

中華民國第四十八屆中小學科學展覽會

作品說明書

高職組 機械科

第三名

090903

愛怎麼樣，都型—鋼管秀之投影幾何

學校名稱：高雄市立高雄高級工業職業學校

作者：

職二 顏欣儀

職二 洪健銘

職二 洪于凌

職二 廖以佑

指導老師：

吳寬瀛

李維華

關鍵詞： 柱面投影、電腦輔助設計、投影幾何

摘要

在生活週遭的物品為了使其更加美觀，常常會使用到鏡面投影，例如台中縣政府縣民廣場前的公共藝術作品—傾城之約，便是用了光線反射的原理，讓原本平鋪在地面上的不規則馬賽克投影在火焰外型的弧面鋼板上，象徵現實與虛幻交織的空間，無形的圖案反射成人形，也反射週遭的人物，使其更具有神秘感及商業價值。

看似簡單的投影，事實上卻不然。為了能使更多的圖形能順利的投影到弧面物體上，我們使用投影及光學的原理，進行分析，並討論圖形與角度間的關係，因為圖形的線條長度與角度在不同的投影位置會產生不同的變化，可能會某部分線條太長、太短甚至扭曲變形。當中需要引用到投影幾何學及光學，發展最快速的投影方式，使其能使用最簡易的方式精準的投影出正確的圖形。

我們主要做出鋼杯放在彎曲的圖型上，所呈現在鋼杯的圖形式方正的。



圖 1 傾城之約

壹、研究動機

有一次和同學在逛街的時候，突然間一個看似平凡無奇的杯墊吸引了我的目光。這個神奇的杯墊在擺上一個鋼杯後卻投影出令人驚艷的圖案，立刻讓我想起課堂上教的投影幾何學以及物理課的光學介紹，與遊樂場的哈哈鏡有些相似，所以讓我產生了濃厚的興趣，在生活周遭有很多會產生投影的東西，例如鋼製的垃圾桶投影地面，發現垃圾桶與地面上的圖形全然不同，從地面投影到鋼製桶子上的線條都扭曲變了樣了，於是想說若是可以自己設計出圖形將其投影到圓柱形鏡面物體以及鋼球體上，能否產生變化萬千的新穎設計。



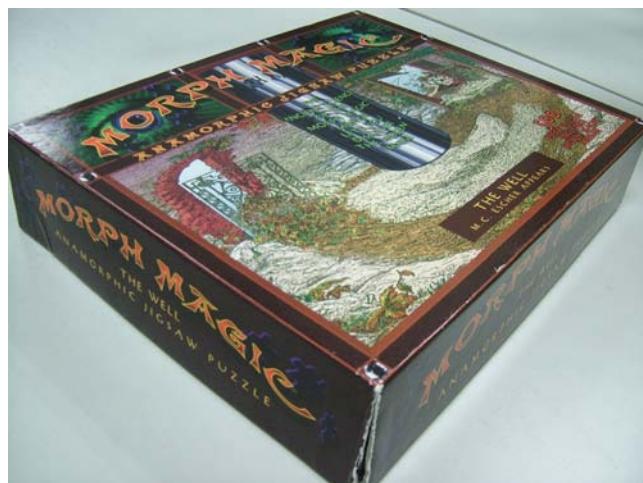
圖 2 別具浪漫氣息的咖啡杯

貳、研究目的

- 一、 探討平面投影到曲面的相互變化。
- 二、 利用推導出的原理製作出投影人型公仔。
- 三、 能使各式各樣鏡面的曲面體能發展出更多樣的變化，能將其應用在各式商品，後續的商業發展空間不可計量。

參、研究設備及器材

- 一、 電腦輔助繪圖軟體：Autodesk AutoCAD 2008
- 二、 電腦輔助設計軟體：Autodesk Inventor 2008
- 三、 文書編輯軟體：Microsoft Word 2003
- 四、 影像編修軟體：Photoimpact 10、illustrtor
- 五、 海報製作軟體：Adobe InDesign CS2
- 六、 電腦 x 4
- 七、 Marph Magic 拼圖 x 1
- 八、 鋼杯 x 4



肆、研究過程與方法

一、投影簡介

投影幾何是由法國書學家兼軍事工程蒙奇(Gaspard Monge)於 1795 年所發表。為利用投影原理來討論，點、線、面、體等在空間之大小、形狀、位置及其關聯情況，而將其表現於平面上的應用科學。

