

中華民國第四十七屆中小學科學展覽會
作品說明書

高中組 物理科

040112

水珠滴落到固液表面之擴散探討

學校名稱：國立臺中女子高級中學

作者： 高二 林怡孳 高二 魏伊廷 高二 吳盈蕙	指導老師： 倪天昭
-----------------------------------	--------------

關鍵詞：水珠 擴散 環狀波

壹、摘要

「水」在生活中扮演重要的角色，細小的液滴可廣泛應用於醫學、工業和實驗室中。我們嘗試改變水層厚度（水層厚度與水珠直徑之比值介於 0~3.5 間），並控制影響水滴擴散的因素，例如：水珠大小、撞擊速度、表面張力等，藉由高速攝影機拍攝水滴撞擊玻璃表面和薄水層的情形，再利用數學及運動學原理推導公式，對水珠擴散直徑與時間分別取常用對數，得方程式：

$$\log(\text{擴散直徑}) = n \log(\text{時間}) + k,$$

係數 n 可作為比較水珠直徑擴散速率之基準。得以下結論：

- 一、水珠擴散速率：乾玻璃表面 $<$ 薄水膜（水層厚度與水珠直徑比值 $\ll 1$ ） $<$ 水層（水層厚度與水珠直徑比值 ≥ 1 ）
- 二、水珠撞擊較深水層 ($h/D > 1$) 時，可分為三個階段，每個階段的 n 值越來越大，表水珠擴散速率越來越快

貳、研究動機

「水」在自然界扮演重要的角色，無維管束植物利用雨水傳播孢子、地表因下雨得到滋潤……這些我們都常在生物課本上讀到，但它們真實的運作過程究竟是怎樣呢？這令我們感到非常好奇，從而想要用我們可以辦到的方法，大略模擬雨水撞擊的情形。

而生活中，細小的液滴可應用於醫療檢驗、生物科技中的藥物噴灑、工業上噴灑冷卻等。且目前正在研究的平面顯示器製作改良技術、潛水艇聲納在雨天中聲波受到的干擾，皆與液珠滴落時的擴散有關。因此我們設計實驗，希望藉由從滴水至乾玻璃上，再逐漸加深玻璃上的水層厚度，模擬出自然界中下雨的情形並推廣至工業的應用。

參、研究目的

把定量水滴滴在玻璃表面，改變玻璃上水膜的厚度，探究：

- 一、 水滴撞擊水膜面之過程分析。
- 二、 被撞擊的水膜厚度 (h) 與表面波擴散速度之關係。
- 三、 水珠撞擊液面後，不同時間內擴散的情形

肆、研究設備及器材

- 一、 高速攝影機 (CCD)X-STREAM-4(30-500 張/秒)
- 二、 高速攝影機鏡頭..... 2 個
- 三、 軟體 MotionPro X4 高速 CCD 附屬軟體
- 四、 軟體 Grapher4 數據繪圖軟體
- 五、 微量分注器 (pipettment) P20(2-20 μ l)
- 六、 微量分注器滴頭 (tip) 200 μ l max, 96 支裝
- 七、 玻璃水缸..... 20.0 \times 12.3(公分)
- 八、 金屬零件..... 角鋼、螺絲、螺帽等
- 九、 鹵素燈..... 300W
- 十、 量筒..... 25ml
- 十一、C 型夾
- 十二、滴管
- 十三、燒杯
- 十四、攝影機的腳架
- 十五、檯燈
- 十六、蒸餾水
- 十七、白紙若干張
- 十八、水平儀
- 十九、直角尺



Fig.1 微量分注器與滴頭



Fig.2 高速攝影機

伍、研究過程及方法

一、研究原理

μ ：黏滯性

V：速度

D：直徑

σ ：表面張力

ρ ：密度

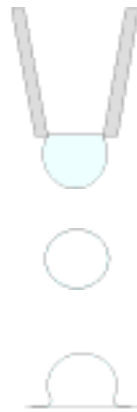


Fig. 3 滴落過程示意圖

(一) 水珠尚未滴落時，水珠本身的重力必須克服它對微量分注器滴頭的張力才可以脫離，此時水珠不是圓形，受 Bo (Bound Number) 影響。

$$\text{Bound Number, } Bo = \frac{\text{重力}}{\text{表面張力}} = \frac{D^3 \rho g}{\sigma D} = \frac{D^2 \rho g}{\sigma} \dots\dots\dots (1)$$

(二) 水珠在空氣中往下掉，此時它所受到的外力有來自空氣中的空氣阻力以及來自地球的重力，在滴落速度不大的情況下，水珠會因內聚力而呈球形，表面張力視為內力不加以討論，此時常數 Re (Reynolds Number) 對運動的影響較大。

$$\text{Reynolds Number, } Re = \frac{\text{慣性力}}{\text{黏滯力}} = \frac{\rho D^2 V^2}{\mu V D} = \frac{D V \rho}{\mu} \dots\dots\dots (2)$$

