

中華民國第四十七屆中小學科學展覽會
作品說明書

高中組 地球科學科

佳作

040508

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

學校名稱：國立臺中第二高級中學

作者： 高二 李曜宸	指導老師： 蔡兆陽 葉婉儀
---------------	---------------------

關鍵詞：哈伯常數 Ia 型超新星 宇宙年齡

摘要

我們利用 Ia 型超新星來驗證討論哈伯定律($V_r = H \times d$)與測量哈伯常數、探討宇宙年齡，並討論宇宙加速膨脹的可能性、哈伯常數是否為恆定值等。利用網路找出 Ia 型超新星觀測資料，並借由此型超新星可當成標準燭光(Standard Candle)的特殊性質，我們可以很容易算出星體的距離 d ，再借由觀測到的紅移值(RedShift)可算出星體遠離我們的徑向速度 V_r (Radial Velocity)，最後再利用數值方法求出最佳擬合直線來得到哈伯常數。我們從資料、各式理論進行討論分析，認為宇宙極有可能在加速膨脹，意即哈伯常數並非恆定值。我們得到的哈伯常數分為高、低紅移兩部分，以低紅移超新星測量到的哈伯常數 $\sim 57.6 \frac{km/s}{Mpc}$ ；以高紅移超新星測量到的哈伯常數 $\sim 30.6 \frac{km/s}{Mpc}$ ；並綜合高、低紅移超新星，測量到的哈伯常數 $\sim 31.7 \frac{km/s}{Mpc}$ 。若假設哈伯常數為恆定值，低紅移資料對應之宇宙年齡約 170 億年；高紅移資料對應之宇宙年齡約 319 億年；綜合高低紅移資料對應之宇宙年齡約 309 億年。由於宇宙極可能加速膨脹，哈伯常數極可能是時間的函數，所以宇宙年齡可能也並非簡單哈伯常數的倒數就可算出。

壹、研究動機：

小時候便對這充滿未知的宇宙深深著迷，而宇宙的起源，更是值得討論的話題。翻閱了許多天文書刊的我，想更進一步了解大爆炸(Big Bang)後的宇宙擴張，高一基礎地科課本寫到哈伯提出哈伯定律，表示宇宙正處於迅速膨脹的狀態，引發了我的興趣。且找出哈伯常數後，可以得到重要的結果並且應用：**哈伯常數**的倒數可能是**宇宙年齡**；如果算出該時間點較精準的哈伯常數，將常數帶入哈伯定律定律，只需知星體該時的**紅移值**或**徑向速度**，即可方便的計算該時遙遠星體的**距離**，**反之亦然**。由於現今網路十分發達，我又有編寫程式能力，可以藉由方便的線上資料庫的觀測資料來做分析，重新計算哈伯常數。

貳、研究目的：

- 一、利用 **Ia 型超新星**(因為超新星非常的亮，所以可以觀測到非常遠，並且借由此型超新星可當成宇宙中標準燭光的特殊性質，可以容易的找出超新星的距離。)找出更遠更準確天體的距離與速度，計算得到哈伯常數與宇宙年齡。
- 二、借由分析資料的過程來學習科學上的分析方法(包括全程在 Linux 系統下使用，編寫程式運算各個數值，編寫程式求最佳的擬合直線(Best fitting line)，使用圖表製作軟體製圖以分析，如何用 shell script 串聯程式，使分析加快，更加方便等等)。

參、研究設備與器材：

- 一、儀器：電腦一台
- (一)、硬體設備

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

1、中央處理器：Intel(R) Pentium(R)4 1500MHz

2、記憶體：645 MB

3、硬碟：20 Gigabytes

(二)、作業系統：

1、Linux Fedora Core5

(三)、使用軟體：

1、C 程式語言編譯器(GCC Compiler)

2、Gnuplot(畫圖軟體)

肆、研究原理：

一、哈伯定律為： $V_r = H \times d$ (距離我們愈遠的星體，遠離我們的速度愈快)

V_r ：星體遠移我們的速度，單位為 km/s

d ：星體與我們的距離，習慣使用單位為 $Mpc(10^6 pc)$

H ：比例常數，稱哈伯常數

為了找出 H 的值，我們必需先找出星體遠離我們的**速度與距離**

(一)、求距離(d)：

根據「距離模數」(Distance modulus)

$$m - M = 5 \log_{10} d - 5 \text{ -----①}$$

(M :絕對星等 m :視星等 d :星體與觀測點的距離)

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

在①式中，視星等 m 可以直接觀測得到，而絕對星等 M 則利用 Ia 型超新星的特殊性質---超新星時的最亮絕對星等為「固定值」(請參閱附錄 1)，因此我們利用了 Branch et al.(1992)提供的 B-band 絕對星等最大值為 $M_B = -19.6$ 星等來找出超新星的距離 d 。

由①式：

$$d = 10^{\frac{m-M+5}{5}} \text{ -----②}$$

$M_B = -19.6$ 為絕對星等， m 應該代 B-band 的視星等 m_B (此為觀測值)，因此我們就可以算出超新星與我們的距離 d 。

(二)、求星體遠離我們的速度(或稱徑向速度)(V_r)：

如果我們知道星體的紅移值 Z (RedShift) ($Z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$)，我們可利用相對論性都卜勒效應來得

到星體的徑向速度(詳請參閱附錄 2)

$$Z = \frac{\sqrt{1 + \frac{V_r}{c}}}{\sqrt{1 - \frac{V_r}{c}}} - 1 \text{ -----③}$$

(Z :紅移值 c :光速 V_r :徑向速度(Radial Velocity)，徑向速度即靠近或遠離我們的速度)

將③式整理，左右平方

$$Z + 1 = \frac{\sqrt{1 + \frac{V_r}{c}}}{\sqrt{1 - \frac{V_r}{c}}} \implies (Z + 1)^2 \left(1 - \frac{V_r}{c}\right) = \left(1 + \frac{V_r}{c}\right)$$