物體透過光源照射，將各點投射到一平面，即可形成一影像，即稱為投影。

水平投影面與直立投影面相交，將空間可區分為四個區域，每區域即為一個象限。

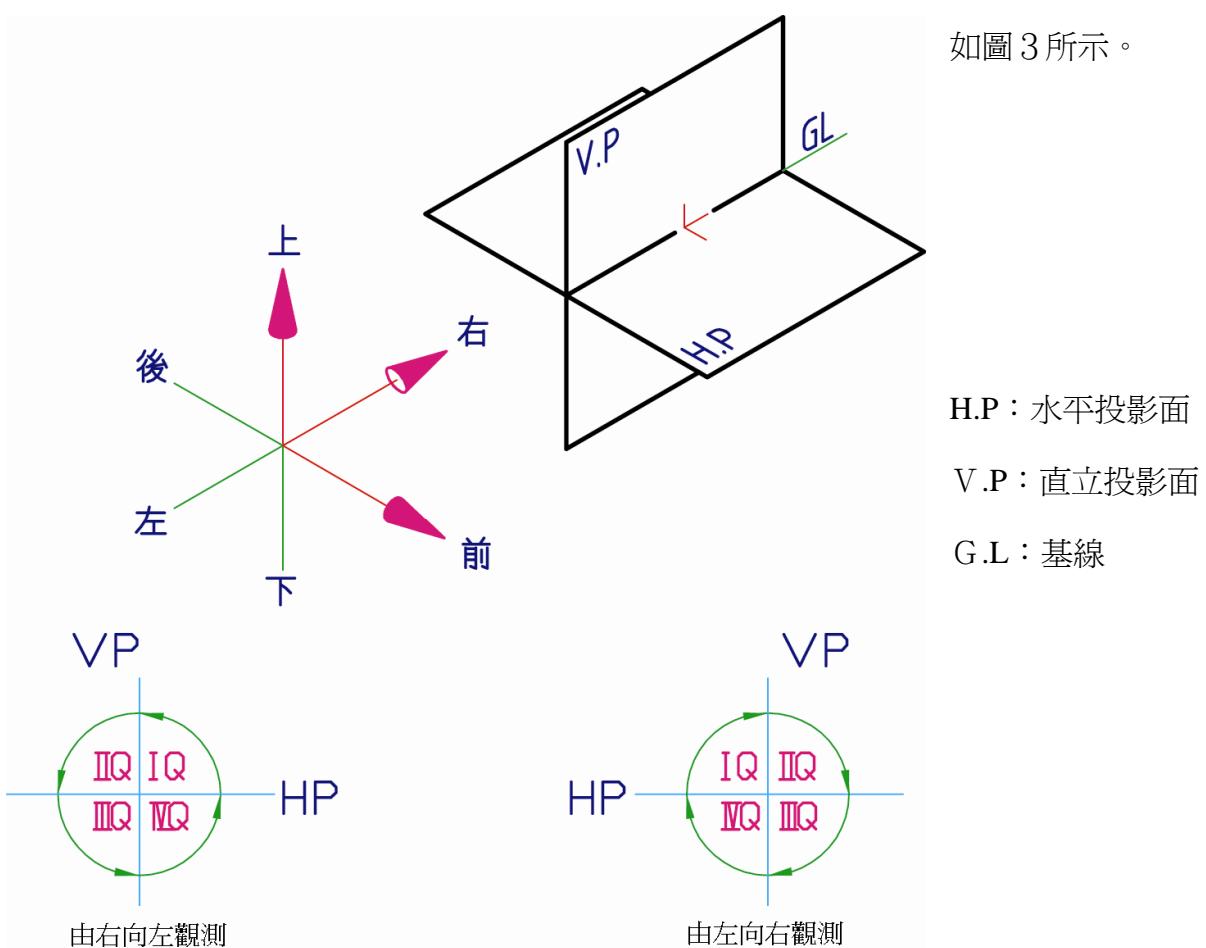


圖 3 象限

二、第一角法與第三角法

將物體置於第一象限所投影出來的視圖的方法，稱為第一角法；同理由第三象限所投影出來者，稱為第三角法。如圖 4 所示。

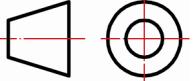
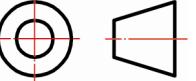
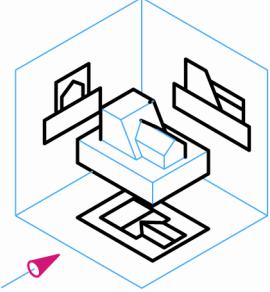
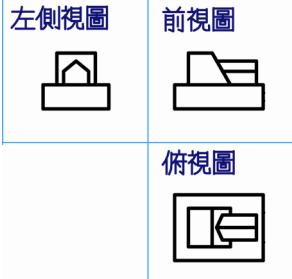
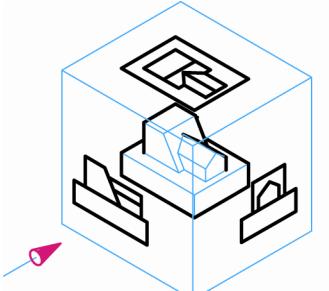
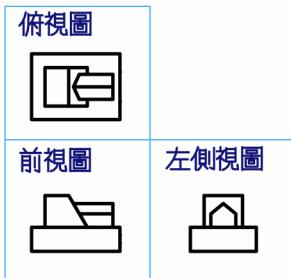
投影別	第一角投影法	第三角投影法
符號		
關係	視點→物體→投影面	視點→投影面→物體
圖例	 	 