(三) 碰撞到玻璃表面或薄水層時，水珠的位能轉變為向外運動的動能，此外水珠受到黏滯力的阻礙，以及表面張力的影響，產生變形並逐漸擴散。此時的運動情形受常數 Oh (Ohnesorge Number)、We (Weber number) 影響。

$$\text{Weber number, } We = \frac{\text{慣性力}}{\text{表面張力}} = \frac{\rho V^2 D^2}{\sigma D} = \frac{D V^2 \rho}{\sigma} \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{Ohnesorge Number, } Oh = \frac{\text{黏滯力}}{\text{表面張力}} = \sqrt{\frac{We}{Re^2}} = \sqrt{\frac{\frac{D^2 V^2 \rho}{\sigma D}}{\frac{D^2 V^2 \rho^2}{\mu^2}}} = \frac{\mu}{\sqrt{\rho \sigma D}} \dots\dots\dots (4)$$

(四) 水滴碰撞水面初期之公式推導

在水滴碰撞到水面之初，因歷時極短，水滴只是變形尚未擴散，上述常數皆未產生顯著的影響，可依簡單的數學及力學觀點來解釋。

假設水珠碰撞水面瞬間為圓形且體積維持不變：

R: 水滴半徑

D: 水滴直徑

V: 水滴落下之終端速度

H: 與水擠壓之深度

d: 與水擠壓之寬度

r: $d/2$

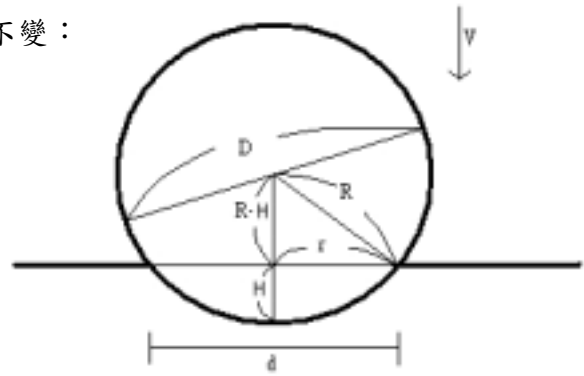


Fig. 4 原理示意圖

由畢氏定理可知：

$$r^2 = R^2 - (R - H)^2 \dots\dots\dots (5)$$

將式子展開整理如下：

$$r^2 = 2RH - H^2 \dots\dots\dots (6)$$

$$\therefore r = \sqrt{2RH - H^2} \dots\dots\dots (7)$$

已知與水擠壓之寬度 d 為 r 的 2 倍

$$d = 2r = 2\sqrt{2RH - H^2} \dots\dots\dots (8)$$

無因次化：將 d/D ，且已知 $D = 2R$

$$\frac{d}{D} = 2\sqrt{\frac{2RH}{D^2} - \left(\frac{H}{D}\right)^2} = 2\sqrt{\frac{H}{D} - \left(\frac{H}{D}\right)^2} \dots\dots\dots (9)$$

依運動學原理可知

$$Vt = H \dots\dots\dots (10)$$

將(10)式代入(9)式

$$\frac{d}{D} = 2\sqrt{\left(\frac{V}{D}\right)t - \left(\frac{V}{D}\right)^2 t^2} \dots\dots\dots (11)$$

令 $d^* = \frac{d}{D}$ ， $t^* = \frac{Vt}{D}$ 代入(11)式可得：

$$d^* = 2\sqrt{t^* - (t^*)^2} \dots\dots\dots (12)$$

左式右式分別取對數：

$$\log d^* = \log 2 + \frac{1}{2} \log(t^* - t^{*2}) \dots\dots\dots (13)$$

因假設 t 為撞擊瞬間極短的時間，所以 t^* 極小， t^{*2} 太小可忽略不計

$$\because t \rightarrow 0, \quad \frac{Vt}{D} = t^* \rightarrow 0, \quad t^{*2} \ll t^*$$

$$\therefore \log d^* \doteq \log 2 + \frac{1}{2} \log t^* \dots\dots\dots (14)$$

由以上推導可知經無因次化並取對數後，可得一係數為 0.5 的方程式。

(五) 經過一段時間後，液體的表面張力、黏滯力逐漸對水珠擴散造成影響，因情況過於複雜，目前科學界也無詳細理論驗證，故無法進行詳細推導[參考論文：The Role of Time in Single Drop Splash on Thin Film]。但可由式(14)的推導預測大約為一個跟 $(t^*)^n$ 有關的式子