為計算方便，令 $\frac{V_r}{c} = a$ ， $(Z + 1)^2 = b$

$$b - a \cdot b = 1 + a \implies b - 1 = a \cdot (1 + b) \implies a = \frac{b - 1}{b + 1} = \frac{V_r}{c}$$

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

所以得

$$V_r = a \cdot c = \frac{b-1}{b+1} \cdot c \text{ -----④}$$

由④式可求出星體的徑向速度。

(註 1：大部分的超新星都離我們很遠，要測出超新星的 Z 值不容易，因此我們可以找出此超新星所在的**寄主星系(host galaxy)**，把寄主星系的 Z 當作是超新星的 Z)。

(三)、計算哈伯常數

哈伯定律為：

$$V_r \text{ (km/s)} = H \times d \text{ (Mpc)} \text{ -----⑤}$$

找出各個星體的 V_r 與 d 後，利用**數值方法**找出最佳的過原點**擬合直線(best fitting**

line)(William, et al. 1992)，即可求出斜率 H 。

伍、研究步驟：

一、蒐集資料：

(一)、B. Reindl et al, 2005 消光修正計算得的 Ia 型超新星 B-band 最大視星等

(二)、Perlmutter et al., 1999 的高紅移、低紅移 Ia 型超新星資料及經過消光修正的 B-band 最大視星等。

(三)、Germany et al., 2004 的 Ia 型超新星紅移值及經過消光修正的 B-band 最大視星等。

(四)、Riess et al., 2004 的 Ia 型超新星紅移值及經過消光修正的 B-band 最大視星等。

二、讀入數據：

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

(一)、經過消光修正的 B-band 尖峰(Peak)視星等(從以上的資料中可直接得到)

將每筆資料間以斷行形式放入 b_band.txt 文字檔以便程式讀取。

(二)、紅移值(有的可從以上資料直接得到，有的因為無法直接測出星體紅移值，我們便

將星體名稱於 SIMBAD 資料庫中搜尋該星體之寄主星系，把得到寄主星系的紅移值當成超新星的紅移值)。

將每筆資料以斷行形式放入 z.txt 文字檔以便程式讀取。

(三)、製作並執行程式(程式碼在附錄 4)

- 1、製作計算距離程式。
- 2、製作計算速度程式。
- 3、製作資料排版副程式。
- 4、製作擬合直線(通過原點)計算程式。
- 5、製圖程式。
- 6、整合程式。

陸、數據與結果：

一、數據：(以下資料來源在”玖、資料來源” 3、4、5、6 四項)

Ia 型超新星名字	紅移值 Z	B-band 最大視星等
1937C	0.0011	8.967
1960F	0.0058	11.284
1983G	0.0039	11.924

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

1989B	0.0024	10.925
1990N	0.0034	12.562
1990O	0.0303	16.357
1990T	0.0404	17.053
1990Y	0.0391	16.897
1990af	0.0506	17.404
1991S	0.0546	17.647
1991U	0.0317	16.212
1991ag	0.0141	14.469
1991T	0.0058	11.141
1992P	0.0252	16.094
1992A	0.0063	12.321
1992J	0.0446	17.145
1992au	0.0614	17.84
1992bk	0.0581	17.75
1992br	0.0882	18.795
1992ae	0.0752	18.138
1992ag	0.0249	15.612
1992al	0.0146	14.624
1992aq	0.1018	18.896
1992bc	0.0202	15.485
1992bg	0.0352	16.74
1992bh	0.045	17.357
1992bl	0.0437	17.119
1992bo	0.0189	15.396
1992bp	0.0793	18.089
1992bs	0.0637	18.204
1993H	0.0239	15.86
1993ac	0.0493	17.52
1993ae	0.019	15.284
1993B	0.0696	18.099
1993O	0.051	17.635
1993ag	0.049	17.526
1993ah	0.0297	16.117
1994D	0.0015	11.814

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

1994M	0.0232	15.839
1994Q	0.029	16.329
1994S	0.0151	14.904
1994T	0.0347	16.797
1994ae	0.0043	13.04
1995D	0.0065	13.267
1995E	0.0116	14.244
1995ak	0.023	15.574
1995al	0.0051	13.138
1995ac	0.049	17.083
1995bd	0.0152	14.255
1996C	0.0296	16.528
1996X	0.0068	12.883
1996Z	0.0076	13.07
1996ai	0.0032	11.107
1996bk	0.0068	13.192
1996bl	0.036	16.551
1996bo	0.0173	14.734
1996bv	0.0167	15.05
1997E	0.0132	14.807
1997br	0.0069	12.686
1997Y	0.0166	15.025
1997dg	0.0297	16.667
1997do	0.0104	14.166
1998V	0.017	15.055
1998bu	0.0025	11.013
1998dx	0.053	17.377
1998ef	0.017	14.941
1998aq	0.0037	12.339
1999ac	0.0095	13.957
1999ee	0.0114	14.04
1998eg	0.0234	15.944
1999X	0.0257	15.797
1999aa	0.0157	14.959
1999cc	0.0316	16.52

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

1999dk	0.0141	14.597
1999dq	0.0136	14.2
1999ef	0.038	17.172
1999gp	0.026	15.957
2000bk	0.0266	16.205
2000ce	0.0164	15.261
2000cf	0.036	16.847
2000cn	0.0233	16.087
2000dk	0.0164	15.144
2000fa	0.0218	15.717
2000E	0.0044	12.41
2001V	0.0162	14.502
2001el	0.0039	12.293
2002bo	0.0043	12.666
2002er	0.0091	13.644
1992bi	0.458	23.11
1994F	0.354	22.38
1994G	0.425	22.13
1994H	0.374	21.72
1994al	0.42	22.55
1994am	0.372	22.26
1994an	0.378	22.58
1995aq	0.453	23.17
1995ar	0.465	23.33
1995as	0.498	23.71
1995at	0.655	23.27
1995aw	0.4	22.36
1995ax	0.615	23.19
1995ay	0.48	22.96
1995az	0.45	22.51
1995ba	0.388	22.65
1996cf	0.57	23.27
1996cg	0.49	23.1
1996ci	0.495	22.83
1996ck	0.656	23.57