圖 4 兩種投影法之視圖排列差異

三、點之投影

點為組成物體之最基本元素，其無大小，只需表示其位置之所在；且點在空間中投影至投影面上，均仍為點。如圖 5 所示。

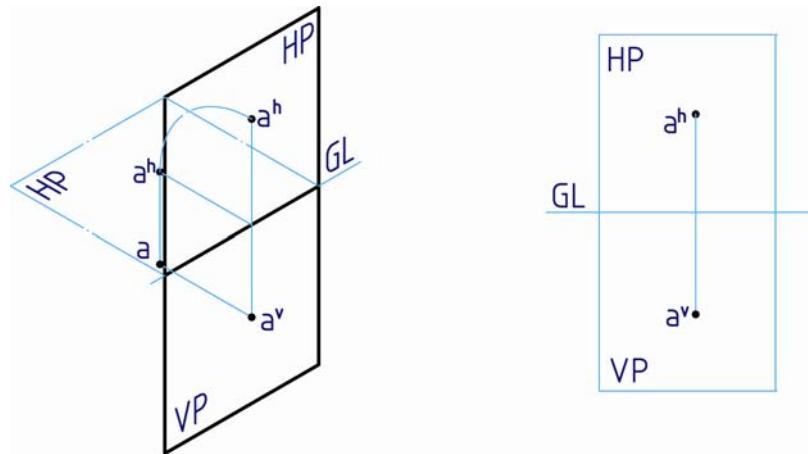


圖 5 點在第三象限之投影

四、線之投影

線可謂是點的組合，即點在一定方向移動，所形成的軌跡稱為直線，其投影及只要找出直線之兩端點的位置投影，再將其投影連接即可完成直線之投影。如圖 6 所示。

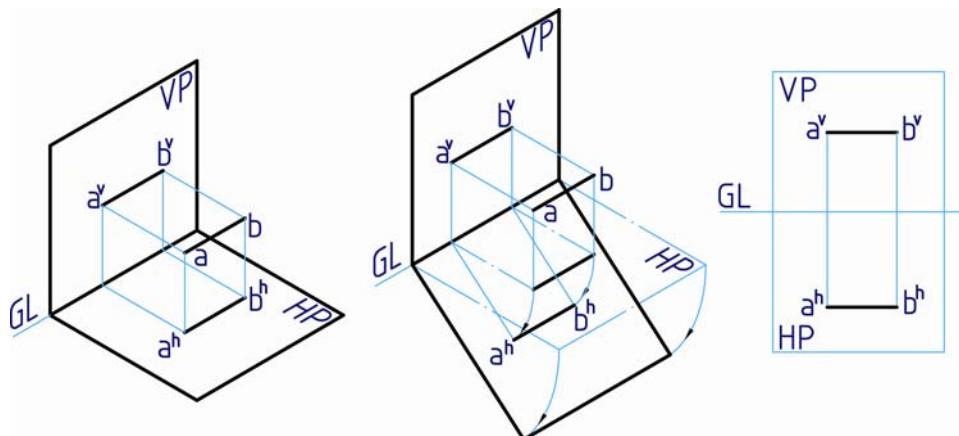


圖 6 直線之投影

五、利用光學性質

我們利用入射角等於反射角原理做出這項實驗。首先要了解光的特性而進一步的去判斷圖形在經過有弧度的鏡面體反射後，圖樣會怎麼產生變化。

(一) 光的反射定律：

指光射到一個介面時，其入射光線與反射光線成相同角度。光入射到不同介質的界面上會發生反射和折射。在反射時會出現：反射光線跟入射光線和法線在同一平面內。入射角等於反射角。如圖 7、8 所示。

