中華民國第四十八屆中小學科學展覽會
作品說明書

高中組　物理科

040116

爲什麼要「摺」飛機

學校名稱：國立三重高級中學

作者：	指導老師：
高二　梁辰暐 高二　黃柏森 高二　黃禺諦	黃雅蓮 陳智勝

關鍵詞：　飛機、力矩、重心

摘要

研究機翼呈平板狀態的飛機，發現重心位置的選取，會造成空氣阻力對飛機重心力矩量值改變。若固定飛行速度、發射仰角、飛機質量與形狀，則力矩的大小將左右飛行的狀態。

經過實驗試飛可知，改變飛機重心位置會造成飛行軌跡呈現穩定與不穩定兩種情況，探究其原因發現與力矩有關。藉由風洞實驗實際量測空氣阻力對於飛機重心所造成的力矩大小，發現空氣阻力對重心所施力矩最小的時候，具有兩大特性：1. 此時恰好為飛行軌跡穩定與不穩定的臨界點 2. 此時的飛行距離最大。這兩件結果可以利用空氣阻力對於重心之力矩大小與方向加以解釋。

最後探討機翼形狀改變對飛行的影響，發現在相同質量、發射仰角、發射速度下，矩形機翼飛行距離較三角形機翼遠，此一現象可以比較兩者在不同仰角下的力矩值去解釋。

壹、 研究動機

因為平常閒來沒事，就拿出抽屜的計算紙來折飛機，想比看看到底誰的折的飛機能夠飛的比較遠。心想平凡的白紙經過摺疊怎麼會因此遨遊天際呢？到底發生了什麼事呢？有些飛機飛出去之後馬上會旋轉而「墜機」，有些則是平穩的飛行，這和物理課所學到力矩似乎有所關聯。一般書上對於飛機飛行多著眼於探討機翼弧度與攻角的影響、並以白努力定律的解釋以及探討昇力阻力等關係，綜合觀之，對於機翼呈平板狀態的飛機及其轉動特性並無深入討論，於是我們打算就開始著手做實驗，一探究竟！

貳、 研究目的

研究飛機重心、空氣阻力力矩與飛機飛行的關係

參、 研究設備及器材

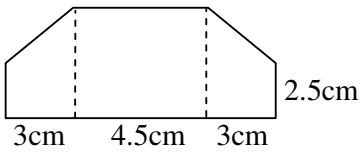
木條、珍珠板、棉線、橡皮筋、木塊、自製風洞、磅秤、砝碼、尺、量角器、電風扇、數位攝影機(SONY DCR-SR100)

肆、 研究過程

一、 實驗一：固定飛機的重量與機翼的形狀，改變飛機的重心位置，固定初速與仰角做發射，紀錄飛行軌跡與時間。

(一) 控制變因：

1. 飛機組成：機身尺寸 29.8 × 0.8 × 0.5 cm^3，重量 4.32 克，用木條製成。
   機翼尺寸 26.0 × 7.0 × 0.2 cm^3，重量 2.63 克，用珍珠板製成。
   尾翼尺寸如圖，重量 0.61 克，用珍珠板製成。



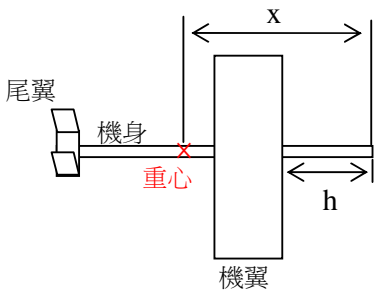
2. 發射器：裝置如圖。

以固定仰角 5° 發射。(自製固定器)

以固定伸長量藉由彈力發射飛機，使飛機以固定速度發射。

(二) 操縱變因：

改變飛機重心位置：改變機翼與機身的相對位置(h)，如下圖所示，藉此改變飛機重心位置(x)。

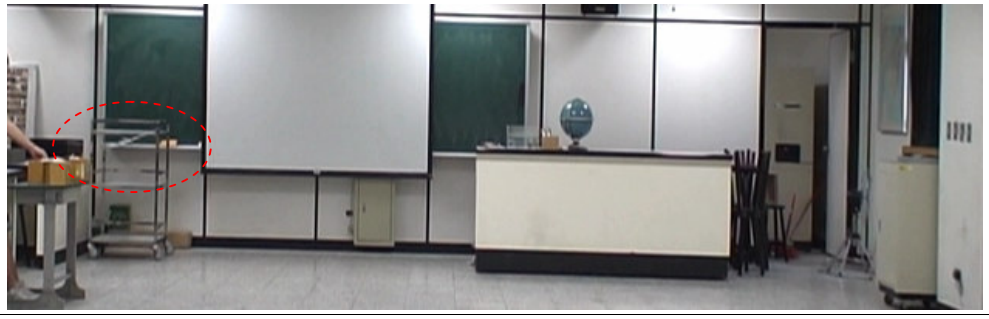


改變 h 值從 0.5cm 至 20.5cm(每 0.5cm 改變一次)，重心位置 x 變化範圍為 12.2cm 至 19.2cm。

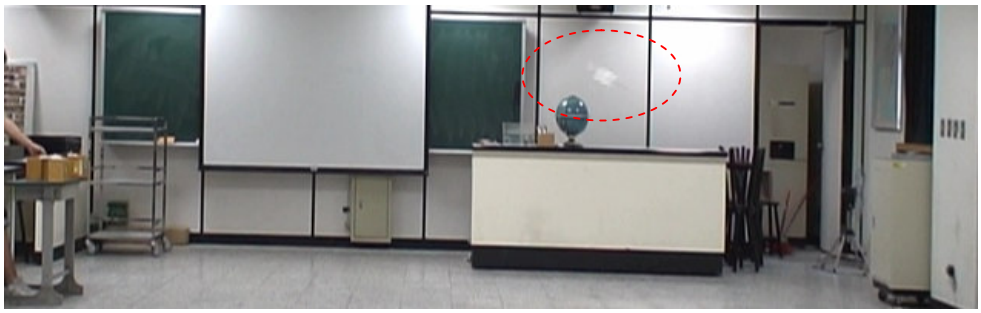
(三) 應變變因：觀察飛機飛行軌跡與飛行時間

利用數位攝影機每 1/30 秒紀錄一次影像，利用繪圖軟體(MicroSoft 小畫家程式)標示出每一畫格飛機所在位置。

以重心位置 x =17.4cm 為例，數位攝影機所拍攝之圖片分析如下所示。經校正後得知攝影機的影像每一個畫格的時間間格為 0.033 秒，一個像素所代表的距離為 1.141cm。結果如下表所示。其中座標乃是指繪圖軟體(MicroSoft 小畫家程式)所顯示之座標。紅色虛線所圈起來的地方，為飛機當時所在位置。

數位攝影機畫面	
時間	0 秒
座標	(124，277)
數位攝影機畫面	
時間	0.10 秒
座標	(167，266)
數位攝影機畫面	
時間	0.20 秒
座標	(225，242)
數位攝影機畫面	
時間	0.30 秒
座標	(267，223)

