知；且因 $\theta_2 = (\theta_3 - \theta_1) \div 2$ ，故欲求取 θ_2 ，必須先求 θ_3 。而 θ_3 難以求得，我們認為可以另外建構「簡易關係式」，避開困難的幾何證明和推導，不用求取 θ_3 。

由日、月、地的空間關係提出假設：日全食發生時，月球公轉角度 θ_1 ，同時繞太陽轉動的角度 θ_2 。此時，月球公轉路徑長與「繞太陽之路徑長」，兩者的長度幾乎相等。以此假設為依據，演繹推導而得到「簡易關係式」。

再以 NASA 公布數據為判準，比較「簡易關係式」的估計值和判準值的符合度，以評估關係式的準確度。2006 年 3 月 29 日 NASA 的日全食資料 (Bulletin & Anderson, 2006) 測試簡易關係式，並限定在「最大日全食 (The instant of greatest eclipse)」的範圍附近 (如圖七)。因為，本影在最大日全食時的形狀較接近圓形，日食持續時間最長，本影在地表移動最慢。推測此一期間月球本影的移動路徑與地表相切的線段近乎相等。據此，可以方便計算月球本影在地表的移動速率，並驗證計算結果與 NASA 報告數據的符合度。

Total Solar Eclipse of 2006 March 29

F. Espenak and J. Anderson



National Aeronautics and
Space Administration

Goddard Space Flight Center
Greenbelt, Maryland 20771

November 2004

圖七：最大日全食的範圍(Espenak & Anderson,2006)

伍、研究結果

一、測量並計算月球本影相對地表移動的平均速率 V_{pe}

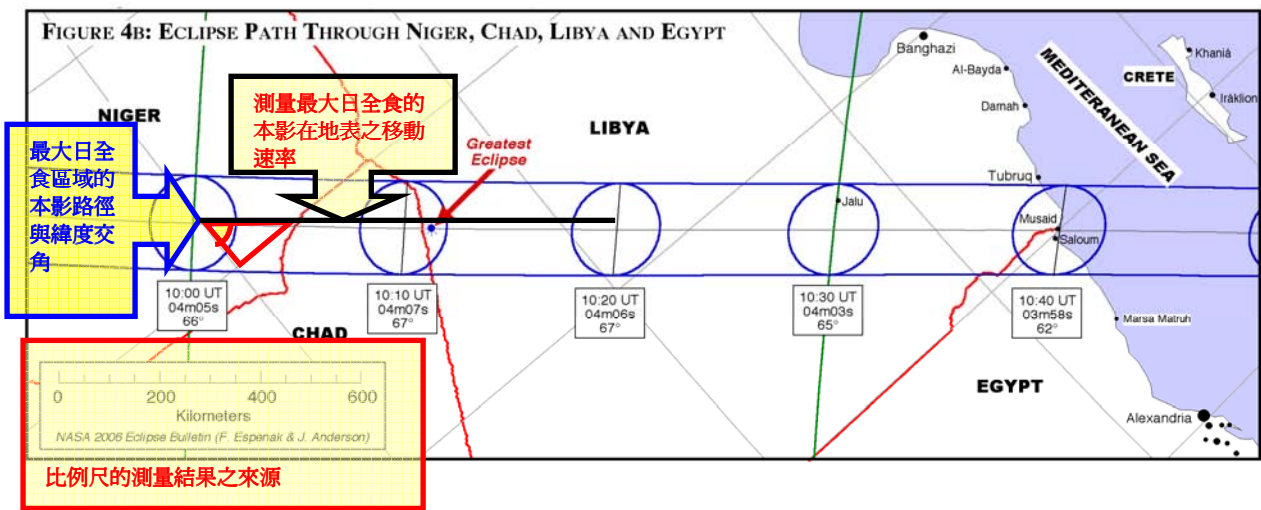
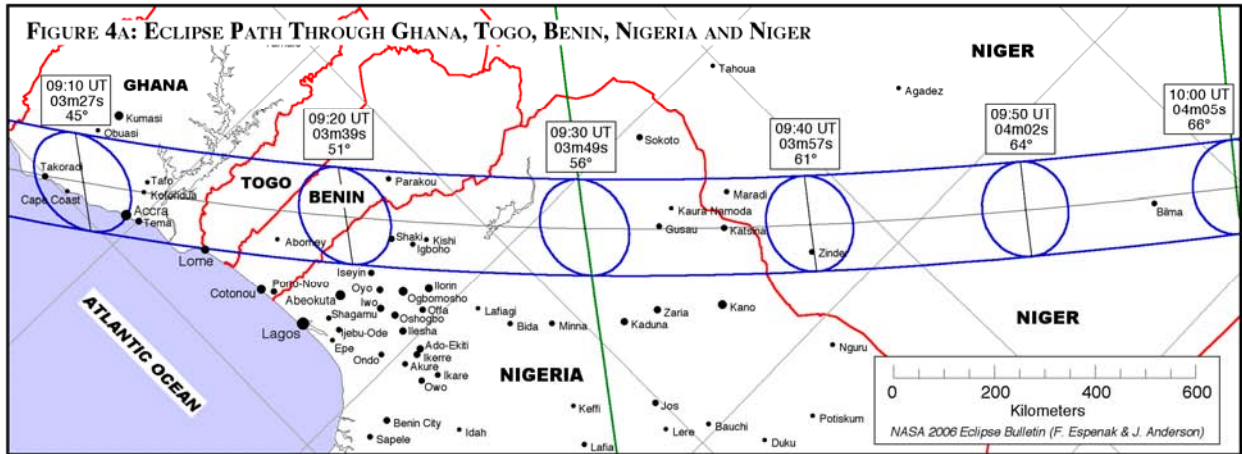
(一) 確定時間單位：