1. 入射角 = 反射角。

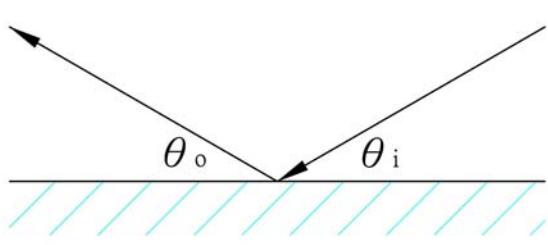


圖 7 入射角=反射角

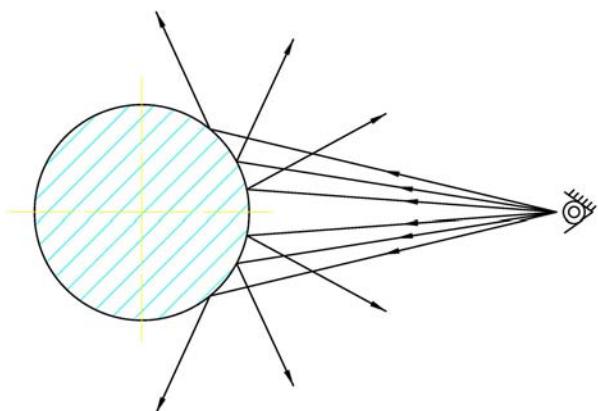


圖 8 俯視圖

2. 由俯視圖得知，投影最廣只達切線方向。如圖 9 所示。

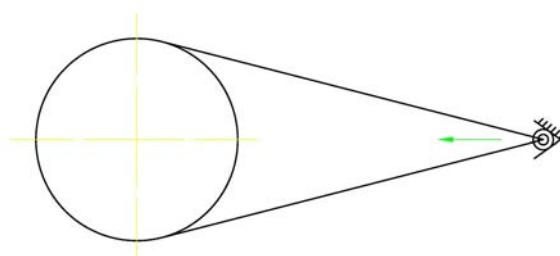


圖 9

(二) 經由反覆實驗發現同心圓線，如圖 10 所示。在某一角度時在弧面上的投影會近似直線，以及指向圓心的直線會近似互相平行的直線，因此我們將同心圓線及只向圓心的直線轉換成座標方格，方便圖形構圖。但將圓柱鋼杯放置於中心點上，所產生的影像投影仍有差異，不符合完全平行和垂直，以致失敗。如圖 11 所示。