$$d^* = k(t^*)^n \dots\dots\dots (15)$$

二、儀器架設

(一) 主要支架

以角鋼組成直立的支架，接近頂部處延伸出一支角鋼以固定微量分注器。在約三分之二高度的地方鎖定兩支平行的角鋼以放置水缸。

(二) 照明

在水缸斜上方以燈光照射，使成光影效果，讓拍攝出來的圖片方便觀察（如 Fig. 5）

(三) 高速 CCD

在水缸正前方以角架架設高速攝影機（X-Sream-4），調整適當俯角，以直角尺將鏡頭對正水缸。

將各零件放置於適當位置，燈光、水缸、攝影機呈一直線，使用 C 型夾固定微量分注器，即為本實驗之儀器架設。（如 Fig. 6）



Fig. 5 支架、燈光及微量分注器

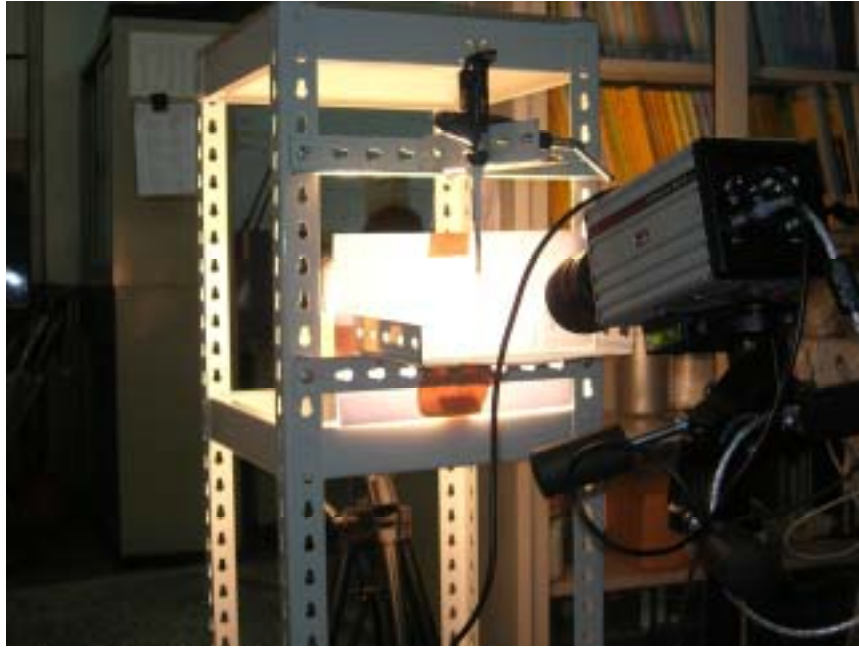


Fig.6 實驗裝置照片

三、實驗過程

(一) 儀器操作

1. 放置燈光
2. 啟動 CCD ，開啟軟體 MotionPro X4，調整曝光度及每秒拍攝張數至 5000 張
3. 調整 CCD 使其以俯視角度拍攝水面，記錄 CCD 與水平面之傾斜角 θ
4. 調整微量分注器的位置使其滴落處位於視野內，並校對焦距

(二) 於攝影畫面中置一刻度準確的尺，拍攝一張照片（如 Fig.7 所示），作為換算擴散直徑的基準。

(三) 記錄實驗時的氣溫

(四) 調整控制變因，將滴落高度控制在 50.0mm，水滴體積 $10.0 \mu\text{L}$ ，以水缸內水的體積控制水的深度，每組數據均以高速攝影機拍照記錄。h 表水之深度，D 表水滴直徑

1. 將玻璃表面以吹風機吹乾 ($h/D=0$)，放置一段時間冷卻至室溫，滴一滴水珠至乾燥玻璃。
2. 將玻璃表面抹上一層薄薄的水 ($h/D \ll 1$)，滴一滴水珠至水面。
3. 水缸中加水 70.5ml，厚度 2.67mm ($h/D \doteq 1$)，滴一滴水珠至水面。
4. 水缸中加水 105.7ml，厚度 4.00mm ($h/D \doteq 1.5$)，滴一滴水珠至水面。
5. 水缸中加水 148.0ml，厚度 5.60mm ($h/D \doteq 2.1$)，滴一滴水珠至水面。
6. 水缸中加水 246.7ml，厚度 9.30mm ($h/D \doteq 3.5$)，滴一滴水珠至水面。

(五) 測量直徑

1. 定義高度最高的波為**環狀波**，環狀波底部為前緣，最高處為**外緣**
2. 測量環狀波外緣直徑（如 Fig. 7），由拍攝照片中尺的刻度推算直徑大小
3. 換算方法

小畫家軟體有定座標的功能，我們以小畫家開啟所拍攝之圖片，算出一個單位向量實際的長度，乘以直徑左右兩端的座標差即為所求。

算式如下：

$$\text{直徑} = (\text{尺的一個刻度}) \div (\text{畫面上一個刻度的座標差}) \times (\text{直徑左右兩端的座標差}) \dots\dots\dots (16)$$