世界時間(或宇宙時間)UT(Universal Time)一天有 24 個平均太陽小時(NASA, Dr. James L. Smoot (James.L.Smoot@nasa.gov), Paul J. Meyer (paul.meyer@msfc.nasa.gov)); 其時間間隔與一般時間間隔相同，便於計算運動速率。

(二) 確定最大日全食移動路徑

最大日全食在月球的本影軸與地表切平面距離最短時發生 (Bulletin & Anderson, 2006)。此時，月球的本影軸與地表切平面最接近垂直，本影移動的切線方向幾近平行地表切面，所以計算時僅考慮修正平行地表切面的速度分量，不必考慮修正平行地表切面的速度分量之投影分量。以 2006 年 3 月 29 日最大日全食為例，月球本影經過尼日、查德、利比亞和埃及的路徑測量 (Bulletin & Anderson, 2006) 及數據資料，如圖八。

Total Solar Eclipse of 2006 Mar 29



圖八：A 圖為 2006 年 3 月 29 日最大日全食發生前，月球本影進入尼日前的路徑。B 圖為 2006 年 3 月 29 日最大日全食時，月球本影經過尼日、查德、利比亞和埃及的路徑。

(資料來源：Espanak & Anderson, 2006)

(三) 比例尺的測量結果一 (甲生):

測量次數	一	二	三	四	五	平均	單位
尺長	4.45	4.45	4.46	4.44	4.45	4.45	cm
比例尺長	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	100KM

比例尺長/尺長 = 101.1236 KM/cm

比例尺的測量結果二 (乙生):

測量次數	一	二	三	四	五	平均	單位
尺長	5.40	5.41	5.43	5.41	5.42	5.41	cm
比例尺長	5.50	5.50	5.50	5.50	5.50	5.50	100KM

比例尺長/尺長 = 101.66 KM/cm

(四) 在北緯 23.09 度發生最大日全食 (如圖八 B) 前後十分鐘 (共 20 分鐘) --10:00UT 到 10:20UT, 月球本影移動距離的測量結果一 (甲生):

測量次數	一	二	三	四	五	平均	單位
測量移動距離	8.25	8.24	8.26	8.24	8.25	8.25	Cm
移動距離的換算	834.27	833.26	835.28	833.26	834.27	834.07	KM

$$V_{pe}=834.07 \times 3 = 2502.21 \text{ KM/hr}$$

在北緯 23.09 度發生最大日全食前後十分鐘（共 20 分鐘）--10：00UT 到 10：20UT，月球本影移動距離的測量結果二（乙生）：

測量次數	一	二	三	四	五	平均	單位
測量移動距離	8.25	8.21	8.21	8.21	8.19	8.21	Cm
移動距離的換算	838.70	834.63	834.63	834.63	832.60	835.04	KM

$$V_{pe}=835.04 \times 3 = 2505.12 \text{ KM/hr}$$

（五）測量結果與 NASA 數據比較：

依據 NASA 的公布數據： $V_{pe} = 0.697 \text{ KM/s} = 2509.200 \text{ KM/hr}$ (Bulletin & Anderson, 2006)。本研究的測量結果與 NASA 數據相當接近，說明本研究的測量結果與計算方式相當準確(如表二)。但是，此測量方式是以 NASA 數據與圖表資料，驗證本研究的測量結果與計算方式，並無法建構科學解釋的模式，不能預測或溯測。因此，我們企圖從天文學原理，尋找科學解釋的模式；由測量結果與 NASA 數據之符合度，可驗證建構之科學解釋模式及「簡易關係式」的可信度。

