

中華民國第四十八屆中小學科學展覽會
作品說明書

國小組 自然科

第三名

081514

我的位置在哪裡

學校名稱：臺北市南港區南港國民小學

作者： 小六 薛靖寰 小四 薛皓芸	指導老師： 蔡秀錦 趙敏慧
-------------------------	---------------------

關鍵詞： 測量距離、雷射光、數位相機

作品名稱：我的位置在哪裡

摘要

我們製作了可以量出精確角度的仰角器，將瞄準遠端物體產生的水平仰角，以直角尺轉換成地面雷射光點位移，可以測量的仰角偵測極限為 0.00573 度。利用遠端已知長度物體當標尺，應用直角三角形邊長比例關係，測量我與物體距離，以 101 大樓當標尺，選擇汐止與大直地區，進行長距離的測量。汐止綠野山坡社區，距離 101 大樓約 7 公里，測量誤差-0.282 %，約誤差-20 公尺，大直美堤河濱公園，距離 101 大樓約 5 公里，測量誤差 0.107%，約誤差 5.4 公尺。將方位角觀測數據及距離測量結果，我們成功的在地圖上找出了當時測量位置。測量我與月球距離，有比較大的誤差，但是我們測量的結果，有在月球與地球最近距離 363104 公里與最遠距離 405696 公里範圍內，後續還要繼續努力，尋找更好的方法。

壹、研究動機

四年級上學期自然科第一單元「月亮」，曾經學過有關月球仰角測量的課程，而且也有實際操作測量，但是用課本所提供的簡易仰角器，無法精確量出正確的角度，所以我們想製作一個可以量出精確角度的仰角器，並且利用數位相機如同望遠鏡般的功能，來仔細瞄準遠處目標，這樣就可以精確的量測角度了。我們進一步應用五年級學到的直角三角形邊長與角度的關係，配合 101 大樓的高度來計算距離，挑戰爸爸車上神奇衛星定位儀（GPS）能測量很長距離功能，並且利用指北針在地圖上找出我的位置在哪裡。

貳、研究目的

- 一、研究製作一個能精確測量仰角的測量儀器與指北針。
- 二、研究測量儀器將角度換算成距離的方法，探討實際應用時的誤差。
- 三、挑戰長距離的測量，並且利用指北針在地圖上找出我的位置在哪裡。
- 四、研究由仰角測量儀器，計算我與月亮的距離。

參、研究設備及器材

一、實驗製作材料與器材

木板、AB 膠、相機角架、雷射光筆、數位相機、木工用直角鐵尺、指北針、鉛垂。

二、儀器校正及距離驗證輔助器材

水管及相機角架執行水平校正，捲尺、衛星定位儀(GPS)及網路 Google Earth 衛星地圖，用來驗證距離測量結果。

肆、研究過程、方法與結果

一、研究製作一個能精確測量仰角的測量儀器與指北針

(一) 實驗設備設計構想說明

我們利用光是直線進行的特性，將測量時微小的角度變化，經由直角鐵尺與雷射光筆將它投射到地面，這樣就可以量地面光點的偏移距離和高度來計算角度，因為一點點的角度改變，可以明顯看出光點在移動，就可以很精密的測量出仰角角度。如圖 4-1 表示。

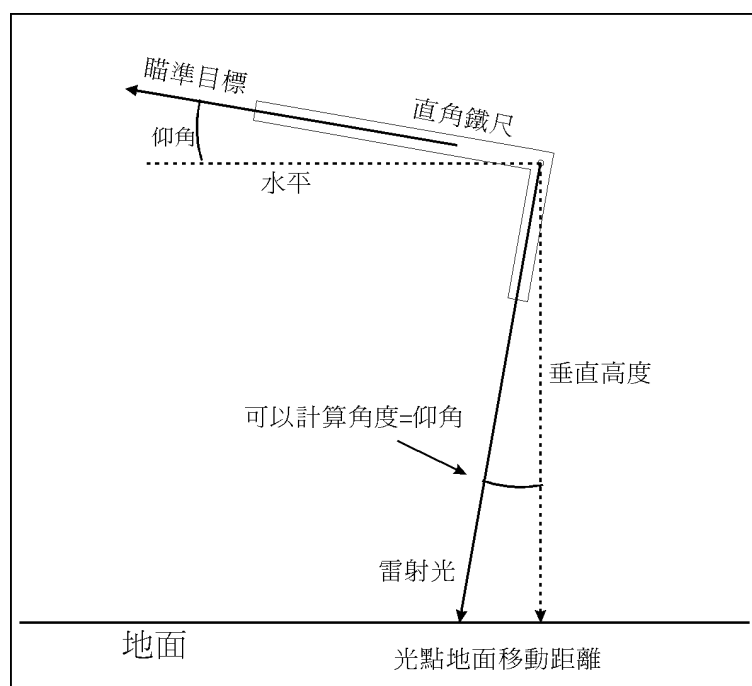


圖 4-1 仰角測量儀器基本原理說明

爲了準確瞄準目標，我們在前端架上數位相機，利用數位相機放大影像的功能，如同望遠鏡般，能清楚對準目標，這樣就可以更精準了。

(二) 角度計算應用公式

與老師討論得知，可以利用三角函數公式，使用工程用計算機，將地面光點移動距離除以垂直高度，再按 ArcTAN 函數鍵，就可以簡單算出角度，而且 EXCEL 也可以計算三角函數。

$$\text{TAN(角度)} = \frac{\text{對邊}}{\text{鄰邊}} = \frac{\text{光點地面移動距離}}{\text{垂直高度}}$$

$$\text{角度} = \text{ArcTAN}\left(\frac{\text{光點地面移動距離}}{\text{垂直高度}}\right), \text{按工程用計算機就可以算出來角度}$$

(三) 實驗設備製作

實驗設備製作過程，如圖 4-2~圖 4-5 照片說明。



圖 4-2 整體實驗儀器說明圖

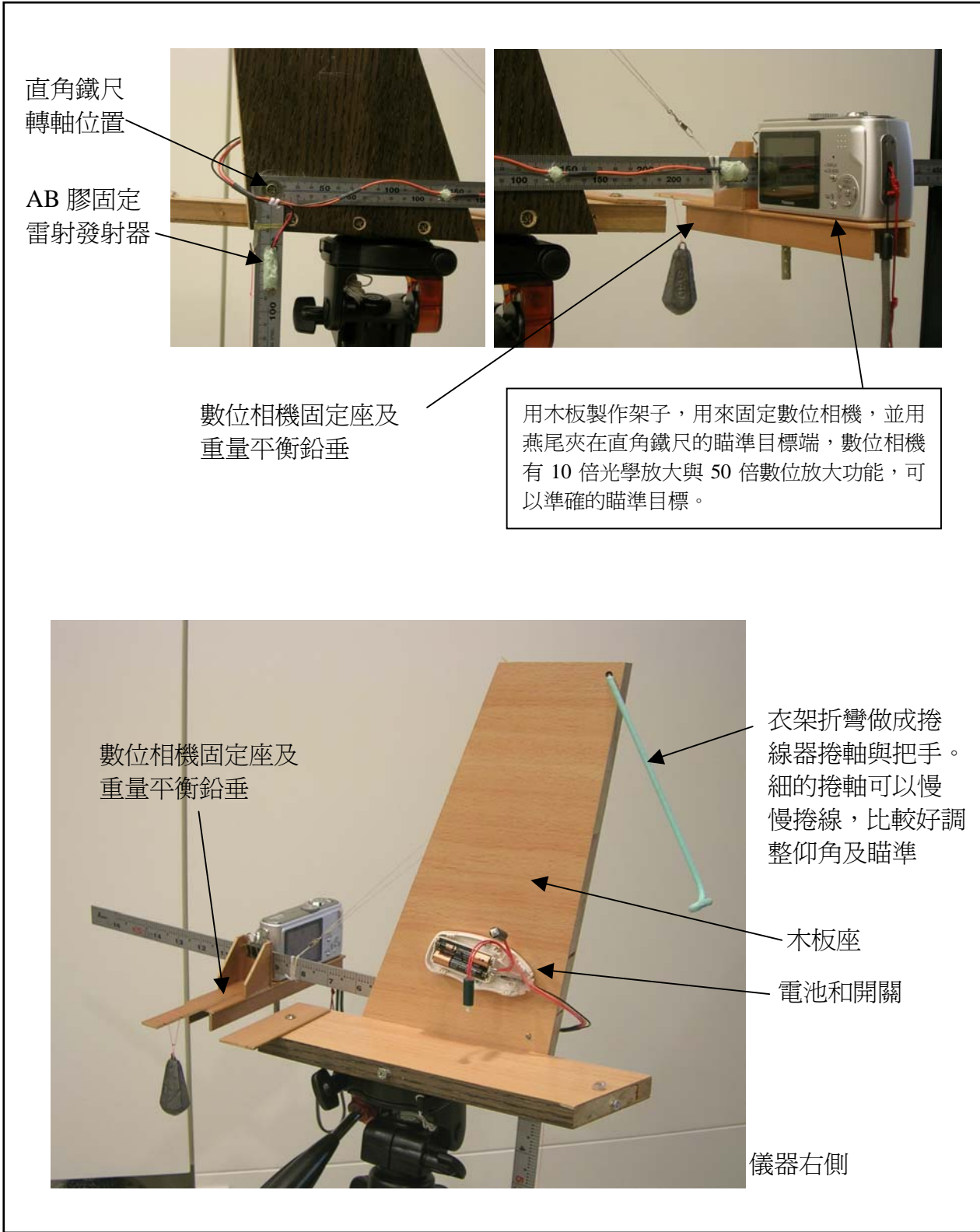


圖 4-2 整體實驗儀器說明圖(續 1)