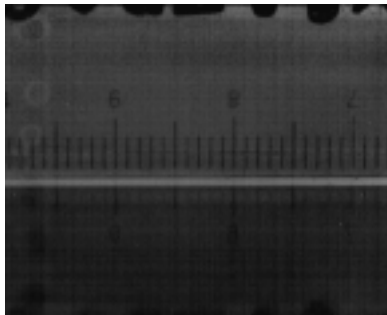


Fig. 7 作為換算直徑基準的尺

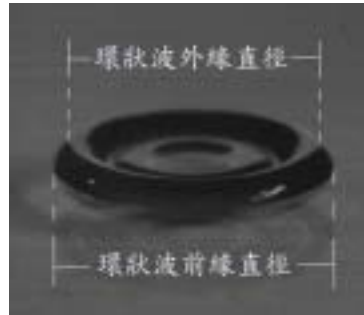


Fig. 8 直徑定義示意圖

陸、研究結果

一、水珠滴落至乾玻璃表面 ($h/D=0$) 過程說明

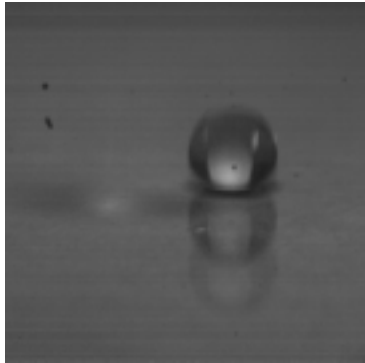


Fig. 9-a

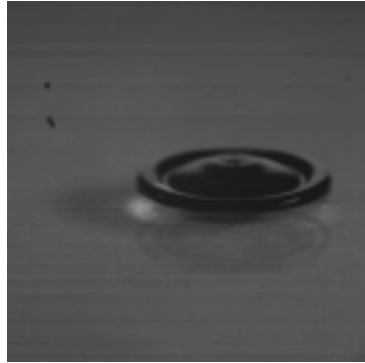


Fig. 9-b

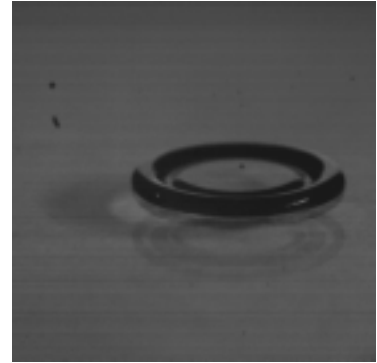


Fig. 9-c

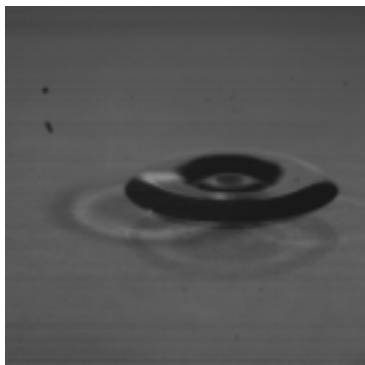


Fig. 9-d

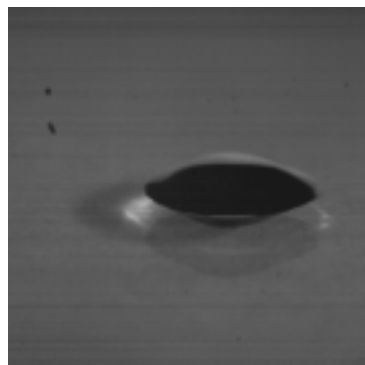


Fig. 9-e

撞擊過程說明：

Fig. 9-a 水珠剛撞擊玻璃表面，底層受到擠壓產生些微變形。

Fig. 9-b 水珠從中心點開始輻射狀往外擴散，外緣激起呈圓環狀的波即為環狀波，由於水本身的內聚力與重力，導致環狀波上緣有略微向中心縮的趨勢。

Fig. 9-c 經過 4ms 後，水珠擴散至最大直徑，約 6.0mm。

Fig. 9-d 環狀波擴散至最大直徑後，因表面張力之影響內緣開始向內縮，環狀波向內推擠，而中央部份則稍微往下凹陷。

Fig. 9-e 環狀波內緣持續向內縮，最後在中央聚攏，水滴表面趨於平滑。此後玻璃上的變形水滴呈現輕微振盪的現象，但直徑大小不再有明顯變化。

二、水珠滴落至薄水膜表面 ($h/D \ll 1$) 過程說明

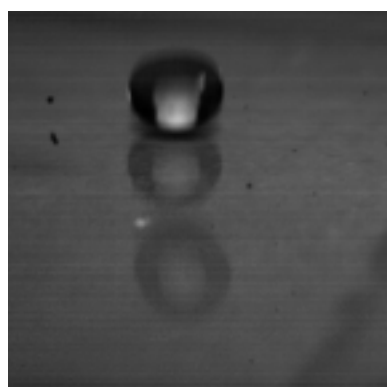


Fig. 10-a

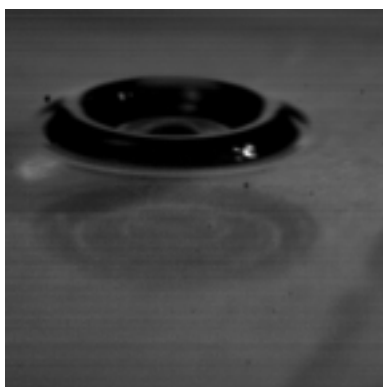


Fig. 10-b

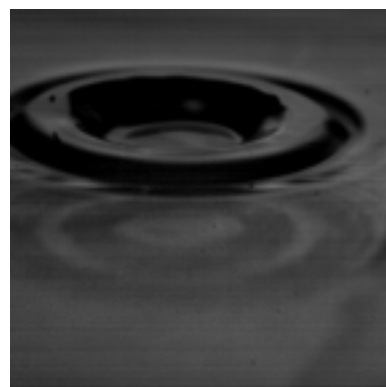


Fig. 10-c

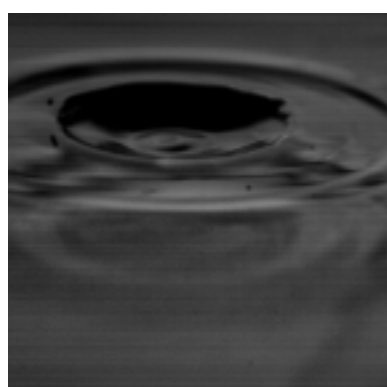


Fig. 10-d

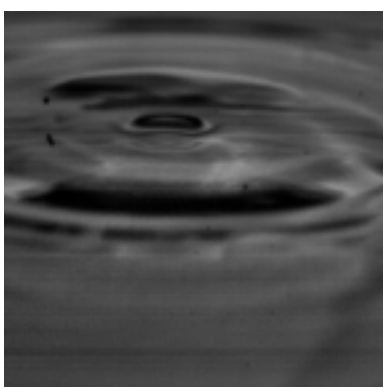


Fig. 10 - e

撞擊過程說明：

Fig. 10-a 水珠剛撞擊薄水膜表面，底層受到擠壓產生些微變形。在極短的時間內，水珠只有產生形狀變化，薄水膜對於水珠擴散沒有顯著的影響。

Fig. 10-b 中央部分因水珠撞擊而凹陷，外圍激起圓環狀的波，且高度逐漸增加。在環狀波外緣產生一個略微低陷的水波，並逐漸向外擴散。由於水本身的表面張力與重力，導致激起的環狀波外緣有稍向中心縮的趨勢。