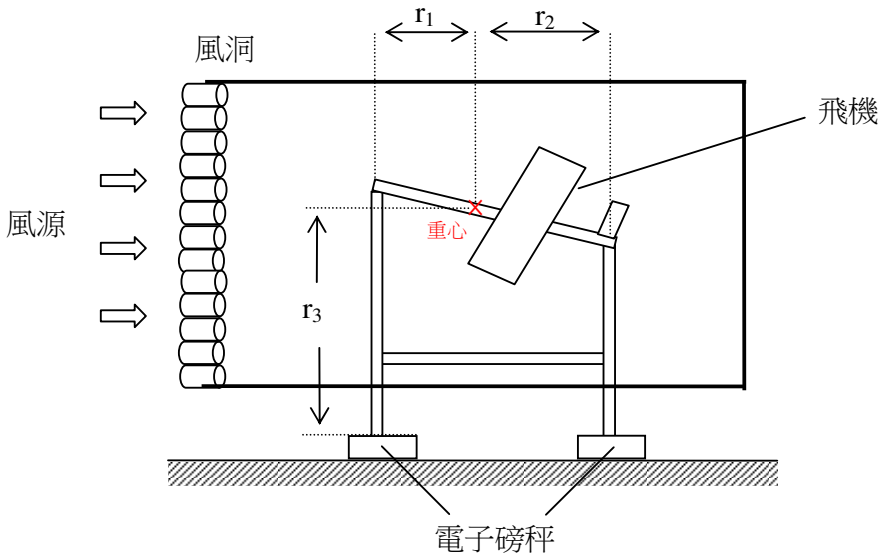
數位攝影機畫面	
時間	0.40 秒
座標	(302，211)
數位攝影機畫面	
時間	0.50 秒
座標	(335，202)
數位攝影機畫面	
時間	0.60 秒
座標	(366，198)
數位攝影機畫面	
時間	0.7 秒
座標	(395，198)

數位攝影機畫面	
時間	0.8 秒
座標	(423，203)
數位攝影機畫面	
時間	1.0 秒
座標	(478，227)
數位攝影機畫面	
時間	1.2 秒
座標	(537，275)
數位攝影機畫面	
時間	1.4 秒
座標	(598，349)

二、 實驗二：以固定的風速，固定機翼仰角，測量施於飛機的空氣阻力，相對於飛機重心所造成的力矩。

(一) 原理說明：

將飛機架設於固定支架上，並使其仰角為 5°，前後支架下方分別放置一電子磅秤。然後將其放置於自製風洞中，以風扇產生穩定氣流風源，最後量得氣流產生前與產生後，支架下前後兩個磅秤讀數變化(ΔN_1、ΔN_2)。架構如圖所示。



當系統處於靜力平衡狀態時，根據靜力學的計本原理可知合力矩為零。

系統對於飛機重心位置所受之力矩為：

風對飛機的力矩 τ_a

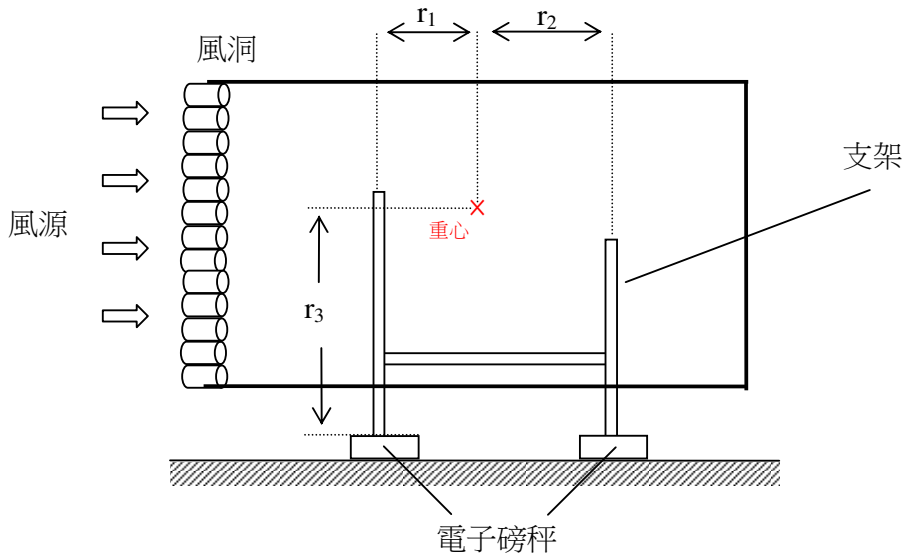
風對支架所造成的力矩 τ_b

前後電子磅秤正向力所造成的力矩分別為 $r_1\Delta N_1$、$r_2\Delta N_2$

支架與磅秤間摩擦力(f_1)所造成的力矩 $r_3 f_1$

故可得 $\sum \tau = \tau_a + \tau_b + r_1\Delta N_1 + r_2\Delta N_2 + r_3 f_1 = 0$ ……..(1)

將飛機從支架上取下，其餘裝置不變，重複風洞實驗，紀錄氣流產生前與產生後，支架下兩個磅秤讀數變化(ΔN_3、ΔN_4)。如下圖所示。



系統對於飛機重心位置所受之力矩為：

風對機身及支架所造成的力矩 τ_b

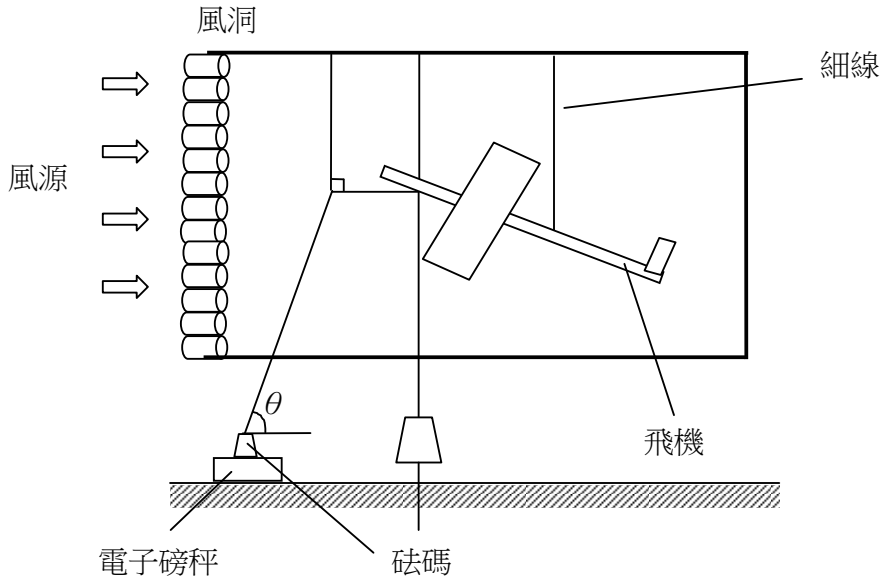
前後電子磅秤正向力所造成的力矩分別為 $r_1\Delta N_3$、$r_2\Delta N_4$

