

中華民國第四十八屆中小學科學展覽會  
作品說明書

---

高中組 地球科學科

第二名

最佳團隊合作獎

040502

變形的太陽

學校名稱：嘉義縣私立協同高級中學

<p>作者：</p> <p>高二 林欣諭</p> <p>高二 廖希翎</p> <p>高二 何品儀</p> <p>高二 郭明萱</p>	<p>指導老師：</p> <p>翁啓訓</p>
--	-------------------------

關鍵詞： 蒙氣差

# 變形的太陽



摘要：夕陽西下，接近地平面之際，它的形狀由圓形漸漸變成扁橢圓形，原來是空氣折射所造成。

壹、 研究動機：藉由觀測太陽接近地平面時的變形現象，想瞭解大氣對日落所造成的影響——蒙氣差。

貳、 研究目的：以簡單的數學方法計算在不同緯度上、春分秋分，及夏至冬至時的日照時間，並與實際值作比較，藉此求得日出日落時，日光進入大氣時的偏折角度〔蒙氣差〕。

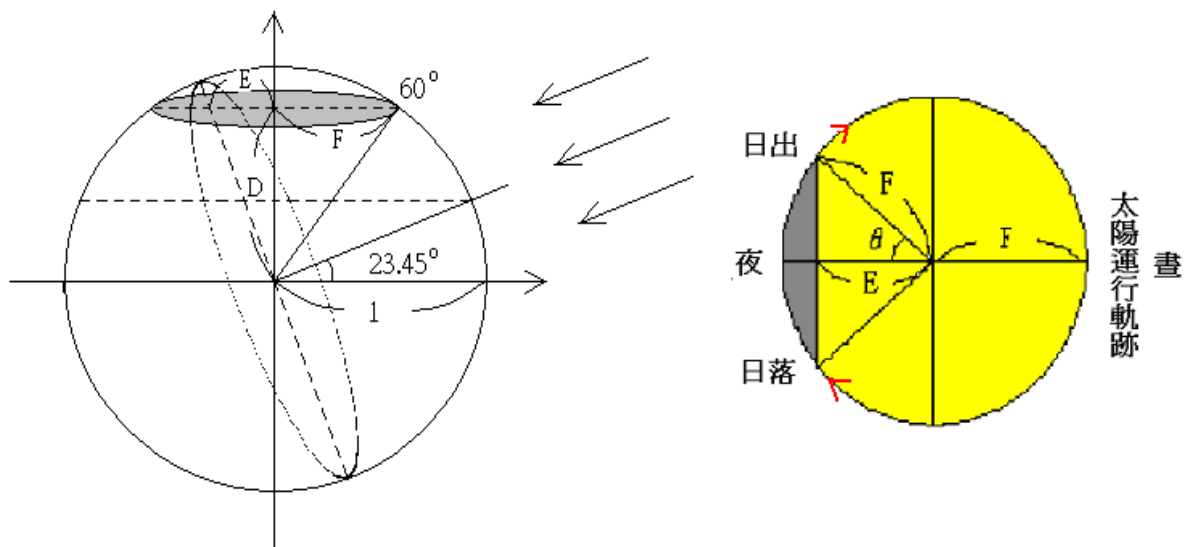
參、 研究設備與器材：自製半球型組合的地球儀。

肆、 研究步驟：

一、以簡易的數學公式求出在夏至日太陽直射北緯 23.45° 時，

不同緯度之日照時間。

假設地球半徑為 1



圖(一)

暗影圓俯瞰圖 圖(二)

(一)夏至日太陽直射北緯 23.45°，在北緯 60°觀測日照時間

$$1 * \cos 60^\circ = 0.5 \dots \dots \dots F$$

$$1 * \sin 60^\circ = 0.5 * \sqrt{3} = 0.8660 \dots \dots \dots D$$

$$D * \tan 23.45^\circ = 0.8660 * 0.4338 = 0.3757 \dots \dots \dots E$$

$$\cos \theta = E/F = 0.3757/0.5 = 0.7514 \quad \theta = 41.3^\circ$$

$$(2\theta/360^\circ) * 24 \text{ 小時} = (2 * 41.3^\circ / 360^\circ) * 24 \text{ 小時} = 5.51 \text{ 小時} \dots \dots \dots \text{夜}$$

$$24 \text{ 小時} - 5.51 \text{ 小時} = 18.49 \text{ 小時} \dots \dots \dots \text{晝}$$