Fig. 10-c 水珠接觸水面 2.5ms 後，環狀波達到最大高度。此後，環狀波的高度開始下降，但直徑仍持續增大，中央凹陷處的直徑也有增大的現象。

Fig. 10-d ,e 中央凹陷處的直徑不再增大，底部有上升的現象，環狀波的高度持續下降，外圍產生數個水波向外擴散，產生的水波振幅越來越小。經過一段時間後，水面恢復平靜，歷時約 30ms。

三、水珠滴落至液體表面 ($h/D > 1.0$) 過程說明

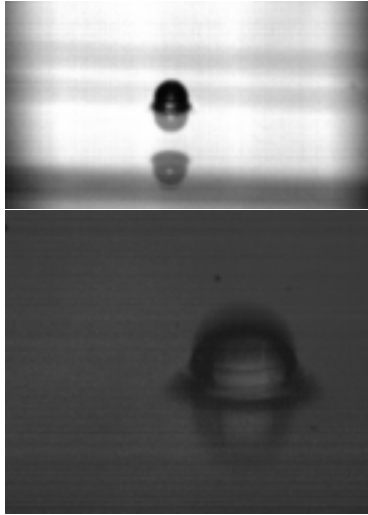


Fig. 11-a

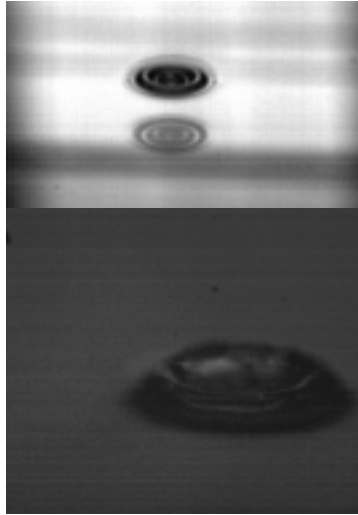


Fig. 11-b

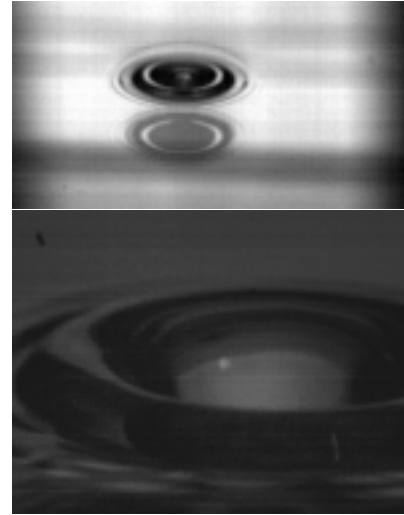


Fig. 11-c

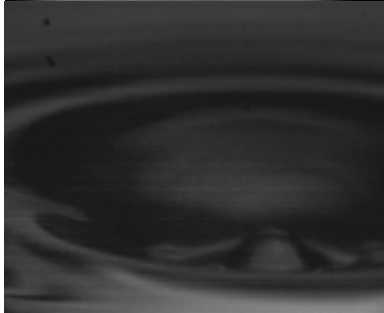
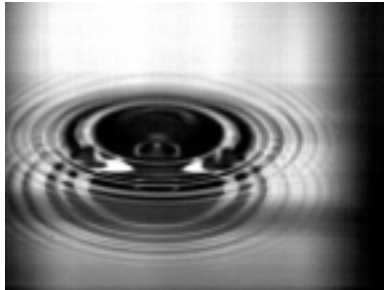


Fig. 11-d



Fig. 11-e

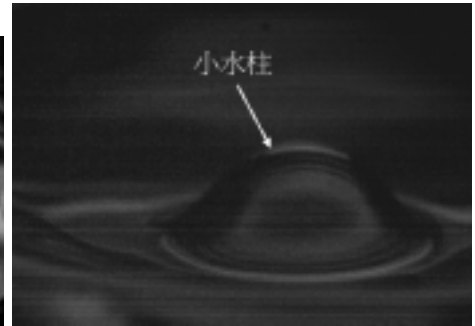


Fig. 11-f

Fig. 11 a~d

同樣的實驗，以不同的角度拍攝可得到效果不同的照片，觀察到不同的現象。上半部的照片，使用的鏡頭放大倍率較小，視野較廣，可以觀察水珠擴散整個的情形；下半部的照片，使用的鏡頭放大倍率較大，可以觀察局部的現象。

撞擊過程說明：

Fig. 11-a 水珠剛撞擊水面，底層受到擠壓產生些微變形。

Fig. 11-b 中央部分因水珠撞擊而凹陷，外圍激起環狀波，情形與 Fig. 10-b 相似。

Fig. 11-c 環狀波持續擴散，達到最大高度後該波的高度開始下降，但直徑仍繼續增大，環狀波的外圍產生小的水波，並向外擴散。

Fig. 11-d, e 中央凹陷處開始回彈，並往上激起小水柱（如 Fig. 11-f 所示）。因水珠滴落高度不夠高，產生的撞擊力較小，小水柱在達到一定高度後即向下縮回，此時水面有較明顯的振動，且產生數個小水波向外擴散，經較長的時間後恢復平靜。