支架與磅秤間摩擦力(f_2)所造成的力矩 $r_3 f_2$

故可得 $\sum \tau = \tau_b + r_1\Delta N_3 + r_2\Delta N_4 + r_3 f_2 = 0$ ……..(2)

又氣流對於機翼所造成的水平推力 $f = f_1 - f_2$ ……(3)

可利用如下裝置測得氣流對於機翼所造成的水平推力 f：



將機翼用細線吊起，懸掛於風洞之中，仰角固定 5°。當風扇啟動產生氣流時，可使前方磅秤讀數產生變化ΔW，

則氣流對於飛機所造成的水平推力 f ＝ $\Delta W\cot\theta$ ……(4)

藉由方程式(1)(2)(3)(4)即可得

相對於重心位置，氣流對飛機所造成的力矩為：

$\tau_a = r_1(\Delta N_3 - \Delta N_1) + r_2(\Delta N_4 - \Delta N_2) - r_3(\Delta W\cot\theta)$…….(5)

因此量測ΔN_1、ΔN_2、ΔN_3、ΔN_4、ΔW、θ，即可得τ_a

(二) 實驗步驟

1. 量測ΔW、θ

   裝置如下圖：

   固定風速、機翼仰角，量測ΔW、θ 值。

2. 量測ΔN_1、ΔN_2、ΔN_3、ΔN_4

   裝置如下圖：

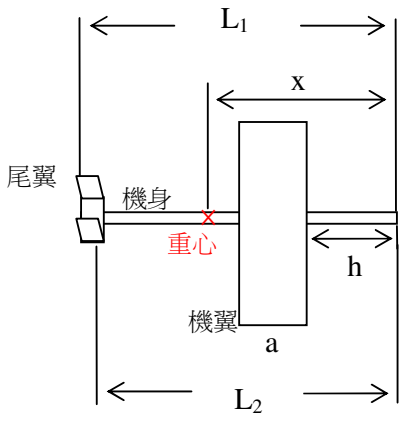
(1) 固定風速、機翼仰角，選定機翼與機身的相對位置(h)，量測ΔN_1、ΔN_2。

(2) 將機身取下，僅剩支架量測ΔN_3、ΔN_4。

(3) 改變 h 值，重複(1)~(2)

已知機身、尾翼、機翼的質量為 m_1、m_2、m_3，機身長度為 L_1，尾翼離機頭的距離為 L_2，機翼寬度為 a，根據重心公式計算可得 h 值與重心位置 x 的關係為：

$$x = \frac{m_1 \frac{L_1}{2} + m_2 L_2 + m_3 (h + \frac{a}{2})}{m_1 + m_2 + m_3}$$



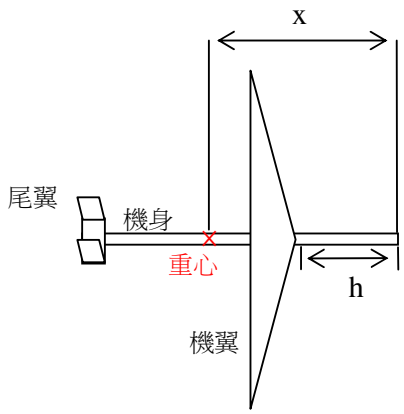
本次實驗所選定的 h 與 x 如下表：

h	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0
x	12.2	12.4	12.6	12.7	12.9	13.1	13.3	13.4	13.6	13.8	14.0	14.1	14.3	14.5
h	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	10.5	11.0	11.5	12.0	12.5	13.0	13.5	14.0
x	14.6	14.8	15.0	15.2	15.3	15.5	15.7	15.9	16.0	16.2	16.4	16.6	16.7	16.9
h	14.5	15.0	15.5	16.0	16.5	17.0	17.5	18.0	18.5	19.0	19.5	20.0	20.5	
x	17.1	17.3	17.4	17.6	17.8	18.0	18.1	18.3	18.5	18.6	18.8	19.0	19.2	

單位：公分

三、　實驗三：改變機翼形狀，重複實驗一、二，並比較之。

(一) 控制變因：選定與實驗一、二相同之機身長度、機身重量、機翼重量、尾翼、發射仰角。仍藉由改變不同 h 值以改變飛機重心位置 x 值。

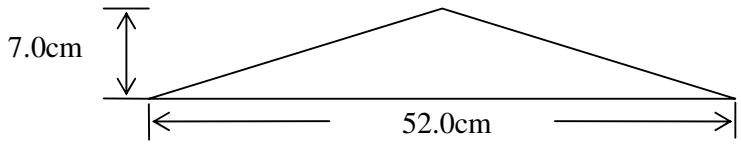


本次實驗所選定的 h 與 x 如下表：

h	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0
x	12.8	13.0	13.1	13.3	13.4	13.6	13.8	13.9	14.1	14.2	14.4	14.6	14.7	14.9
h	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	10.5	11.0	11.5	12.0	12.5	13.0	13.5	14.0
x	15.0	15.2	15.4	15.5	15.7	15.8	16.0	16.2	16.3	16.5	16.6	16.8	17.0	17.1
h	14.5	15.0	15.5	16.0	16.5	17.0	17.5	18.0	18.5	19.0	19.5	20.0		
x	17.3	17.4	17.6	17.8	17.9	18.1	18.2	18.4	18.6	18.7	18.9	19.0		