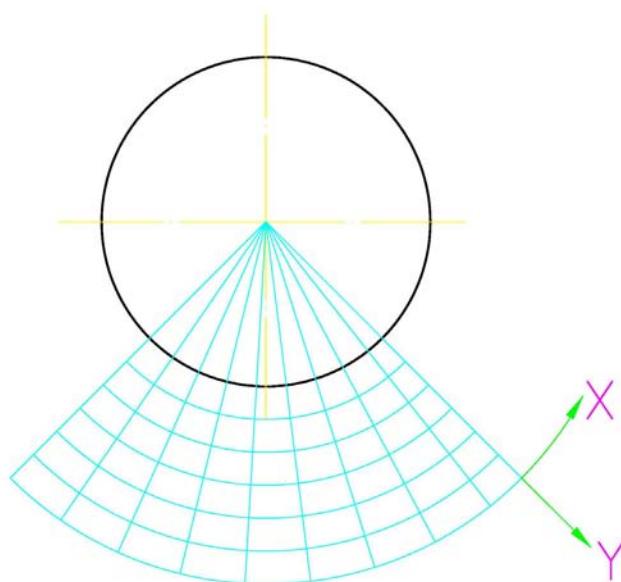


圖 10 座標方格

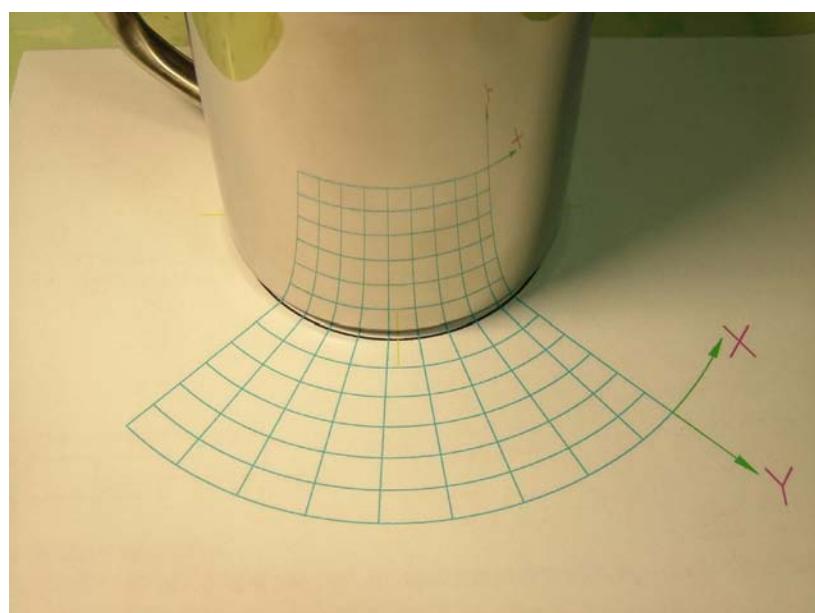


圖 11 成像

六、電腦輔助投影設計

利用專業的電腦輔助製圖軟體 AutoCAD 作投影的分析、度量，精確地幫我找出投鋼杯上的一點投影在紙上的位置。

(一) 將右側視圖上的點經 45 度線投影在俯視圖，得知點在俯視圖右下方的位置。在投影在前視圖上，再以右側視圖投影得知點之高，就得到點在前視圖的位置。再以眼睛之高度以入射角等於反射角原理，得知點與柱面之距離為 M 。再以眼睛之水平位置以入射角等於反射角原理，得知點在線上，因不知是哪個位置，所以在以 M 之距離為半徑在俯視圖畫圓得知點位置，如圖 12 所示。但在前視圖所投影的是側視圖，所以圖 12 所投影的長度不是實長，是錯的方法。

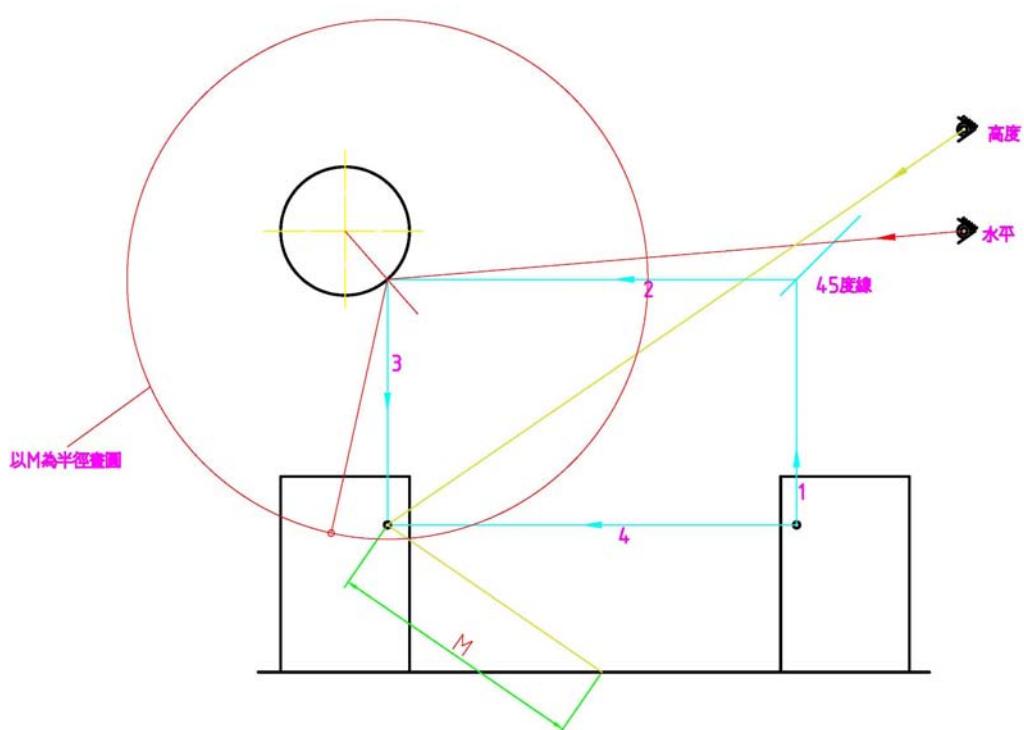


圖 12

(二)圖 12 的投影已經接近正確值，但仍有誤差值過大的問題，經過再次檢討改進，並以 Autocad 軟體繪製 3d 立體圖形，透過不同的視埠角度來探討實點的位置如圖 13，圖形說明：平面成像以綠色平面矩形網格表示，平面與圓柱面相切，A 點為矩形平面像點，視線由視點經由 A 點與圓柱相交於 B 點，B 點為圓柱面像點，由正視圖觀察視線的反射，C 點為經垂直面反射的推論實點位置，由俯視圖觀察視線的反射面為圓形面，C 點未落在俯視線的反射線上，經分析討論，配合投影幾何原理作圖分析，求得正確實點 D 在俯視圖的投影位置。