四、數據分析整理

(一) 對原始數據作擴散直徑—時間圖

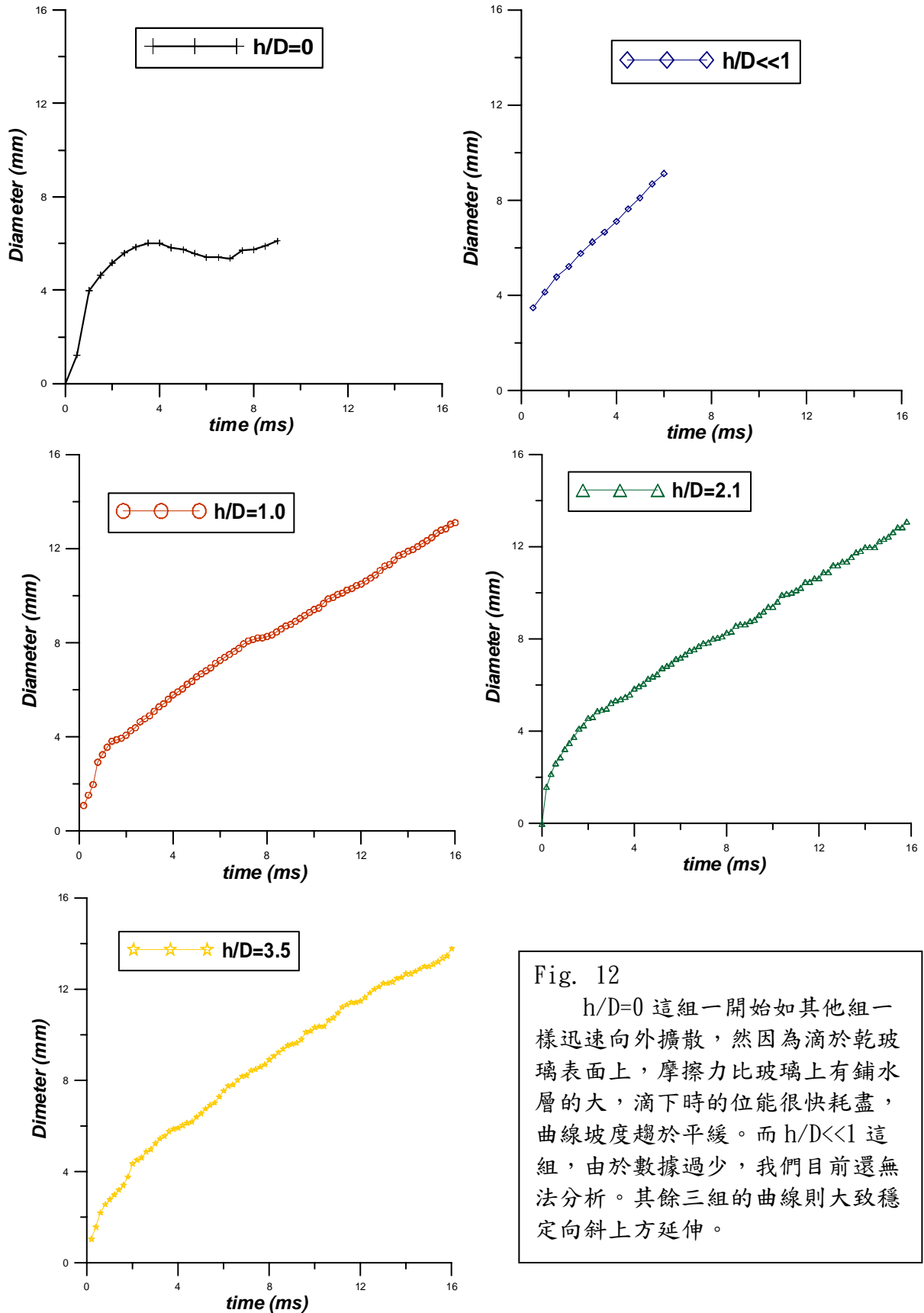


Fig. 12

$h/D=0$ 這組一開始如其他組一樣迅速向外擴散，然因為滴於乾玻璃表面上，摩擦力比玻璃上有鋪水層的大，滴下時的位能很快耗盡，曲線坡度趨於平緩。而 $h/D \ll 1$ 這組，由於數據過少，我們目前還無法分析。其餘三組的曲線則大致穩定向斜上方延伸。