單位：公分

(二) 操縱變因：改變機翼形狀，如下圖。



(三)應變變因：

比較三角型機翼與矩形機翼在不同重心位置下飛行行為有何差別，並探討力矩對於飛機飛行的影響。

四、實驗四：將飛機重心選定可以使其飛行最遠的位置，分別測量矩形機翼與三角形機翼，在不同仰角下空氣阻力對飛機重心所造成的力矩。

(一) 飛機重心分別選取三角形機翼與矩形機翼之最佳重心位置，其最佳重心位置是指可以使飛機飛行最選之位置。

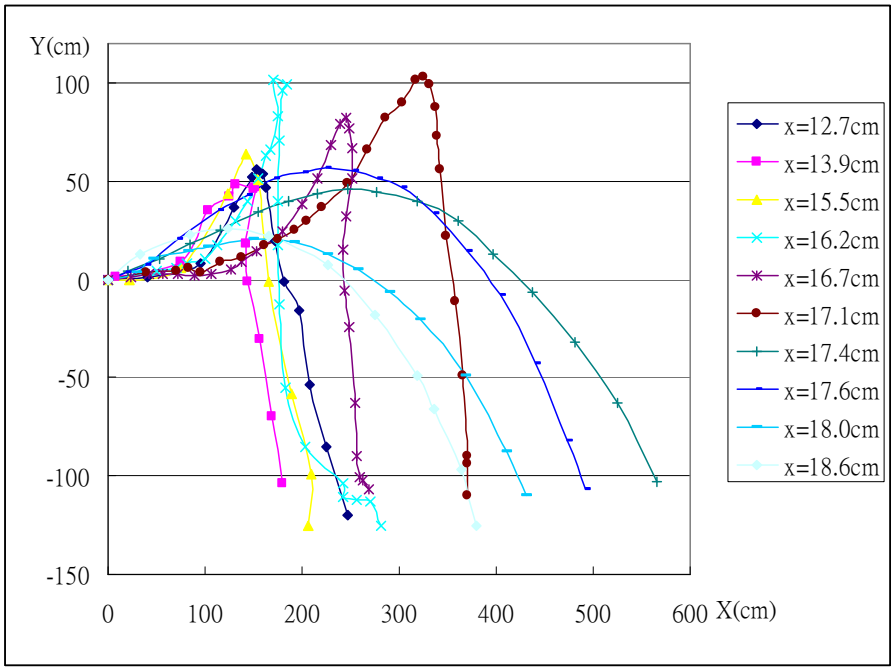
(二) 實驗裝置如實驗二。測量ΔW、θ、ΔN_1、ΔN_2、ΔN_3、ΔN_4便可得出τ_a。

(三) 於風洞實驗中，改變前後支架長度以控制仰角為 5°、10°、15°、20°，分別測得不同仰角下空氣阻力對飛機重心所造成的力矩。

伍、 實驗研究結果

一、 實驗一：固定飛機的重量與機翼的形狀，改變飛機的重心位置，固定初速與仰角做發射，紀錄飛行軌跡與時間。

(一) 總重固定為 7.56 克，調整機翼位置(h)改變飛機重心位置(x)，利用發射器將飛機從離地 1.5m 處，以仰角 5°投射，利用數位攝影機與繪圖軟體分析飛行軌跡，整理如下圖。



(二) 結果與發現

1. 重心位置(x)小於 17.4cm 時，飛機拋射出去的飛行軌跡仰角不斷變大的趨勢，而且最後飛機將失去平衡而「墜落」，墜落時軌跡極不規則，且差異甚大。故稱之為不穩定飛行。
2. 重心位置大於 17.4cm 時，飛機拋射出去時的飛行軌跡彷彿拋物線，飛行出去之後仰角有逐漸縮小的趨勢，飛行平穩，且飛行距離較遠。故稱之為穩定飛行。
3. 當重心位置等於 17.4cm 時，飛行距離最遠，若加大重心位置反而使飛行距離縮短。
4. 當重心位置等於 17.4cm 時，亦為穩定飛行與不穩定飛行的臨界點。

二、 實驗二：以固定的風速，固定機翼仰角測量施於飛機的空氣阻力，相對於飛機重心所造成的力矩。

(一) 測量ΔW、θ值

將風速固定，機翼仰角固定 5°，依據實驗原理與裝置量測到的ΔW 為 7.7 克重，θ 為 65°，故氣流對於飛機所造成的水平推力 $f = \Delta W \cot\theta = 3.6$ 克重。

(二) 測量ΔN_1、ΔN_2、ΔN_3、ΔN_4值

將風速固定，機翼仰角固定 5°，改變機翼 h 值，亦改變飛機之重心位置 x 值，然後利用實驗原理之方式分別量測ΔN_1、ΔN_2、ΔN_3、ΔN_4值。實驗數據整理如下表：

h 值(cm)	x 值(cm)	ΔN_1(gw)	ΔN_2(gw)	ΔN_3(gw)	ΔN_4(gw)
0.5	12.2	4.9	10.2	1.4	8.6
1.0	12.4	4.6	9.9	1.4	8.6
1.5	12.6	4.7	9.9	1.4	8.6
2.0	12.7	4.6	9.6	1.3	8.7
2.5	12.9	4.4	10.1	1.3	8.7
3.0	13.1	4.6	9.9	1.3	8.7
3.5	13.3	4.5	9.5	1.3	8.7
4.0	13.4	4.9	9.8	1.3	8.7
4.5	13.6	4.4	9.7	1.3	8.7
5.0	13.8	4.7	9.9	1.2	8.8
5.5	14.0	4.5	9.8	1.2	8.8
6.0	14.1	4.5	9.8	1.2	8.8
6.5	14.3	4.6	10.0	1.2	8.8
7.0	14.5	4.6	10.5	1.2	8.8
7.5	14.6	4.9	10.8	1.2	8.8
8.0	14.8	3.3	10.5	1.1	8.9
8.5	15.0	4.0	11.2	1.1	8.9
9.0	15.2	3.7	10.5	1.1	8.9
9.5	15.3	3.8	11.1	1.1	8.9
10.0	15.5	3.7	10.9	1.1	8.9
10.5	15.7	3.6	11.8	1.1	9.0
11.0	15.9	3.6	11.6	1.0	9.0
11.5	16.0	3.2	11.9	1.0	9.0
12.0	16.2	3.9	11.8	1.0	9.0
12.5	16.4	3.5	11.9	1.0	9.0

13.0	16.6	3.3	12.1	1.0	9.0
13.5	16.7	3.6	12.7	0.9	9.1
14.0	16.9	3.1	12.6	0.9	9.1
14.5	17.1	3.4	12.7	0.9	9.1
15.0	17.3	2.8	13.4	0.9	9.1
15.5	17.4	3.0	13.5	0.9	9.1
16.0	17.6	2.9	13.7	0.9	9.1
16.5	17.8	2.8	13.9	0.8	9.2
17.0	18.0	2.1	14.6	0.8	9.2
17.5	18.1	1.7	14.7	0.8	9.2
18.0	18.3	2.1	14.5	0.8	9.2
18.5	18.5	2.1	14.6	0.8	9.2
19.0	18.6	1.7	15.2	0.8	9.2
19.5	18.8	1.4	15.8	0.7	9.3
20.0	19.0	1.2	15.7	0.7	9.3
20.5	19.2	1.3	16.0	0.7	9.3

(三) 計算空氣阻力對於飛機重心之力矩值 τ_a

利用實驗原理中的第(5)式的結論

$\tau_a = r_1(\Delta N_3 - \Delta N_1) + r_2(\Delta N_4 - \Delta N_2) - r_3(\Delta W \cot\theta)$，

將 ΔN_1、ΔN_2、ΔN_3、ΔN_4、ΔW、θ 代入，即可得 τ_a。

其中 $r_1 = x$，r_2 = 機身總長 $- x$，r_3 的值與重心位置、支架長度有關，

根據幾何關係可得 $r_3 = \dfrac{\text{前支架長}\times(\text{機身長} - x) + \text{後支架長}\times x}{\text{機身長}}$

