

中華民國 第 49 屆中小學科學展覽會
作品說明書

國中組 數學科

030427

七巧板流傳種類探討

學校名稱：苗栗縣立大倫國民中學

作者：	指導老師：
國二 黃絕瑤	莊珮華
國一 葛靚虔	江俊瑩
國一 林致君	
國二 楊佳怡	

關鍵詞：七巧板、智慧版、變形七巧板

作品名稱：七巧板流傳種類探討

摘要

以七巧板組合中最基本的單位三角形，拼成其它不同單位的圖形；再利用這些不同單位的圖形，討論是否能拼出其他七巧板。從找出的七巧板裡面選出一種，我們稱「其它式」，比較「中國式」、「日本式」、「其它式」能排出的圖形數量多寡。

壹、 研究動機

有次在書局看到一種木製玩具，名為「七巧板」，拿起來看了看，上面標明「中國式」，那時我們心裡突然有了疑問，意思是還有其它種類嗎？

在充滿疑惑的情況下，隔天我們去問老師有沒有其它種類，老師建議我們在網路上搜尋看看，我們找到了另一種稱為「智慧板」的七巧板，是由日本改良的，也就是「日本式」，它的圖形跟「中國式」的不太一樣，這又引發我們很大的疑問，這兩種七巧板的差別在哪？可能再找出其它的七巧板嗎？為什麼七巧板有不同的種類？這些看起來普通的圖形到底能有什麼變化？哪種七巧板可拼出較多的圖形？於是，我們帶著很大的好奇心，展開這次的研究。

貳、 研究目的

- 一、找出除了「中國式」、「日本式」，是否還有其它七巧板。
- 二、研究為什麼只剩下「中國式」和「日本式」兩種。
- 三、比較「中國式」和「日本式」的優劣。
- 四、找出「中國式」、「日本式」和「其它式」的七巧板可拼出的幾何圖形數量。
- 五、比較「中國式」、「日本式」和「其它式」的七巧板可拼出的幾何圖形數量關係。

參、 研究設備及器材

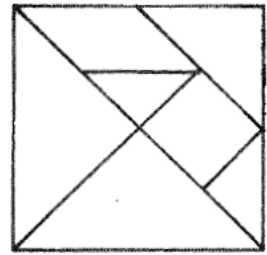
紙、筆、膠帶、紙板、剪刀、色筆、七巧板、Photoimpact（電腦繪圖軟體）、小畫家、Word。

肆、研究過程或方法

一、七巧板的認識

剛開始，老師要我們利用蒐集七巧板資料的過程，認識七巧板，於是我們分別在網路或是戶外各處尋找相關資料，並且討論整理出以下特徵：

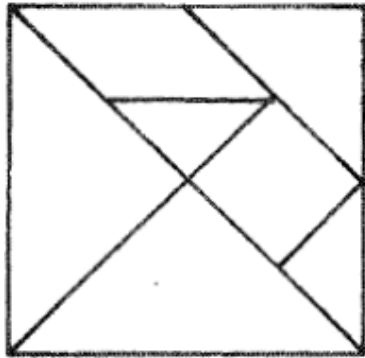
- (一)、七巧板是由七塊圖形組成。
- (二)、每一塊圖形的角度都是 45° 的倍數。
- (三)、每一塊的邊長都是最小三角形邊長的倍數。
- (四)、七塊圖形可合成正方形。



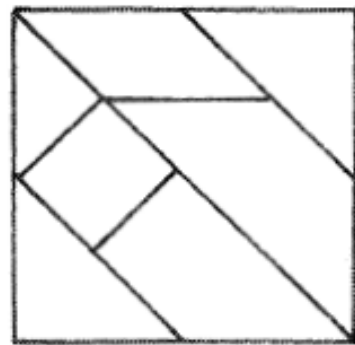
(圖 1) 七巧板

二、兩種七巧板的比較

我們蒐集資料的過程中，發現七巧板的種類不只一種，最常見的兩種有 1. 中國式 2. 日本式。



(圖 2) 中國式



(圖 3) 日本式

我們由上面(圖 2)發現，「中國式」的七巧板是由兩塊小三角形、一塊中等三角形、兩塊大三角形、一塊平行四邊形、一塊正方形組成；由(圖 3)發現，「日本式」的七巧板是由一塊小三角形、兩塊中等三角形、一塊平行四邊形、一塊正方形、一塊大梯型、一塊中等梯形組成。

整理後，列出如下面(表 1)：

(表 1)

圖型					
個數	中國式	5	1	1	0
	日本式	3	1	1	2

從表格中，發現有圖形相同，但大小不同，該如何分別？

三、 研究內容

我們實際操作七巧板後，由七巧板的特徵(二)、每一塊圖形的角度都是 45° 的倍數，(三)、每一塊的邊長都是最小三角形邊長的倍數，(四)、七塊圖形可合成正方形。發現每塊圖形，都能用小 $\triangle$ 拼湊，而且它是等腰直角 $\triangle$ 。我們假設小 $\triangle$ 的兩股長為 $\sqrt{2}$ ，

因為畢氏定理： $\sqrt{2}^2 + \sqrt{2}^2 = 2^2$ 算出斜邊長為 2，可算出 $\triangle$ 的面積為：

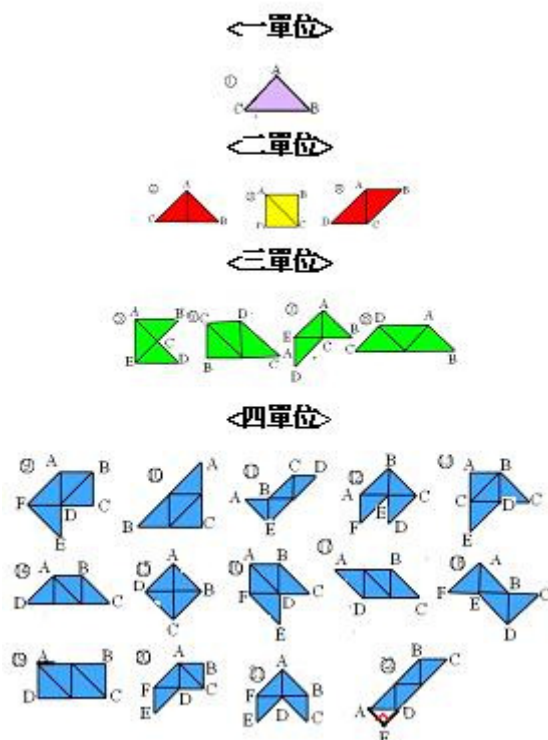
$$\frac{\text{底} \times \text{高}}{2} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{2} = 1, \text{ 因為 } \triangle \text{ 面積} = 1 \text{ 單位, 所以我們稱這個小 } \triangle \text{ 為「單位三角形」。}$$

並且把其他圖形用小 $\triangle$ 拼出來，算出單位。

EX1:  正方形可用 2 個單位三角形拼成，所以稱「2 單位正方形」；

EX2:  這個梯形可用 3 個單位三角形拼成，所以稱做「3 單位梯形」。

以此類推，我們用 2 個「單位三角形」拼出 2 單位的所有可能性，共有 3 種不同的圖形；用 3 個「單位三角形」拼出 3 單位的所有可能性，共有 4 種不同的圖形；用 4 個「單位三角形」拼出 4 單位的所有可能性，共有 14 種不同的圖形，如下面(表 2)：
(表 2)



我們從(圖 2)中國式、(圖 3)日本式中討論發現，兩種七巧板都各有一塊小三角形(單位三角形)、正方形(2 單位正方形)、平行四邊形(2 單位平行四邊形)、中等三角形(2 單位三角形)，而且整塊七巧版共用 16 個小三角形拼成。我們就把這四塊共有的圖形當作必要圖形，總共 7 個單位，剩下的三塊圖形單位和必須為 9，如下面(表 3)。

(表 3)

	全部圖形	共有圖形	剩下的圖形
塊(數量)	7	4	3
單位	16	7	9

所以我們就以「三塊圖形」而且加起來要「9 個單位」這兩個條件，列出所有可能性如下面(表 4)：

(表 4)

數量	1 單位	2 單位	3 單位	4 單位	數量和	單位和	編號
	3	0	0	0	3	3	A
	0	3	0	0	3	6	B
	0	0	3	0	3	9	C
	0	0	0	3	3	12	D
	2	1	0	0	3	4	E
	2	0	1	0	3	5	F
	2	0	0	1	3	6	G
	1	2	0	0	3	5	H
	0	2	1	0	3	7	I
	0	2	0	1	3	8	J
	1	0	2	0	3	7	K
	0	1	2	0	3	8	L
	0	0	2	1	3	10	M
	1	0	0	2	3	9	N
	0	1	0	2	3	10	O
	0	0	1	2	3	11	P
	1	1	1	0	3	6	Q
	1	0	1	1	3	8	R
	1	1	0	1	3	7	S
	0	1	1	1	3	9	T

由上圖列表可知：

- (一)、小於 9 單位和的配法有：A、B、E、F、G、H、I、J、K、L、Q、R、S，共 13 種配法，因單位和小於 9，拼成後的圖形會有空格。
- (二)、大於 9 單位和的配法有：D、M、O、P，共 4 種配法，因單位和大於 9，拼成後的圖形會超出格外，或是拼入後，有其它圖形無法拼入。
- (三)、等於 9 單位和的配法有：C、N、T，共 3 種配法，單位和等於 9，有拼成正方形的可能性，但實際拼排，並非 100%可以拼成正方形。