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

1996cl	0.828	24.65
1996cm	0.45	23.17
1996cn	0.43	23.13
1997F	0.58	23.46
1997G	0.763	24.47
1997H	0.526	23.15
1997I	0.172	20.17
1997J	0.619	23.8
1997K	0.592	24.42
1997L	0.55	23.51
1997N	0.18	20.43
1997O	0.374	23.52
1997P	0.472	23.11
1997Q	0.43	22.57
1997R	0.657	23.83
1997S	0.612	23.69
1997ac	0.32	21.86
1997af	0.579	23.48
1997ai	0.45	22.83
1997aj	0.581	23.09
1997am	0.416	22.57
1997ap	0.83	24.32

二、C 程式計算輸出來星體的速度 & 距離：

Ia 型超新星名字	velocity(Km/s)	distance(Mpc)
1937C	329.5903	5.168922
1960F	1733.754	15.0245
1983G	1166.911	20.17437
1989B	718.6385	12.73503
1990N	1017.562	27.0645
1990O	8946.155	155.3817
1990T	11867.15	214.0918
1990Y	11492.89	199.2508

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

1990af	14786.18	251.6518
1991S	15922.43	281.4492
1991U	9352.865	145.345
1991ag	4197.276	65.13284
1991T	1733.754	14.06695
1992P	7459.609	137.6575
1992A	1882.743	24.22144
1992J	13072.86	223.3572
1992au	17843.16	307.6097
1992bk	16912.76	295.1209
1992br	25279.77	477.5293
1992ae	21698.95	352.858
1992ag	7371.923	110.2554
1992al	4345.021	69.95198
1992aq	28972.73	500.2649
1992bc	5994.656	103.992
1992bg	10367.08	185.3532
1992bh	13187.42	246.2635
1992bl	12814.94	220.6988
1992bo	5612.542	99.81596
1992bp	22833.66	344.9848
1992bs	18489.7	363.7475
1993H	7079.442	123.5947
1993ac	14415.87	265.4606
1993ae	5641.954	94.79818
1993B	20141.07	346.5772
1993O	14900.02	279.8981
1993ag	14330.34	266.1951
1993ah	8771.671	139.1233
1994D	449.3514	19.17785
1994M	6874.526	122.4052
1994Q	8567.97	153.391
1994S	4492.692	79.57928
1994T	10222.41	190.283
1994ae	1286.336	33.72873

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

1995D	1942.318	37.44553
1995E	3457.424	58.72189
1995ak	6815.952	108.3428
1995al	1525.043	35.2858
1995ac	14330.34	217.0701
1995bd	4522.217	59.02011
1996C	8742.58	168.1125
1996X	2031.658	31.37618
1996Z	2269.765	34.19794
1996ai	957.8009	13.84841
1996bk	2031.658	36.17429
1996bl	10598.38	169.9026
1996bo	5141.554	73.58681
1996bv	4964.735	85.1138
1997E	3931.145	76.10269
1997br	2061.432	28.65497
1997Y	4935.255	84.13951
1997dg	8771.671	179.2256
1997do	3101.63	56.65001
1998V	5053.158	85.31001
1998bu	748.5443	13.26172
1998dx	15468.5	248.5421
1998ef	5053.158	80.94686
1998aq	1107.18	24.42306
1999ac	2834.501	51.45173
1999ee	3398.155	53.45644
1998eg	6933.088	128.4695
1999X	7605.693	120.0605
1999aa	4669.798	81.62064
1999cc	9323.833	167.4943
1999dk	4197.276	69.08758
1999dq	4049.455	57.54399
1999ef	11175.81	226.1518
1999gp	7693.308	129.2409
2000bk	7868.455	144.8772

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

2000ce	4876.286	93.79939
2000cf	10598.38	194.7153
2000cn	6903.809	137.2145
2000dk	4876.286	88.87917
2000fa	6464.256	115.7178
2000E	1316.185	25.23481
2001V	4817.304	66.13022
2001el	1166.911	23.91112
2002bo	1286.336	28.39226
2002er	2715.699	44.54511
1992bi	107972.2	3483.373
1994F	88172.96	2488.857
1994G	101950.5	2218.196
1994H	92171.04	1836.538
1994al	101017.5	2691.535
1994am	91775.44	2355.049
1994an	92959.44	2728.978
1995aq	107074.8	3580.964
1995ar	109219.7	3854.784
1995as	114963.8	4591.98
1995at	139433.8	3749.73
1995aw	97229.99	2466.039
1995ax	133620.8	3614.099
1995ay	111858.4	3250.873
1995az	106533.8	2642.409
1995ba	94914.31	2818.383
1996cf	126747.1	3749.73
1996cg	113591.7	3467.369
1996ci	114450.8	3061.963
1996ck	139575.7	4305.266
1996cl	161689.7	7079.458
1996cm	106533.8	3580.964
1996cn	102878	3515.604
1997F	128306.1	4092.607
1997G	153843	6516.284

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

1997H	119665.3	3548.134
1997I	47185.05	899.4976
1997J	134214.4	4786.301
1997K	130152.9	6367.955
1997L	123573.5	4187.936
1997N	49171.78	1013.911
1997O	92171.04	4207.266
1997P	110456.9	3483.373
1997Q	102878	2716.439
1997R	139717.4	4852.885
1997S	133173.7	4549.881
1997ac	81157.35	1958.845
1997af	128151	4130.475
1997ai	106533.8	3061.963
1997aj	128461	3451.437
1997am	100267.1	2716.439
1997ap	161922	6081.35