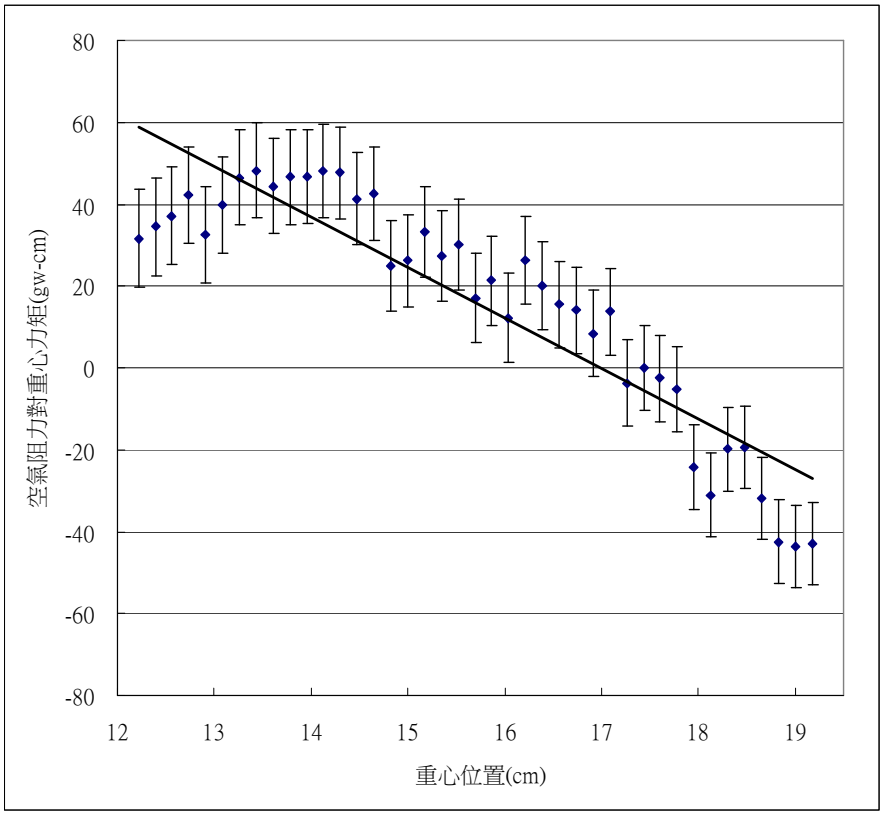
本實驗前支架長度 59.6cm、後支架為 57.2cm、機身總長 29.8cm。

不同重心位置 x，所量測出來的 τ_a 值結果如下表所示：

x	12.2	12.4	12.6	12.7	12.9	13.1	13.3	13.4	13.6	13.8	14.0	14.1	14.3	14.5
τ_a	31.60	34.56	37.16	42.36	32.62	39.92	46.54	48.25	44.43	46.61	46.75	48.03	47.64	41.31
x	14.6	14.8	15.0	15.2	15.3	15.5	15.7	15.9	16.0	16.2	16.4	16.6	16.7	16.9
τ_a	42.58	24.87	26.19	33.31	27.42	30.09	17.14	21.38	12.25	26.35	19.95	15.43	14.04	8.47
x	17.1	17.3	17.4	17.6	17.8	18.0	18.1	18.3	18.5	18.6	18.8	19.0	19.2	
τ_a	13.81	-3.78	0.04	-2.54	5.10	-24.31	-31.09	-19.88	-19.39	-31.91	-42.47	-43.48	-43.09	

單位：x(cm)　τ_a(gw-cm)

將統計繪製如下表：



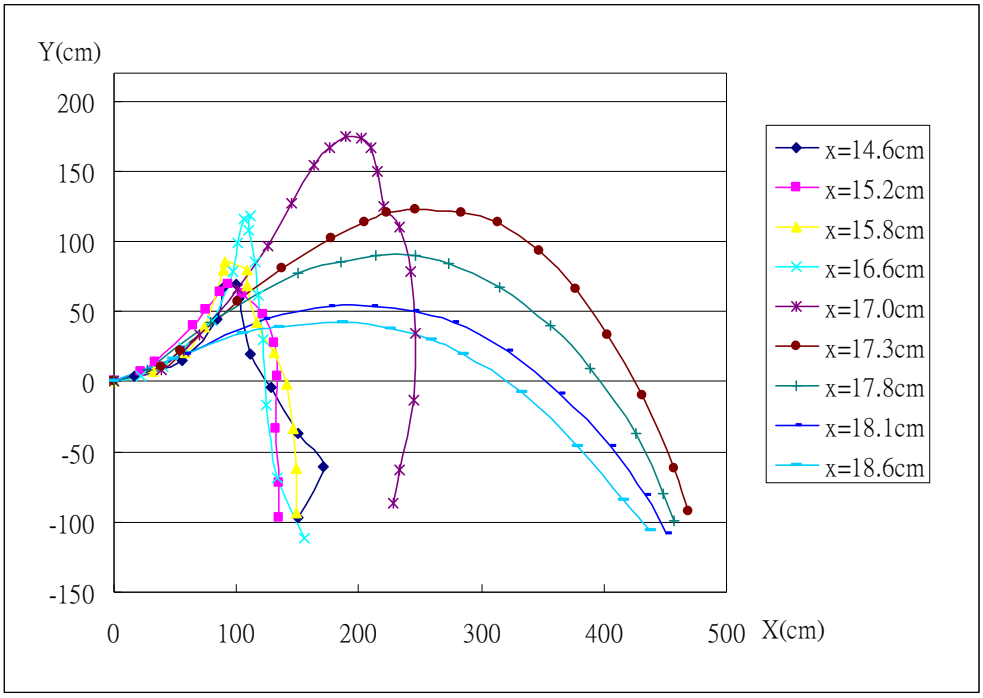
(四)結果與發現

1. 當重心位置改變時，空氣阻力相對於飛機重心所產生的力矩會有所改變。
2. 由數據顯示，不同的重心位置會使得飛機產生順時針或逆時針的力矩。在重心位置約 17.4cm 的地方，空氣阻力對飛機造成的力矩最小。
3. 若重心位置小於 17.4cm 空氣阻力對方機造成的力矩大於零，以仰角+5°的飛機而言，將得到大於零的角加速度；若重心位置大於 17.4cm 空氣阻力對方機造成的力矩小於零，以仰角+5°的飛機而言，將得到小於零的角加速度。

三、　實驗三：改變機翼形狀，重複實驗一、二，並比較之。

(一) 彷照實驗一，藉由改變 h 值改變飛機重心位置 x 值，並利用發射台發射，以數位攝影機紀錄飛行軌跡。

實驗結果如下：



(二)彷照實驗二，藉由風洞量測ΔW、θ、ΔN_1、ΔN_2、ΔN_3、ΔN_4等值，結果如下所示。$\Delta W = 4.1$ 克重　$\theta = 70^0$ 故氣流對於飛機所造成的水平推力 $f = \Delta W \cot\theta = 1.5$ 克重。

h 值(cm)	x 值(cm)	ΔN_1(gw)	ΔN_2(gw)	ΔN_3(gw)	ΔN_4(gw)
0.5	12.8	2.8	7.9	9.9	4.8
1.0	13.0	2.8	8.0	9.9	4.8
1.5	13.1	2.7	7.3	9.8	4.9
2.0	13.3	2.8	7.8	9.8	4.9
2.5	13.4	2.9	7.0	9.8	4.9
3.0	13.6	3.2	6.8	9.8	4.9
3.5	13.8	3.2	7.1	9.7	5.0
4.0	13.9	3.3	6.2	9.7	5.0
4.5	14.1	3.5	6.1	9.7	5.0
5.0	14.2	3.7	7.2	9.7	5.0
5.5	14.4	3.5	6.5	9.7	5.0
6.0	14.6	3.6	7.5	9.6	5.1
6.5	14.7	3.6	5.7	9.6	5.1