四、計算 C、N、T 各種組合可能性的數量

剛開始使用固定的四塊基本圖型，剩下的三塊就由 C、N、T 的拼法及我們自己所找的圖形去分配。

- (一) C 的拼法是用 3 個 3 單位圖形配基本的 4 個圖形，因為 3 單位總共有 4 種圖形，且同一種圖形也可以重複選用 1~3 次。

- 1.選用 1 次：有⑤+⑥+⑦、⑤+⑥+⑧、⑤+⑦+⑧、⑥+⑦+⑧共 4 種。
 - 2.選用 2 次：從 4 種圖形中，選一個重複選用，另一個從其它 3 個圖形中選出，每種圖形共有 3 種拼法。列式 $4 \times 3 = 12$ 種。
 - 3.選用 3 次：同一種圖形選用三次，共 4 種圖形，也只有 4 種拼法。
- 所以 C 的拼法將 1~3 點加起來總共有 20 種。

- (二) N 的拼法是選用 1 個 1 單位圖形和 2 個 4 單位圖形，因為 1 單位圖形只有單位三角形一種，所以不必加入計算。但 4 單位圖形有 14 種，從中選用 2 個圖形，狀況可能有⑨+⑨、⑨+⑩、⑨+⑪…………… ⑳+㉑，這種狀況在我們二年級數學課中有學過級數和的公式 $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$ ，所以我們利用公式算出⑨到㉑有

14 個圖形的可能拼法有：
$$S_{14} = \frac{(1+14) \times 14}{2} = 105$$
，所以 N 的拼法共有 105 種。

- (三) T 的拼法，是 2、3、4 單位的圖形各找一塊，而 2 單位有三塊，3 單位有四塊，4 單位有十四塊。列式： $3 \times 4 \times 14 = 168$ ，所以 T 的拼法共有 168 種。

伍、研究結果

一、.CNT3 種組合的拼法

我們將 C、N、T 的各種拼法一一組合後是否可排成正方形。

(一).C 的拼法討論

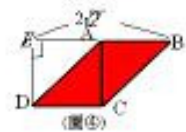
C 的選用方式有 20 種，如下(①②③④為固定使用)：

1. ⑤⑥⑦、2. ⑤⑥⑧、3. ⑤⑦⑧、4. ⑥⑦⑧、5. ③③⑥、6. ③③⑦、7. ③③⑧、8. ⑥⑥⑤、9. ⑥⑥⑦、10. ⑥⑥⑧、11. ⑦⑦⑤、12. ⑦⑦⑥、13. ⑦⑦⑧、14. ⑧⑧⑤、15. ⑧⑧⑥、16. ⑧⑧⑦、17. ⑤⑤⑤、18. ⑥⑥⑥、19. ⑦⑦⑦、20. ⑧⑧⑧。

其中不能排成正方形的種類如下：



5. 將圖形②③⑤⑥拼上去後，因為剩下圖形長為 2，但(圖④)的 $\overline{BE}$ 長 $2\sqrt{2}$ ，所以無法拼入七巧板中。



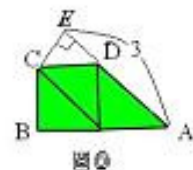
將圖形②③⑤⑥拼上去後，再把圖④拼上去時，會產生四個(1)單位，如此一來，便需要使用七片以上的圖形才能拼成一副完整的七巧板。



11. 將圖形②③⑥⑥⑥拼上去後，會產生三個(1)單位，如此一來，需要使用七片以上的圖形才能拼成一副完整的七巧板。



③⑥⑥拼上去後，因為剩下的(圖⑥) $\overline{AE}$ 長 3，所以拼不上去。



12. 將圖形②③⑥⑥⑦拼上去後，會產生三個(1)單位，如此一來，便需要使用七片以上的圖形才能拼成一副完整的七巧板。



因(圖④)的 $\angle A = 135^\circ$ ，所以無法拼入七巧板中。



13. 圖①、圖②：將圖形③⑥⑥⑥拼上去後，會產生四到五個(1)單位，如此一來，便需要使用七片以上的圖形才能拼成一副完整的七巧板。

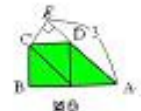
(圖①) (圖②)



14. 將圖形②③⑥⑦⑦拼上去後，因為(圖④)的 $\angle DAB$ 為 135° ，和七巧板不符。



將圖形②③⑥⑦⑦拼上去後，會產生三個(1)單位，如此一來，便需要使用七片以上的圖形才能拼成一副完整的七巧板。





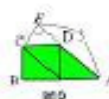
將圖形②③④⑦⑦拼上去後，因為(圖⑥) $\overline{AE}$ 長3，和七巧板不符。



15. 將圖形②③⑥⑦⑧拼上去後，會產生三個(1)單位，如此一來，便需要使用七片以上的圖形才能拼成一副完整的七巧板。



將圖形②③④⑤⑥⑦⑧拼上去後，因為(圖②) $\overline{AE}$ 長 3，無法拼成七巧板。



16. 將圖形②③④⑤⑥拼上去後，產生三個(1)單位，如此一來，便需要使用七片以上的圖形才能拼成一副完整的七巧板。



將圖形②⑤⑧⑨拼上去後，產生五個(1)單位，如此一來，便需要使用七片以上的圖形才能拼成一副完整的七巧板。



19.圖①、圖②：將圖形②③⑦⑧⑨及③④⑦⑧⑨拼上去後，會產生三個(1)單位，如此一來，便需要使用七片以上的圖形才能拼成一副完整的七巧板。



20.將圖形②③④⑤⑥ 拼上去後，會產生三個(1)單位，如此一來，便需要使用七片以上的圖形才能拼成一副完整的七巧板。

(二)、N 的拼法討論

N 的選用方式有 105 種，如下(①②③④為固定使用)：

②②、②③、②④、②⑤、②⑥、②⑦、②⑧、②⑨、②⑩、②⑪、②⑫、②⑬、②⑭、②⑮、②⑯、②⑰、②⑱、
 ③③、③④、③⑤、③⑥、③⑦、③⑧、③⑨、③⑩、③⑪、③⑫、③⑬、③⑭、③⑮、③⑯、③⑰、③⑱、④④、
 ④⑤、④⑥、④⑦、④⑧、④⑨、④⑩、④⑪、④⑫、④⑬、④⑭、④⑮、④⑯、④⑰、④⑱、⑤⑤、⑤⑥、⑤⑦、⑤⑧、
 ⑤⑨、⑤⑩、⑤⑪、⑤⑫、⑤⑬、⑤⑭、⑤⑮、⑤⑯、⑤⑰、⑤⑱、⑥⑥、⑥⑦、⑥⑧、⑥⑨、⑥⑩、⑥⑪、⑥⑫、⑥⑬、
 ⑥⑭、⑥⑮、⑥⑯、⑥⑰、⑥⑱、⑦⑦、⑦⑧、⑦⑨、⑦⑩、⑦⑪、⑦⑫、⑦⑬、⑦⑭、⑦⑮、⑦⑯、⑦⑰、⑦⑱、⑧⑧、
 ⑧⑨、⑧⑩、⑧⑪、⑧⑫、⑧⑬、⑧⑭、⑧⑮、⑧⑯、⑧⑰、⑧⑱、⑨⑨、⑨⑩、⑨⑪、⑨⑫、⑨⑬、⑨⑭、⑨⑮、⑨⑯、
 ⑨⑰、⑨⑱、⑩⑩、⑩⑪、⑩⑫、⑩⑬、⑩⑭、⑩⑮、⑩⑯、⑩⑰、⑩⑱、⑪⑪、⑪⑫、⑪⑬、⑪⑭、⑪⑮、⑪⑯、⑪⑰、
 ⑪⑱、⑫⑫、⑫⑬、⑫⑭、⑫⑮、⑫⑯、⑫⑰、⑫⑱、⑬⑬、⑬⑭、⑬⑮、⑬⑯、⑬⑰、⑬⑱、⑭⑭、⑭⑮、⑭⑯、
 ⑭⑰、⑭⑱、⑮⑮、⑮⑯、⑮⑰、⑮⑱、⑯⑯、⑯⑰、⑯⑱、⑰⑰、⑰⑱、⑱⑱。

其中不能排成正方形的種類如下：



1.有②時:③和②先拼上去，再把④拼上去時，將不能再拼另一個(4)單位的圖形。



2.有③時:④和③先拼上去，再把②拼上去時，將不能再拼另一個(4)單位的圖形。



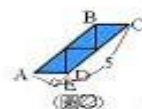
3.有④時:①和④拼上去後，再把②拼上去時，會有 3-1 和 3-2 兩種圖形，皆不能再拼另一個(4)單位的圖形。

(3-1)

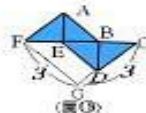
(3-2)



4.有②時:因(圖②) $\overline{CE}$ 的長度為 5，超過七巧板的 4，所以拼不出來。



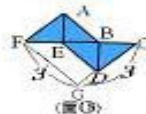
5.③③時:將①①②③④拼上去後，因(圖③) $\overline{OG}$ 、 $\overline{FG}$ 3，拼不下七巧板剩下的圖形 2。



6.⑦⑦、⑦③時:將①①②③⑦⑦拼上去後，因(圖④)的 $A=135^\circ$ ，和七巧板不符。



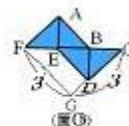
正方形③①②和⑦拼上去後，因為(圖⑤) $\overline{OG}$ 、 $\overline{FG} = 3$ ，和七巧板不符。



7.有⑥⑥、⑥⑦、⑥③時:

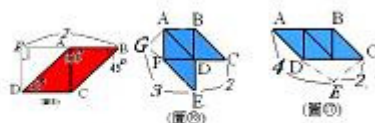


將圖形③和⑥拼起來時，會有以上三種情形。



1-1 及 1-2: 因(圖⑥) $\angle A=135^\circ$ ，和七巧板不符。

1-3: 因(圖③) $\overline{FG}$ 、 $\overline{OG}$ 長 3，和七巧板不符。1-4 及 1-5:



因(圖⑥)的 $\overline{GE} = 3$ 、 $\overline{CE} = 2$ ，(圖⑦)的 $\overline{AE} = 4$ 、 $\overline{CE} = 2$ ，

(圖⑧)的 $\overline{FG}$ 、 $\overline{OG} = 3$ ，皆和七巧板不符。

8. ⑤⑤、⑤⑥、⑤⑦



將圖形⑤和⑥拼起來時，只有一種情形。
如圖，因(圖⑤) $\angle A=135^\circ$ ，和七巧板不符。



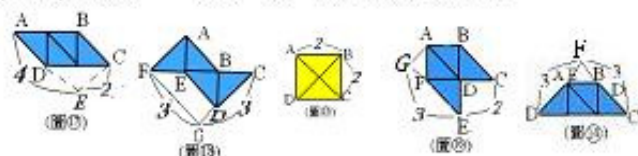
⑤⑧



因(圖⑤)的 $\overline{FG}$ 、 $\overline{OG} = 3$ ，和七巧板不符。



9.⑬⑬，⑬⑭，⑬⑮，⑬⑯，⑬⑰，⑬⑱時：將圖形⑤和⑥拼上去後，因為(圖⑤)的 $\overline{DE}$ 、 $\overline{EC} = 3$ ，(圖⑥)的 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC} = 2$ (圖⑥)的 $\overline{GE} = 3$ 、 $\overline{CE} = 2$ ，(圖⑦)的 $\overline{AE} = 4$ 、 $\overline{CE} = 2$ ，(圖⑧)的 $\overline{FG}$ 、 $\overline{OG} = 3$ ，皆與七巧板不符。



10. ⑬⑬，⑬⑭，⑬⑮，⑬⑯，⑬⑰，⑬⑱



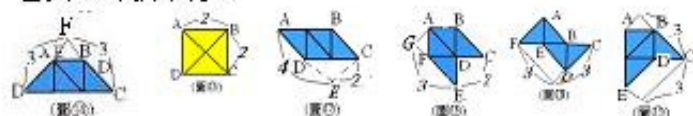
將圖形⑤和⑥拼上去後，會有上面三種情形，如圖，1.因為剩下的圖形沒有(4)單位，



所以拼不下去。2.3.因為(圖⑤) $\overline{OG}$ 、 $\overline{FC} = 3$ ，(圖⑥) $\overline{DE}$ 、 $\overline{EC} = 3$ ，(圖⑦) $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC} = 2$ ，(圖⑧) $\overline{GE} = 3$ 、 $\overline{CE} = 2$ ，(圖⑨) $\overline{AE} = 4$ 、 $\overline{CE} = 2$ ，(圖⑩) $\overline{FG}$ 、 $\overline{OG} = 3$ ，



皆與七巧板不符。



11. ⑬，⑬⑬，⑬⑬



將圖形⑤和⑥拼上去後，會有以上四種情形，因(圖⑤) $\overline{CE}$ 、 $\overline{BC} = 3$ ，(圖⑥) $\overline{DE}$ 、 $\overline{EC} = 3$ ，(圖⑦) $\overline{CD}$ 、 $\overline{DF} = 3$ ，(圖⑧) $\angle A = 135^\circ$ ，皆與七巧板不符。



12. ⑩⑬, ⑪⑭, ⑫⑮, ⑬⑯



3-1 3-2 3-3 3-4 3-5 3-6 3-7 3-8

將圖形⑩和⑬拼上去後，會有以上八種情形。

(圖⑬) $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ = 2, (圖⑬) $\overline{GE}$ = 3、 $\overline{CE}$ = 2, 圖 1: 因(圖⑬) $\overline{AE}$ = 4、 $\overline{CE}$ = 2, (圖⑬) $\overline{FG}$ 、

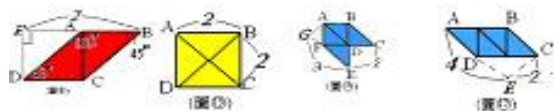
$\overline{GC}$ = 3, 皆與七巧板不符。圖 2: 因剩下的圖形最多(3)單位，與七巧板不符。

3-1、3-2、3-3、3-6 因為(圖④) $\angle A = 135^\circ$ ，與七巧板不符。

3-4 雖然剩下空格有長寬 3，但是內部只有 1，與七巧板不符。

3-5、3-7 因為剩下空格分開，與七巧板不符。

3-8 剩下空間需要使用七片以上的圖形才能拼成，與七巧板不符。



13. ⑨⑮, ⑨⑮, ⑨⑮, ⑨⑮



1-1

將圖形⑨和⑮拼上去後，會有五種情形 1-1、1-2、1-3、1-5、2-1、2-2、2-3，因(圖④)



1-2

$\angle A = 135^\circ$ ，與七巧板不符。1-4、2-4: 因(圖⑮) $\overline{FG}$ 、 $\overline{CG}$ = 3，且 1-4、2-4 內部只

有 1，與七巧板不符。3、4、5: 因(圖⑮) $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ = 2, (圖⑮) $\overline{GE}$ = 3、 $\overline{CE}$



1-3

= 2, (圖⑮) $\overline{AE}$ = 4、 $\overline{CE}$ = 2, (圖⑮) $\overline{FG}$ $\overline{GC}$ = 3，且 3、4、5 內部只有 1，與七巧板不符。

(三)、T 的拼法討論

T 的選用方式有 168 種，如下(①②③④為固定使用)：

1. ②③④、2. ②③④、3. ②③④、4. ②③④、5. ②③④、6. ②③④、7. ②③④、8. ②③④、
9. ②③④、10. ②③④、11. ②③④、12. ②③④、13. ②③④、14. ②③④、15. ②③④、16. ②③④、
17. ②③④、18. ②③④、19. ②③④、20. ②③④、21. ②③④、22. ②③④、23. ②③④、24. ②③④、
25. ②③④、26. ②③④、27. ②③④、28. ②③④、29. ②③④、30. ②③④、31. ②③④、32. ②③④、
33. ②③④、34. ②③④、35. ②③④、36. ②③④、37. ②③④、38. ②③④、39. ②③④、40. ②③④、
41. ②③④、42. ②③④、43. ②③④、44. ②③④、45. ②③④、46. ②③④、47. ②③④、48. ②③④、
49. ②③④、50. ②③④、51. ②③④、52. ②③④、53. ②③④、54. ②③④、55. ②③④、56. ②③④、
57. ②③④、58. ②③④、59. ②③④、60. ②③④、61. ②③④、62. ②③④、63. ②③④、64. ②③④、
65. ②③④、66. ②③④、67. ②③④、68. ②③④、69. ②③④、70. ②③④、71. ②③④、72. ②③④、
73. ②③④、74. ②③④、75. ②③④、76. ②③④、77. ②③④、78. ②③④、79. ②③④、80. ②③④、
81. ②③④、82. ②③④、83. ②③④、84. ②③④、85. ②③④、86. ②③④、87. ②③④、88. ②③④、
89. ②③④、90. ②③④、91. ②③④、92. ②③④、93. ②③④、94. ②③④、95. ②③④、96. ②③④、
97. ②③④、98. ②③④、99. ②③④、100. ②③④、101. ②③④、102. ②③④、103. ②③④、
104. ②③④、105. ②③④、106. ②③④、107. ②③④、108. ②③④、109. ②③④、110. ②③④、
111. ②③④、112. ②③④、113. ②③④、114. ②③④、115. ②③④、116. ②③④、117. ②③④、
118. ②③④、119. ②③④、120. ②③④、121. ②③④、122. ②③④、123. ②③④、124. ②③④、
125. ②③④、126. ②③④、127. ②③④、128. ②③④、129. ②③④、130. ②③④、131. ②③④、
132. ②③④、133. ②③④、134. ②③④、135. ②③④、136. ②③④、137. ②③④、138. ②③④、
139. ②③④、140. ②③④、141. ②③④、142. ②③④、143. ②③④、144. ②③④、145. ②③④、
146. ②③④、147. ②③④、148. ②③④、149. ②③④、150. ②③④、151. ②③④、152. ②③④、
153. ②③④、154. ②③④、155. ②③④、156. ②③④、157. ②③④、158. ②③④、159. ②③④、
160. ②③④、161. ②③④、162. ②③④、163. ②③④、164. ②③④、165. ②③④、166. ②③④、
167. ②③④、168. ②③④

其中不能排成正方形的種類如下：



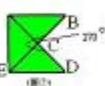
1. 正方形+4 單位(含正方形和 2 個①): 將圖形②③④放入七巧板後，其他圖形無位置可放。證明: 如果將①②③放入七巧板中，則④無地方排，因



為直立後(圖④)， $\overline{BE}$ 是 $\sqrt{2} \angle A$ 為 135° 。剩下的位子邊長是 $\sqrt{2}$ ，角度是 90° ，不符 $\angle A$ 。



將圖形②③④放入七巧板後，其他圖形無位置可放。



證明: ⑤不可能排的上，因(圖⑤)的 $\angle C$ 為 270° ，剩下的位子只能放 225° 的圖形。



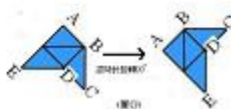
將②放入七巧板後，③往下排，④貼底線。證明: 還剩下 3 個①的位子，但只有 1 個①。



將②③④放入七巧板後，其他圖形無位置可放。證明: 同(一)。



將②③④放入七巧板後，其他圖形無位置可放。證明: 如果把(圖⑥)逆時針旋轉 90° ，再把⑤拿起來，則⑤可排在左邊的位子，變成⑤沒位子排。因為圖中剩下的角度最多只有 225° ，而⑤的 $\angle C$ 是 270° 。



2. 正方形+4 單位(可直接切圖)