(二) 將擴散直徑、時間無因次化後作全對數圖，並分段討論

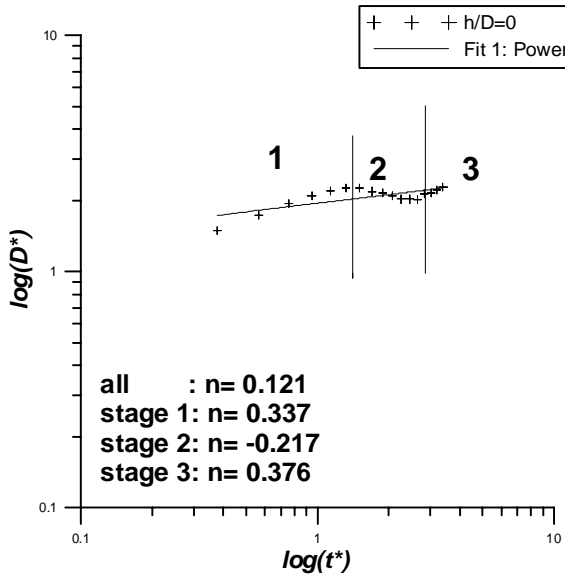


Fig. 13-a

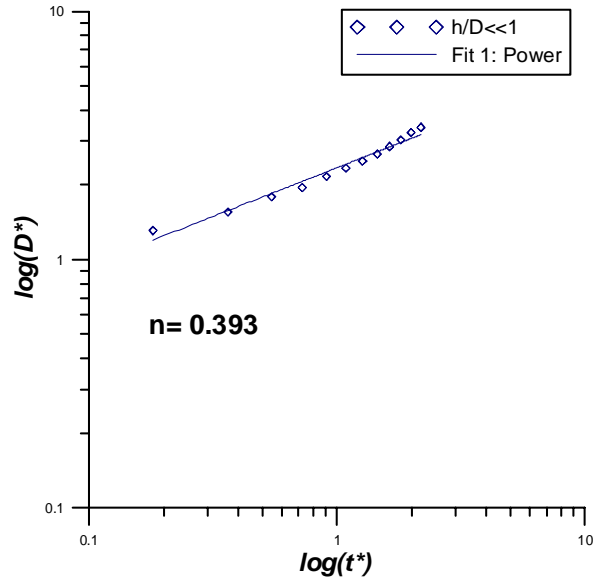


Fig. 13-b

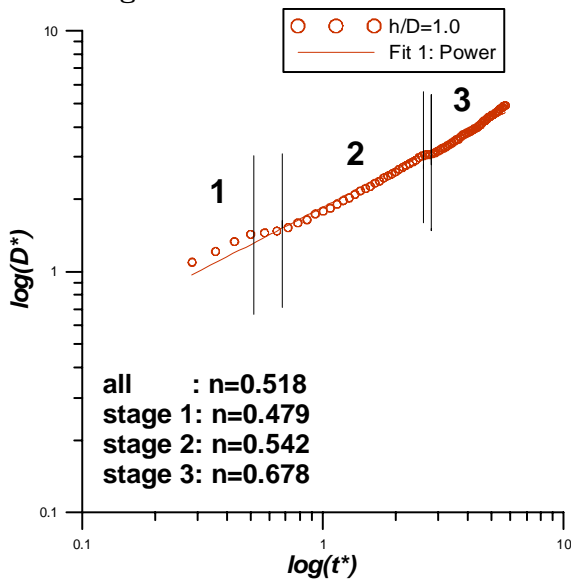


Fig. 13-c

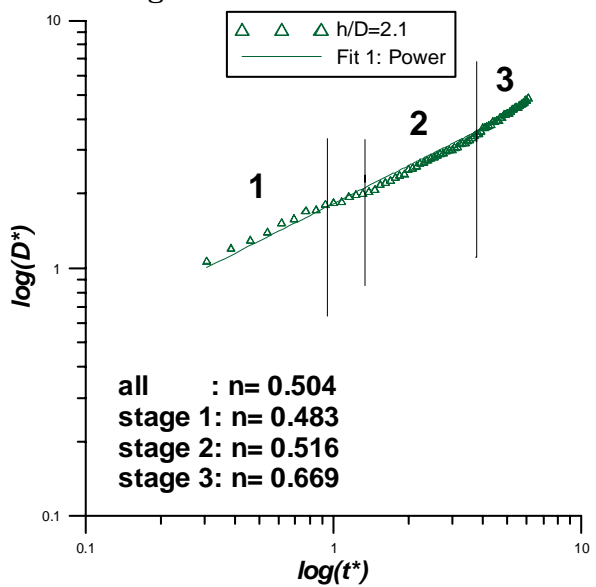


Fig. 13-d

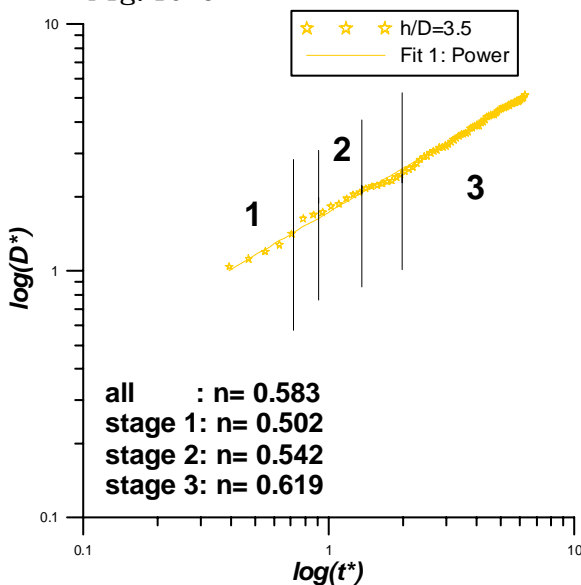


Fig. 13

除 Fig. 13-b 因可以量測的數據點太少，無法進行分析之外，趨勢線可明顯分作若干階段。Fig. 13-c, d, e ($h/D > 1$) 的分段情形大致相同，第 1 階段 n 值約為 0.5；第 2 階段 n 值變大，約在 0.5 至 0.55 之間；第 3 階段 n 值則大幅升高，皆大於 0.6。Fig 13-a 的第 1 階段 n 值只有 0.121，第 2 階段 n 變為負值，到第三階段又往上升至 0.376，顯示出滴在乾玻璃與有水層的玻璃之迥異情形。