圖 4-3 將簡報用雷射光器拆開更換開關

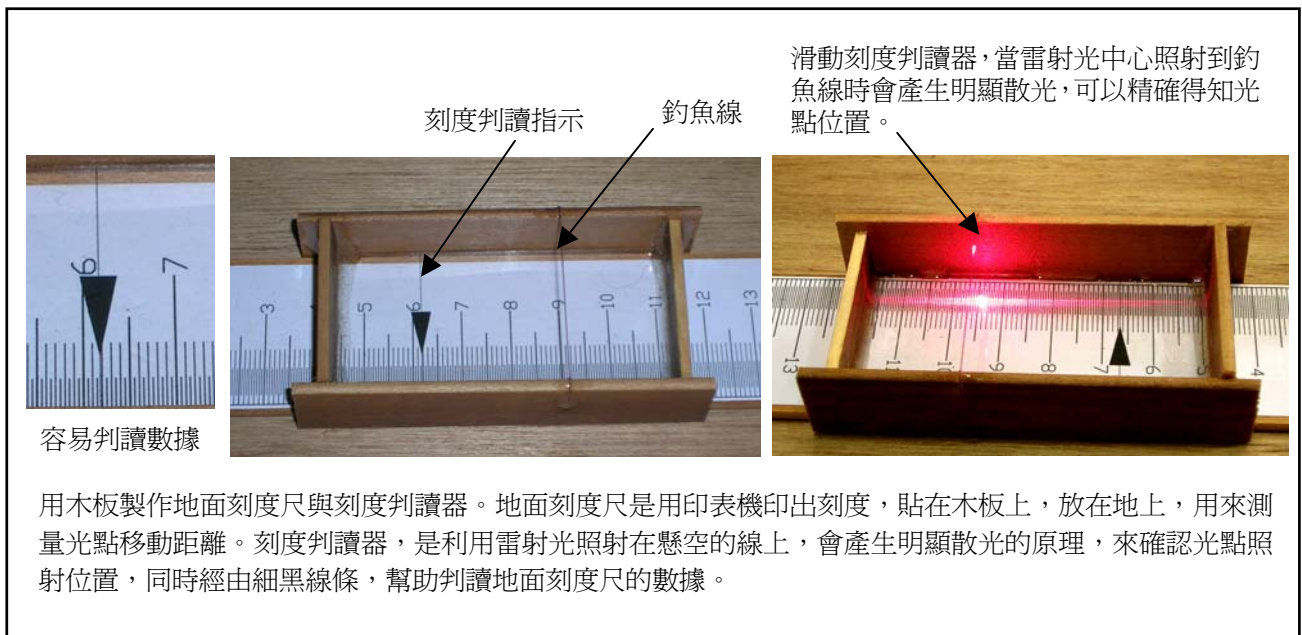
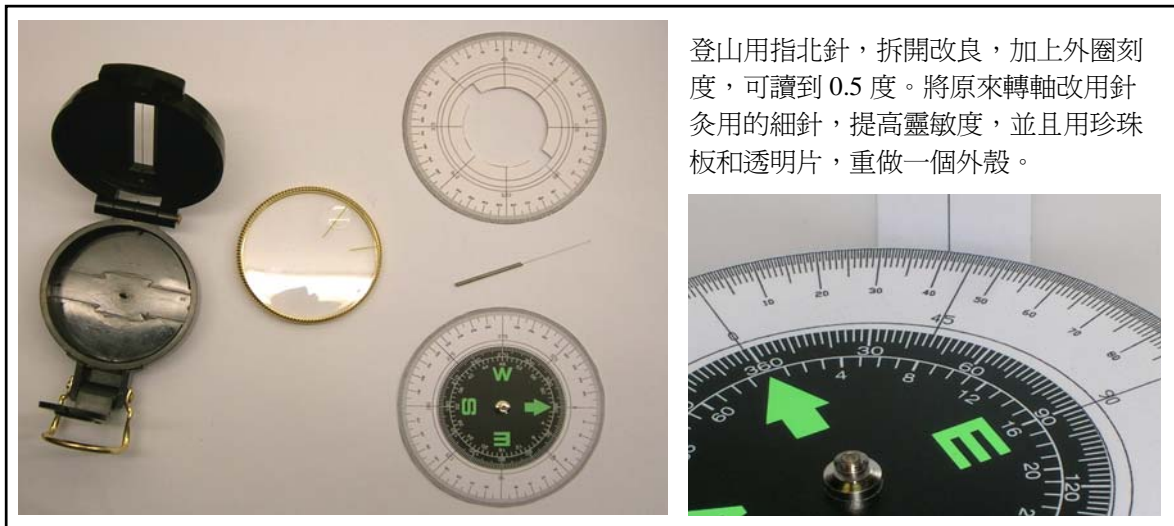
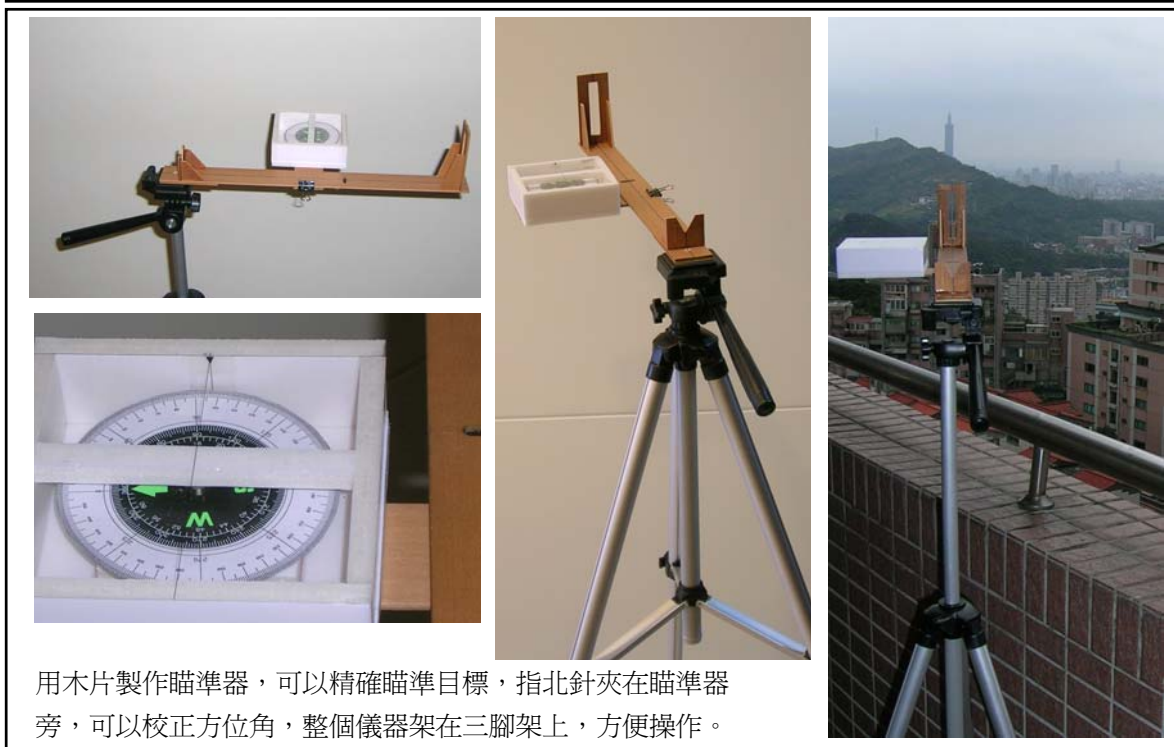


圖 4-4 地面刻度尺及刻度判讀器



登山用指北針，拆開改良，加上外圈刻度，可讀到 0.5 度。將原來轉軸改用針灸用的細針，提高靈敏度，並且用珍珠板和透明片，重做一個外殼。



用木片製作瞄準器，可以精確瞄準目標，指北針夾在瞄準器旁，可以校正方位角，整個儀器架在三腳架上，方便操作。

圖 4-5 指北針改良與瞄準器製作

(四) 實驗設備校正

1. 地面垂直校正

將儀器固定在三角架上，掛上鉛垂線使直角鐵尺與地面垂直，並在地面放一面鏡子來反射雷射光，微調綁好的雷射光發射器，當光線垂直反射無偏差時，表示雷射光和直角鐵尺垂直地面，然後用 AB 膠固定雷射光發射器。

2.水平校正

因為是直角尺，所以地面垂直校正後，瞄準目標端鐵尺應該就是水平了，但是還是要確認瞄準目標端的雷射光是否水平，我們使用水管的連通管原理，以 10 公尺的水管，用水面高度來修正微調綁在前端雷射光發射器，使它正確產生水平光束，然後用 AB 膠固定水平雷射光發射器，水平雷射光主要是用來校正數位相機的。

3.相機水平校正

將數位相機架在直角鐵尺前端，瞄準遠端目標，並微調架子角度，使相機拍攝中心與水平雷射光光點一致，這樣就表示相機螢幕的中心符號，與地面投射雷射光是垂直了。

在反覆確認垂直與水平校正正確無誤後，我們就有一個精確的實驗器具了。實驗過程，如圖 4-6 照片說明。

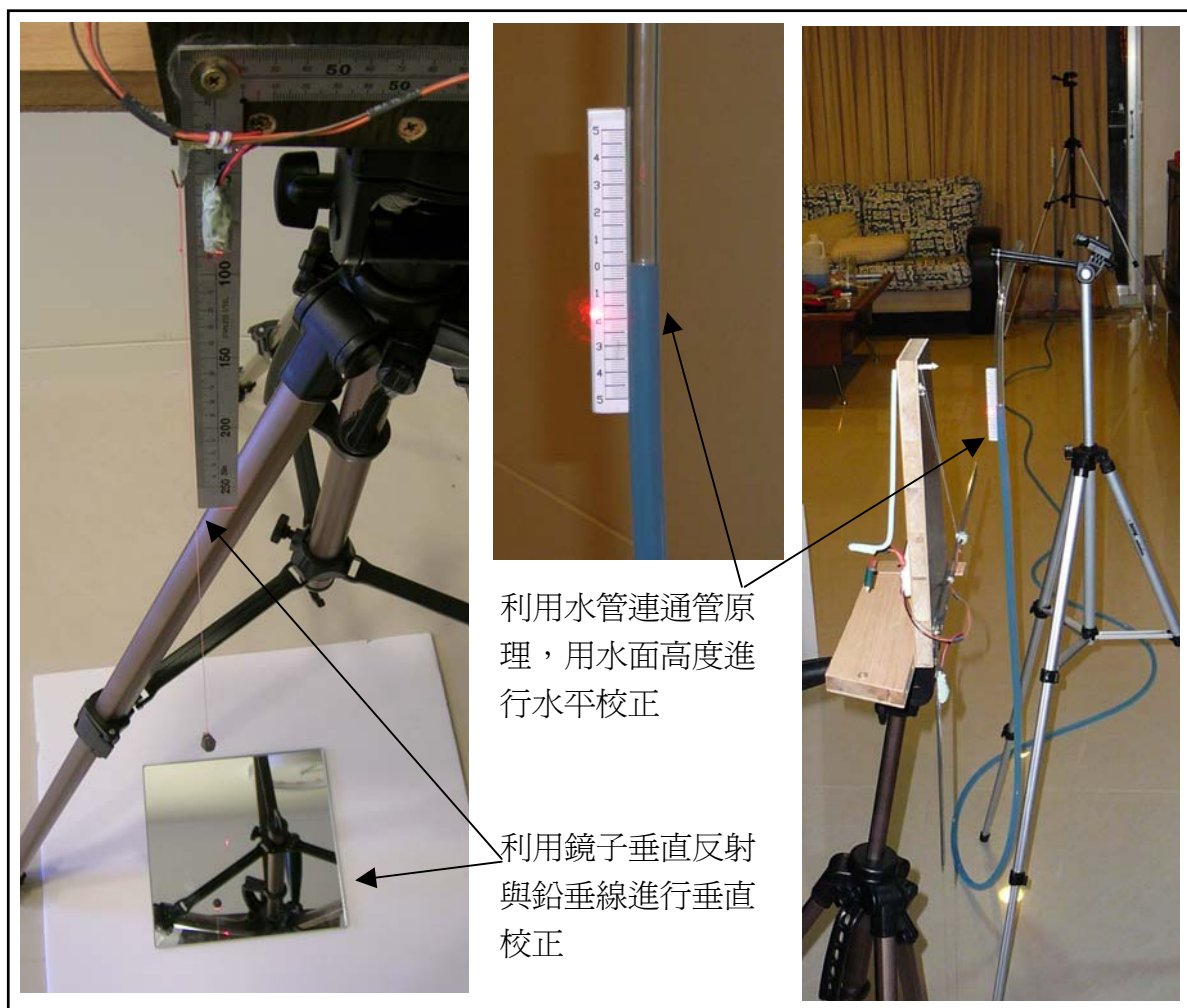


圖 4-6 地面垂直與水平校正實驗過程

二、研究測量儀器將角度換算成距離的方法，探討實際應用時的誤差

(一) 測量儀器將角度換算成距離的方法

利用遠端目標有一段已知的高度(H)，將儀器瞄準高點(H1)與低點(H2)時，地面雷射光點會有相對L1與L2的位移，利用兩個相似(同角度)直角三角形，有相同邊長比例的原理，可以計算出水平距離(L)。說明如圖4-7。

$$\text{因為 } \frac{L}{H} = \frac{Ha}{(L1-L2)} \quad \text{所以 } L = \frac{Ha}{(L1-L2)} * H$$