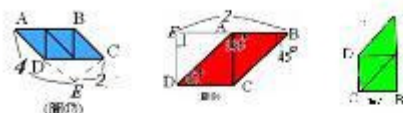


將③⑤⑦放入七巧板後，其他圖形無位置可排。證明：將①②③放入七巧板後，剩下的位子只能夠放(圖②)，但與七巧板不符，故不可排成。



將③⑥⑦放入七巧板後，其他圖形無位置可放。

證明：如圖，剩下 2 個①的位子，但只有 1 個①，故不可能排成。將③和⑥的位子互換，則剛好可以排 2 個②和 1 個①，但會變成④無地方可排。

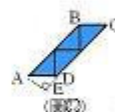


將②⑥排入七巧板後，③無位子可排。證明：因②是帶有正方形(2 單位)的 4 單位圖形，所以會佔用 3 個正方形的位子，也因邊長及角度的影響，只能排在七巧板中間，但還有③和⑥，共需要 4 單位的位子，但只剩 2 單位的位子，因此排不成七巧板。



3. 不可能排成正方形

②的圖形就已超過大正方形(16 單位)的面積。證明：大正方形邊長是 4；角度是 90° 。而(圖②)的邊長各是 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{2}$ 、4、4；角度是 135° 、 45° 、 135° 、 45° ，已超過七巧板的範圍。



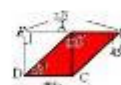
4. 正方形+3 單位+4 單位(考慮正方形的 4 個位置)。將③⑥⑦放入七巧板後，其他圖形無位置可排。證明：①②③排入，則④無地方排，因直立後的(圖④)，BE



邊長及角度與剩下的位子完全不符。



將③⑥⑦排入七巧板後，其他圖形無位置可排。證明：情形類似(一)，②的圖形也佔了 2 個正方形的位子。



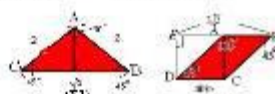
將③⑥⑦排入七巧板後，其他圖形無位置可排。證明：②佔了 2 個正方形的位子，③佔了 1 個正方形的位子，會有 2 個①的空位，我們只有 1 個①，故排不成。



將③⑥⑦排入七巧板後，其他圖形無位置可排。證明：如圖，我們還有 1 個③，但已經沒有③的位子，因②已佔用了 3 個正方形的位子，再加上一個正方形，則最後的③，無位子可排。

將③⑥⑦排入七巧板後，其他圖形無位置可排。

證明：如圖，把②和③放入，還有 1 個(圖②)的位子，邊長及角度皆與剩下的位子不符。





5. 正方形+4 單位(含有正方形和1 個②)考慮3 單位的位子。



將③③③放入七巧板後，其他圖形則沒地方排。



如果再照上個圖形再排一次，改變了③的位子，只能排在剩下正方形的位子，也無法排成完整的七巧板。



改變③的位子，④拼不出來。



移動③的位置，但會有多個③的空格，其他圖形沒地方排。

總討論：

上面1 2 3 4 我們考慮的是3 單位的位子，而我們只有4 種：

①邊長各是： 2 、 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{2}$ 、 2 。角度： 90° 、 45° 、 270° 、 45° 、 90° 。

②邊長各是： 2 、 $2\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{2}$ 。角度： 45° 、 90° 、 90° 、 135° 。

③邊長各是： 2 、 $\sqrt{2}$ 、 2 、 $\sqrt{2}$ 、 2 。角度： 90° 、 45° 、 225° 、 45° 、 135° 。



結果：

(1).與狀況(一)相同的有：8、22、48、50、58、61、62、64、72、75、76、78、86、89、90、92、100、103、104、106、117、118、120、128、131、132、134、142、145、146、148、156、159、160、162，共35 組。

(2).與狀況(二)相同的有：23、25、39、40、51、53、54、65、67、68、79、81、82、93、95、96、107、109、110、121、123、124、135、137、138、149、151、152、163、165、166，共31 組。

(3).與狀況(三)相同的有：14、28、42、56、70、84、98、112、126、140、154、168，共12 組。

(4).與狀況(四)相同的有：21、24、27、41、46、49、55、63、66、69、73、74、77、80、83、87、88、91、94、97、101、102、105、108、111、116、125、129、130、133、136、139、147、150、153、157、158、161、164、167，共40 組。

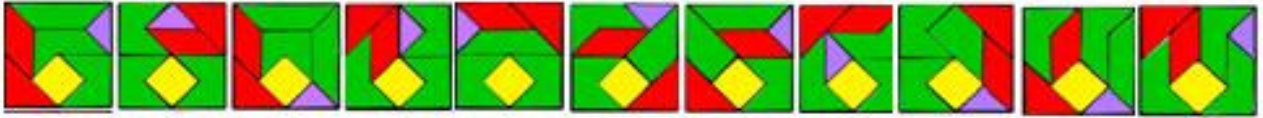
(5).與狀況(五)相同的有：57、71、85、99、127、141、155，共7 組。

④邊長各是： $\sqrt{2}$ 、 4 、 $\sqrt{2}$ 、 2 。角度： 135° 、 45° 、 135° 、 45° 。

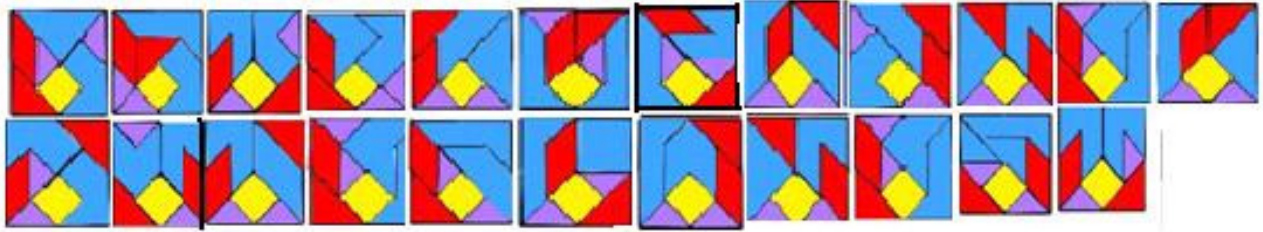
但其實是(圖④)排不上去的緣故，其邊長是 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{2}$ 、 2 。角度是： 135° 、 45° 、 135° 、 45° 。

如將①、②都排上去，剩下的位子不是②就是2 個①，不管邊長或角度，都和④不

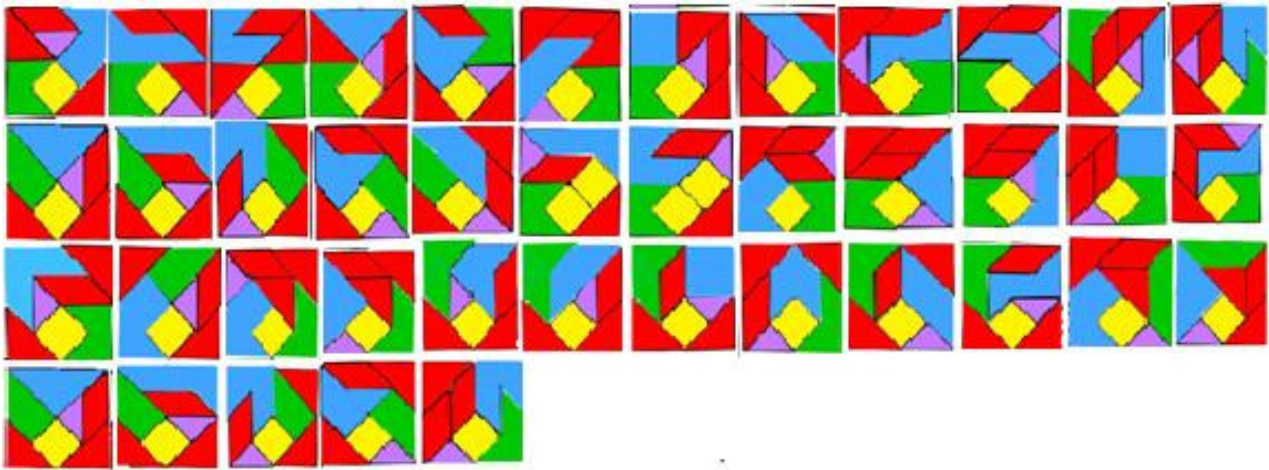
(四)、C 的拼法中可排成正方形的圖形(共有 11 種)



(五)、N 的拼法中可排成正方形的圖形(共有 23 種)



(六)、T 的拼法中可排成正方形的圖形(共有 41 種)



二、用七巧板拼組多邊形的方法：

(一)七巧板與多邊行之特性

因為七巧板的七塊圖形之角度均為 45 度的倍數，所以可以假設由七巧板所排出的凸多邊形之 45 度有 a 個，90 度角有 b 個，135 度角有 c 個，則此凸多邊形之內角總和即為 $45a+90b+135c$ 度。(因為凸多邊形的每一內角均小於 180 度，又 a 、 b 、 c 均為自然數或 0，所以只可能有這三種角度)。

又假設由七巧板排出之凸多邊形為 n 邊形，則其內角和恰為 $(n-2) \times 180$ 度，且由多邊形之特性可得 $a+b+c=n$ (因為任一 n 邊形必有 n 個內角)。

$$\text{固} \begin{cases} a+b+c=n \cdots \cdots \cdots \text{①} \\ 45a+90b+135c=(n-2) \times 180 \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

①代入②化簡可得 $a+2b+3c=4(a+b+c)-8$

即 $3a+2b+c=8$ (其中 a 、 b 、 c 均為自然數或 0)

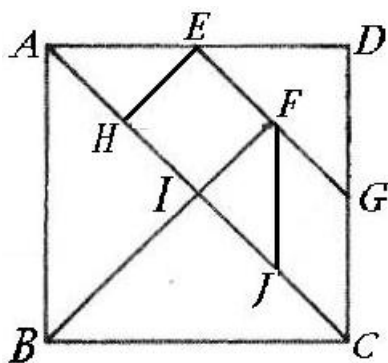
則

共 10 種可能(如表一)

a	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2
b	0	1	2	3	4	0	1	2	0	1
c	8	6	4	2	0	5	3	1	2	0
d	8	7	6	5	4	6	5	4	4	3