(二)夏至日太陽直射北緯 23.45°，在北緯 50°觀測日照時間

$$1 * \cos 50^\circ = 0.6428 \dots \dots \dots F$$

$$1 * \sin 50^\circ = 0.7660 \dots \dots \dots D$$

$$D * \tan 23.45^\circ = 0.7660 * 0.4338 = 0.3323 \dots \dots \dots E$$

$$\cos \theta = E/F = 0.3323/0.6428 = 0.5170 \quad \theta = 58.869^\circ$$

$$(2\theta/360^\circ) * 24 \text{ 小時} = (2 * 58.869^\circ / 360^\circ) * 24 \text{ 小時} = 7.8491 \text{ 小時} \dots \dots \text{夜}$$

$$24 \text{ 小時} - 7.8491 \text{ 小時} = 16.1509 \text{ 小時} \dots \dots \dots \text{晝}$$

(三)夏至日太陽直射北緯 23.45°，在北緯 40°觀測日照時間

$$1 * \cos 40^\circ = 0.7660 \dots \dots \dots F$$

$$1 * \sin 40^\circ = 1 * 0.6428 \dots \dots \dots D$$

$$D * \tan 23.45^\circ = 0.6428 * 0.4338 = 0.2788 \dots \dots \dots E$$

$$\cos \theta = E/F = 0.2788/0.7660 = 0.3640 \quad \theta = 68.45^\circ$$

$$(2\theta/360^\circ) * 24 \text{ 小時} = (2 * 68.45 / 360^\circ) * 24 \text{ 小時} = 9.1267 \text{ 時} \dots \dots \dots \text{夜}$$

$$24 \text{ 小時} - 9.1267 = 14.8733 \dots \dots \dots \text{晝}$$

(四)夏至日在北緯 30°觀測日照時間

$$1 * \cos 30^\circ = \sqrt{3}/2 = 0.8660 \dots \dots \dots F$$

$$1 * \sin 30^\circ = 0.5 \dots \dots \dots D$$

$$D * \tan 23.45^\circ = 0.5 * 0.4338 = 0.2169 \dots \dots \dots E$$

$$\cos \theta = E/F = 0.2169/0.8660 = 0.2504 \quad \theta = 75.5^\circ$$

$$(20/360^\circ)*24 \text{ 小時} = 10.06 \text{ 小時} \dots\dots \text{夜}$$

$$24 \text{ 小時} - 10.06 \text{ 小時} = 13.94 \text{ 小時} \dots\dots\dots \text{晝}$$

(五)夏至日在赤道觀測日照時間

$$1 * \cos 0^\circ = 1 \dots\dots F$$

$$1 * \sin 0^\circ = 0 \dots\dots D$$

$$D * \tan 23.45^\circ = 0 \dots\dots E$$

$$\cos \theta = E / F = 0 \quad \theta = 90^\circ$$

$$(20/360^\circ)*24 \text{ 小時} = 12 \text{ 小時} \dots\dots \text{晝夜平分}$$

二、以簡易的數學公式求出在春分、秋分，太陽直射在赤道(緯度

$0^\circ$ )時，不同緯度之日照時間。

$$1 * \cos X = F$$

$$1 * \sin X = D$$

$$D * \tan 0^\circ = 0 \dots\dots E$$

$$\cos \theta = E / F = 0 \quad \theta = 90^\circ$$

$$(20/360^\circ)*24 \text{ 小時} = (2*90^\circ/360^\circ)*24 \text{ 小時} = 12 \text{ 小時} \dots\dots \text{晝夜平分}$$

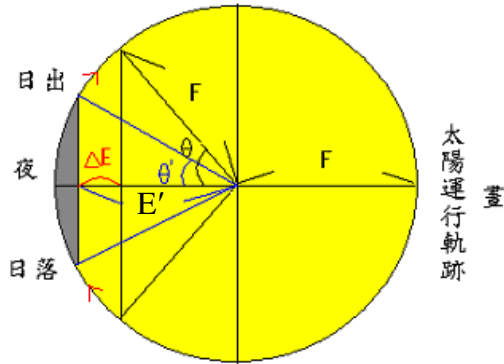
因為  $E=0$ :可知北緯  $60^\circ$   $50^\circ$   $40^\circ$   $30^\circ$  及赤道(緯度  $0^\circ$ )，晝夜皆