也就是說，水平距離 = $\frac{\text{儀器轉軸到地面高度}}{\text{瞄準目標高低點時地面光點差距}} \times \text{目標已知高度}$

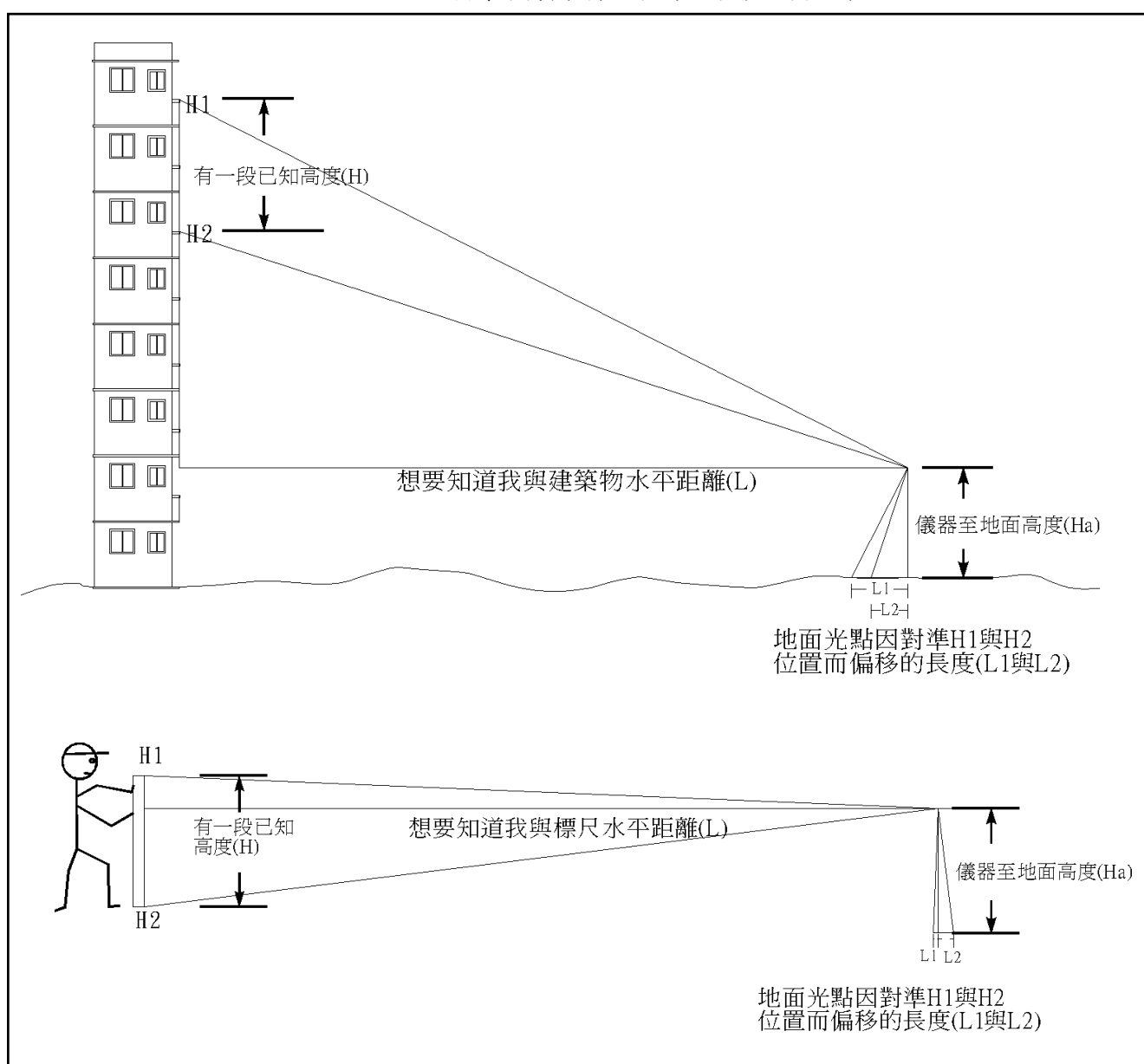


圖 4-7 測量儀器將角度換算成距離的示意圖

(二) 室內短距離標尺測量距離實驗

1. 製作有 0.2、0.4、0.6、0.8 及 1 公尺記號的標尺，當作是遠端各種已知高度 (H)。
 2. 在距標尺 6 公尺處，架上測量儀器，並調整鉛垂點。
 3. 轉動仰角調整捲線器，調整儀器數位相機仰角，使分別瞄準標尺高點 H1 與低點 H2，並記錄地面光點位移數據。
 4. 測量記錄儀器轉軸至地面的高度 H_a 。
 5. 分別進行 0.2、0.4、0.6、0.8 及 1 公尺不同高度標尺的距離測量，每次實驗進行 3 次。
- 實驗進行如圖 4-8 照片說明，實驗記錄整理如表 4-1。

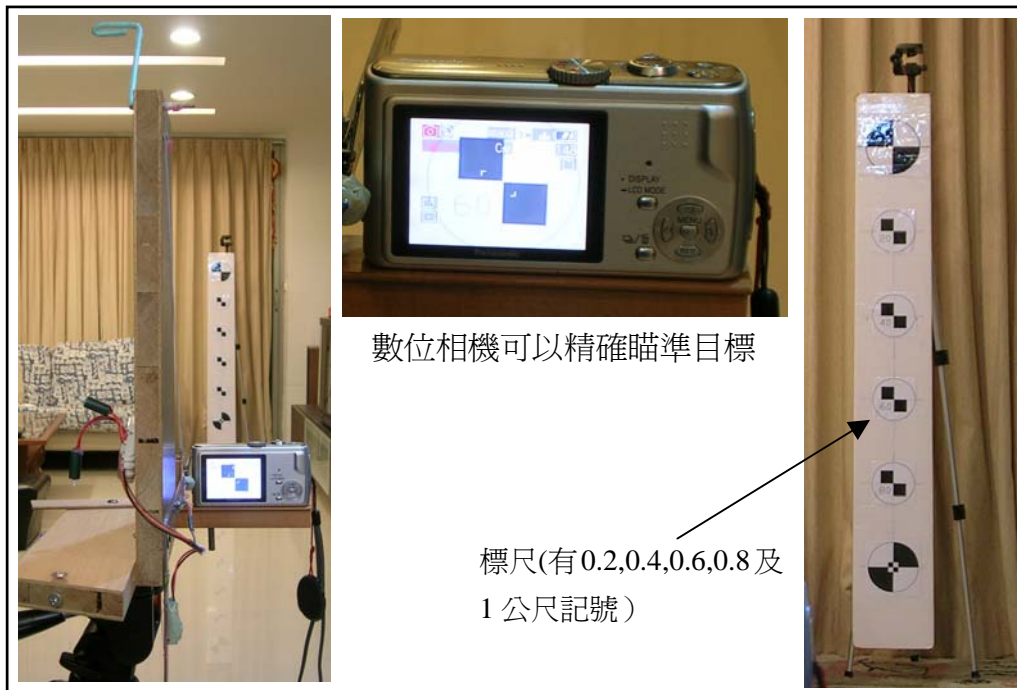


圖 4-8 短距離以標尺測量距離實驗過程

表 4-1 短距離以標尺測量距離實驗數據

地點/目的：客廳，室內短距離測距離(標尺=0.2m)						
測量項目		單位	第一次量測	第二次量測	第三次量測	平均
瞄準標尺參考段 高低點時地面光 點位移距離	鉛垂零點	公分	12.00	12.00	12.00	12.00
	高點位移長度(L1)	公分	16.50	16.54	16.54	16.53
	低點位移長度(L2)	公分	13.55	13.55	13.53	13.54
	實驗測量光點位移差 $\Delta L=(L1-L2)$	公分	2.95	2.99	3.01	2.98
儀器轉軸至地面高度(H_a)		公尺	0.906	0.907	0.906	0.906
參考標尺高度(H)		公尺	標尺高度			0.200
實際與標尺距離(Dr)		公尺	6.044	6.044	6.045	6.044
高點換算仰角		度	2.843	2.87	2.87	2.86
低點換算仰角		度	0.98	0.98	0.97	0.98
實驗測量計算距離(D)		公尺	6.149	6.056	6.020	6.075
實驗測量誤差量(D-Dr)		公尺	0.105	0.012	-0.024	0.031
實驗測量誤差百分比= $100*(D-Dr)/Dr$		%	1.731	0.201	-0.398	0.511

表 4-1 短距離以標尺測量距離實驗數據 (續 1)