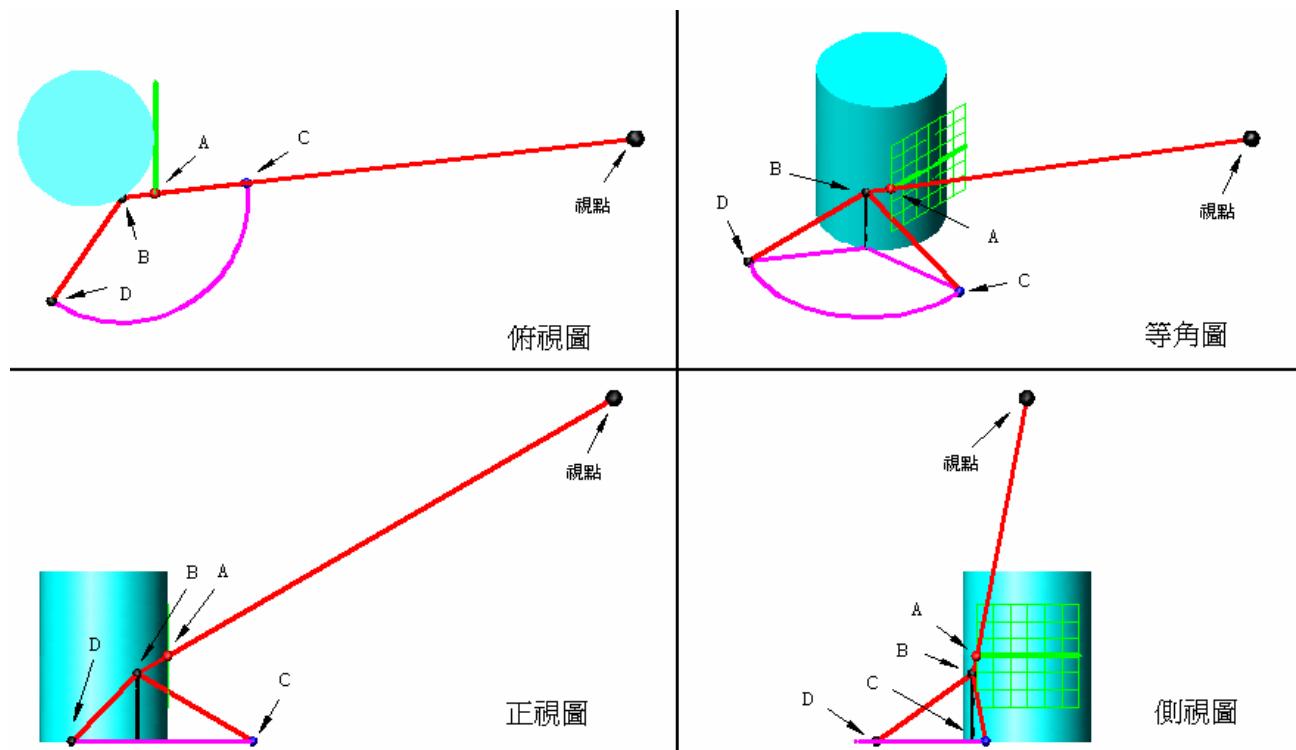


圖 13

(三)經由推論實點 C，求得正確實點 D 在俯視圖位置的作圖步驟：

1. 將正視圖的 C 點垂直投影回入射線，在俯視圖的入射線求得的 C 點的位置。
2. 在俯視圖中，以 B 點為圓心，BC 距離為半徑畫弧，交反射線於 D 點，D 點為正確實點，在俯視圖的投影位置。

(四)依據上述的幾何投影作圖，求得平面矩形網格，過 A 點的水平線各像點之相對實點投影在俯視的位置，連接各點得一曲線如圖 14，此曲線經圓柱面反射回視點，眼睛可觀察到一水平像線。