(表一)

(二)七巧板之規格



由等腰直角 $\triangle$ 三邊之比 $1:1:\sqrt{2}$ 的關係，我們可以假設七塊七巧板之各邊邊長如下：

$$\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{EH} = \overline{FI} = \overline{AH} = \overline{HI} = \overline{IJ} = \overline{JC} = 1$$

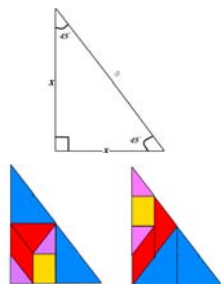
$$\overline{AE} = \overline{ED} = \overline{DG} = \overline{GC} = \overline{FJ} = \sqrt{2}$$

$$\overline{AI} = \overline{IC} = \overline{BI} = \overline{EG} = 2$$

$$\overline{AB} = \overline{BC} = 2\sqrt{2}$$

則七塊七巧板之面積總和 $= 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 8$ (平方單位)

我們可先由代數的方法，求出各多邊形的邊長和內角，這樣拼組時可較為簡便。

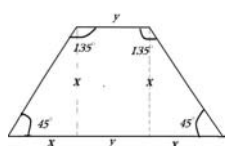


1. 三角形的拼組—— $n = 3(a = 2, b = 1, c = 0)$ 。

$\frac{x^2}{2} = 16$ $x = 4$ 。即由七巧板排出之三角形兩股長必為 $4\sqrt{2}$ ，斜邊長 8 之等腰直角三角形，拼法如左。

2. 四邊形的拼組—— $n = 4$ (1) $a = 2, b = 0, c = 2$ (2) $a = 1, b = 2, c = 1$
(3) $a = 0, b = 4, c = 0$

(1)、 $a = 2, b = 0, c = 2$



①設其圖形為 (左圖) 則 $\frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{2} + xy = 16$, x, y 必為正整數或 $\sqrt{2}$

之倍數， $\therefore x^2 < 16$ ，又左圖中 $y \neq 0$ ，即 $\sqrt{2} \leq x < 4$ 。得下表

x	$\sqrt{2}$	2	$2\sqrt{2}$
y	$6\sqrt{2}$	6	$2\sqrt{2}$



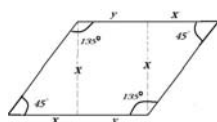
又欲使七塊七巧板通通排入，則圖中之高必大於或等於最大塊等腰直角 $\triangle$ 之最小高。

當 $x = 2, y = 6$ 時，則較小之五塊七巧板必得排成一高為 2

之等腰梯形或平行四邊形，但這是不可能的。當 $x = 2\sqrt{2}$ ，

$y = 2\sqrt{2}$ 時，拼法如圖(①-A)及圖(①-B)

②又若其圖形為，則 $x^2 + xy = 16$ ，此時 y 可為 0



故 $x^2 \leq 16$ ，即 $\sqrt{2} \leq x \leq 4$ ，得

x	$\sqrt{2}$	2	$2\sqrt{2}$	4
y	$7\sqrt{2}$	6	$2\sqrt{2}$	0

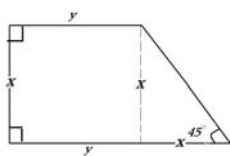


當 $x = 2, y = 6$ 時，七巧板無法排成。當 $x = 2\sqrt{2}, y = 2\sqrt{2}$ 時，拼法

如左：當 $x = 4, y = 0$ 時拼出的圖形，即 $x = 2\sqrt{2}, y = 2\sqrt{2}$ 之圖形，



當 $x = \sqrt{2}, y = 7\sqrt{2}$ 時，不可能排成，因最大三角形之高超過 $\sqrt{2}$ 。



(2)、 $a=1$ ， $b=2$ ， $c=1$

①設其圖形為左圖，則 $\frac{x^2}{y} + xy = 16 \rightarrow x^2 + 2xy = 32$ ， $y \neq 0$ ，

$\therefore \sqrt{2} \leq x < 4\sqrt{2}$ 。得

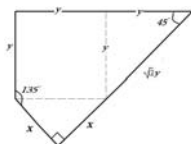
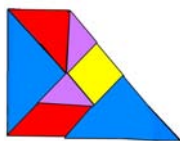
x	$\sqrt{2}$	2	$2\sqrt{2}$	4
y	$\frac{15\sqrt{2}}{2}$	7	$3\sqrt{2}$	2



當 $x=2\sqrt{2}$ ， $y=3\sqrt{2}$ 時拼法如左；當 $x=4$ ， $y=2$ 時拼法如左；

當 $x=2$ ， $y=7$ 時，不可能排成，因最大三角形之高超過 2。

當 $x=\sqrt{2}$ ， $y=\frac{15\sqrt{2}}{2}$ 時，不可能排成，因最大三角形之高超過 $\sqrt{2}$ 。



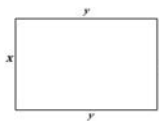
②又若其圖形為(甲圖)則 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \sqrt{2}xy = 16 \rightarrow x^2 + y^2 + 2\sqrt{2}xy = 32$ ，

$xy \neq 0$ ； x 若為自然數則 y 必為 $\sqrt{2}$ 之倍數，又 x 若為 $\sqrt{2}$ 之倍

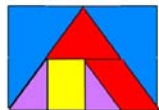
數則 y 必為自然數且 $x < 4\sqrt{2}$ ，但無法找到滿足上列條件之

xy ，故七巧板無法排成此種圖形。

(甲圖)



(乙圖)



(3) $a=0$ ， $b=4$ ， $c=0$ 設其圖形為(乙圖)，

則 $xy=16$ ， $x \geq \sqrt{2}$ ， $y \geq \sqrt{2}$ ，得

x	$\sqrt{2}$	2	$2\sqrt{2}$	4
y	$8\sqrt{2}$	8	$4\sqrt{2}$	4

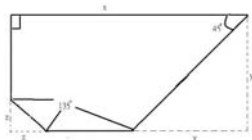
當 $x=2$ ， $y=8$ 時，則較小之五塊七巧板，必得排成兩個或三個三角形，但這是不可能的。當 $x=2\sqrt{2}$ ， $y=4\sqrt{2}$ 時，拼法如

左；當 $x=4$ ， $y=4$ 時，拼法如左；當 $x=\sqrt{2}$ ， $y=8\sqrt{2}$ 時，不可

能排成，因最大三角形之高超過 $\sqrt{2}$ 。

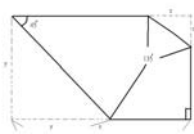
3.五邊形的拼組—— $n=5$ (1) $a=1, b=1, c=3$,

(2) $a=0, b=3, c=2$)



$$(1) a=1, b=1, c=3 \circ \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} + 16 = xy \rightarrow y^2 + z^2 + 32 = 2xy$$

$z < y, z < x, y < x$, x 必為自然數或 $\sqrt{2}$ 之倍數，但經反覆代入後我們仍無法找到同時滿足上列條件之 x, y, z 故七巧板無法排成。



$$\text{又若其圖形如左 } \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} + 16 = xy \rightarrow y^2 + z^2 + 32 = 2xy ,$$

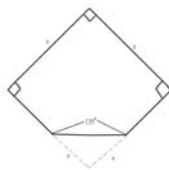
$z < y, z < x, y < x$, x, y, z 可為自然數或 $\sqrt{2}$ 的倍數，拼法如左。

得：

x	y	z
7	3	1

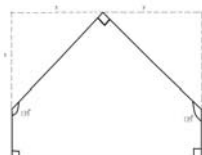


$$(2) a=0, b=3, c=2 \circ \frac{x^2}{2} + 16 = yz \rightarrow x^2 + 32 = 2yz \circ$$



$x < y$ 且 $x < z$, x, y, z 必為自然數或 $\sqrt{2}$ 的倍數，但經反覆帶入後，我們仍無法找到同時滿足上述條件之 x, y, z , 故七巧板無法排成此種圖形。

又若其圖形如左

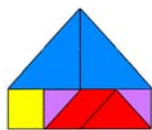


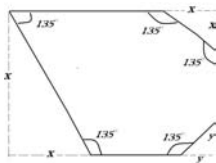
$$\frac{y^2}{2} + \frac{x^2}{2} + 16 = (x+y) \times z \rightarrow x+y+32 = 2(x+y) \times z$$

$x < z, y < z$, x, y, z 必為自然數或 $\sqrt{2}$ 的倍數，拼法如左。

得：

x	y	z
$2\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$





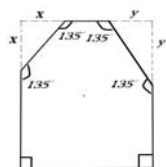
4.六邊形的拼組— $n=6$ ((1) $a=1$, $b=0$, $c=5$ (2) $a=0$, $b=2$, $c=4$

(1) $a=1$, $b=0$, $c=5$

設其圖形為左圖，

$$\text{則 } \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} + 16 = xk \rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 32 = 2xk,$$

$y+z < x$, $x+y < k$, $z < k$, x, y, z, k 必同為自然數或 $\sqrt{2}$ 的倍數，但經反覆代入仍找不到滿足上列條件之 x, y, z, k ，固七巧板無法排成此種圖形。



(2) $a=0$, $b=2$, $c=4$

設其圖形為左圖

$$\text{則 } \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + 16 = kf \rightarrow x^2 + y^2 + 36 = 2kf,$$

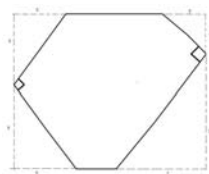


$x < f$, $y < f$, $x+y < k$, x, y, f 必為自然數或 $\sqrt{2}$ 的倍數。

拼法如(表一)

x	y	k	f
$\sqrt{2}$	2	$3\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$

(表一)