地點/目的：客廳，室內短距離測距離(標尺=0.4m)						
測量項目		單位	第一次量測	第二次量測	第三次量測	平均
瞄準標尺參考段 高低點時地面光 點位移距離	鉛垂零點	公分	12.00	12.00	12.00	12.00
	高點位移長度(L1)	公分	16.55	16.52	16.50	16.52
	低點位移長度(L2)	公分	10.54	10.53	10.53	10.53
	實驗測量光點位移差 $\Delta L=(L1-L2)$	公分	6.01	5.99	5.97	5.99
儀器轉軸至地面高度(Ha)		公尺	0.906	0.907	0.906	0.906
參考標尺高度(H)		公尺	標尺高度			0.400
實際與標尺距離(Dr)		公尺	6.044	6.044	6.045	6.044
高點換算仰角		度	2.875	2.86	2.84	2.86
低點換算仰角		度	-0.92	-0.93	-0.93	-0.93
實驗測量計算距離(D)		公尺	6.030	6.050	6.070	6.050
實驗測量誤差量(D-Dr)		公尺	-0.014	0.006	0.026	0.006
實驗測量誤差百分比=100*(D-Dr)/Dr		%	-0.232	0.101	0.436	0.101
地點/目的：客廳，室內短距離測距離(標尺=0.6m)						
測量項目		單位	第一次量測	第二次量測	第三次量測	平均
瞄準標尺參考段 高低點時地面光 點位移距離	鉛垂零點	公分	12.00	12.00	12.00	12.00
	高點位移長度(L1)	公分	16.50	16.55	16.54	16.53
	低點位移長度(L2)	公分	7.56	7.58	7.56	7.56
	實驗測量光點位移差 $\Delta L=(L1-L2)$	公分	8.94	8.97	8.98	8.97
儀器轉軸至地面高度(Ha)		公尺	0.906	0.907	0.906	0.906
參考標尺高度(H)		公尺	標尺高度			0.600
實際與標尺距離(Dr)		公尺	6.044	6.044	6.045	6.044
高點換算仰角		度	2.843	2.87	2.87	2.86
低點換算仰角		度	-2.81	-2.80	-2.81	-2.80
實驗測量計算距離(D)		公尺	6.079	6.057	6.053	6.063
實驗測量誤差量(D-Dr)		公尺	0.035	0.013	0.009	0.019
實驗測量誤差百分比=100*(D-Dr)/Dr		%	0.582	0.223	0.156	0.321
地點/目的：客廳，室內短距離測距離(標尺=0.8m)						
測量項目		單位	第一次量測	第二次量測	第三次量測	平均
瞄準標尺參考段 高低點時地面光 點位移距離	鉛垂零點	公分	12.00	12.00	12.00	12.00
	高點位移長度(L1)	公分	16.50	16.50	16.50	16.50
	低點位移長度(L2)	公分	4.54	4.50	4.52	4.52
	實驗測量光點位移差 $\Delta L=(L1-L2)$	公分	11.96	12.00	11.98	11.98
儀器轉軸至地面高度(Ha)		公尺	0.906	0.907	0.906	0.906
參考標尺高度(H)		公尺	標尺高度			0.800
實際與標尺距離(Dr)		公尺	6.044	6.044	6.045	6.044
高點換算仰角		度	2.843	2.84	2.84	2.84
低點換算仰角		度	-4.71	-4.73	-4.72	-4.72
實驗測量計算距離(D)		公尺	6.060	6.040	6.050	6.050
實驗測量誤差量(D-Dr)		公尺	0.016	-0.004	0.006	0.006
實驗測量誤差百分比=100*(D-Dr)/Dr		%	0.268	-0.066	0.101	0.101

一系列相同環境的測量，可以討論分析標尺長度與誤差相關性，標尺長度越長誤差越小。

表 4-1 短距離以標尺測量距離實驗數據 (續 2)

地點/目的：客廳，室內短距離測距離(標尺=1m)						
測量項目		單位	第一次量測	第二次量測	第三次量測	平均
瞄準標尺參考段 高低點時地面光 點位移距離	鉛垂零點	公分	12.00	12.00	12.00	12.00
	高點位移長度(L1)	公分	16.49	16.50	16.49	16.49
	低點位移長度(L2)	公分	1.50	1.50	1.49	1.50
	實驗測量光點位移差 $\Delta L=(L1-L2)$	公分	14.99	15.00	15.00	15.00
儀器轉軸至地面高度(Ha)		公尺	0.906	0.907	0.906	0.906
參考標尺高度(H)		公尺	標尺高度			1.000
實際與標尺距離(Dr)		公尺	6.044	6.044	6.045	6.044
高點換算仰角		度	2.837	2.84	2.84	2.84
低點換算仰角		度	-6.61	-6.61	-6.62	-6.61
實驗測量計算距離(D)		公尺	6.044	6.040	6.040	6.041
實驗測量誤差量(D-Dr)		公尺	0.000	-0.004	-0.004	-0.003
實驗測量誤差百分比= $100*(D-Dr)/Dr$		%	0.000	-0.066	-0.066	-0.044

(三) 學校與公園的中距離測量實驗

- 1.使用標尺=1 公尺，在學校司令台前測與標尺的距離，約 60 公尺。
- 2.使用標尺=1 公尺，在學校 100 公尺跑道起點，測量在終點的標尺距離。
- 3.使用垂繩當作標尺=3.06 公尺，在學校司令台前測與音樂教室大樓的距離，約 92 公尺。
- 4.以音樂教室大樓的樓層高差當作標尺=11.22 公尺，在學校司令台前測與音樂教室大樓的距離，約 92 公尺。
- 5.使用標尺=1 公尺，在河濱公園測量橋墩距離。

實驗進行如圖 4-9 照片說明，實驗記錄整理如表 4-2。在尋找適當標尺時，使用垂繩法很方便，誤差 0.845%，使用樓層當標尺因為足夠長，誤差 0.244% 最小。

表 4-2 學校與公園中距離測量實驗數據

地點/目的：學校司令台前至標尺約60公尺測距離(標尺=1m)						
測量項目		單位	第一次量測	第二次量測	第三次量測	平均
瞄準標尺參考段 高低點時地面光 點位移距離	鉛垂零點	公分	10.00	10.00	10.00	10.00
	高點位移長度(L1)	公分	9.83	9.84	9.82	9.83
	低點位移長度(L2)	公分	8.33	8.35	8.33	8.34
	實驗測量光點位移差 $\Delta L=(L1-L2)$	公分	1.50	1.49	1.49	1.49
儀器轉軸至地面高度(Ha)		公尺	0.906	0.907	0.906	0.906
參考標尺高度(H)		公尺	標尺高度			1.00
實際與標尺距離(Dr)		公尺	60.076	60.075	60.075	60.075
高點換算仰角		度	-0.108	-0.10	-0.11	-0.11
低點換算仰角		度	-1.06	-1.04	-1.06	-1.05
實驗測量計算距離(D)		公尺	60.400	60.805	60.805	60.670
實驗測量誤差量(D-Dr)		公尺	0.325	0.730	0.730	0.595
實驗測量誤差百分比= $100*(D-Dr)/Dr$		%	0.54	1.22	1.22	0.99



圖 4-9 中距離測量實驗各類型標尺的實驗過程

表 4-2 學校與公園中距離測量實驗數據 (續 1)

地點/目的：		學校，測距離100公尺跑道(標尺=1m)				
測量項目		單位	第一次量測	第二次量測	第三次量測	平均
瞄準標尺參考段 高低點時地面光 點位移距離	鉛垂零點	公分	12.00	12.00	12.00	12.00
	高點位移長度(L1)	公分	12.20	12.20	12.20	12.20
	低點位移長度(L2)	公分	11.30	11.35	11.34	11.33
	實驗測量光點位移差 $\Delta L=(L1-L2)$	公分	0.90	0.85	0.86	0.87
儀器轉軸至地面高度(Ha)		公尺	0.908	0.908	0.908	0.908
參考標尺高度(H)		公尺	標尺高度			1.00
實際與標尺距離(Dr)		公尺	100	100	100	100.000
高點換算仰角		度	0.126	0.13	0.13	0.13
低點換算仰角		度	-0.44	-0.41	-0.42	-0.42
實驗測量計算距離(D)		公尺	100.889	106.824	105.581	104.431
實驗測量誤差量(D-Dr)		公尺	0.889	6.824	5.581	4.431
實驗測量誤差百分比=100*(D-Dr)/Dr		%	0.89	6.82	5.58	4.43

表 4-2 學校與公園中距離測量實驗數據 (續 2)

地點/目的：學校司令台前至音樂教室大樓，約92公尺測距離(標尺=垂繩3.06m)						
測量項目		單位	第一次量測	第二次量測	第三次量測	平均
瞄準標尺參考段 高低點時地面光 點位移距離	鉛垂零點	公分	10.00	10.00	10.00	10.00
	高點位移長度(L1)	公分	20.46	20.46	20.46	20.46
	低點位移長度(L2)	公分	17.50	17.46	17.47	17.48
	實驗測量光點位移差 $\Delta L=(L1-L2)$	公分	2.96	3.00	2.99	2.98
儀器轉軸至地面高度(Ha)		公尺	0.906	0.907	0.906	0.906
參考標尺高度(H)		公尺	標尺用垂繩高度=3.06m			3.06
實際與標尺距離(Dr)		公尺	92.157	92.149	92.152	92.153
高點換算仰角		度	6.586	6.59	6.59	6.59
低點換算仰角		度	4.73	4.71	4.71	4.72
實驗測量計算距離(D)		公尺	93.661	92.412	92.721	92.931
實驗測量誤差量(D-Dr)		公尺	1.508	0.259	0.568	0.778
實驗測量誤差百分比=100*(D-Dr)/Dr		%	1.64	0.28	0.62	0.85

地點/目的：學校司令台前至音樂教室大樓，約92公尺測距離(標尺=樓層高11.221)						
測量項目		單位	第一次量測	第二次量測	第三次量測	平均
瞄準標尺參考段 高低點時地面光 點位移距離	鉛垂零點	公分	10.00	10.00	10.00	10.00
	高點位移長度(L1)	公分	20.46	20.46	20.46	20.46
	低點位移長度(L2)	公分	9.46	9.45	9.46	9.46
	實驗測量光點位移差 $\Delta L=(L1-L2)$	公分	11.01	11.01	11.00	11.01
儀器轉軸至地面高度(Ha)		公尺	0.906	0.907	0.906	0.906
參考標尺高度(H)		公尺	標尺用1樓鐵窗下緣至4樓圍牆邊緣			11.22
實際與標尺距離(Dr)		公尺	92.157	92.149	92.152	92.153
高點換算仰角		度	6.586	6.59	6.59	6.59
低點換算仰角		度	-0.34	-0.35	-0.34	-0.34
實驗測量計算距離(D)		公尺	92.378	92.336	92.420	92.378
實驗測量誤差量(D-Dr)		公尺	0.225	0.183	0.267	0.225
實驗測量誤差百分比=100*(D-Dr)/Dr		%	0.24	0.20	0.29	0.24

地點/目的：河濱公園測橋墩間距，約32公尺(標尺=1m)						
測量項目		單位	第一次量測	第二次量測	第三次量測	平均
瞄準標尺參考段 高低點時地面光 點位移距離	鉛垂零點	公分	0.00	0.00	0.00	0.00
	高點位移長度(L1)	公分	4.07	4.06	4.01	4.05
	低點位移長度(L2)	公分	0.45	0.45	0.43	0.44
	實驗測量光點位移差 $\Delta L=(L1-L2)$	公分	3.62	3.61	3.58	3.60
儀器轉軸至地面高度(Ha)		公尺	1.164	1.164	1.164	1.164
參考標尺高度(H)		公尺	標尺高度			1.00
實際與標尺距離(Dr)		公尺	31.865	31.867	31.866	31.866
高點換算仰角		度	2.00	2.00	1.97	1.99
低點換算仰角		度	0.22	0.22	0.21	0.22
實驗測量計算距離(D)		公尺	32.155	32.244	32.514	32.304
實驗測量誤差量(D-Dr)		公尺	0.289	0.378	0.648	0.438
實驗測量誤差百分比=100*(D-Dr)/Dr		%	0.91	1.19	2.03	1.38