三、C 語言程式計算過原點最佳擬合直線斜率

(一)、低紅移(第 1 至 88 項共 88 筆資料)：

哈伯常數= 57.58

(二)、高紅移(第 89 至 130 項共 42 筆資料)：

哈伯常數 = 30.64

(三)、綜合(第 1 至 130 項共 130 筆資料)：

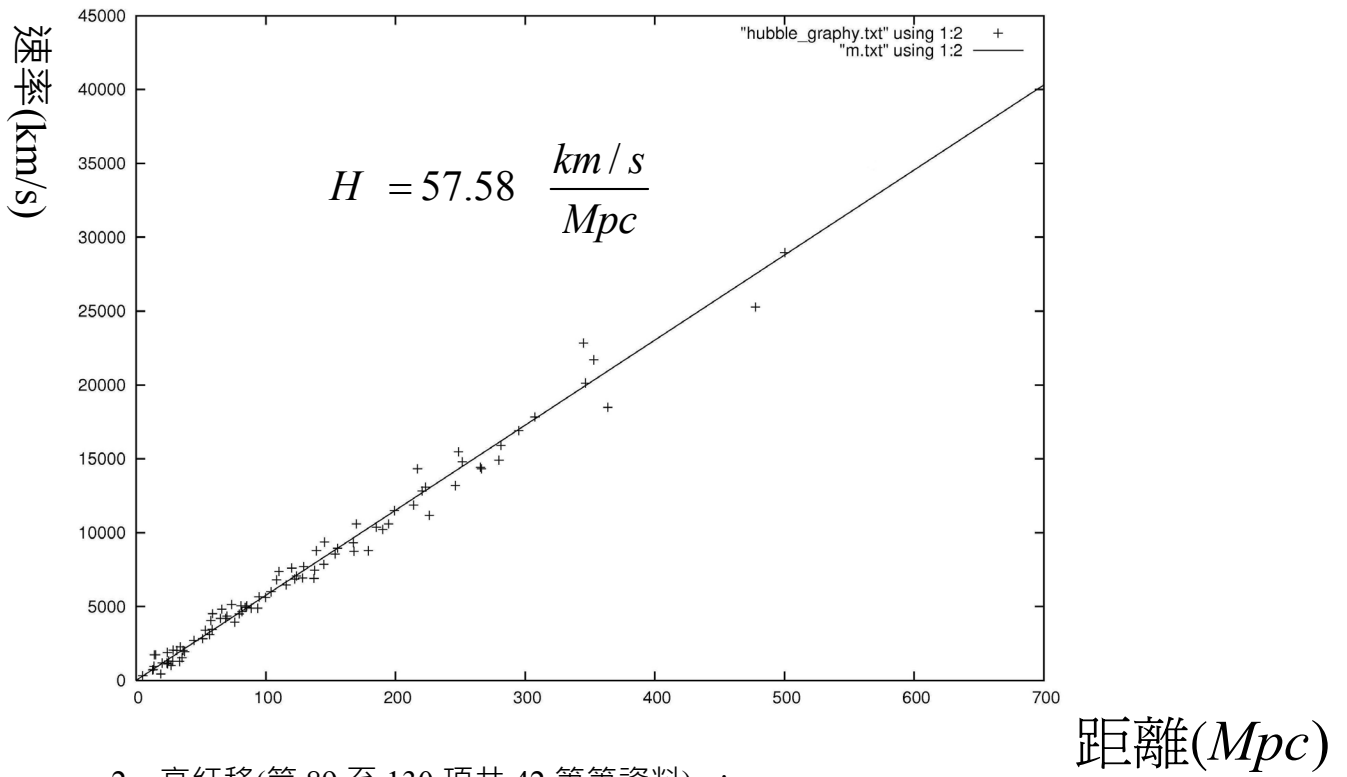
哈伯常數= 31.69

(四)、利用 Linux 內建的 Gnuplot 畫圖軟體以星體距離為 X 軸，速率為 Y 軸，並利用最

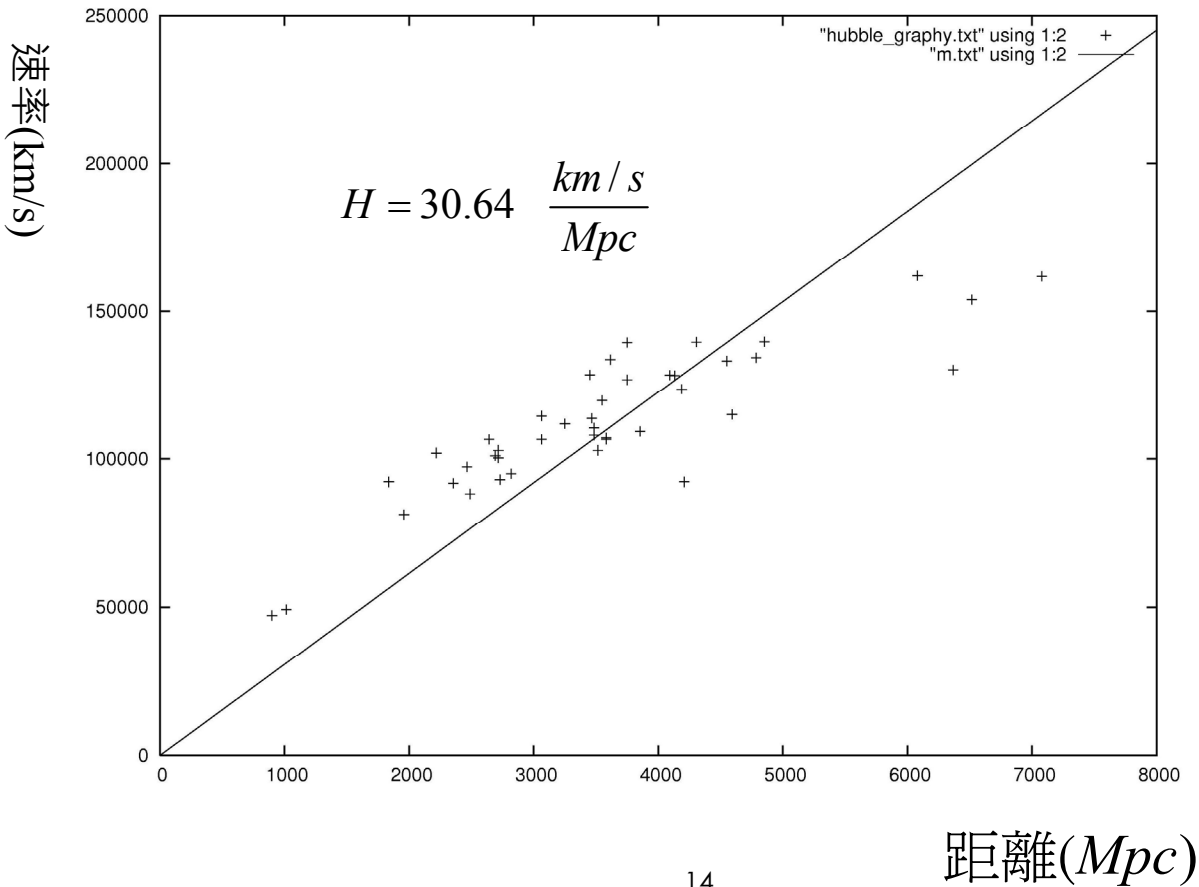