又其圖形為左圖

$$\text{則 } \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} + \frac{s^2}{2} + 16 = (x+s) \cdot k = (y+z) \cdot k$$

$$\rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + s^2 + 32 = 2(x+s) \cdot f$$

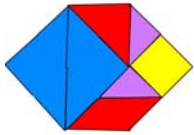
$x+s=y+z=f$, x, y, z, s 均小於 f , 又 x, y, z, s, f 必為自

然數或 $\sqrt{2}$ 的倍數。

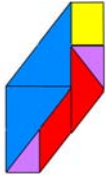
得 (表二)

x	y	z	s	f
$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$5\sqrt{2}$
2	2	2	2	6
1	2	1	2	7

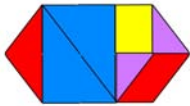
(表二)



① 當 $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{2}$, $z=\sqrt{2}$, $s=\sqrt{2}$, $f=5\sqrt{2}$ 時, 拼法如左圖



② 當 $x=2$, $y=2$, $z=2$, $s=2$, $f=6$ 時, 拼法如左圖



③ 當 $x=1$, $y=2$, $z=1$, $s=2$, $f=7$ 時, 拼法如左圖

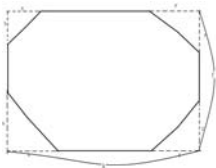


5. 七邊形的拼組— $n=7$ ($a=0$, $b=1$, $c=6$)

設其圖形為左圖,

$$\text{則 } \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} + 16 = fk \rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 32 = 2fk,$$

$x+y < f$, $y+z < k$, 且 x , y , z , f , k 必為自然數或 $\sqrt{2}$ 的倍數,
但經反覆代如仍無法找到滿足條件之 x , y , z , f , k
故無法排成七邊形。



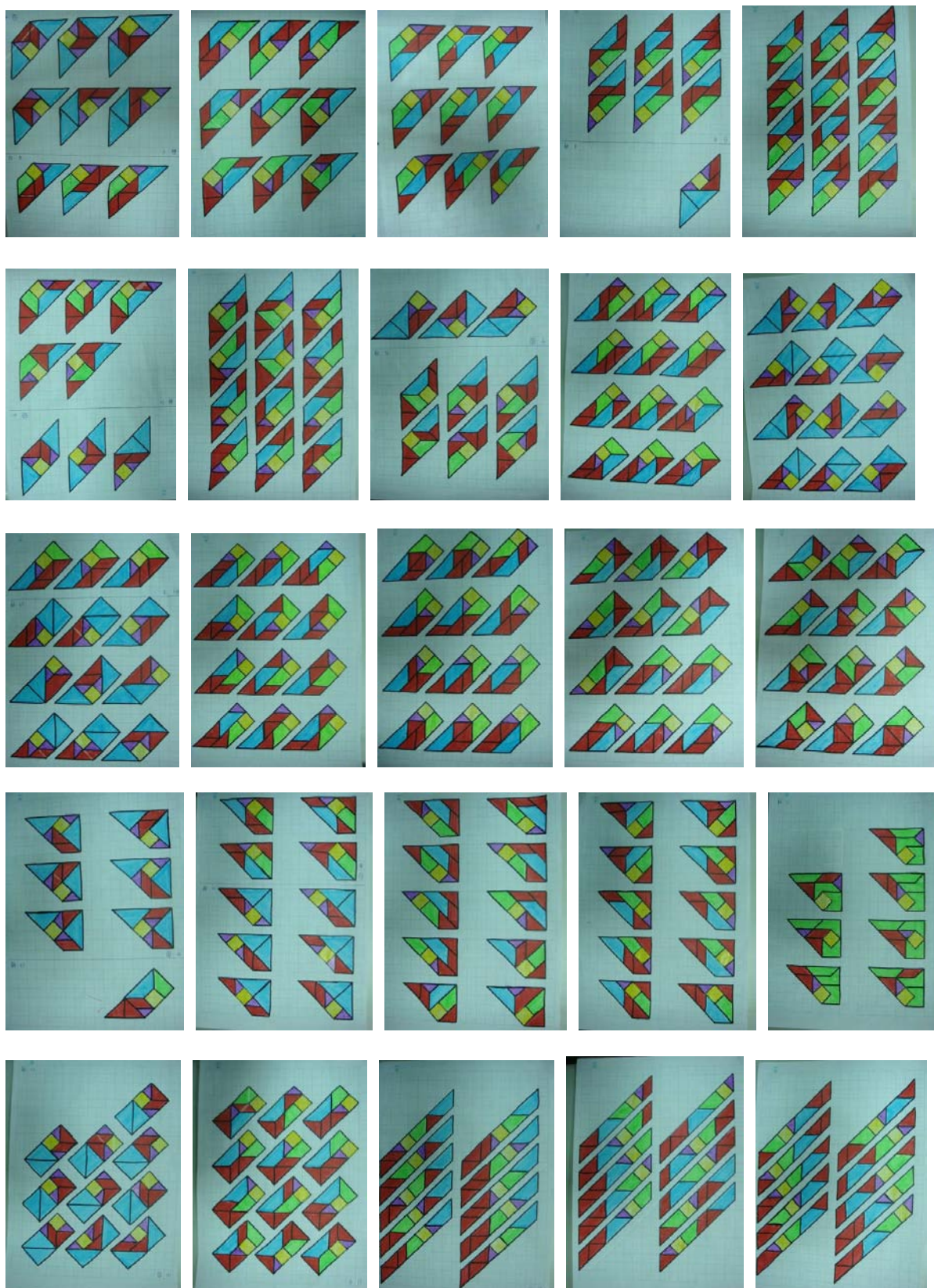
6. 八邊形的拼組-- $n=8$ ($a=0$, $b=0$, $c=8$)

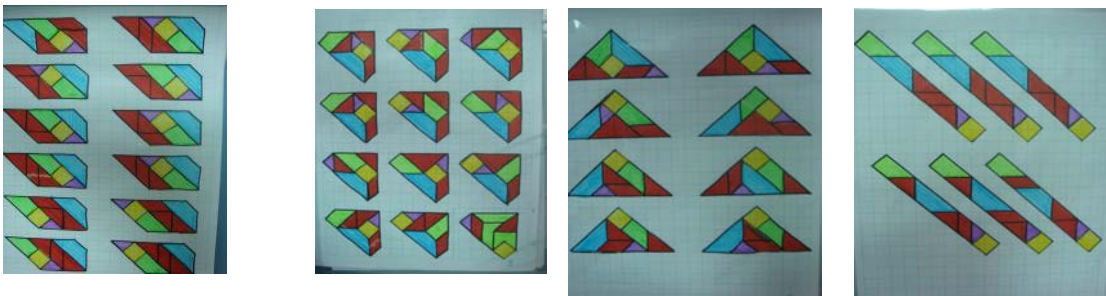
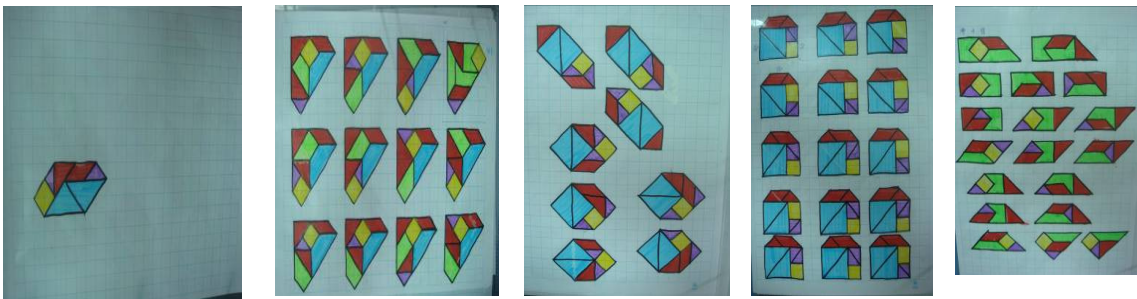
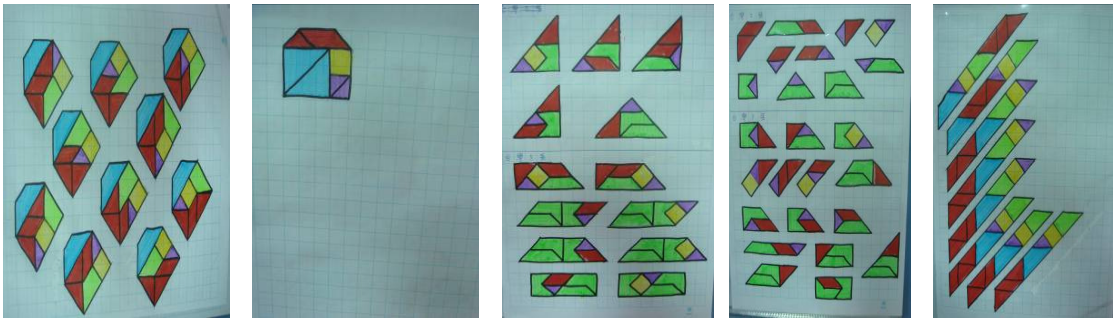
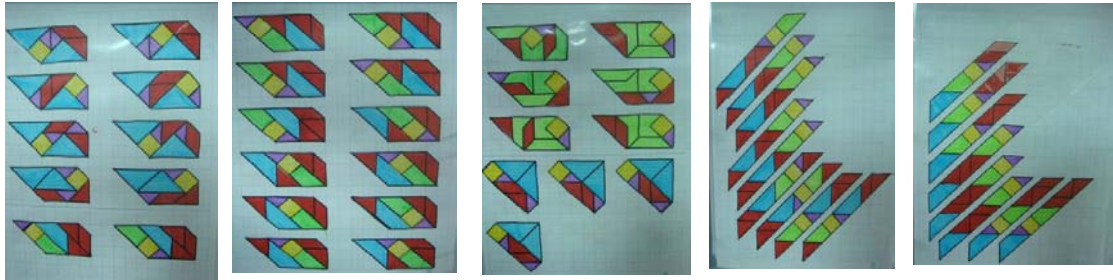
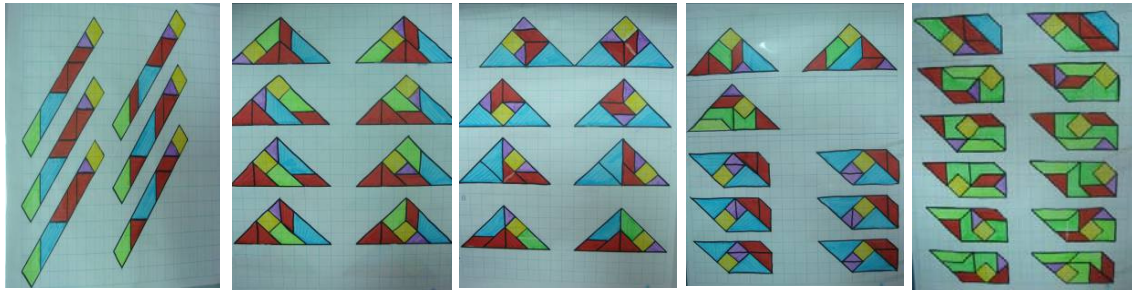
設其圖形為左圖,