三、挑戰長距離的測量，並且利用指北針在地圖上找出我的位置在哪裡

長距離的測量是想利用台北 101 大樓當標尺進行距離測量，進一步計算我的位置在哪裡，想要達到衛星定位儀（GPS）的功能。

（一）收集分析 101 大樓高度資料

經由查詢網站資料與詢問 101 大樓設計公司（李祖原聯合建築師事務所），得知樓層高度，我們將數據重新繪圖，如圖 4-10，了解樓層間高度的關係。

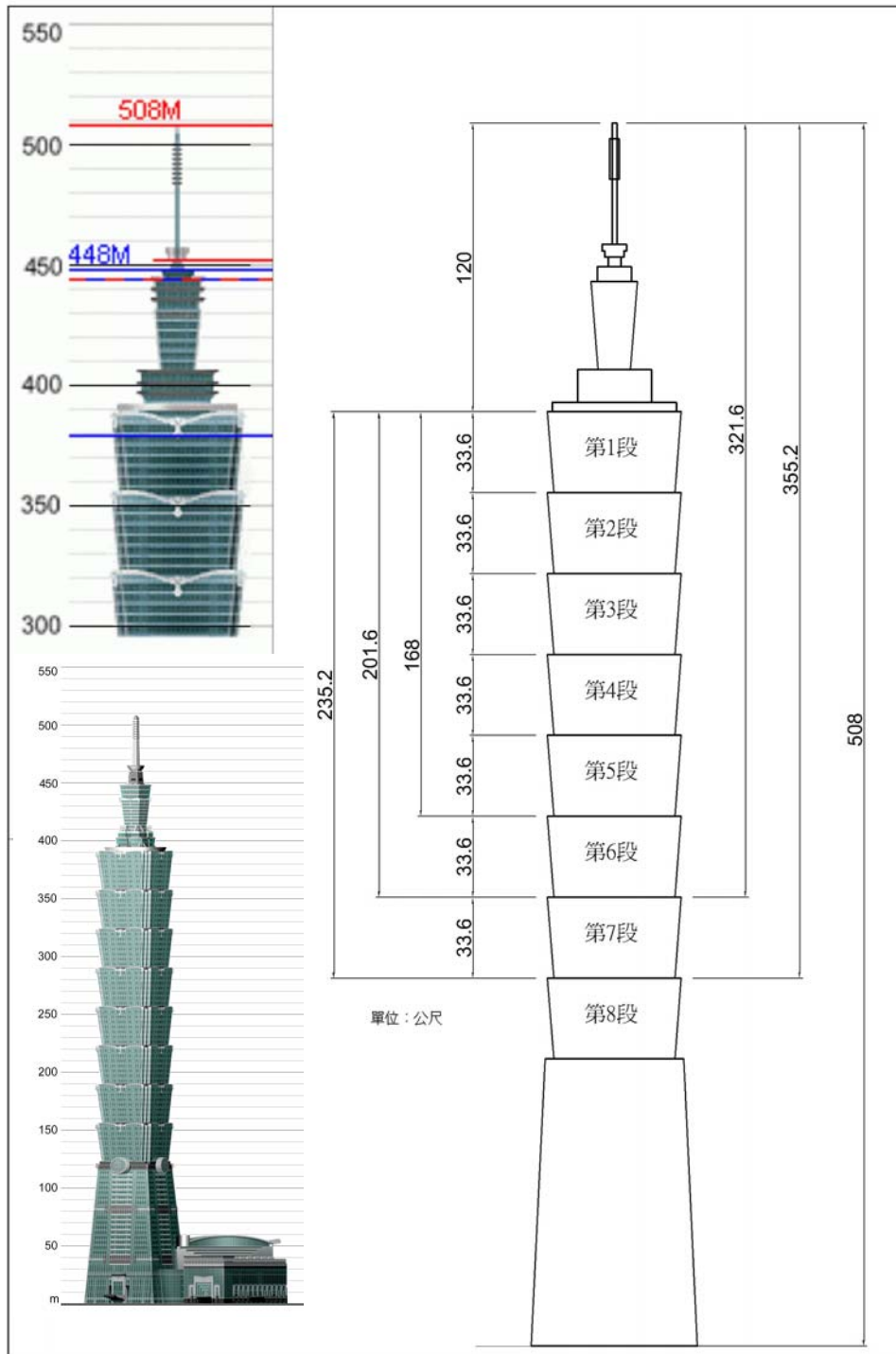


圖 4-10 台北 101 大樓樓層高度分析圖

(二) 長距離測量實驗

1. 在汐止綠野山坡社區測量與 101 大樓的距離及方位角

實驗步驟：

- (1) 尋找較平坦的地面，且方便由 Google Earth 衛星地圖找出實際位置，比對測量結果。
- (2) 架上測量儀器，轉動仰角調整捲線器，微調水平仰角，觀察鉛垂線，完成設定鉛垂點。
- (3) 轉動仰角調整捲線器，以儀器前端數位相機分別瞄準 101 大樓高點（1 段頂邊緣，H1）與低點（7 段底邊緣，H2），並記錄地面光點位移數據（L1 與 L2）。另外查圖 4-10 可知瞄準樓層高低點之間的高度（H）。重複做 3 次，平均數據。
- (4) 測量記錄儀器轉軸至地面的高度（Ha），重複測 3 次，取平均值。
- (5) 計算與 101 大樓的水平距離 = $\frac{Ha}{(L1 - L2)} \times H$
- (6) 用方位角瞄準器與指北針，測量我看 101 大樓的方位角，重複測 3 次，取平均值。

實驗過程照片如圖 4-11，數據整理如表 4-3，長距離測量有良好結果，誤差-0.283%。



圖 4-11 汐止綠野山坡社區測量與 101 大樓的距離及方位角的實驗過程

表 4-3 汐止綠野山坡社區測量與 101 大樓距離及方位角實驗數據

地點/目的：汐止綠野山坡社區北邊界，測與101大樓距離(標尺=101大樓)						
測量項目	單位	第一次量測	第二次量測	第三次量測	平均	
瞄準101大樓參考段高低點時地面光點位移距離	鉛垂零點	公分	10.00	10.00	10.00	10.00
	高點位移長度(L1)	公分	12.30	12.30	12.30	12.30
	低點位移長度(L2)	公分	9.26	9.25	9.26	9.26
	實驗測量光點位移差 $\Delta L=(L1-L2)$	公分	3.04	3.05	3.04	3.04
儀器轉軸至地面高度(Ha)	公尺	0.913	0.913	0.912	0.913	
參考標尺高度(H)	公尺	101大樓1段頂至7段底，查圖				235.20
實際與101大樓距離(Dr)	公尺	查Google Earth衛星地圖				7076
高點換算仰角	度	1.44	1.44	1.44	1.44	
低點換算仰角	度	-0.46	-0.47	-0.46	-0.47	
實驗測量計算距離(D)	公尺	7063.737	7040.577	7063.809	7056.041	
實驗測量誤差量(D-Dr)	公尺	-12.263	-35.423	-12.191	-19.959	
實驗測量誤差百分比= $100*(D-Dr)/Dr$	%	-0.173	-0.501	-0.172	-0.282	
看101大樓方位角測量	度	261.0	261.6	261.5	261.4	

方位角的測量過程，發現指北針改良後很穩定，用磁鐵干擾後移開，數據差異不大。

2.在大直美堤河濱公園測量與 101 大樓的距離及方位角

實驗步驟：同前，實驗過程照片如圖 4-12，數據整理如表 4-4，實驗結果誤差很小，約 5 公里的距離，誤差約 5 公尺，誤差百分比 0.107%。



圖 4-12 大直美堤河濱公園測量與 101 大樓的距離及方位角的實驗過程

表 4-4 大直美堤河濱公園測量與 101 大樓距離與方位角實驗數據

地點/目的：美堤河濱公園西側停車場，測與101大樓距離(標尺=101大樓)						
測量項目		單位	第一次量測	第二次量測	第三次量測	平均
瞄準101大樓參考段高低點時地面光點位移距離	鉛垂零點	公分	10.00	10.00	10.00	10.00
	高點位移長度(L1)	公分	16.10	16.10	16.10	16.10
	低點位移長度(L2)	公分	12.43	12.43	12.44	12.43
	實驗測量光點位移差 $\Delta L=(L1-L2)$	公分	3.67	3.67	3.66	3.67
儀器轉軸至地面高度(Ha)		公尺	0.910	0.910	0.910	0.910
參考標尺高度(H)		公尺	101大樓1段頂至6段底，查圖			201.60
實際與101大樓距離(Dr)		公尺	查Google Earth衛星地圖			4998
高點換算仰角		度	3.83	3.83	3.83	3.83
低點換算仰角		度	1.53	1.53	1.54	1.53
實驗測量計算距離(D)		公尺	4998.801	4998.801	5012.459	5003.354
實驗測量誤差量(D-Dr)		公尺	0.801	0.801	14.459	5.354
實驗測量誤差百分比=100*(D-Dr)/Dr		%	0.02	0.02	0.29	0.107
看101大樓方位角測量		度	162.0	162.5	162.0	162.2

四、研究由仰角測量儀器，計算我與月亮的距離

(一) 月亮距離計算原理

計算與月亮的距離，是要測量與月球表面的直線距離，與之前計算的水平距離不同，所以計算方式說明如圖 4-13，應用計算式如下：

$$\text{因為直角三角形：} \sin\left(\frac{\text{瞄準月球上下端仰角差}}{2}\right) = \frac{\text{月球半徑}}{\text{與月球球心直線距離}}$$