佳擬合直線斜率畫上過原點直線，並取得直線斜率(即為哈伯常數)。

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

1、低紅移(第 1 至 88 項共 88 筆資料)：

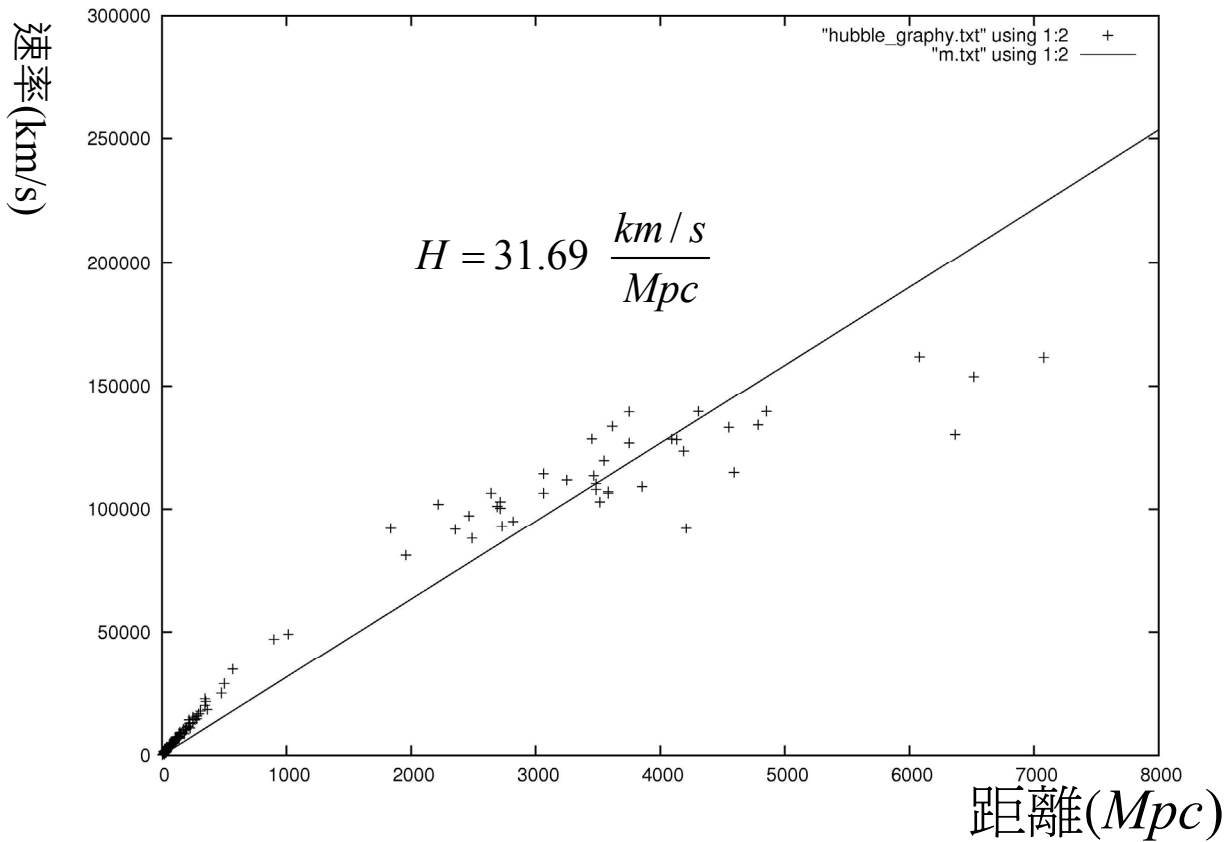


2、高紅移(第 89 至 130 項共 42 筆筆資料)：



以 Ia 型超新星測量哈伯常數

3、綜合(第 1 至 130 項共 130 筆筆資料)：



柒、討論：

(註：為了明確區分，本文所有 H_0 乃指 $t=0$ ，也就是“現在這個時間點”的哈伯常數)