$$\text{則 } \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} + \frac{s^2}{2} + 16 = kf \rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + s^2 + 32 = 2kf$$

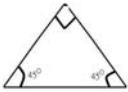
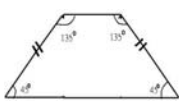
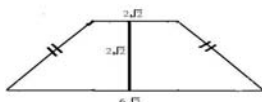
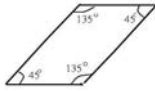
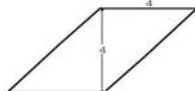
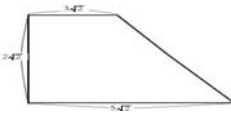
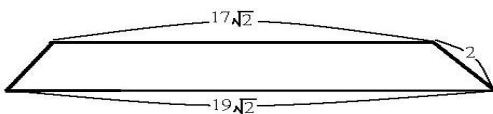
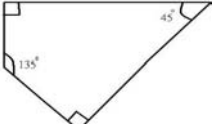
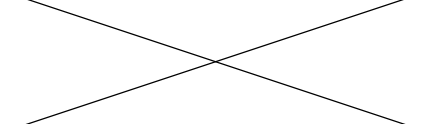
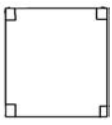
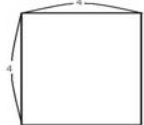
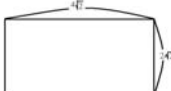
$x+y < k$, $s+z < k$, $x+s < f$, $y+z < f$, x , y , z , s , k , f 必為自然數或 $\sqrt{2}$
的倍數, 但經反覆代如仍無法找到滿足以上條件之 x , y , z , s , k ,
 f 故無法排成八邊形。

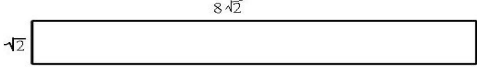
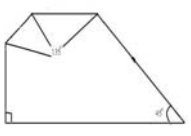
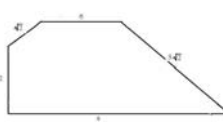
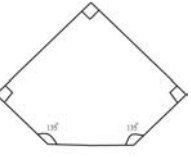
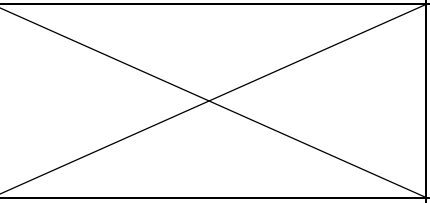
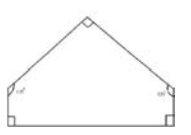
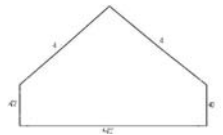
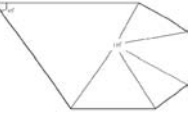
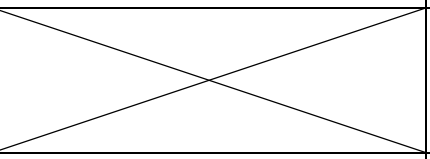
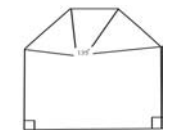
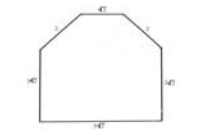
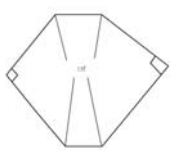
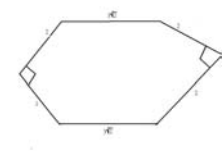
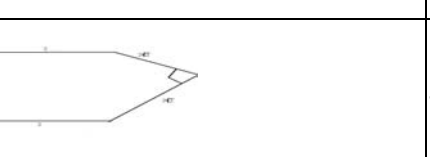
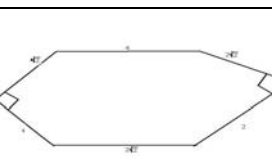
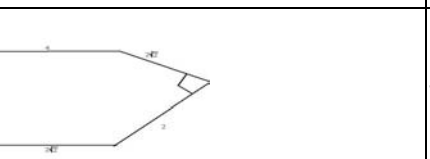
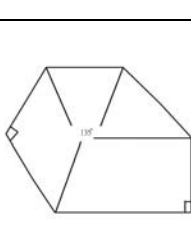
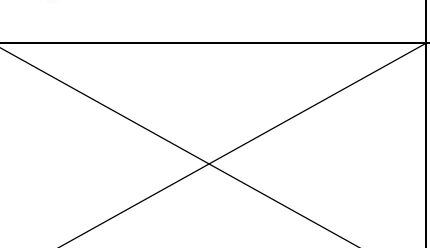
(二)、「中國式」、「日本式」、「其它式」七巧板可拼出的圖形





(三)、統整圖形各種類的拼法數量

		角度	邊 長	台	中	日
三 角 形 N=3	A=2 B=1 C=0			1	6	20
	A=2 B=0 C=2 等腰 梯形			0	6	26
四 邊 形 N=4	平行四 邊形			0	4	36
						
						
	A=1 B=2 C=1 梯形			15	12	25
				0	24	64
	A=2 B=2 C=2 等腰 梯形			0	0	26
	四邊形					
	A=0 B=4 C=0 正方形 長方形			5	1	2
				0	10	15

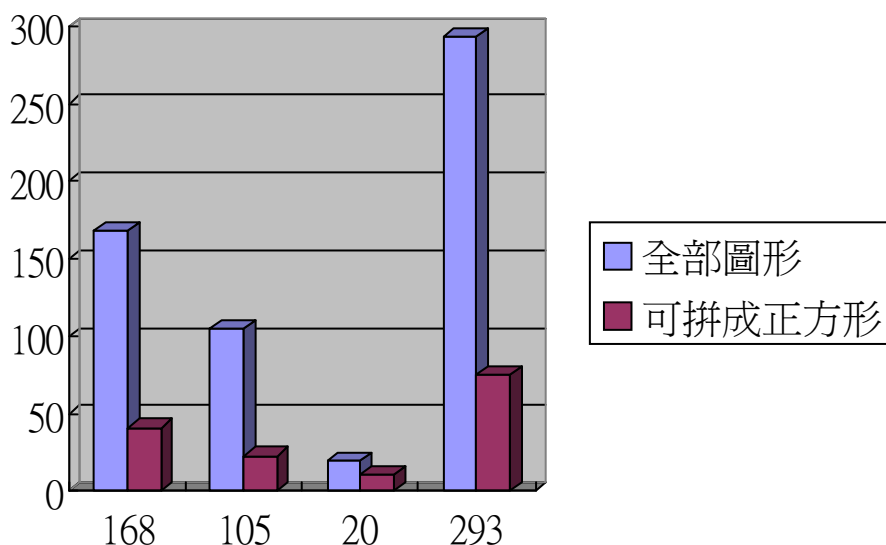
				0	0	12
五 邊 形	A=1 B=1 C=3			16	14	29
	A=0 B=3 C=2					
				1	4	13
六 邊 形	A=1 B=0 C=5					
				4	16	19
				4	3	15
	A=0 B=2 C=4			4	0	5
				4	0	1
						

陸、討論

一、可拼成多少正方形的數量分析

- (一)、T 的拼法共有 168 種，其中能實際拼成正方形的只有 41 種，大約佔全部拼法的 24.4%。
- (二)、N 的拼法共有 105 種，其中能實際拼成正方形的只有 23 種，大約佔全部拼法的 21.9%。
- (三)、C 的拼法共有 20 種，其中能實際拼成正方形的只有 11 種，大約佔全部拼法的 55%。
- (四)、將(一)到(三)的數量加起來，全部 293 種拼法中，只有 75 種可以拼成正方形，大約佔全部的 25.6%，如下面(圖 4)：

(圖 4)



由上圖可明顯看到，168 種排法中，可拼成正方形的數量，大約佔全部圖形的 $\frac{1}{4}$ ；105 種排法中，可拼成正方形的數量，大約佔全部圖形的 $\frac{1}{5}$ ；20 種排法中，可拼成正方形的數量，大約佔全部圖形的 $\frac{1}{2}$ ；三種的總合中，可拼成正方形的數量，大約佔全部圖形的 $\frac{1}{4}$ 。