表二：本研究的測量結果與 NASA 數據之比較

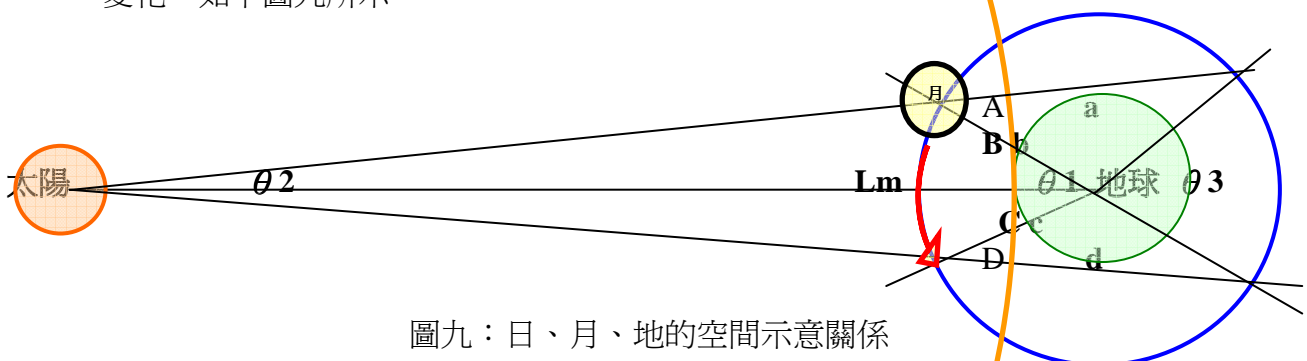
月球本影相對地表移動的平均速率	測量結果一 (甲生)	測量結果二 (乙生)	結果三：NASA 數據
V_{pe} (KM/hr)	2502.21 KM/hr	2505.12 KM/hr	2509.200 KM/hr
準確度 (誤差)	99.72% (0.28%)	99.84% (0.16%)	100% (0%)
說明	本研究的測量結果與 NASA 數據相當接近，說明本研究的測量結果與計算方式相當準確。		

二、建構「簡易關係式」

建構月球本影相對恆星在地表移動的線速率模式：

(一)日、月、地天文系統的空間關係 (圖九)

假設地球半徑= R_e ，日心到地心之距離= D_{se} ，月心到地心之距離= D_{me} ，月球公轉周期= T_{mr} ，月球在公轉軌道的運動路徑長= L_m 。日全食過程，總共歷時 3.2 小時，即月球在公轉軌道沿著 L_m 的運動時間，月球公轉角度= θ_1 ，月球本影在地球表面的運動路徑長（假設為 A 到 D 的弧線）= P_m ， θ_2 =月球公轉 θ_1 角度後太陽與月球連線的角度變化。如下圖九所示：



圖九：日、月、地的空間示意關係

由圖九，在最大日全食發生前後，利用本研究假設的近似法，日、月、地應有以下的數學關係：

月球公轉路徑長 = 「月球繞太陽之路徑長」 = L_m ，

$$L_m = \frac{2\pi \times (D_{se} - D_{me}) \times \theta_2}{360} = \frac{2\pi \times D_{me} \times \theta_1}{360}$$
，從恆等式兩邊消去 2π 、360 以後，

$$\text{可得 } \theta_2 = \frac{D_{me}}{(D_{se} - D_{me})} \times \theta_1$$
，

又根據日全食的過程中（總共歷時 3.2 小時）月球公轉角度 $\theta_1 = \frac{360 \times 3.2}{T_{mr} \times 24}$ ，

且月球本影在地球表面的運動路徑長（假設為 A 到 D 的弧線） = P_m ，

$$\begin{aligned} P_m &= \frac{2\pi \times (D_{se} - R_e) \times \theta_2}{360} \\ &= \frac{2\pi \times (D_{se} - R_e)}{360} \times \frac{D_{me}}{(D_{se} - D_{me})} \times \theta_1 \\ &= \frac{2\pi \times (D_{se} - R_e)}{360} \times \frac{D_{me}}{(D_{se} - D_{me})} \times \frac{360 \times 3.2}{T_{mr} \times 24} \\ &= \frac{2\pi (D_{se} - R_e) \times D_{me} \times 3.2}{(D_{se} - D_{me}) \times T_{mr} \times 24} \end{aligned}$$