7.0	14.9	3.4	6.0	9.6	5.1
7.5	15.0	3.9	6.3	9.6	5.1
8.0	15.2	4.1	6.5	9.5	5.2
8.5	15.4	3.8	7.1	9.5	5.2
9.0	15.5	4.0	6.3	9.5	5.2
9.5	15.7	4.4	6.8	9.5	5.2
10.0	15.8	4.1	6.0	9.5	5.3
10.5	16.0	4.2	6.1	9.4	5.3
11.0	16.2	4.4	7.5	9.4	5.3
11.5	16.3	3.7	6.3	9.4	5.3
12.0	16.5	3.4	5.5	9.4	5.3
12.5	16.6	3.5	5.9	9.3	5.4
13.0	16.8	4.0	5.5	9.3	5.4
13.5	17.0	4.4	6.1	9.3	5.4
14.0	17.1	4.3	5.2	9.3	5.4
14.5	17.3	5.0	6.4	9.2	5.5
15.0	17.4	5.5	5.8	9.2	5.5
15.5	17.6	5.4	5.3	9.2	5.5
16.0	17.8	5.2	5.1	9.2	5.5
16.5	17.9	5.0	5.4	9.2	5.5
17.0	18.1	5.5	4.6	9.1	5.6
17.5	18.2	5.2	5.5	9.1	5.6
18.0	18.4	5.4	5.3	9.1	5.6
18.5	18.6	4.8	5.1	9.1	5.6
19.0	18.7	6.4	4.6	9.0	5.7
19.5	18.9	6.6	4.2	9.0	5.7
20.0	19.0	5.7	3.7	9.0	5.7

利用實驗原理中的第(5)式的結論

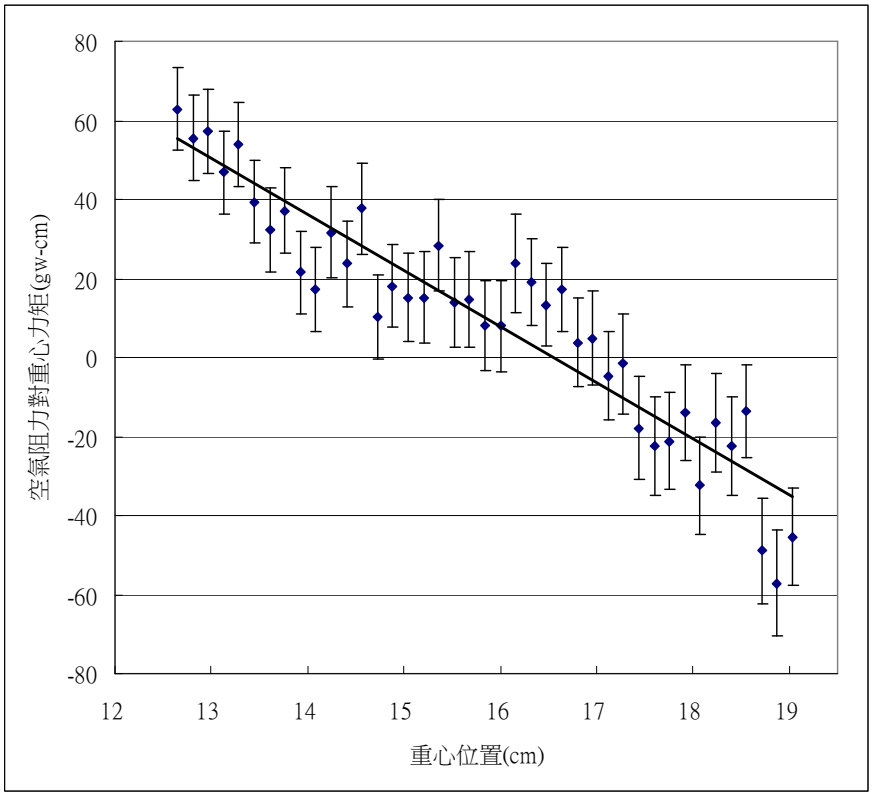
將ΔN_1、ΔN_2、ΔN_3、ΔN_4、ΔW、θ代入公式（5），即可得τ_a

不同重心位置 x，所量測出來的τ_a值結果如下表所示：

x	12.8	13.0	13.1	13.3	13.4	13.6	13.8	13.9	14.1	14.2	14.4	14.6	14.7	14.9
τ_a	55.5	57.2	46.8	53.8	39.4	32.2	37.1	21.5	17.3	31.7	23.8	37.7	10.4	18.1
x	15.0	15.2	15.4	15.5	15.7	15.8	16.0	16.2	16.3	16.5	16.6	16.8	17.0	17.1
τ_a	15.2	15.1	28.4	13.8	14.7	8.2	8.0	24.0	19.0	13.4	17.3	3.9	5.0	-4.7
x	17.3	17.4	17.6	17.8	17.9	18.1	18.2	18.4	18.6	18.7	18.9	19.0		
τ_a	-1.6	-17.9	-22.3	-21.2	-14.0	-32.4	-16.4	-22.4	-13.5	-48.9	-57.1	-45.4		

單位：x(cm)　τ_a(gw-cm)

將統計繪製如下表：



(三) 結果與發現

1. 重心位置(x)小於 17.3cm 時，飛機拋射出去的飛行軌跡仰角不斷變大的趨勢，而且最後飛機將失去平衡而「墜落」，墜落時軌跡極不規則，且差異甚大。
2. 重心位置大於 17.3cm 時，飛機拋射出去時的飛行軌跡彷彿拋物線，飛行出去之後仰角有逐漸縮小的趨勢，飛行平穩，且飛行距離較遠。
3. 當重心位置等於 17.3cm 時，飛行距離最遠，若加大重心位置反而使飛行距離縮短。
4. 當重心位置等於 17.3cm 時，為三角形機翼穩定飛行與不穩定飛行的臨界點。
5. 當重心位置改變時，空氣阻力相對於飛機重心所產生的力矩會有所改變。
6. 由數據顯示，不同的重心位置會使得飛機產生順時針或逆時針的力矩。在重心位置約 17.3cm 的地方，空氣阻力對飛機造成的力矩最小。
7. 若重心位置小於 17.3cm 空氣阻力對方機造成的力矩大於零，以仰角+5°的飛機而言，將得到大於零的角加速度；若重心位置大於 17.3cm 空氣阻力對方機造成的力矩小於零，以仰角+5°的飛機而言，將得到小於零的角加速度。