計算我與月球表面的距離=月球半徑÷Sin(瞄準月球上下端仰角差/2)-月球半徑

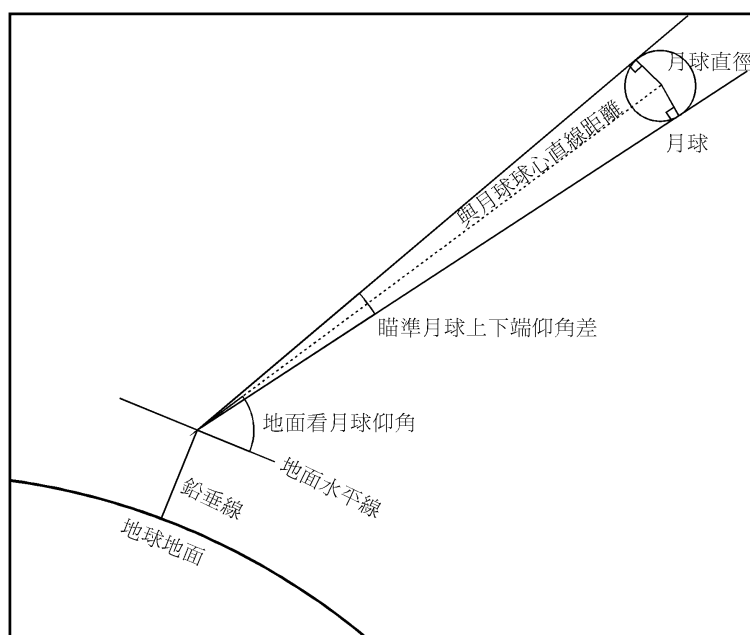


圖 4-13 月亮距離計算原理示意圖

(二) 計算我與月亮的距離測量實驗

實驗步驟：

1. 架上測量儀器，觀察鉛垂線，完成設定鉛垂點。
2. 轉動仰角調整捲線器，調整水平仰角，以儀器前端數位相機，分別瞄準月亮上端邊緣與下端邊緣，並記錄地面光點位移數據（L1 與 L2），實驗當天是上弦月，因此月亮上端邊緣較無法準確瞄準，瞄準時以圓形估計。
3. 因為月亮會移動，所以只能做 1 次。
4. 測量記錄儀器轉軸至地面的高度（Ha），重複測 3 次，取平均值。

另在家中滿月時也實驗了一次，實驗過程照片，如圖 4-14，數據整理如表 4-5。因為月球會移動，不容易瞄準，誤差比其它測量大了許多，約-6.75% ~2.54%。

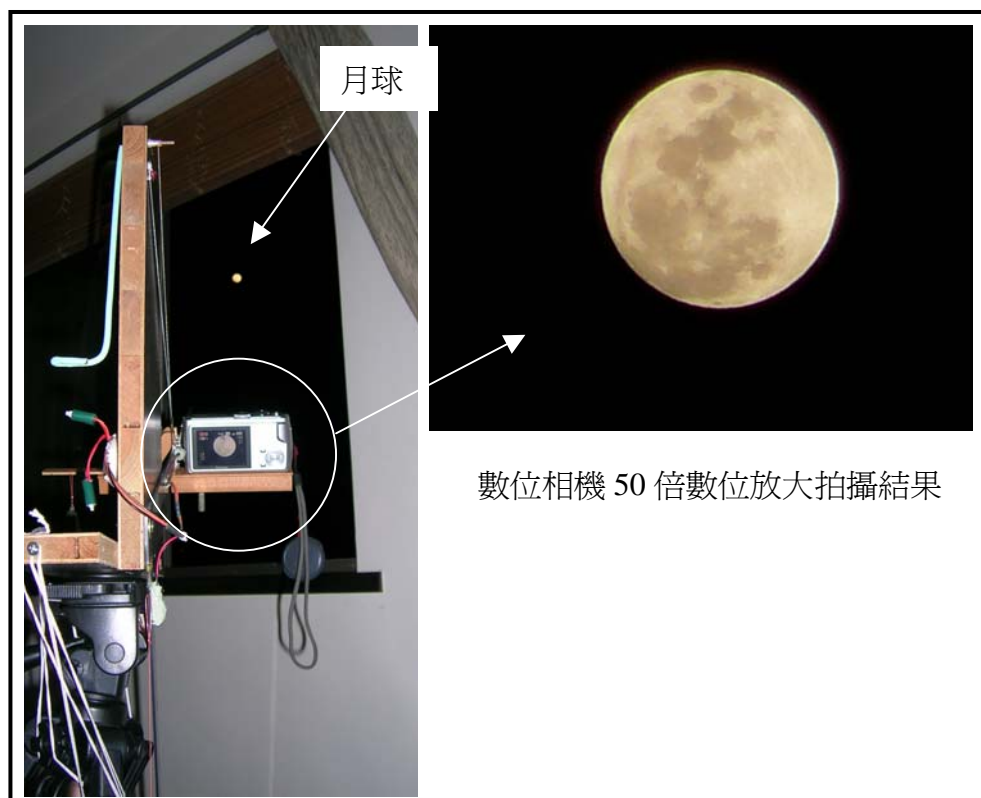


圖 4-14 月亮的距離測量實驗過程

表 4-5 計算我與月亮的距離測量實驗數據

地點/目的：學校操場至月球(標尺=月球直徑)			
測量項目		單位	量測結果
瞄準月球高低點時 地面光點位移距離	鉛垂零點	公分	0.00
	高點位移長度(L1)	公分	115.620
	低點位移長度(L2)	公分	113.460
	實驗測量光點位移差 $\Delta L=(L1-L2)$	公分	2.16
儀器轉軸至地面高度(Ha)		公尺	0.906
標尺高度(H)，月球直徑		公尺	3474206
高點換算仰角		度	51.918
低點換算仰角		度	51.392
高低點角度差		度	0.526
實驗測量計算距離(D)		公里	376888
查2008天文年鑑(97.3.12)月球距離(Dr)		公里	367550
實驗測量誤差百分比= $100*(D-Dr)/Dr$		%	2.54
地點/目的：家中至月球(標尺=月球直徑)			
測量項目		單位	量測結果
瞄準月球高低點時 地面光點位移距離	鉛垂零點	公分	0.00
	高點位移長度(L1)	公分	54.25
	低點位移長度(L2)	公分	53.10
	實驗測量光點位移差 $\Delta L=(L1-L2)$	公分	1.15
儀器轉軸至地面高度(Ha)		公尺	0.902
標尺高度(H)，月球直徑		公尺	3474206
高點換算仰角		度	31.034
低點換算仰角		度	30.494
高低點角度差		度	0.540
實驗測量計算距離(D)		公里	367191
查2008天文年鑑(97.3.21)月球距離(Dr)		公里	393746
實驗測量誤差百分比= $100*(D-Dr)/Dr$		%	-6.74

伍、討論

一、研究製作一個能精確測量仰角的測量儀器與指北針

(一) 製作仰角測量儀器的偵測極限探討

我們製作的儀器，是將遠端瞄準目標產生的水平仰角，以直角尺轉換成地面雷射光點位移，因此偵測極限在於如何正確讀取地面光點位移的微小距離，早先我們將雷射光直接投射在刻度尺上，發現不易正確讀值，後來才改進發明刻度判讀器，因為雷射光中心照射在半透明的釣魚線上，會產生紅色散光，而只要稍微偏離釣魚線，散光就不明顯了，如圖 5-1，這樣可以精確決定雷射光中心位置，降低偵測極限。另外，我們以電腦列印刻度貼在木條上，最小刻度為 0.5 公釐，因此可以明顯判讀的誤差量不會大於 0.1 公釐，也就是說，可以明確判斷 0.1 或 0.2 公釐，若以儀器架高 100 公分來說，可以測量計算的仰角偵測極限為 0.00573 度。

$$\text{儀器仰角偵測極限} = \text{ArcTan}(0.01/100) = 0.00573 \text{ 度}$$

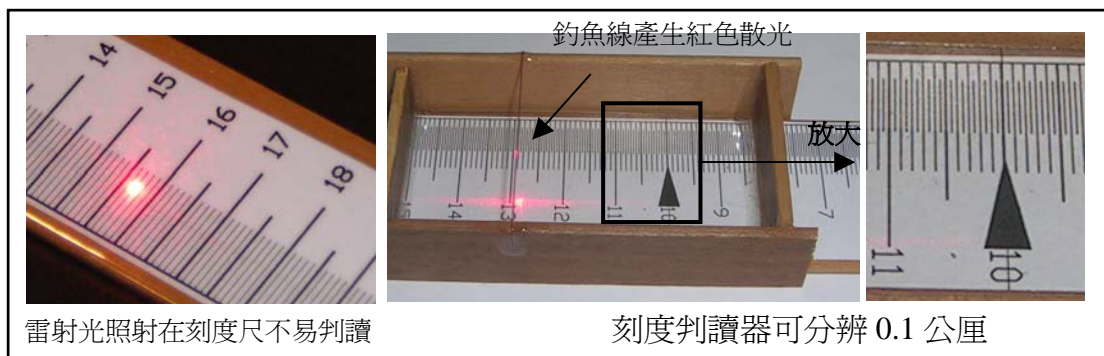


圖 5-1 刻度判讀器改善數據讀取

(二) 瞄準目標的改進

如何正確瞄準目標，經過許多討論與修改，原來想用望遠鏡，但是因為碰到會震動，而且眼睛位置也會影響觀察結果，所以放棄。最後用數位相機來瞄準，而且相機螢幕有十字符號，很好應用，如圖 5-2。



圖 5-2 使用數位相機可準確瞄準目標

(三) 指北針的改進

購買來的指北針，用鐵片影響轉動後移開，發現指北針不能回歸原位，會有約正負 2 度的誤差，且最小刻度是 2 度，因此不能精確測量方位角。所以我們拆開改良，加上外圈刻度，使它最小刻度是 0.5 度，並且改用針灸用的細針，提高靈敏度，另外用木片製作瞄準器，可以精確瞄準目標，如圖 4-5。

指北針的校正，是先由地圖決定觀察位置，從地圖上量 101 與觀察位置的角度，再到現場實際測量，比較角度差異，修正我們的方位角測量器。我們約修正了 5 度，這個差異可能是指北針刻度黏貼的誤差、瞄準器與指北針結合的誤差，還有地圖方格北與真正磁北的誤差，不過經由校正後，我們的方位角測量器，已經和地圖一致了。

二、研究測量儀器將角度換算成距離的方法，探討實際應用時的誤差

(一) 室內短距離標尺測量距離實驗

我們在室內用不同標尺高度，測量短距離，來探討儀器與標尺高度，對測量結果的影響，實驗數據如表 4-1。分析說明如下：

1. 因為誤差有正負值，所以用每次測量誤差的絕對值來平均，比較能表達真正的誤差特性，將標尺長度由 0.2 至 1.0 公尺的測量數據整理如表 5-1，並且畫出折線圖，如圖 5-3。
2. 由圖表得知，相同距離測量，參考的標尺越長，誤差越小，計算標尺與距離比值，當比值越小誤差就越大，所以使用足夠長度的標尺，就應該有良好的測量結果。

表 5-1 各種長度標尺的距離誤差量絕對值分析（單位：公尺）

標尺長度	第一次量測 誤差量絕對值	第二次量測 誤差量絕對值	第三次量測 誤差量絕對值	誤差量 絕對值 平均	實際 距離	誤差百分比	標尺與距離比值 (標尺長度/實際距離)
0.20	0.1046	0.0121	0.0241	0.0469	6.044	0.78%	0.0331
0.40	0.0140	0.0061	0.0264	0.0155	6.044	0.26%	0.0662
0.60	0.0352	0.0135	0.0095	0.0194	6.044	0.32%	0.0993
0.80	0.0162	0.0040	0.0061	0.0088	6.044	0.14%	0.1324
1.00	0.0000	0.0040	0.0040	0.0027	6.044	0.04%	0.1655