二、七巧板(任取 2 到 6 塊)可拼成的圖形數量分析

將七塊圖形任取其中 n 塊($2 \leq n \leq 6$ ，且 n 是整數)，可排出三角形、四邊形的數量分析。

「中國式」是屬於 105 種(N 的拼法)中可排出正方形的其中一種，「日本式」是屬於 168 種(T 的拼法)中可排出正方形的其中一種，所以我們從 20 種(C 的拼法)中，選出能拼成正方形且較多變的其中一種，稱「其它式」，任一選用 2、3、4、5、6 張圖形排出三角形、正方形、長方形、平行四邊形、梯形，並統計每種圖形有幾種組合，如下面(表 5)：

(表 5)

	2 張			3 張			4 張			5 張			6 張		
	它	中	日	它	中	日	它	中	日	它	中	日	它	中	日
	1	2	2	4	3	1	5	4	1	0	0	0	0	0	1
	1	2	1	3	0	0	0	3	3	0	1	0	0	0	0
	0	0	1	3	3	4	3	3	4	3	4	6	0	1	4
	1	2	3	5	3	6	5	5	5	2	4	6	0	1	4
	8	6	12	9	8	19	9	9	21	4	8	17	2	6	8
總合	11	12	19	24	17	30	22	24	34	9	17	29	2	8	17

由(表 5)中可看到，大部分「日本式」的數量最多，「其它式」的數量最少，但又可發現，其中「中國式」和「其它式」的數量有特別多的狀況，針對以上情形(灰底部分)，我們研究討論如下：

- (一)、為什麼「中國式」和「其它式」的數量會有特別多的情況。
- (二)、「中國式」和「其它式」特別多的情況分別集中在哪些地方。
- (三)、哪些張數不會有「中國式」和「其它式」特別多情況。

「中國式」和「其它式」的圖形較多變，所以能排出的數量較多。
可是這種特別多的情況只有在少數幾欄出現，我們又發現，它們只集中在張數較少的幾欄。

因此我們分析，「中國式」和「其它式」的圖形雖然多變，但「中國式」被其中最大張的兩張三角形限制，「其它式」則是因為它的形狀非常特別，導致張數變多，也跟著被限制，「日本式」因為圖形較簡單、沒有特別大張，故張數增加，也沒有任何限制。

三、 七巧板(7 塊全取)可拼成的圖形數量分析

七塊圖形全取用，可排出所有凸多邊形的數量分析。

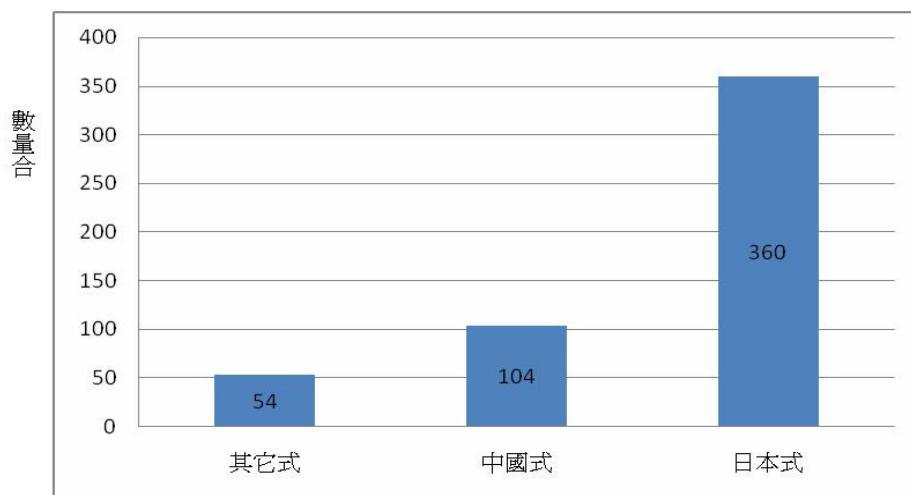
我們統計 7 張的組合有幾種拼法，如下面(表 6)：

(表 6)

	其它式	中國式	日本式
	1	6	20
	5	1	2
	0	10	27
	0	4	88
	15	46	141
五邊形	17	18	42
六邊形	16	19	40
總合	54	104	360

把(表 6)的總合畫成長條圖，如下面(圖 5)：

(圖 5)



由(表 6)中可看到，「其它式」只有在正方形那欄較多(灰底部分)，是因為「中國式」和「日本式」的正方形非常對稱，尤其「中國式」更是完全不能變動，而「其它式」因為圖形特殊，位置可以有較大變動，故不受影響，得以有較多的拼法。

但由(圖 5)中可明顯看到，「其它式」只佔「日本式」的 1/7，由此可見，「日本式」的變化還是比較多。

四、總結二、三分析

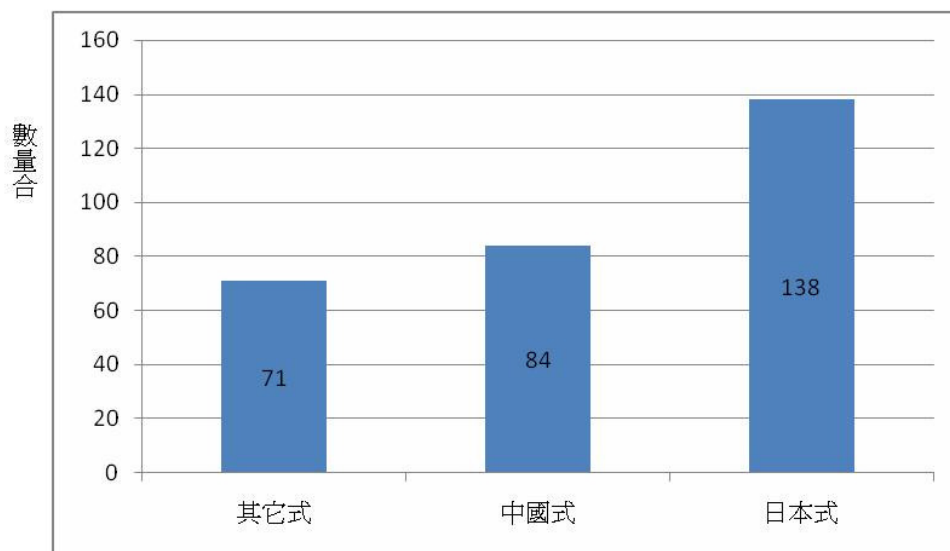
我們統計它們 1 到 7 張的組合數量，如下面(表 7)：

(表 7)

張數	其它式	中國式	日本式
2 張	11	12	19
3 張	24	17	30
4 張	22	24	34
5 張	9	17	29
6 張	2	8	17
7 張	3	6	9
總合	71	84	138

把(表 7)的總合畫成長條圖，如下面(圖 6)：

(圖 6)



由(表 7)中來看，依然是「日本式」最多，「其它式」最少，而「其它式」比較集中在 3 張那欄(灰底部分)，故 3 張較多，但由(圖 6)可看出，「其它式」的總合並沒有超過「日本式」，所以對於結論沒有影響。

柒、結論

研究一開始，我們上網找到「日本式」的七巧板，比較它和「中國式」的異同。

我們將它們都共有的 4 個圖形，稱為「共有圖形」，並將面積最小的圖形($\triangle$)稱為「單位三角形」，再用「單位三角形」拼出的 2、3、4 單位圖形，找出七巧板剩下的 3 塊，排出所有正方形的可能性，從其中選出較多變化性的一種，稱「其它式」。

接著我們從「中國式」、「日本式」、「其它式」3 種七巧板中，任一選用 2、3、4、5、6、7 張圖形，拼出三角形、正方形、長方形、平行四邊形、梯形，並計算組合的數量，全部的數量統計出來的結果是：「中國式」有 84 種，「日本式」有 138 種，「其它式」有 71 種。

把「中國式」、「日本式」、「其它式」3 種七巧板，詳細的排成三角形、四邊形、五邊形、六邊形，並計算它們一共有多少種排法，統計出結果是：「中國式」有 104 種，「日本式」有 360 種，「其它式」有 54 種。由以上拼法和數據中找出矛盾與規律，並分析為什麼會有這些情況。

最後比較「中國式」和「日本式」的優劣，統計「中國式」、「日本式」及「其它式」的數量關係。

由(表 5)、(表 6)、(表 7)可看到，「日本式」的數量遠遠超過「中國式」和「其它式」，是因為「日本式」的圖形較簡單，但又不會有「中國式」那種大三角形限制，才有許多變化。

在排出所有幾何圖形可能性，以及推測出它們的數量關係後，歸納出以下幾點結論：

- 一、除了「中國式」、「日本式」尚可找出其它種類的七巧板。
- 二、「日本式」可拼出的數量最多，「中國式」次之，「其它式」最少。
- 三、七巧板的形狀可以有很多種，但「中國式」和「日本式」的拼法較多，變化較大。
- 四、「中國式」的發源較早，日本改良過後，「日本式」能拼出的圖形比「中國式」多。
- 五、「其它式」的數量比「中國式」、「日本式」少很多，故七巧板的流傳性，可能受其可拼成圖形的數量多寡而影響。

捌、參考資料及其他

1. 全國科展：<http://www.ntsec.gov.tw/ml.aspx?sNo=0000167>
2. 苗栗科展：<http://163.19.156.243/kms/index.jsp?v=shieh&dirId=754>
3. 七巧板維基百科：<http://zh.wikipedia.org/wiki/%E4%B8%83%E5%B7%A7%E6%9D%BF>
4. 作者:孫文先 書名:七巧遊戲（附七巧板） 版次:初版 出版地:台灣
出版社:九章 頁數:1~220 頁 出版年:2001 年

【評語】 030427

1. 針對不同類的七巧板進行討論與探究，是一件有趣的作品。惟數學內容的部分稍淺，若能再深化，將可更添本研究的價值。
2. 循序漸進，有系統，有條理的探討問題的方式值得嘉許。