最後，可得到月球本影相對恆星在地球表面運動的平均速率 $V_m = \frac{P_m}{3.2}$ 。

其中，由於實際上的 θ_1 與 θ_2 的角度都非常小，故 A 到 D 的弧線與 a 到 d 的弧線大部份重疊——即 B 到 C 的弧線與 b 到 c 的弧線重疊；亦即可以推論最大日全食發生時，以計算式 $V_m = \frac{P_m}{3.2}$ 求得的結果，比較 NASA 數據，應該有高度符合度。

(二) 取平均值為： $R_e = 6371.1$ KM， $D_{se} = 149430000$ KM， $D_{me} = 363300$ KM， T_{mr} (恆星月) = 27.3216 天(太陽日)， $\pi = 3.14159265359$ ，可得：

$\theta_1 = 1.7568517$ 度， $\theta_2 = 0.0042817$ 度， $P_m = 11166.486$ KM， $V_m = 3489.5268$ KM/hr。

比較 NASA 數據為 2509.200 KM/hr，顯然有很大的誤差(39.10%)。

(三) 漏失的原因

$V_m = 3489.5268$ KM/hr 是月球本影相對靜止恆星的運動速率，NASA 公布的數據

$V_{pe} = 2509.200$ KM/hr 是月球本影相對地表的運動速率；按照運動學的相對運動原理， V_{pe} 修正時應該考慮兩部分：

1. 最大日全食發生在北緯 23.09 度(如圖十)，及該緯度之地球自轉的切線速率 V_{2309} (如圖十一)。
2. 以月球本影在最大日全食發生處，與緯度線所形成之交角，修正月球本影相對地表的運動速率，即： V_{pe} 的水平分量 + $V_{2309} = V_m$ 的水平速率分量(如圖十三)。

FIGURE 1: ORTHOGRAPHIC PROJECTION MAP OF THE ECLIPSE PATH

Total Solar Eclipse of 2006 Mar 29

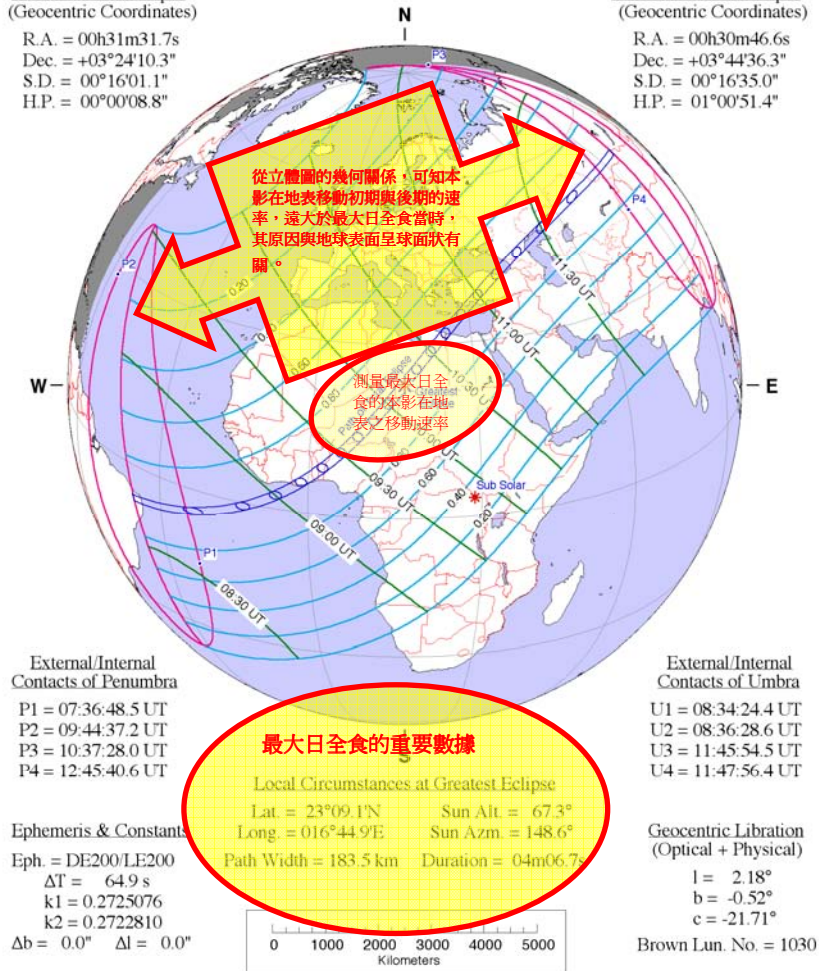
Geocentric Conjunction = 10:33:17.4 UT J.D. = 2453823.939784
 Greatest Eclipse = 10:11:17.7 UT J.D. = 2453823.924510