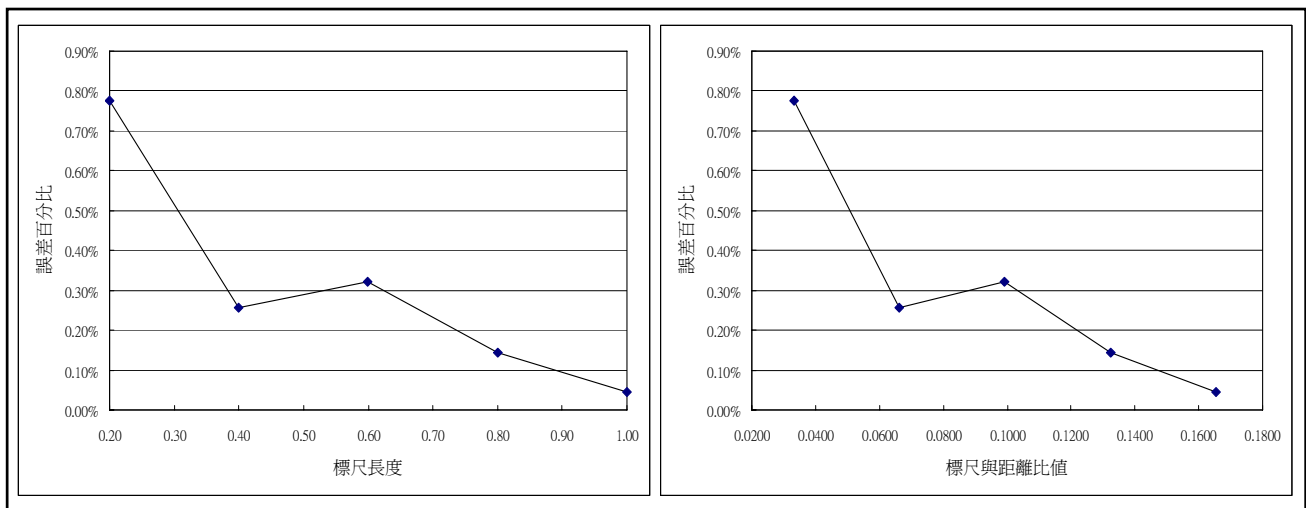


圖 5-3 參考標尺長度與測量距離誤差量分析

(二) 學校與公園的中距離測量實驗

因為標尺長度與想要測量距離的比例，與測量誤差有關，所以我們在戶外選擇了不同的標尺種類與距離進行實驗，實驗數據如表 4-2。分析說明如下：

- 1.將各種實驗結果整理如表 5-2，由表得知，當標尺與距離比值越小，誤差就越大，是符合之前室內短距離實驗結果的特性，但是標尺太小在遠的地方不容易瞄準，產生的誤差較大。
- 2.比較學校司令台前至音樂教室大樓 A 與 B 的實驗，相同測量距離實驗，當使用較長的標尺，誤差明顯小了許多，而且因為是以樓層當標尺，是比瞄準垂繩下的水瓶，有更好的瞄準目標。
- 3.比較學校司令台前至標尺與河濱公園測橋墩間距，雖然使用相同標尺，而橋墩間距較短，反而誤差較大，這是因為當天風較大，且在草地上測量，所以產生較大誤差。
- 4.所以測量時，標尺除了越長越好外，還要清楚容易瞄準。

表 5-2 學校與公園的中距離測量實驗數據分析

距離測量實驗名稱	使用標尺長度(公尺)	實際距離(公尺)	距離測量結果(公尺)	誤差量(公尺)	誤差百分比(%)	標尺與距離比值(標尺長度/實際距離)
學校司令台前至標尺	1.000	60.075	60.670	0.595	0.99%	0.017
學校100公尺跑道	1.000	100.000	104.431	4.431	4.43%	0.010
學校司令台前至音樂教室大樓A	3.060	92.153	92.931	0.778	0.84%	0.033
學校司令台前至音樂教室大樓B	11.221	92.153	92.378	0.225	0.24%	0.122
河濱公園測橋墩間距	1.000	31.866	32.304	0.438	1.37%	0.031

三、挑戰長距離的測量，並且利用指北針在地圖上找出我的位置在哪裡

我們選擇汐止與大直地區，進行長距離的測量，分別距離 101 大樓約 7 和 5 公里，實驗數據如表 4-3。分析說明如下：

(一) 首先由 Google Earth 網路衛星地圖查到了我們測量的位置，如圖 5-4，並且用它的地圖距離測量工具，量出實際距離，比對我們測量的誤差。

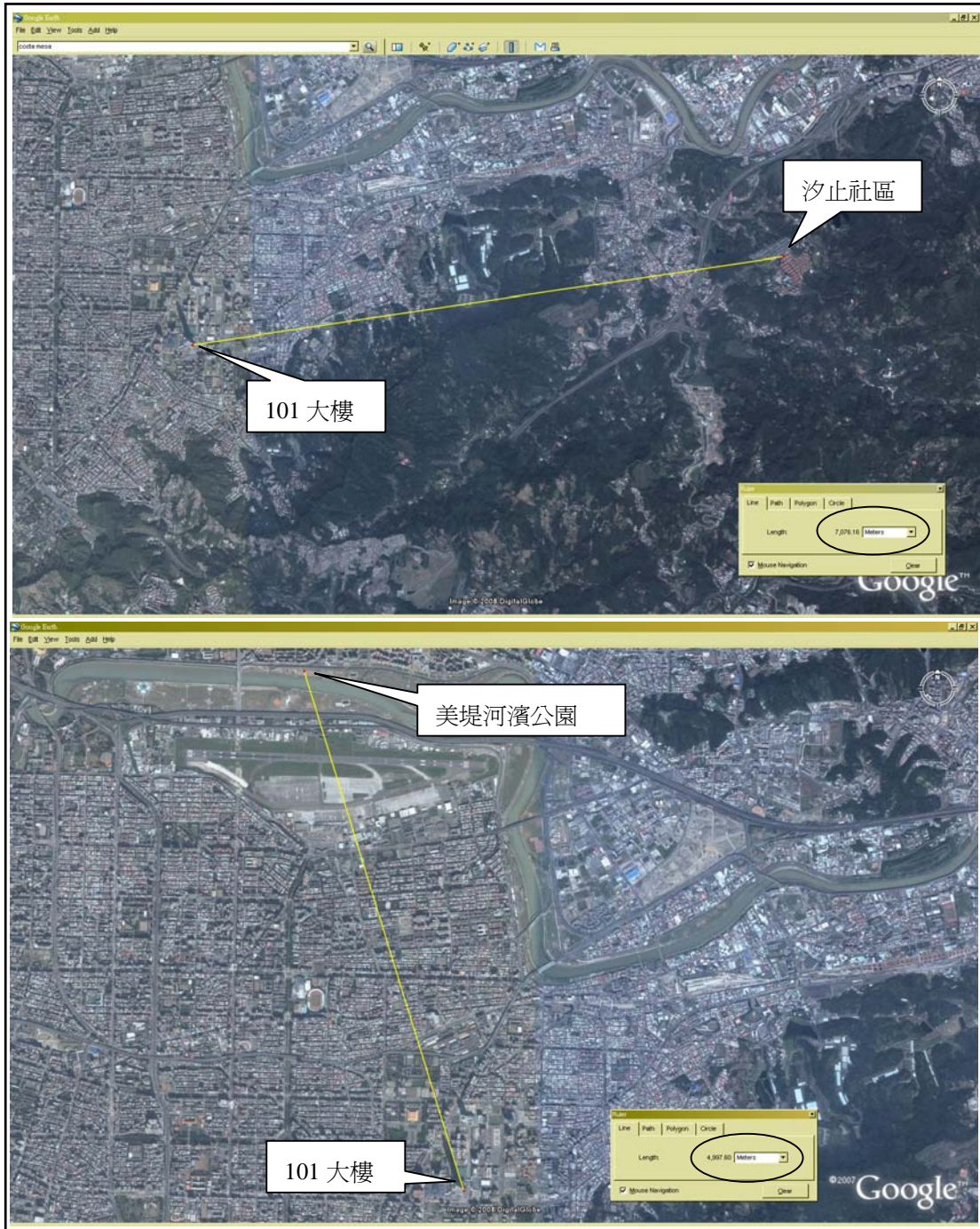


圖 5-4 由 Google Earth 網路衛星地圖查實際測量距離

- (二) 將數據整理，如表 5-3，美堤河濱公園距離較近，測量值為 5003.4 公尺，平均誤差量約 5.3 公尺，是實際距離的 0.107%。汐止綠野山坡社區，距離較遠，測量值為 7056.0 公尺，平均誤差量約 20 公尺，是實際距離的-0.282%，我們用簡單的儀器，有這樣的結果覺得滿意，證明了測量誤差的大小，是與標尺相對測量距離的比例有明顯相關，並不是測量越遠誤差越大，101 大樓的高度足夠當作很好的測量標尺。
- (三) 在美堤河濱公園，標尺相對測量距離的比例為 0.040，而汐止社區為 0.033，所以前者誤差較小。
- (四) 將測量時我看 101 的方位角，換成 101 看我的方位角，再由 101 位置依照方位角及測量長度畫線，四年級社會科學過地圖比例尺換算，要將測量長度換算與地圖相同的比例，才能依角度畫線，線的終點就是我當時測量的位置了，如圖 5-5，用電腦軟體幫助，可以畫的更準確，如圖 5-6。

表 5-3 長距離測量實驗數據分析

測量位置名稱	實際查Google Earth 衛星地圖距離(公尺)	距離測量結果 (公尺)	平均誤差量 (公尺)	平均誤差 百分比(%)	我看101大樓 方位角(度)	由101大樓看我 方位角(度)
汐止綠野山坡社區北邊界	7076	7056.041	-19.959	-0.282	261.4	81.4
大直美堤河濱公園西側停車場	4998	5003.354	5.354	0.107	162.2	342.2