平分。

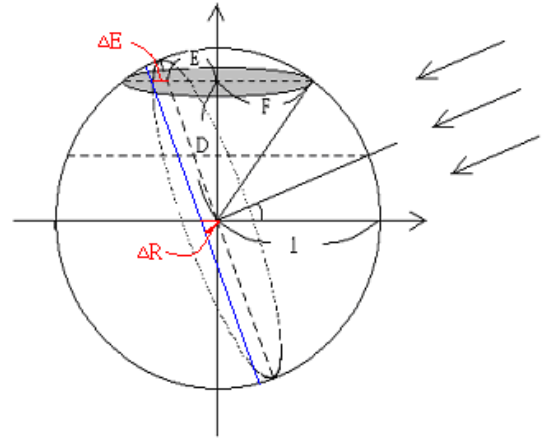


三、 查出夏至日太陽直射北緯  $23.45^\circ$  時，不同緯度實際日照時間，  
由其差異性探討蒙氣差。

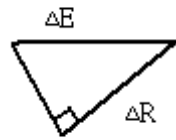
假設地球半徑為 1



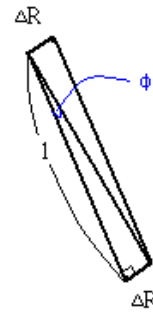
暗影圓俯瞰圖 圖(三)



圖(四)



圖(五)



圖(六)



(一)、北緯 60°  $F = \cos 60^\circ = 0.5$   $D = \sin 60^\circ = \sqrt{3} / 2$

查表  $E = D * \tan 23.45^\circ = \sqrt{3} / 2 * 0.4338 = 0.3757$

日出時間	日落時間	日照時間	黑夜時間
02:36	21:28	18:52	05:08=308 分

$$\theta' = 1/2 * (308/24 \times 60) * 360^\circ = 38.5^\circ$$

$$E' = F \cos \theta' = 0.5 * \cos 38.5^\circ = 0.3913$$

$$\Delta E = E' - E = 0.3913 - 0.3757 = 0.0156$$

$$\Delta R = \Delta E * \cos 23.45^\circ = 0.0156 * 0.9176 = 0.0144$$

$$\tan \varphi = 0.0144/1 \rightarrow \varphi = 0.8250^\circ \quad 0.8250^\circ - 0.250^\circ = 0.5750^\circ$$

$$0.5750^\circ * 60 = 34.5' \text{ 即為所求蒙氣差}$$

(二)、北緯 50°  $F = \cos 50^\circ = 0.64279$   $D = \sin 50^\circ = 0.7660$

查表  $E = D * \tan 23.45^\circ = 0.7660 * 0.4338 = 0.3323$

日出時間	日落時間	日照時間	黑夜時間
03:51	20:13	16:22	07:38=458 分

$$\theta' = 1/2 * (458/24 \times 60) * 360^\circ = 57.25^\circ$$

$$E' = F \cos \theta' = 0.64279 * \cos 57.25^\circ = 0.34773$$

$$\Delta E = E' - E = 0.34773 - 0.33229 = 0.01544$$

$$\Delta R = \Delta E * \cos 23.45^\circ = 0.01544 * 0.9176 = 0.01417$$

$$\tan \varphi = 0.01417/1 \rightarrow \varphi = 0.8118^\circ \quad 0.8118^\circ - 0.250^\circ = 0.5618^\circ$$