Eclipse Magnitude = 1.0515 Gamma = 0.3843

Saros Series = 139 Member = 29 of 71

Sun at Greatest Eclipse
 (Geocentric Coordinates)
 R.A. = 00h31m31.7s
 Dec. = +03°24'10.3"
 S.D. = 00°16'01.1"
 H.P. = 00°00'08.8"

Moon at Greatest Eclipse
 (Geocentric Coordinates)
 R.A. = 00h30m46.6s
 Dec. = +03°44'36.3"
 S.D. = 00°16'35.0"
 H.P. = 01°00'51.4"



圖十：2006年3月29日日全食路徑的全球投影圖及數據資料(Espenak & Anderson, 2006)

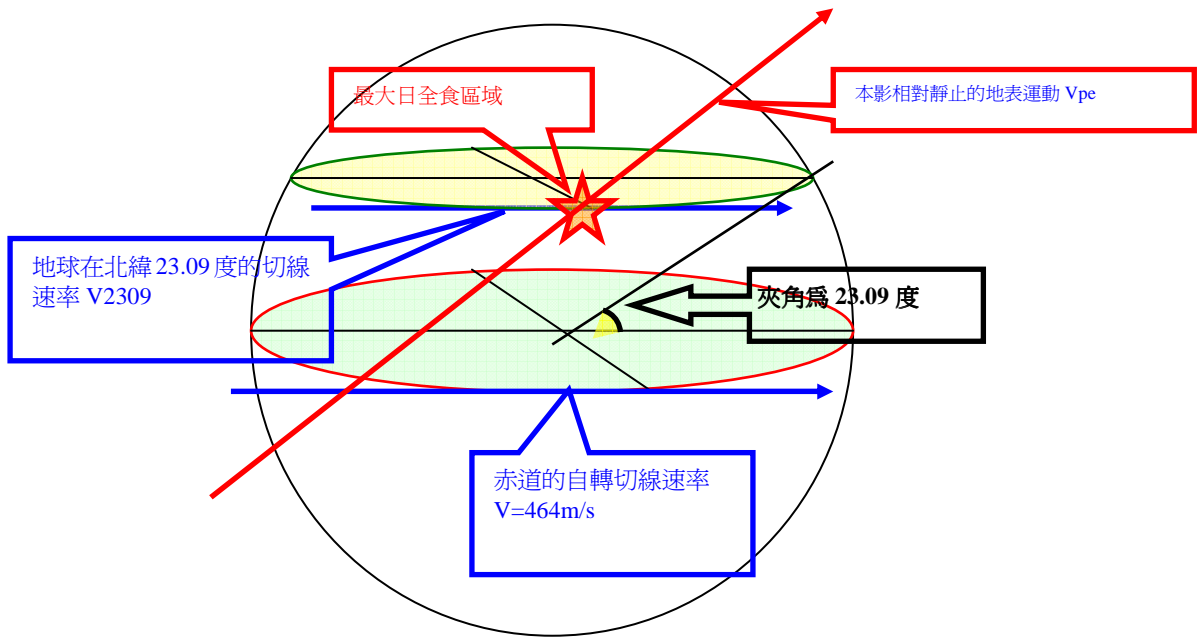
(四) 修正計算過程

測量並計算月球本影相對恆星的平均速率 V_m ，測量時僅取一位估計值，但計算時取多位小數點位數，以減少計算過程中因省略可能造成的誤差。

1、2006年3月29日最大日全食時， V_{pe} 與 V_{2309} 的合成速率= V_m 之計算方式(如圖十一、圖十三)：

地球在赤道的自轉切線速率 $V=464\text{m/s}=1670.4\text{ KM/hr}$ 。

地球在北緯23.09度的切線速率 $V_{2309}=1670.4 \times \cos(23.09\text{度})=1536.584188\text{ KM/hr}$ 。



圖十一：按照相對運動原理修正 V_{pe} 的示意關係圖

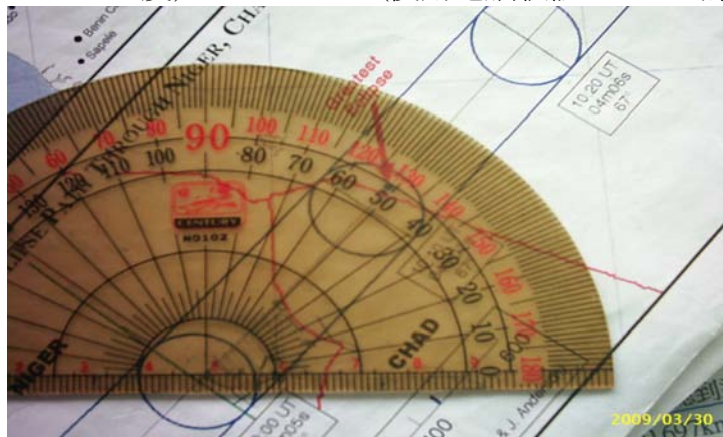
2、在北緯 23.09 度發生最大日全食時，X 是月球本影的運動路徑平行緯度長度，Y 是月球本影的運動路徑平行經度長度（測量圖八 B）。