一、由本次蒐集之數據，計算所得通過原點之擬合直線斜率(哈伯常數)為

(一)、低紅移： $57.58 \frac{km/s}{Mpc}$

(二)、高紅移： $30.64 \frac{km/s}{Mpc}$

(三)、綜合(高、低紅移綜合)： $31.69 \frac{km/s}{Mpc}$

二、若假設哈伯常數為恆定值，意即宇宙是等速膨脹，將其倒數換算，分別得到宇宙年齡：

(一)、低紅移： $1.69803852 \times 10^{10}$ 年(約 170 億年)

(二)、高紅移： $3.19116038 \times 10^{10}$ 年(約 319 億年)

(三)、綜合(高低紅移綜合)： $3.08552393 \times 10^{10}$ 年(約 309 億年)

目前宇宙中非常老的系統——球狀星團(Globular Clusters)測到的年齡約100~120億年，

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

而計算出來的宇宙年齡至少要比這個值大才合理，因此上面的值均符合。但是假設哈伯常數為恆定並不一定是正確的，許多觀測、理論顯示，宇宙可能是加速膨脹的，哈伯常數(見附錄3 -Hubble Parameter)為時間的函數，因其為時間函數，我們也不能單純的以哈伯常的數倒數計算大爆炸以來的宇宙年齡。

三、不論哈伯常數是否為恆定值，取適宜距離來計算哈伯常數所得的値之誤差、受其他變因影響和爭議會最小，(Sandage et al., 2006 「 H_0 (意謂”現今”的哈伯常數)」宜採用速度 $<30,000\text{km/s}$ 的星體來計算)，故我們將低紅移Ia型超新星資料直接視為 H_0 。

四、低紅移Ia型超新星，根據 Sandage et al., 2006 12月所發表綜合15年的觀測結果得到的

哈伯常數 $H_0 \sim 62.3 \pm 1.3 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}$ (對應的宇宙年齡~157億年)。而我們以低紅移Ia型

超新星 $H_0 = 57.58 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}$ 獲得之結果亦在目前普遍被接受的範圍內。

五、原本我單純的以為，哈伯常數為恆定值，宇宙是等速膨脹的，且認為我們算出高、低紅移哈伯常數差別這麼大的主因是：紅移值較高者因為距離我們太遠，因此觀測上的數據(視星等 & 紅移值)，可能是取樣偏差、選擇效應(Selection effect)造成馬牡奎斯特偏差(Malmquist bias)而讓誤差變大。當然哈伯常數是否為恆定值，仍有爭議。在瀏覽閱讀了許多書籍文獻後發現有許多理論支持宇宙加速膨脹(如超新星、宇宙微波)，宇宙可能是加速膨脹的，哈伯常數可能是隨著時間而改變的數值，且”同一時間”內，哈伯常數適用於任何距離的星體，但是觀測到不同的星體和我們有距離差，我們所看到的光就會有時間差，觀測到的時間點並非”現在”，而是”過去”。誤差之處不只馬牡奎斯特偏差，在2007年2月德國Max Planck天文研究所發布的新聞稿——其認為放射性鎳56等

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

物質的含量會影響Ia型超新星爆炸時的最大亮度.....再者，本篇使用狹義相對論性的都卜勒效應來計算速度，並沒有考慮宇宙學紅移(由於過於複雜，和廣義相對論、宇宙膨脹動力學等相關)。而這兩者計算得到的速度，在低紅移($Z < 1$)星體的差別是不大的，但對極高紅移($Z > 1$)星體，宇宙學紅移所影響顯著。雖然本篇沒有使用紅移值 $Z > 1$ 的星體，但是考慮宇宙學紅移算出的速度會高於單純使用都卜勒效應計算所得速度。

六、我們計算高紅移超新星的哈伯常數小於低紅移超新星的哈伯常數情況，和1998年 Lawrence Berkeley National Laboratory的Supernova Cosmology Project以及Mount Stromlo的High-Z Supernova Search Team，二組人員使用不同方法分析Ia型超新星，但均提出”宇宙在加速膨脹”的結果相同。

七、關於哈伯常數 H 和距離(紅移值、光的傳播需要時間，也代表著時間)的簡單比較：

星體	距離	時間點	哈伯常數	來源	備註
造父變星	近	現在	$H_0 = 74$	Ngeow et al., 2006	由於造父變星非常接近觀測點，所以 H 值幾乎等於 H_0
低紅移Ia型超新星	中	數十億年前	$H = 58$	本篇	由於紅移值較小、距離較近，觀測該處得到的時間點(光需要時間傳播)接近 H_0 。
高紅移Ia型超新星	非常遠	近一百億年前	$H = 31$	本篇	同理，紅移值較大、距離較遠，時間點是近百億年前。

(註：此表的時間點代表的是發出星光的時間點，涉及宇宙膨脹係數，我們不加以計算。由於光傳播需要時間，會造成我們觀看不同遠、進星體的”時間差”。)

八、不論哈伯常數是否為恆定值，我們都可以直接推斷，星體遠離速度和距離是成正相關的。至於宇宙是否為速度膨脹，尚待更多的觀測、理論佐證。

捌、結論：

根據我們分析的結果，和許多觀測資料、理論顯示，宇宙現階段極可能在加速膨脹中(哈伯常數極可能是隨時間變化的時間函數)。但我們也不能否定，空間膨脹中的宇宙會有超乎人們目前想像的物理現象發生，若哈伯常數為恆定值，我們推估的宇宙年齡約為 170 億年。但不論哈伯常數是否為恆定值，我們都可以由距離-速度關係圖輕易的看出速度和距離呈正相關。

本次研究分析完全在 Linux Fedora Core5 免費開放系統(Open System)下操作，並且完全使用免費軟體(Freeware)做分析、製圖。然而這並不會降低任何效率或是精準度，在許多方面甚至比微軟 Windows 系統下來得快速方便，著實為節省金錢又有效率之方法。