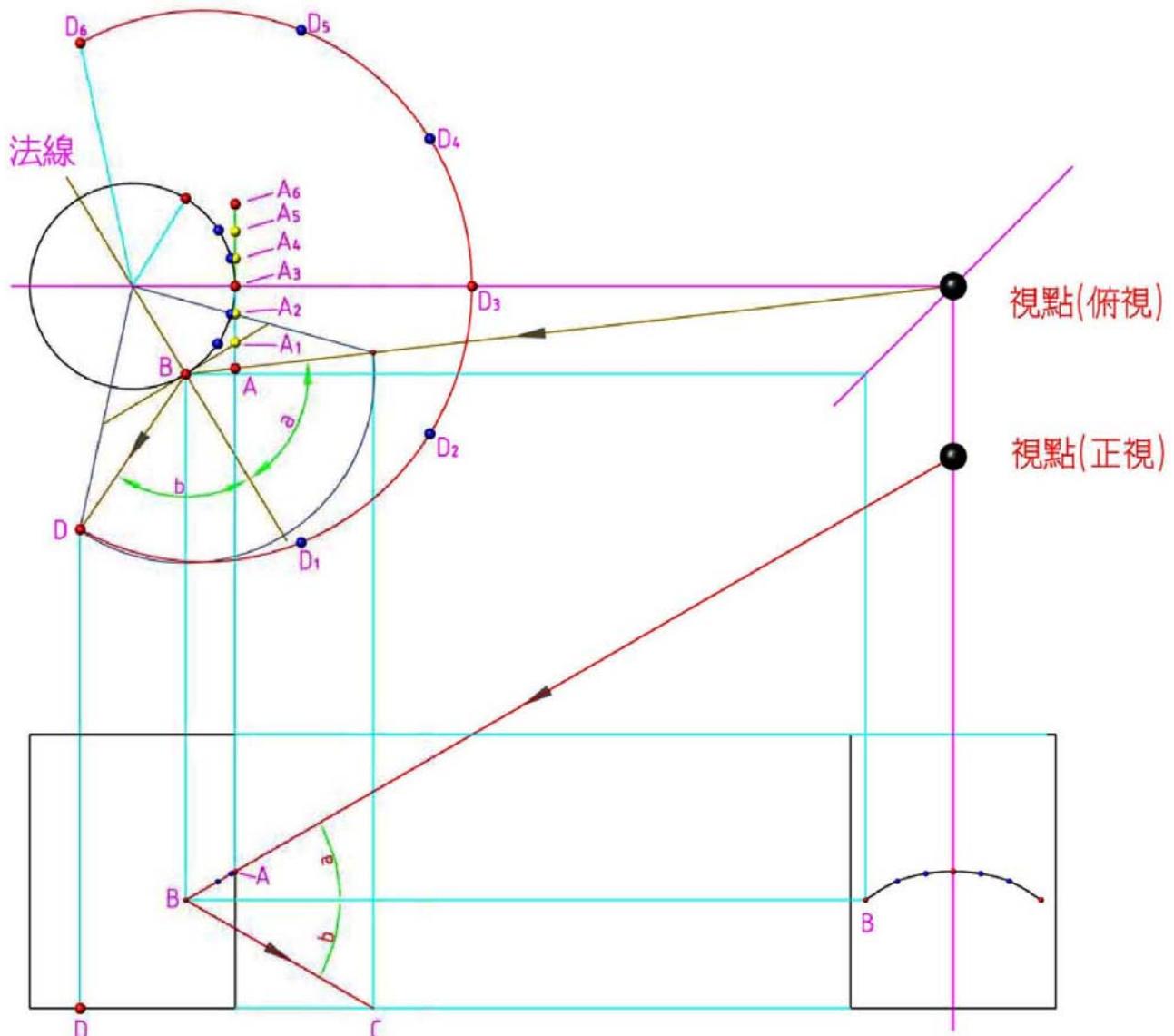


圖 14

(五)透過幾何投影作圖，求得平面矩形網格各像點，其相對實點在俯視投影形成的變形網格如圖 15，即為桌墊變形網格圖。

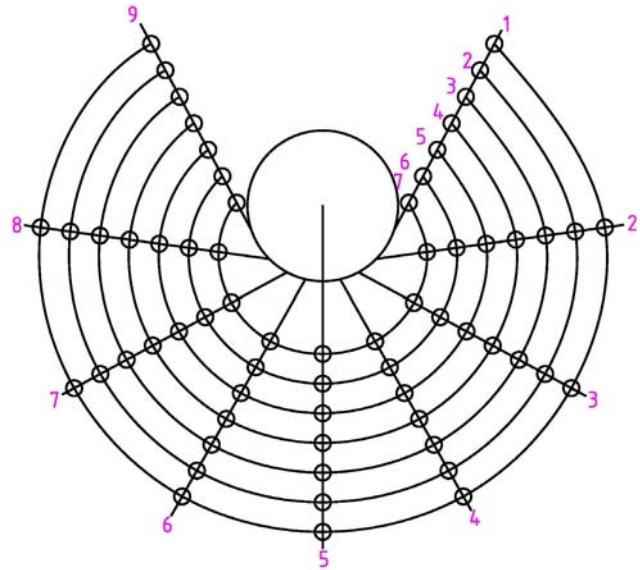


圖 15

(六) 利用影像處理軟體(illustrator)，將預計成像的平面圖形，與桌墊變形網格圖重疊，將圖形變形與綱格相符，即為本研究所須神奇桌墊，圓柱面成像的桌墊圖形如圖 16，圓柱成像如圖 17。