測量次數	一	二	三	四	五	平均	單位
X	1.03	1.04	1.02	1.02	1.03	1.03	cm
Y	1.25	1.26	1.24	1.25	1.26	1.25	cm

月球本影的運動方向與地球緯度的夾角度數（圖十二）= $\arctan(1.25/1.03) = 50.51147742$ 度（使用電腦軟體 EXCEL 計算所得）。

$\cos(50.51147742 \text{ 度}) = 0.635923637$ (使用電腦軟體 EXCEL 計算所得)。

$\sin(50.51147742 \text{ 度}) = 0.771751986$ (使用電腦軟體 EXCEL 計算所得)。



圖十二：測量並計算月球本影的運動方向與地球緯度的夾角度數

3、月球本影相對恆星的平均速率 V_m （圖十三）

V_m 結果一（甲生）：

V_{pe} 平行緯度的分量 = $2502.21 \text{ KM/hr} \times \cos(50.51147742 \text{ 度}) = 1591.214 \text{ KM/hr}$

V_{pe} 垂直緯度的分量 = $2502.21 \text{ KM/hr} \times \sin(50.51147742 \text{ 度}) = 1931.086 \text{ KM/hr}$

$V_m = V_{pe} + V_{2309} = \sqrt{(1536.584188 + 1591.214)^2 + 1931.086^2} = 3675.897 \text{ KM/hr}$

Vm 結果二 (乙生):

Vpe 平行緯度的分量 = $2505.12 \text{ KM/hr} \times \cos(50.51147742 \text{ 度}) = 1593.065 \text{ KM/hr}$

Vpe 垂直緯度的分量 = $2505.12 \text{ KM/hr} \times \sin(50.51147742 \text{ 度}) = 1933.332 \text{ KM/hr}$

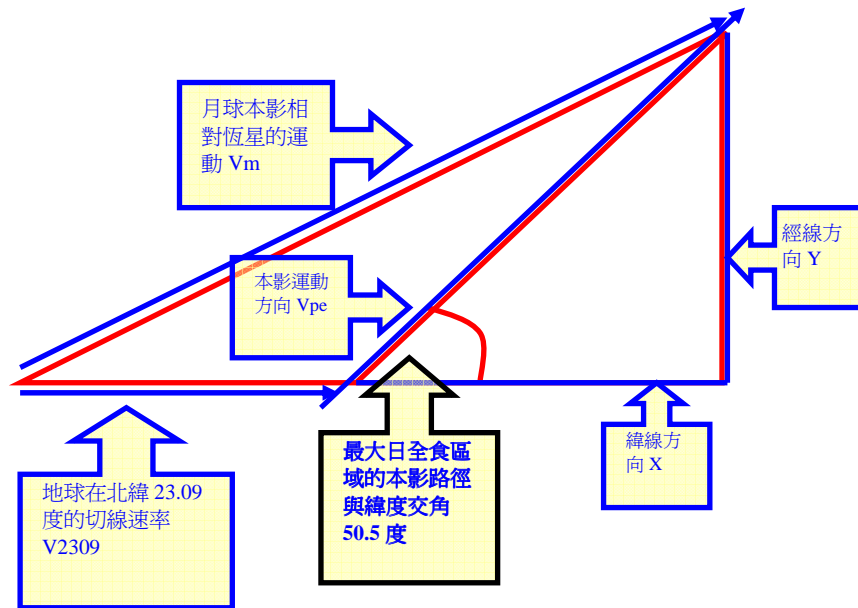
$V_m = V_{pe} + V_{2309} = \sqrt{(1536.584188 + 1593.065)^2 + 1933.332^2} = 3678.651 \text{ KM/hr}$

Vm 結果三 (Espenak & Anderson, 2006):

Vpe 平行緯度的分量 = $2509.200 \text{ KM/hr} \times \cos(50.51147742 \text{ 度}) = 1595.659589 \text{ KM/hr}$

Vpe 垂直緯度的分量 = $2509.200 \text{ KM/hr} \times \sin(50.51147742 \text{ 度}) = 1936.480084 \text{ KM/hr}$