未來我們將找尋更多資料、利用「造父變星」(Cepheid variable)特有的「週-光關係」(Period-Luminosity Relation)來增加更多的資料點(Ngeow et al., 2006 利用造父變星得到 $H_0 \sim 74 \frac{km/s}{Mpc}$)。進一步的發展，我們要深究距離以及爆炸發生時間點的關係，也期望能夠配合德國Max Planck天文研究所研究的關於Ia型超新星爆炸的相關數據，更精準的測定距離。提升自我的天文物理能力，在其他更為深入、良備的理論下，精進我們的各項公式，嘗試針對不同距離範圍的星體會出哈伯常數做深入探討，並且仔細分析其中的規律或是可能性，進一步驗證某些宇宙模型、紅移的發生情形，討論宇宙膨脹、宇宙起源、甚至是暗能量的種種可能情況。

玖、附錄：

一、Ia 型超新星的性質：

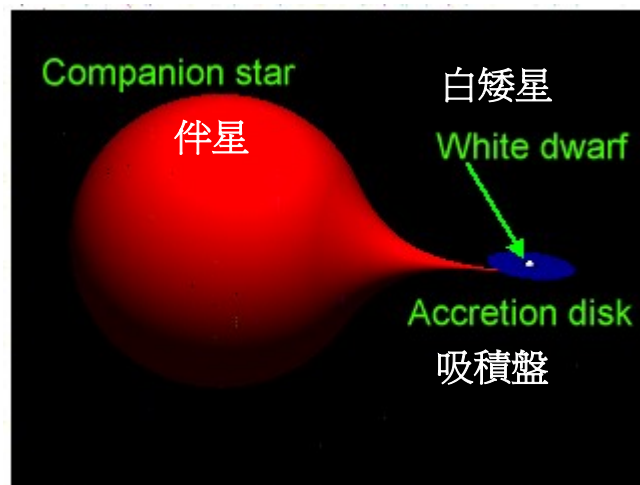
超新星可分類為：

(一)、I 型：沒有氫吸收線

- Ia 型：沒有氫、氦吸收線，有矽吸收線
- Ib 型：沒有氫吸收線，有氦吸收線
- Ic 型：沒有氫、氦、矽吸收線

(二)、II 型：有氫吸收線

其中 Ib、Ic 與 II 型均是單顆恆星超新星，可是 Ia 就不同(雙星系統形成)，當白矮星(White Dwarf)在一個緻密雙星系統(Closed Binary)中時，會吸積(Accrete)伴星(Companion Star)物質，如果白矮星的質量大於「錢卓極限」(Chandrasekar Limit，1.44 倍太陽質量，為一個固定值)，則白矮星會產生超新星，因為爆炸時白矮星的質量是固定的，因為爆炸時的絕對星等應該也是固定值。



二、紅移(RedShift)：

由於宇宙在膨脹，造成星體在平均上遠離我們，因此我們所觀測到星體的譜線與地球實驗室得到的基準譜線相比較，會發現星體的譜線會有紅移的現象，

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

定義紅移值 Z :

$$Z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} \text{-----} \textcircled{a}$$

λ 為觀測到譜線的波長 · λ_0 為地球上測到譜線的波長

又根據「相對論性的都卜勒效應」(relativistic Doppler shift)

$$\lambda = \lambda_0 \sqrt{\frac{1+V_r/c}{1-V_r/c}} \text{-----} \textcircled{b}$$

c 為光速 · V_r 為徑向速度(radial velocity)

將**ⓑ**代入**ⓐ**，所以得到

$$Z = \sqrt{\frac{1+V_r/c}{1-V_r/c}} - 1 \text{-----} \textcircled{c}$$

因此由觀測值我們可以知道 Z 值大小，在已知 Z 時，由**ⓐ**可算出 V 的大小。

三、標度因子(scale factor)和哈伯參數(Hubble Parameter)

The **scale factor**, parameter of Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker model, is a function of time which represents the relative expansion of the universe. It relates physical coordinates (also called proper coordinates) to comoving coordinates.

$$L = \lambda a(t)$$

where L is the physical distance λ is the distance in comoving units, and $a(t)$ is the scale factor.

The scale factor could, in principle, have units of length or be dimensionless. Most commonly in modern usage, it is chosen to be dimensionless, with the current value equal to one: $a(t_0) = 1$, where t is counted from the birth of the universe and t_0 is the present age of the universe: 13.7±0.2 Gyr.

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

The evolution of the scale factor is a dynamical question, determined by the equations of general relativity, which are presented in the case of a locally isotropic, locally homogeneous universe by the Friedmann equations.

The Hubble parameter is defined:

$$H = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$$

where the dot represents a time derivative.

The discovery of the linear relationship between recessional velocity and distance yields a straightforward mathematical expression for Hubble's Law as follows:

$$V=H_0D$$

where v is the recessional velocity, typically expressed in km/s. H_0 is Hubble's constant and corresponds to the value of H (**often termed the Hubble parameter which is a value that is time dependent**) in the Friedmann equations taken at the time of observation denoted by the subscript 0 . This value is the same throughout the universe for a given conformal time. D is the proper distance from the galaxy to the observer, measured in megaparsecs (Mpc), in the 3-space defined by given conformal time. (Recession velocity is just $v = dD/dt$). As the formula implies, in very distant objects, v can be larger than c . This is not a violation of special relativity, because the rules of special relativity only apply precisely within a small region: a special-relativistic description of two widely-separated galaxies would in general be incorrect. (Thus special relativity strictly says, not that no speed can be faster than light, but that nothing can move past another object at a speed faster than light).

Strictly speaking, neither v nor D in the formula are directly observable, because they are properties *now* of a galaxy, whereas our observations refer to the galaxy in the past, at the time that the light we currently see left it. For relatively nearby galaxies (redshift z much less than unity), v and D will not have changed much, and v can be estimated using the formula $v = zc$ where c is the speed of light. This gives the empirical relation found by Hubble. For distant galaxies, v (or D) cannot be calculated from z without specifying a detailed model for how H changes with time. The redshift is not even directly related to the recession velocity at the time the light set out, but it does have a simple interpretation: $(1+z)$ is the factor by which the universe has expanded while the photon was travelling towards the observer.