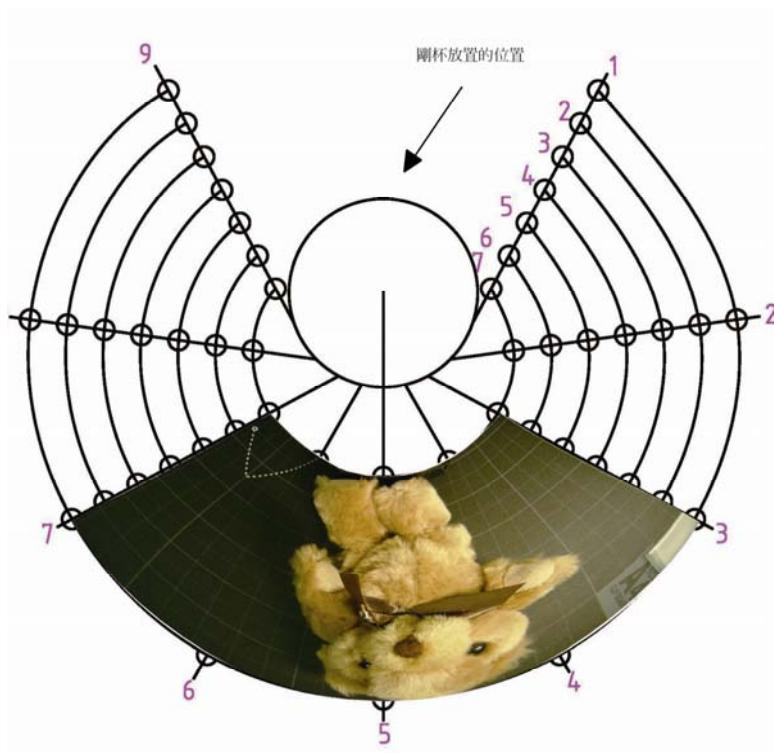


圖 16



圖 17

伍、研究結果

本研究製成的桌墊，經過鋼杯圓柱面成像，所呈現在鋼杯的圖形是方正的，如圖 18、19 所示，証實本研究求得的桌墊變形網格，確實為可供桌墊圖形變形參考。



圖 18



圖 19

陸、討論

觀察杯上圖形時，視點皆高於杯高，而非正視於鋼杯圓柱面，從較高的視點來觀察，一般鋼杯上印刷圖形，所形成的圖形是圓柱面成像，上下水平線變形為弧線，本研究的圓柱面反射成像，形成的是平面成像，在較高的視角觀察，上下水平線仍為水平線，如圖 20、圖 21，圖中 A 為預計成像的平面圖片，與鋼杯圓柱面相切，B 為依本研究方法將平面圖片變形製成桌墊，在圓柱面反射形成的像，C 為一般直接將圖形印刷在圓柱面的成像。

B 成像與 A 預計的成像趨近一致，證明本研究所求得的桌墊變形網格是正確的，透過圓柱面的反射成像原理，所形成的像比印刷成像更為方正。只需透過一般的鋼杯，桌墊圖形經反射成像，達成驚奇的成像效果，不但節省了印刷成本，透過不同的桌墊圖案亦可轉換四季不同的心情。



圖 20



圖 21

柒、結論

- 一、經由本研究方式，將原始圖片轉換成變形的桌墊圖片，依據光線反射的原理，可以神奇的在圓柱鋼杯上，重新成像。形成的為平面成像，與一般直接在鋼杯印刷成像不同。
- 二、研究的結果具有無窮的商業價值，可將變形的企業標誌圖片，用於餐盤、滑鼠鍵等，經由神奇反射成像，在使用者的心中留下深刻的印象，為企業形象塑造宣傳效果。
- 三、配合政府推動公共建設，推展來台觀光，利用本研究成果設計成公共藝術、景觀藝術作品，神奇的變化可留住眾人的目光，也會成為爭相合照的作品，達到良好的宣傳效果。
- 四、未來研究可進一步探討在空間中，各種曲面反射成像的原理與應用。

捌、參考資料

1. 李維華、陳永昌（民 94）。**電腦輔助製圖 2005**。全華科技圖書。
2. 圓柱體（無日期） 。維基百科全書。民 97，取自：

<http://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=%E6%9F%B1%E9%9D%A2&variant=zh-tw>

3. 光的反射定律（無日期） 。維基百科全書。民 97，取自：

<http://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=%E5%85%89%E7%9A%84%E5%8F%8D%E5%B0%84%E5%AE%9A%E5%BE%8B&variant=zh-tw>

4. 折射（無日期） 。維基百科全書。民 97，取自：

<http://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=%E6%8A%98%E5%B0%84&variant=zh-tw>

5. 周景秋(民 93)。**錯視**。廣西美術出版社。

6. 魏義峰(民 94)。**投影幾何 I**。出版社：復文書局。取自：

(1)概論 1-4 (P.5) ， 1-7(P.12)

(2)點之投影 2-2(P.20)

(3)線之投影 3-3(P.35) ， 3-4(P.38)

【評語】090903

1. 本作品結合光線投射原理，精心設計扭曲影像，可經投射在綱背後反射成正影像，成效很好，值得鼓勵。
2. 本作品隊員親自製作影像處理軟體，效果良好。
3. 本作品有大量商業發展潛力，值得投入探討可應用本技術之商業化可能性。
4. 建議推導物件經不同反射面反射後光成像之幾何關係式，以便擴大本技術到其他商業應用機會。