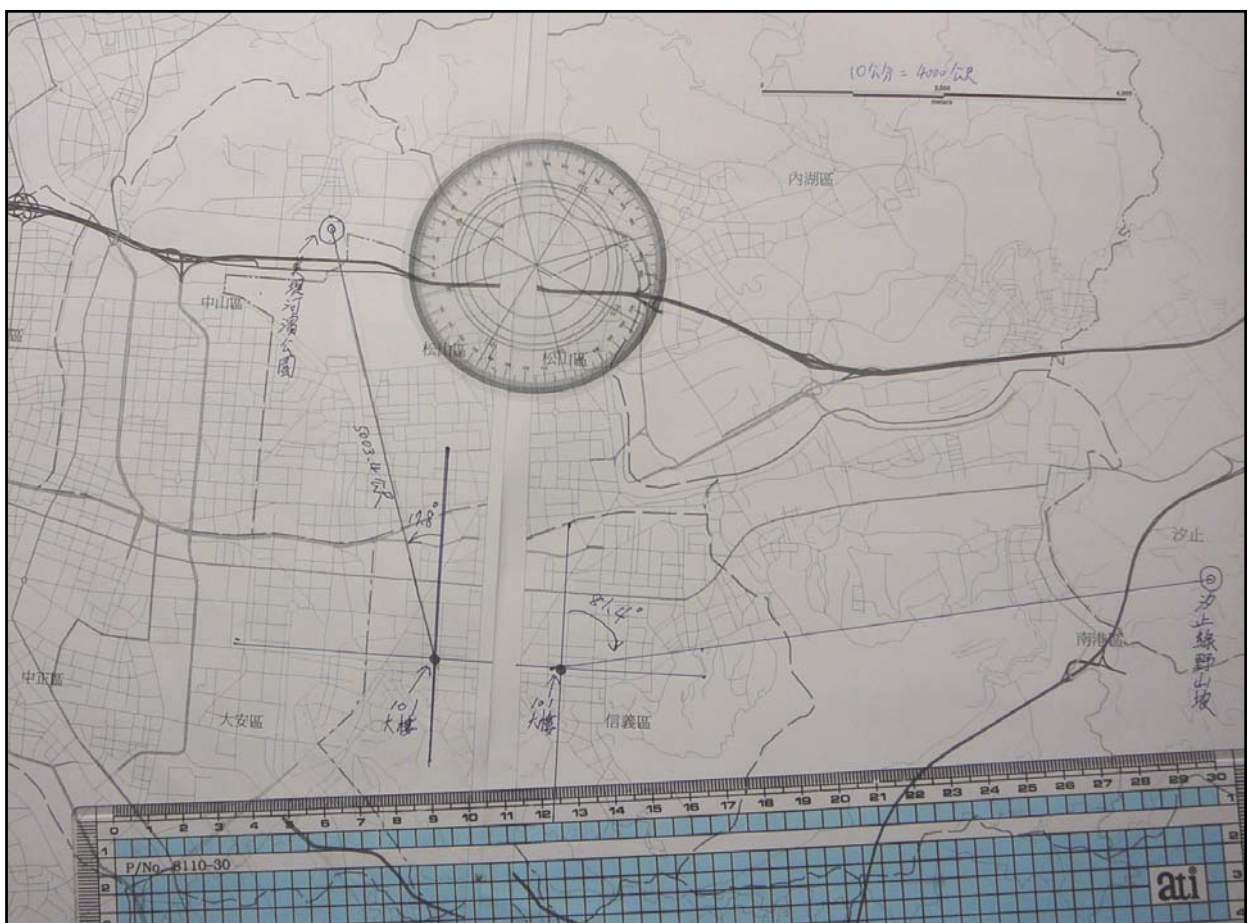


圖 5-5 在地圖上畫出測量時我的位置在哪裡

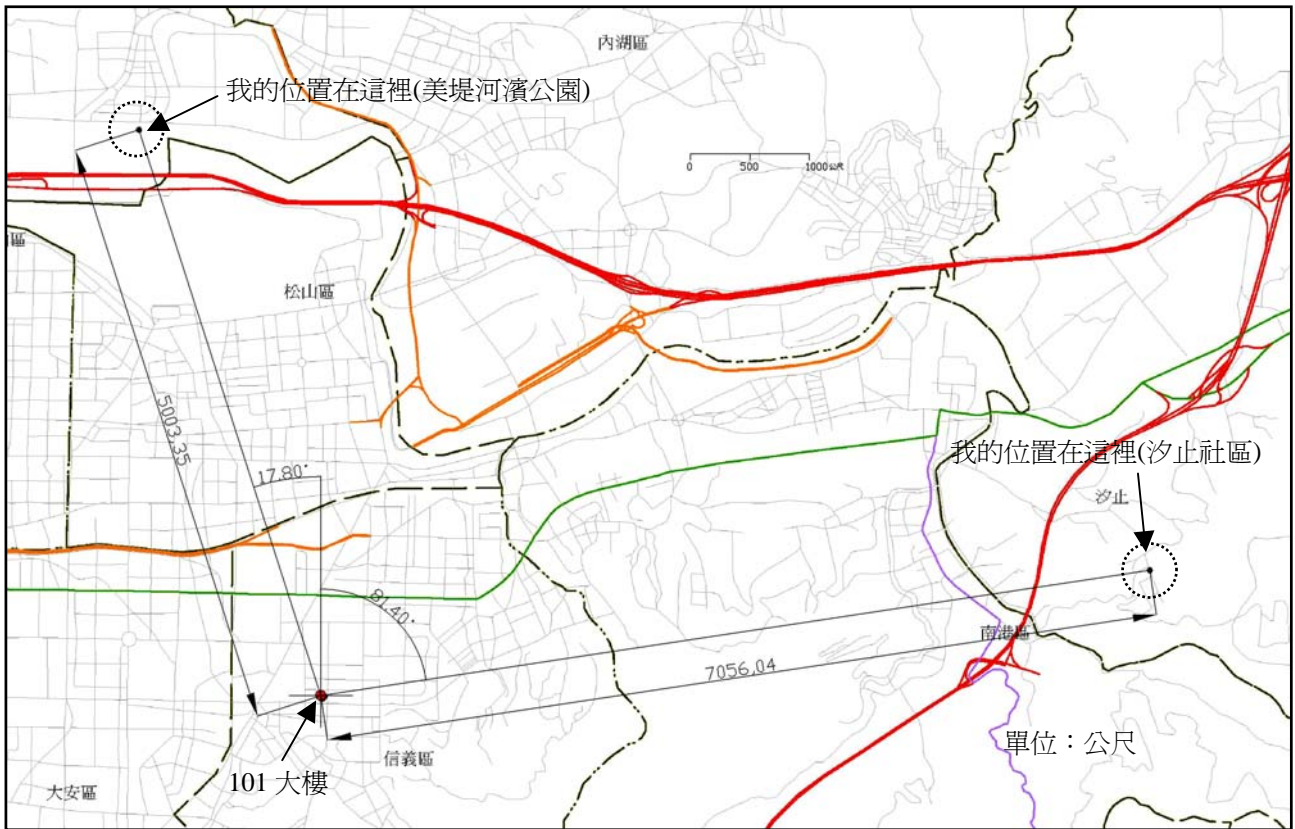


圖 5-6 電腦畫出測量時我的位置在哪裡

四、由仰角測量儀器，計算我與月亮的距離

使用儀器測月球距離有比較大的誤差，月球與地球最近距離 363104 公里，最遠距離 405696 公里，還好我們測量結果也這個範圍內，測量誤差範圍-6.75% ~2.54%，原因可能包括：

- (一) 月球會移動不容易測量，相機瞄準月球上緣後固定，月球自己移動到下緣的時間為 2 分 38 秒。
- (二) 用直徑當標尺，相對要測量的距離太小了，計算標尺與測量距離比值是 0.0088，瞄準誤差對測量結果會有比較大的影響。

測量月球不容易進行，滿月才準確，而且還要好天氣，我們還要繼續努力，找出最好的測量結果。

陸、結論

- 一、我們利用光是直線進行的特性，製作簡單的儀器，將瞄準遠端物體產生的水平仰角，以直角尺轉換成地面雷射光點位移，所以測量時微小的角度變化，仍可以明顯看出光點在移動。以地面光點的偏移距離和儀器高度，用三角函數計算仰角，若以儀器架高 100 公分來說，可以測量的仰角偵測極限為 0.00573 度。
- 二、提高測量儀器精確度的關鍵，在於利用為雷射光中心點照射在半透明的釣魚線上，會產生紅色散光，來精確找出光點位移數據，同時利用數位相機望遠放大功能，協助瞄準遠端目標。
- 三、利用遠端已知長度物體當標尺，應用直角三角形邊長比例關係，測量我與物體距離。首先在室內進行測量實驗，探討儀器誤差原因，發現標尺和測量距離的比值，與誤差有明顯相關性。後來在戶外，選用各類型標尺，實際應用測量，其中以樓層高度當標尺（11.2 公尺），測量距離 92 公尺，誤差 0.23 公尺，誤差百分比 0.24%。用已知長度垂繩當標尺，可以方便距離測量。
- 四、利用相同原理，以 101 大樓當標尺，選擇汐止與大直地區，進行長距離的測量。汐止綠野山坡社區，距離 101 大樓約 7 公里，測量誤差-0.282%，約誤差-20 公尺，大直美堤河濱公園，距離 101 大樓約 5 公里，測量誤差 0.107%，約誤差 5.4 公尺。
- 五、利用方位角觀測數據，配合距離測量結果，我們成功的在地圖上找出了當時測量位置。
- 六、從實驗過程中，我們發現，只要在可以看見 101 大樓的地方；即使是上段幾層樓，就可以測量出我的位置在哪裡，而當目標可見樓層高度除以測量距離在 0.03 以上，那準確度已經和衛星定位儀（GPS）差不多了。
- 七、使用儀器測我與月球距離，有比較大的誤差，但是我們測量的結果，有在月球與地球最近距離 363104 公里與最遠距離 405696 公里範圍內，查 2008 年天文年鑑，比對測量日實際距離，測量誤差範圍-6.75% ~ 2.54%，後續還要繼續努力，尋找更好的方法。

柒、心得

這次的實驗經過了許多次的器材修改，每次修改後都有改善，但是實驗就必須重新再做，雖然很辛苦但是在分析實驗數據時，得到一些新的結果、新的發現，心中真的好快樂、好有成就感。在實驗操作中，曾經有幾次才剛調好，卻又不小心碰撞到或者是忽略操作細節，到分析數據時，才發現誤差很大，整個實驗都要從頭開始，所以做實驗寧願小心謹慎慢慢做，否則重來白費工夫。還有詳細的記錄很重要，要有表格來記錄，因為剛開始測量時，發生儀器收好才發現忘記測量儀器高度的事情，又要重來。

月球距離的測量，要等滿月才能測量，而且還要好天氣才可以，我們還要繼續努力，找尋更好的方法。

感謝老師的指導與爸媽協助，使我們能夠仔細的研究每一個細節，一步一步實現我們的願望。

捌、參考資料

- 一、休伊特、陳可崗譯（民 95）。觀念物理IV（117-118，121，156-158 頁），臺北市：天下遠見出版股份有限公司。
- 二、世界最高樓圖形，民 96 年 11 月 2 日，取自：<http://skyscraperpage.com/diagrams/?1178316>
- 三、衛星地圖，民 97 年 2 月 12 日，取自：<http://earth.google.com/download-earth.html>
- 四、臺北市立天文科學教育館（民 96），2008 天文年鑑，臺北市。

【評語】 081514

本作品以自製測量儀器，並以科學方法探討此儀器的可行性。此儀器可用於自然科月亮單元之測量教學，且能精確測出月亮仰角，並精準測出月亮至地球的距離，對教學具有實用的價值。