四、程式碼：

(一)、星等求距離程式(C 語言)

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#define M -19.6
int main(int argc, char *argv[])
//distance modulus
{
    FILE *ftr;
    ftr=fopen("b_band.txt","r");

    double a,b,d;
    double m;

    while (fscanf(ftr,"%lf",&m)>0)
    {
        a=m-M+5.0;
        b=a/5.0;
        d=pow(10.0,b)/1000000.0;//M-pc
        printf("%16.10f\n",d);
    }
    return 0;
}
```

(二)、紅移值求速率程式(C 語言)

```
#include <math.h>
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>
#define c 299792458.0 //v of c

int main(int argc, char *argv[])
{
    FILE *ftr;
```


以 Ia 型超新星測量哈伯常數

```
ft=fopen("z.txt","r");
float z; //caculate from  $z^2 = [1+(v/c)]/[1-(v/c)]$ 

while (fscanf(ft,"%f",&z)>0)
{
    double a=pow((z+1),2);
    double b=(a-1)/(a+1);
    printf("%f\n",b*c/1000); //m/s to km/s
}
return 0;
}
```

(三)、製作資料排版副程式(C 語言)

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
int main(int argc, char *argv[])

{
    FILE *ft;
    FILE *ft1;
    ft=fopen("mpc.txt","r");
    ft1=fopen("v.txt","r");
    float d[1000],v[1000]; //distance=x velocity=y
    int data; //number of datas
    int i=0;
    int j=0;

    while(fscanf(ft,"%f",&d[i])>0)
    {
        fscanf(ft1,"%f",&v[i]);
        i++;
    }

    for(j=0;j<i;j++)
```

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

```
{
    printf("%f  %f\n",d[j],v[j]);
}
}
```

(四)、求 best fitting line 程式(C 語言)

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
int main(int argc, char *argv[])
{
    FILE *ftr;
    FILE *ftr1;
    ftr=fopen("mpc.txt","r");
    ftr1=fopen("v.txt","r");
    double s=0,sx=0,sy=0,sxx=0,sxy=0;
    double d[1000],v[1000];//distance=x velocity=y
    double delta,a,b1,b2,bavg;
    int data;//number of data
    int i=0;
    int j=0;

    while(fscanf(ftr,"%lf",&d[i])>0)
    {
        fscanf(ftr1,"%lf",&v[i]);
        i++;
    }

    for(j=0;j<i;j++)
    {
        sx+=d[j];
        sy+=v[j];
        sxx+=pow(d[j],2);
        sxy+=d[j]*v[j];
    }
}
```

以 Ia 型超新星測量哈伯常數

```
delta=i*sxx-pow(sx,2);
b1=sy/sx;
b2=sxy/sxx;
float y;
float x=8000.0;
bavg=(b1+b2)/2;
double btry=(i*sxy-sx*sy)/delta;
y=x*bavg;
printf("0 0\n8000 %f\n",y);//varies by Mpc. (hand-adjust for graphing)
printf("%f",bavg);
return 0;
}
```

(五)、製圖程式(指令碼)

```
set terminal postscript enhanced solid 'Helvetica' 12
set output "hubble_graphy.eps"
plot "hubble_graphy.txt" using 1:2
set output "hubble_graphy.eps"
replot "m.txt" using 1:2 with line
```

(六)、整合程式(Shell Script)

```
#!/usr/bin/bash
gcc distance_new.c -lm -o distance_new
./distance_new>mpc.txt

gcc v.c -lm -o v
./v>v.txt

gcc list.c -lm -o list
./list>hubble_graphy.txt

gcc line_new.c -lm -o line_new
./line_new>m.txt

gnuplot plot.cl
```

拾、參考資料：

- 1、Bradley et al., 1995, “Modern Astrophysics” , Addison Wesley Longman publish
- 2、Branch et al., 1992, Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 30, 359
- 3、Perlmutter et al., 1999, ApJ, 517, 565-586
- 4、Germany et al. 2004, A&A 415, 863-878
- 5、Riess et al. 2004, astro-ph/0402512 v2
- 6、B. Reindl et al., 2005, May, ApJ, 624:532 – 554
- 7、Sandage et al., 2006, ApJ, 653:843-860
- 8、SIMBAD Astronomical Database (<http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/>)
- 9、William, et al., 1992, Numerical Recipes in C, P. 661, Cambridge University publish
- 10、Ngeow et al., 2006, ApJ, 642:L29-L32
- 11、High Redshift Supernova Search (<http://panisse.lbl.gov/>)
- 12、Astrophysicists explain the differences in the brightness of supernova explosions, http://www.mpa-garching.mpg.de/mpa/institute/news_archives/news0702_wfh/news0702_wfh-en-print.html
- 13、陳啓明等，2006，” 基礎物理” ，附錄一，勁園文化事業股份有限公司
- 14、維基百科，超新星，2007，<http://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%B6%85%E6%96%B0%E6%98%9F>
- 15、維機百科，紅移，2007，<http://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%B4%85%E7%A7%BB>
- 16、Wikipedia Encyclopedia, Hubble Parameter, 2007, http://en.wikipedia.org/wiki/Hubble_parameter
- 17、Wikipedia Encyclopedia, Scale_factor_(Universe), 2007, [http://en.wikipedia.org/wiki/Scale_factor_\(Universe\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Scale_factor_(Universe))

【評 語】 040508 以 Ia 型超新星測量哈伯常數

本作品以現有的超新星數據作基礎，使用哈柏定律導出低紅移及高紅移的不同群組其哈伯常數的差異。作品的方法清楚，過程明確，但未能將目前國際上已有的成果列入考量，同時未能使用高階數學方法進行模擬，較為可惜。