$$0.5618^\circ * 60 = 33.708' \text{ 即為所求蒙氣差}$$

(三)、北緯 40°

$$F = \cos 40^\circ = 0.7660 \quad D = \sin 40^\circ = 0.6428$$

查表

$$E = D * \tan 23.45^\circ = 0.6428 * 0.4338 = 0.2788$$

日出時間	日落時間	日照時間	黑夜時間
04:32	19:33	15:01	08:59=539 分

$$\theta' = 1/2 * (539/24 \times 60) * 360^\circ = 67.375^\circ$$

$$E' = F \cos \theta' = 0.7660 * \cos 67.375^\circ = 0.29468$$

$$\Delta E = E' - E = 0.29468 - 0.2788 = 0.01588$$

$$\Delta R = \Delta E * \cos 23.45^\circ = 0.01588 * 0.9176 = 0.01457$$

$$\tan \phi = 0.01457/1 \rightarrow \phi = 0.8347^\circ$$

$$0.8347^\circ - 0.250^\circ = 0.5847^\circ$$

$$0.5847^\circ * 60 = 35.082' \text{ 即為所求蒙氣差}$$

(四)、北緯 30°

$$F = \cos 30^\circ = 0.8660 \quad D = \sin 30^\circ = 1/2$$

查表

$$E = D * \tan 23.45^\circ = 1/2 * 0.4338 = 0.2169$$

日出時間	日落時間	日照時間	黑夜時間
05:00	19:05	14:05	09:55=595 分

$$\theta' = 1/2 * (595/24 \times 60) * 360^\circ = 74.375^\circ$$

$$E' = F \cos \theta' = 0.8660 * \cos 74.375^\circ = 0.2332$$

$$\Delta E = E' - E = 0.2332 - 0.2169 = 0.0163$$

$$\Delta R = \Delta E * \cos 23.45^\circ = 0.0163 * 0.9176 = 0.0149$$

$$\tan \phi = 0.0149/1 \rightarrow \phi = 0.8594^\circ \quad 0.8594^\circ - 0.250^\circ = 0.6093^\circ$$



$$0.6093^{\circ} \times 60 = 36.5' \dots \text{ 即為所求蒙氣差}$$

(五)、赤道  $F = \cos 0^{\circ} = 1$   $D = \sin 0^{\circ} = 0$

查表  $E = D * \tan 23.45^{\circ} = 0 * 0.4338 = 0$

日出時間	日落時間	日照時間	黑夜時間
05:59	18:06	12:07	11:53=713 分

$$\theta' = 1/2 * (713/24 \times 60) * 360^{\circ} = 89.125^{\circ}$$

$$E' = F \cos \theta' = 1 * \cos 89.125^{\circ} = 0.01527$$

$$\Delta E = E' - E = 0.01527 - 0 = 0.01527$$

$$\Delta R = \Delta E * \cos 23.45^{\circ} = 0.01527 * 0.9176 = 0.0140$$

$$\tan \varphi = 0.0140/1 \rightarrow \varphi = 0.8021^{\circ}$$

$$0.8021^{\circ} - 0.250^{\circ} = 0.5521^{\circ}$$

$$0.5521^{\circ} * 60 = 33.126' \text{ 即為所求蒙氣差}$$

肆、查出春、秋分太陽直射在赤道(緯度=0°)時，不同緯度之日照時間，由其差異性探討蒙氣差。

(一)、南、北緯 50°  $F = \cos 50^{\circ} = 0.6428$   $D = \sin 50^{\circ}$

查表  $E = D * \tan 0^{\circ} = 0$

緯度 50°	日出	日落	日照時數
北半球	5:48	17:56	12:08
南半球	5:46	17:59	12:13

可計算得平均日照時數為 12 小時 10.5 分。

夜晚時數為 11 小時 49.5 分 = 709.5 分鐘

$$\theta' = 1/2 * (709.5/24 * 60) * 360^\circ = 88.6875^\circ$$

$$E' = F * \cos\theta' = 0.6428 * \cos 88.6875^\circ = 0.01472$$

$$\Delta E = E' - E = 0.01472 \quad \Delta R = \Delta E * \cos 0^\circ = 0.01472$$

$$\tan\phi = 0.01472/1 \quad \phi = 0.84333^\circ$$

$$0.84333^\circ - 0.25^\circ = 0.59333^\circ$$

$$0.59333^\circ * 60 = 35.6' \text{ 即為所求蒙氣差。}$$

(二)、南、北緯 40°       $F = \cos 40^\circ = 0.7660$        $D = \sin 40^\circ$

查表       $E = D * \tan 0^\circ = 0$

緯度 40°	日出	日落	日照時數
北半球	5:49	17:55	12:06
南半球	5:47	17:58	12:11

可計算得平均日照時數為 12 小時 8.5 分。

夜晚時數為 11 小時 51.5 分 = 711.5 分鐘

$$\theta' = 1/2 * (711.5/24 * 60) * 360^\circ = 88.9375^\circ$$

$$E' = F * \cos\theta' = 0.7660 * \cos 88.9375^\circ = 0.01420$$

$$\Delta E = E' - E = 0.01420 \quad \Delta R = \Delta E * \cos 0^\circ = 0.01420$$