(四) 比較三角形機翼與矩形機翼的飛行行為：

相似處：(1)不同重心位置導致飛行有穩定與不穩定兩種狀態。

(2)穩定與不穩定兩種飛行狀態的臨界值，恰好發生在飛機飛行最遠時。

(3)在此臨界值時，空氣阻力對飛機重心之力矩約為零。

相異處：(1)矩形機翼飛行之最遠距離較三角形機翼遠。

(2)矩形機翼飛行最遠時的重心位置為 17.4cm，三角形機翼為 17.3cm。

(3)機翼面積雖然相同，但是空氣阻力對三角形機翼的水平推力較小。

四、 實驗四：將飛機重心選定可以使其飛行最遠的位置，分別測量矩形機翼與三角形機翼，在不同仰角下空氣阻力對飛機重心所造成的力矩。

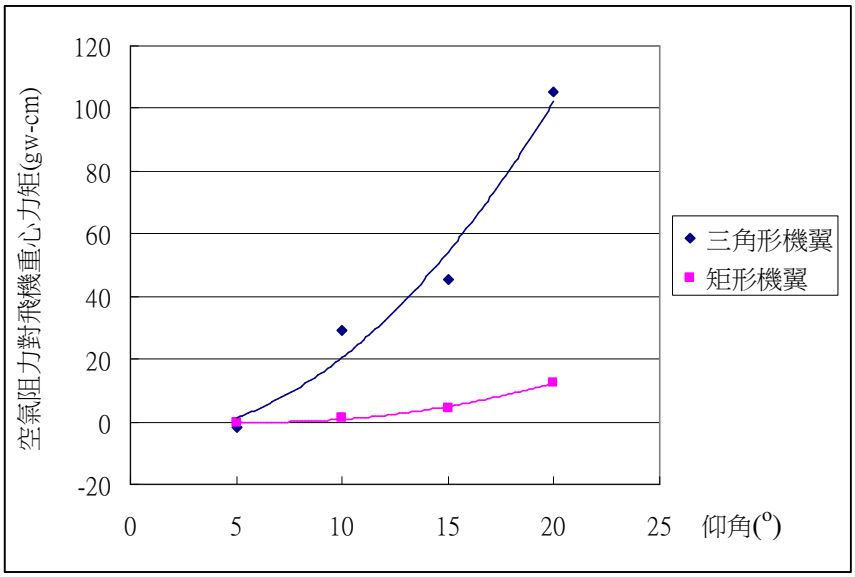
(一) 矩形機翼實驗結果

仰角(^{o})	W(gw)	θ (^{o})	ΔN_1(gw)	ΔN_2(gw)	ΔN_3(gw)	ΔN_4(gw)	τ_a(gw-cm)
5	7.7	65	3.0	13.5	0.88	9.85	-0.04
10	8.1	60	2.6	14.5	0.86	10.21	1.16
15	10.4	60	2.2	16.5	0.75	10.58	4.56
20	16.8	60	1.2	18.0	0.63	10.86	12.46

(二) 三角形機翼實驗結果

仰角(^{o})	W(gw)	θ (^{o})	ΔN_1(gw)	ΔN_2(gw)	ΔN_3(gw)	ΔN_4(gw)	τ_a(gw-cm)
5	4.1	70	5.0	6.4	9.24	5.45	-1.61
10	5.5	65	4.8	9.9	9.00	5.65	29.15
15	7.0	60	4.2	15.5	8.95	5.83	45.55
20	13.5	62.5	3.5	25.6	8.86	6.2	105.25

比較兩者在不同仰角下所受之力矩，繪製如下圖：



(三) 比較三角形機翼與矩形機翼在不同仰角下所受力矩

1. 三角形機翼與矩形機翼雖然在仰角 5°時，力矩近乎於零，但是一旦偏離 5°力矩就不為零了。
2. 仰角偏離 5°愈多，則飛機所空氣之水平推力愈大。
3. 仰角偏離 5°愈多，則飛機所受力矩愈大。
4. 仰角偏離 5°時，三角形機翼所受之力矩較矩形機翼大。
5. 不論何總角度，矩形機翼所受空氣阻力之水平推力較三角形機翼大。

陸、 討論

一、 在(實驗一)中，不同重心位置造成飛行軌跡不同的原因為何？

Ans：由實驗可知不同的重心位置導致飛機轉動的情況不同，而轉動的原因起因於空氣阻力對於重心所造成的力矩。理論上，機翼形狀、發射速度與發射仰角不變，空氣阻力於發射瞬間的大小應當相同，但當重心位置改變時，但其所受力矩大小與方向並不相同，此點可由(實驗二)驗證。故飛機飛行的軌跡主要和空氣阻力所造成力矩大小有關。

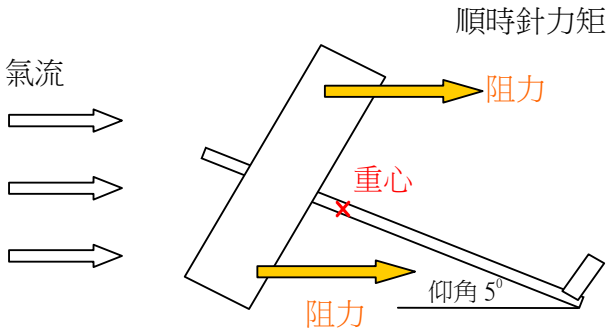
二、 為什麼改變飛機不同重心時，會出現穩定(類似拋物線)以及不穩定(最後旋轉翻覆墜落)兩種情狀？

Ans：以矩形機一支飛機說明之：由(實驗二)可知，當重心位置小於 17.4cm 時，會產生使機頭向上抬升的力矩，此結果會使得原本發射仰角為+5°飛機，於飛行後因力矩的影響而產生正的角加速度，進而使仰角更大，如此下去勢必產生旋轉翻覆的現象；而仰角變大亦使得機翼迎風面積加大，空氣阻力勢必增大，更不利於飛行。

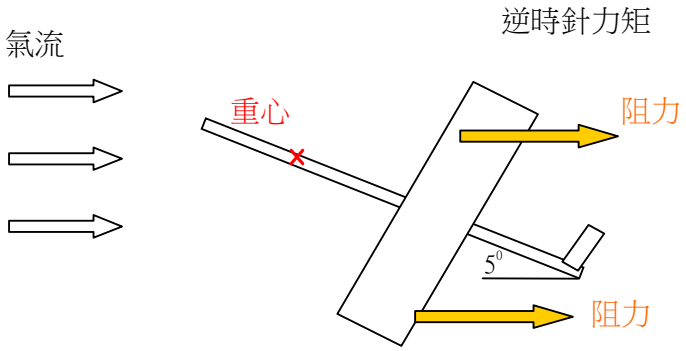
當重心位置大於 17.4cm 時，會產生使機頭向下旋轉的力矩，此結果會使得原本發射仰角為+5°飛機，獲得負的角加速度，飛行中產生仰角變小的情況，仰角變小使飛機成類似拋物線前進。可是之後俯角仍會變大，因此預估若使飛行範圍加大，最後俯角太大時，應可看見其旋轉翻覆的情況發生，此部分受限於試飛場地，無驗證之。