$V_m = V_{pe} + V_{2309} = \sqrt{(1536.584188 + 1595.659589)^2 + 1936.480084^2} = 3682.514 \text{ KM/hr}$



圖十三：V2309、Vpe 及 Vm 的數學關係

4、修正 Re、Dse、Tmr 常數，驗證「簡易關係式」的準確度。

(1) 修正 Re、Dse 常數：

考慮 2006 年 3 月 29 日最大日全食時，月球本影在地球表面北緯 23.09 度，向西偏北 50.51147742 度的方向運動(月球本影的運動方向與地球緯度的夾角度數 = $\arctan(1.25/1.03) = 50.51147742 \text{ 度}$)。此時，對本研究所提出的主要估計模式中有所影響者，應為公式中的 Re 與 Dse 二者，故二者修正如下：

北緯 23.09 度較接近地球赤道，故以地球赤道半徑 $R_e = 6378.0 \text{ KM}$ 代入上述公式，又 2006 年 3 月 29 日接近春分點，以春分點附近之地球公轉軌道半徑 $D_{se} = 149597892 \text{ KM}$ 代入上述公式。

(2) 修正 Tmr 常數：

假設 Tmr 取恆星月或朔望月會有不同影響，則：

① 取恆星月時 $T_{mr} = 27.3216 \text{ 天}$ ，表示以遠方相對靜止恆星為參考點，月球繞地球一周 360 度時所需的時間 = 27.3216 天。

$\pi = 3.14159265359$ ， $\theta_1 = 1.7568517 \text{ 度}$ ， $\theta_2 = 0.004276919 \text{ 度}$ ， $P_m = 11166.45523 \text{ KM}$ 。

$V_m = 3489.51726 \text{ KM/hr}$

② 取朔望月時 $T_{mr} = 29.5306 \text{ 天}$ ，表示以相對靜止的太陽為參考點，月球繞地球一周回復相同月相時所需的時間(此時月球繞地球一周超過 360

度)=29.5306 天。

$\pi = 3.14159265359$ ， $\theta 1 = 1.625432602$ 度， $\theta 2 = 0.003956989$ 度， $Pm = 10331.16236$ KM。

$Vm = 3228.488238$ KM/hr

(五) 小結

在最大日全食發生前後的日、月、地的空間關係應符合以下數學式：

$$Pm = \frac{2\pi(Dse - Re) \times Dme \times 3.2}{(Dse - Dme) \times Tmr \times 24}, Vm = \frac{Pm}{3.2}$$

。此結果為月球本影相對恆星的平均速率，

與 NASA 公佈 Vpe 數據（月球本影相對地表的平均速率）差異很大，應再以下列方式修正才能提高符合度：

- 1、求得最大日全食在地表的緯度，及該緯度之地球自轉的切線速率。
- 2、以月球本影在最大日全食發生處，該緯度之地球自轉的切線速率，以及本影路徑與緯度線所形成之交角，修正 Vpe 才能求得較準確之 Vm 。
- 3、考慮修正 Re 、 Dse 、 Tmr 常數，取恆星月為本研究模型的常數值，與 NASA 公布的數據比較，結果較為準確。

三、研究結論

以「簡易關係式」推算 Vm ，與經過相對運動原理修正的 Vpe 作比較後，可以達到較高的符合度（94.76%），誤差僅有 5.24%。如表三所示：

表三：研究結果之比較

月球本影相對恆星移動的平均速率	測量結果一 (甲生)	測量結果二 (乙生)	NASA 數據	估計模式 (無修正 Re 、 Dse 常數，取其平均值)	估計模式 (修正 Re 、 Dse 常數，且取恆星月時)	估計模式 (修正 Re 、 Dse 常數，且取朔望月時)	月球公轉平均線速率
$Vm(KM/hr)$	3675.897	3678.651	3682.514	3489.5268	3489.51726	3228.488238	3481.19135
準確度 (誤差)	99.82% (0.18%)	99.90% (0.10%)	100% (0.00%)	94.76% (5.24%)	94.76% (5.24%)	87.67% (12.33%)	94.53% (5.47%)
說明	本研究的測量結果與 NASA 數據相當接近，說明本研究的測量結果與計算方式相當準確。			Re 與 Dse 以平均值或實際距離的近似值修正，結果對估計模式沒有顯著影響。	Tmr 取朔望月時，對結果產生顯著誤差(12.33%)；證明月球相對恆星運動的周期，應該採恆星月周期，避免影響估計結果。	證明月球本影運動與月球公轉運動之線速率大小較接近，間接證實 $\theta 2$ 的角度很小，太陽光照射月球或入射地球，均類似平行光。	