$$\tan\phi = 0.01420/1 \quad \phi = 0.81355^\circ$$

$$0.81355^\circ - 0.25^\circ = 0.56355^\circ$$

$$0.56355^\circ * 60 = 33.813' \text{ 即為所求蒙氣差。}$$

(三)、南、北緯 30°       $F = \cos 30^\circ = 0.8660$        $D = \sin 30^\circ$

查表       $E = D * \tan 0^\circ = 0$

緯度 30°	日出	日落	日照時數
北半球	5:49	17:55	12:06
南半球	5:48	17:57	12:09

可計算得平均日照時數為 12 小時 7.5 分。

夜晚時數為 11 小時 52.5 分 = 712.5 分鐘

$$\theta' = 1/2 * (712.5 / 24 * 60) * 360^\circ = 89.0625^\circ$$

$$E' = F * \cos \theta' = 0.8660 * \cos 89.0625^\circ = 0.01417$$

$$\Delta E = E' - E = 0.01417$$

$$\Delta R = \Delta E * \cos 0^\circ = 0.01417$$

$$\tan \varphi = 0.01417 / 1 \quad \varphi = 0.81183^\circ$$

$$0.81183^\circ - 0.25^\circ = 0.56183^\circ$$

$$0.56183^\circ * 60 = 33.7098' \text{ 即為所求蒙氣差。}$$

(四)、赤道       $F = \cos 0^\circ = 1$        $D = \sin 0^\circ$

查表       $E = D * \tan 0^\circ = 0$

緯度 30°	日出	日落	日照時數
北半球	5:49	17:55	12:06

可計算得日照時數為 12 小時 06 分。

夜晚時數為 11 小時 54 分= 714 分鐘

$$\theta' = 1/2*(714/24*60)*360^\circ = 89.25^\circ$$

$$E' = F*\cos\theta' = 1*\cos89.25^\circ = 0.01310$$

$$\Delta E = E' - E = 0.01310 \quad \Delta R = \Delta E * \cos 0^\circ = 0.01310$$

$$\tan\phi = 0.01310/1 \quad \phi = 0.7505^\circ$$

$$0.7505^\circ - 0.25^\circ = 0.5005^\circ$$

$$0.5005^\circ * 60 = 30.03' \text{ 即為所求蒙氣差。}$$

伍、研究結果：

編號	日期及測量緯度	蒙氣差
一	秋分，赤道	30.03'
二	秋分，南、北緯 30°	33.7098'
三	秋分，南、北緯 40°	33.813'
四	秋分，南、北緯 50°	35.6'
五	夏至，赤道	33.126'
六	夏至，北緯 30°	36.5'
七	夏至，北緯 40°	35.082'
八	夏至，北緯 50°	33.708'
九	夏至，北緯 60°	34.5'
平均蒙氣差		34.008'

## 陸、討論：

- 一、把地球當作一個正圓球體，只要知道太陽直射地球上的緯度，我們可以利用簡單的數學公式算出白晝與黑夜的時間。
- 二、日照時間的理論值與實際值不相符合的因素在於光線進入大氣層後，會產生偏折之故。
- 三、實際的日照時間比理論值稍多，且越接近北極圈，差值越大。
- 四、利用三角函數推算出所增加的日照時間其相對應的大氣層折射角度——蒙氣差為  $34.008'$ ，與張惠民編——地球科學概論 之蒙氣差值  $34'$  吻合 (p.110)。

## 柒、結論：

- 一、只要知道太陽直射在地球的緯度，即可利用簡單的三角函數計算出全球各緯度的日照時間之理論值。
- 二、由於日照時間實際值比理論值略大，其形成原因是空氣折射所產生。經由簡單三角函數，推算出太陽光接近地平面時(日出、日落)，會產生明顯偏折，其角度為  $34.008'$  (蒙氣差)。與張惠民編——地球科學概論 之蒙氣差值  $34'$  吻合 (p.110)。
- 三、日落時分太陽的形狀變成橢圓形，是因為蒙氣差的影響。

捌、參考資料及其他：

一、 台灣省第 47 屆中小學科展高中組地球科學科

作品：日出日落晝與夜

二、國立編譯館—高級中學基礎地球科學

三、張惠民編—地球科學概論—民文書局

四、王國銓編—南北極趣談—世茂出版社

五、網站— 香港太空館-星星問-問太陽

[http://www.lcsd.gov.hk/CE/Museum/Space/FAQ/sun/c\\_faq\\_sun\\_21.htm](http://www.lcsd.gov.hk/CE/Museum/Space/FAQ/sun/c_faq_sun_21.htm)

**【評語】** 040502

本作品探討太陽接近地平所產生變形對日照時間的影響，推導過程明確，內容清楚，觀念詳實，但因數據多來自他處，自己本身未作實際觀測，無法體會「誤差」的意義，為值得改進之處。