三、 為何重心位置改變，會導致空氣阻力對於飛機重心產生順時針或逆時針的力矩？

Ans：理論上，機翼的形狀、飛行速度與飛行仰角不變時，理應空氣阻力大小不變。假設大部分空氣阻力作用於機翼上，那麼重心若位於機翼後方，則機頭會受到向上抬升的順時針力矩。如下圖所示。



反之，若重心位於機翼前方，則機頭受到逆時針的力矩，。如下圖所示。



四、 重心落在機翼中心點，空氣阻力的力矩為何不等於零？

Ans：當機翼位置 h 為 13cm 時，重心位置 x 為 16.6cm，利用相對位置得知，此時重心位置約為機翼中心點，那麼空氣阻力的力矩因對稱性關係應為零。但結果並非如此，力矩最小時其實是發生在於重心位置約為 17.5cm 處，約落在機翼前 1/3~1/4 處。可能的原因可能在於機翼前後兩端空氣流場並不相同，所以空氣阻力施於機翼上的各個點量值並非定值。其次，若考慮機身與尾翼的影響，亦可能使得合力矩為零的地方不在機翼正中心。

五、 實驗過程中可否不使用尾翼進行飛行？

Ans：若不使用尾翼可以使得變數減少，實驗的問題變得單純，但是經多次嘗試，不論製作多麼對稱的機翼，試飛過程中若無尾翼，空氣阻力的力矩將會使得飛機在水平面上旋轉，根本無法飛行。由此可知尾翼是可以使得飛機直進的重要因素之一。

六、 飛機重心位於何處可以飛行最遠？可能的原因為何？

Ans： 根據(實驗一)可知，矩形機翼重心位於 17.4cm 時，其試飛過程飛行最遠，根據(實驗二)的力矩推估，此時空氣阻力對於飛機的力矩約莫為零，而較小力矩可以使得飛行出去時的飛機獲得較小的角加速度，故較可以保持相同仰角直進，因此造就了飛行最遠的結果。

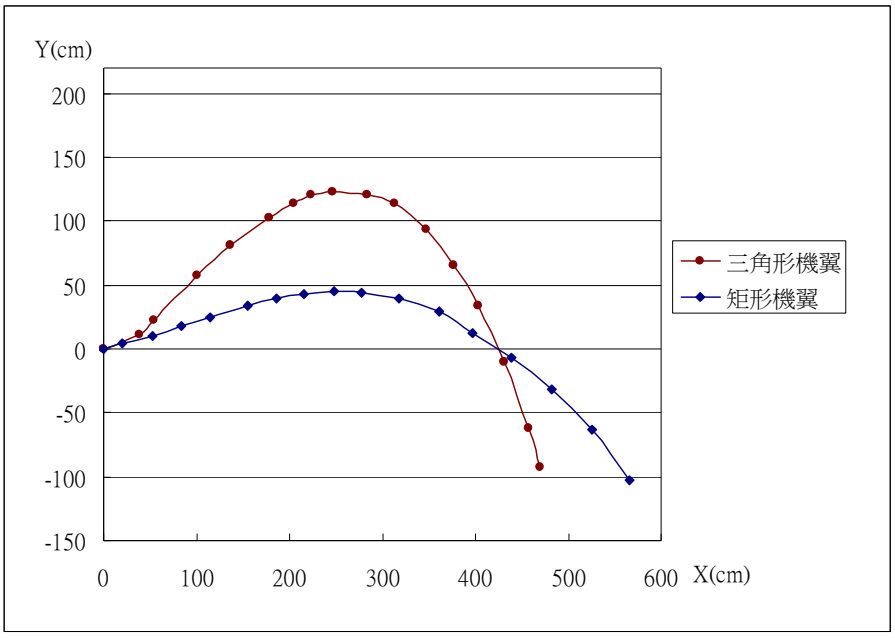
同理，根據(實驗三)可知，三角形機翼重心位於 17.3cm 時，其試飛過程飛行最遠，此時空氣阻力對於飛機的力矩約莫為零，亦可得到驗證。

七、 飛機穩定飛行與不穩定飛行的臨界點有何特性？

Ans：根據(討論二)可知飛行的力矩正負將決定飛行後的狀態式穩定或不穩定，因此介於正負力矩之間的零力矩點，應該就是飛機穩定與不穩定的交界帶。由(實驗二)結果可知，矩形機翼飛機重心位置約為 17.4cm 時力矩大小約為零，因此重心位置大於或小於此位置將產生穩定與不穩定的狀態。由(實驗一)結果可知，重心位置約為 17.4cm 時，為飛行狀態的臨界點，與(實驗二)的結果吻合。若機翼改成三角形，則(實驗三)的結果亦呈現此結論。

八、 如何解釋三角形機翼與矩形機翼飛行遠近的差異？

Ans：在(實驗三)結果發現，三角形機翼最遠距離較矩形機翼短，比較兩者的飛行軌跡如下：



可發現三角形機翼飛行軌跡彎曲程度較大，而物體旋轉是力矩所造成，故可推測三角形機翼飛行過程中所受之力矩應較矩形機翼為大，此點和(實驗四)的實驗結果吻合。

九、 選定力矩為零的重心位置來飛行，為何飛行過程中機身仍會旋轉？

Ans：飛行的一開始仰角選定 5^{o}，此時選定最佳重心位置使空氣阻力對飛機的力矩近乎為零，但仍不可能完全理想的等於零，因此飛行後機身仍會偏轉，根據(實驗四)可知，一旦機身偏離 5^{o}，所受力矩將隨偏離角度變大而變大，最後將使飛機旋轉墜落。

柒、 結論

一、 當飛機的重心位置改變時，飛機飛行軌跡呈現穩定與不穩定兩種不同狀態，其臨界點處約在空氣阻力對飛機重心力矩為零的地方。

二、 當飛機飛行最遠時，其重心位置約在空氣阻力對重心力矩為零的地方。

三、 三角形機翼的飛行距離較矩形機翼短，是因為當仰角改變時，其力矩值增大的幅度較大所致。

捌、 參考資料

一、 褚德三等著，普通高級中學物理(上)，龍騰文化
二、 褚德三等著，普通高級中學物理(下)，龍騰文化

【評語】040116

本作品以飛機飛行距離及重心位置討論機翼的較佳位置，並能獲得飛機迎風合力距爲零時爲最佳位置。但對實驗數據的分析稍嫌粗略，應可再以較合適的參數來描述力矩對重心的實驗數據，以進一步的定量方法來描述結果。