陸、討論

- 一、天文學的研究法，除了使用精密天文儀器與電腦等工具輔助以外，無法如同小規模的物理或化學實驗在實驗室重複驗證其正確性。故多以觀測所得之數據資料進行整理、分析、計算，將最後所得之結果，與實際觀測資料或數據作比較；此即溯測。

- 二、以 NASA 資料溯測時，須考慮地球自轉產生的切線速率；因為 NASA 報告僅有月球本影相對地表的運動速率。其次，還要考慮月球本影相對地表的運動方向，在平行緯度的速率分量，以此合成的相對運動，才能較接近月球本影相對恆星的運動速率。
- 三、建構的「簡易關係式」估算月球本影在地表的移動速率時，可以避開幾何數學的複雜證明和推導；估算結果比較 NASA 數據，符合度高達 94.76%。但此估算模式僅適用於最大日全食的範圍附近。最大日全食時，月球本影在地球表面的運動路徑長（假設為 A 到 D 的弧線），與地球表面相切於 BC 或 bc 線段（即 bc 與 BC 近乎重疊），故公式 $L_m = \frac{2\pi \times (D_{se} - D_{me}) \times \theta_2}{360} = \frac{2\pi \times D_{me} \times \theta_1}{360}$ 才可能成立（即有較高的符合度）。
- 四、本研究建構最大日全食發生時的日、月、地空間關係，如圖九。ab 小圓弧與 AB 大圓弧間，以及 cd 小圓弧與 CD 大圓弧間，均有甚大差異；因月球本影沿著 AB 大圓弧或 CD 大圓弧移動時，其本影實際是投影在地表的 ab 小圓弧或 cd 小圓弧；正可解釋 2006 年 3 月 29 日初始與結束時之日全食，月球本影在地表移動的平均速率（=4531.25 KM/hr）遠大於最大日全食時（=3682.514 KM/hr）的原因。
- 五、「簡易關係式」的 Re 與 Dse，以平均值或日、月、地的實際距離修正，結果對估計模式沒有顯著影響。
- 六、「簡易關係式」取 Tmr=朔望月（29.5306 太陽日）代入時，對於月球本影在地面上的線速率之計算方式與結果，則有顯著的誤差產生；證明月球繞地球公轉一周 360 度，應以 Tmr=恆星月（27.3216 太陽日）為對應標準，比較合乎事實的邏輯性。
- 七、測量並計算月球本影相對恆星的平均速率 Vm，測量時僅取一位估計值，但計算時取多位小數點位數，以減少計算過程中因省略可能造成的誤差。

柒、結論

「簡易關係式」適用在最大日全食發生時，溯測結果和 NASA 數據相當接近。在研究過程中，我們發現 NASA 資料主要是直接引用地表觀測的數據，故只能計算月球本影相對靜止的地表之運動速率，並非相對靜止的恆星之運動速率。但是，「簡易關係式」是以相對靜止的恆星為參考座標，可簡化月球本影運動的數學關係。

故「簡易關係式」經過三階段的修正：

- 一、以平行地球緯度自轉的切線速率，配合相對運動作修正。
- 二、月球本影相對靜止的地表運動方向，並非平行地球緯度自轉的切線方向，須以平行地球緯度的速率分量，配合相對運動作修正。
- 三、「簡易關係式」的相關常數。例如：地心與日心的實際距離、月球與地球的實際距離、最大日全食發生當時的月球本影所在緯度，及對應的實際地球半徑、月球公轉的周期數值；但對本研究的溯測結果無顯著影響。

此外，可能影響「簡易關係式」的因素還有「簡易關係式」的數學關係之缺陷，有待進一步研究。例如地球公轉軌道實為類圓形之橢圓，本研究則將其視為圓形。

捌、參考文獻

- 劉步林(1991)。數學在天文學中之應用。台北：凡異。
- 胡喬木(主編)(1993)。中國大百科全書（天文學）。北京：中國大百科全書。
- 郭重吉(主編)(2009)。自然與生活科技。台南：南一。
- 林磊、黃晶(2008)。基測複習百分百—地科。台南：南一。
- 蘇弘毅、曾正耀(2008)。國中new超群自然與生活科技。台南：南一。
- Espenak, F., & Anderson, J. (2006). *Total Solar Eclipse of 2006 March 29*, NASA/TP-2004-212762, Washington DC.

【評語】 030501

優點：研究問題很有趣。

缺點：天體的進行與計算已相當成熟，本計算稍嫌簡略。

建議改進事項：研究結果應與研究目的相呼應。市面上有許多電子星圖可作模擬，宜將計算結果與之比較。