Fig. 13-e

整理各數據各階段 n 值如下：

h/D	Stage 1	Stage2	Stage3	A11
0	0.337	-0.217	0.376	0.121
<<1	-	-	-	0.393
1.0	0.479	0.542	0.678	0.518
2.1	0.483	0.518	0.669	0.504
3.5	0.502	0.542	0.619	0.583

(三) 將五組數據作圖於同一座標上，便於比較彼此的差異

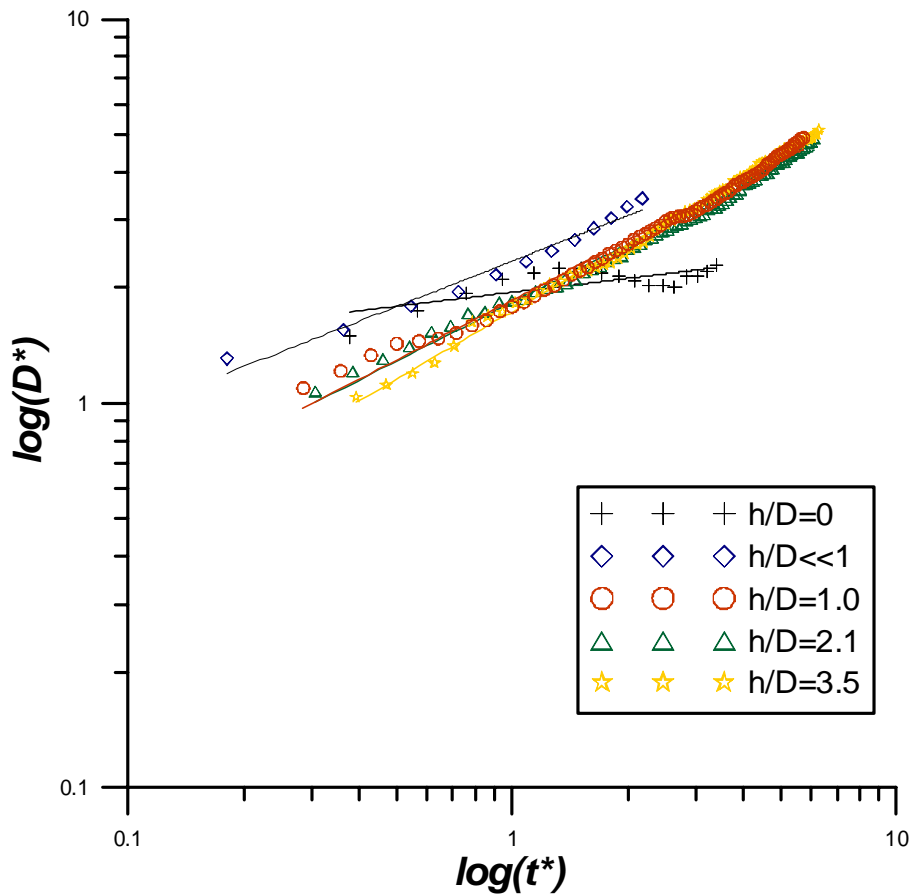


Fig. 14 X 軸、Y 軸座標均以常用對數表示。

五、 原始數據表格

※ 誤差值約±2%

h/D=0		h/D<<1		h/D=1.0			
t (ms)	D (mm)	t (ms)	D (mm)	t (ms)	D (mm)	t (ms)	D (mm)
0.0	0.00	0.0	0.00	0.0	0.00	7.2	8.07
0.5	1.23	0.5	3.49	0.2	1.08	7.4	8.14
1.0	3.98	1.0	4.14	0.4	1.53	7.6	8.20
1.5	4.64	1.5	4.77	0.6	1.97	7.8	8.20
2.0	5.17	2.0	5.21	0.8	2.92	8.0	8.26
2.5	5.59	2.5	5.76	1.0	3.24	8.2	8.33
3.0	5.85	3.0	6.24	1.2	3.56	8.4	8.46
3.5	6.02	3.5	6.66	1.4	3.81	8.6	8.58
4.0	6.02	4.0	7.11	1.6	3.88	8.8	8.71
4.5	5.83	4.5	7.63	1.8	3.94	9.0	8.77
5.0	5.74	5.0	8.09	2.0	4.07	9.2	8.90
5.5	5.57	5.5	8.68	2.2	4.26	9.4	9.03
6.0	5.40	6.0	9.12	2.4	4.39	9.6	9.15
6.5	5.40			2.6	4.64	9.8	9.28
7.0	5.36			2.8	4.77	10.0	9.41
7.5	5.70			3.0	4.90	10.2	9.47
8.0	5.74			3.2	5.09	10.4	9.66
8.5	5.89			3.4	5.28	10.6	9.85
9.0	6.10			3.6	5.40	10.8	9.92
				3.8	5.59	11.0	10.04
				4.0	5.79	11.2	10.11
				4.2	5.91	11.4	10.24
				4.4	6.04	11.6	10.30
				4.6	6.23	11.8	10.43
				4.8	6.36	12.0	10.49
				5.0	6.55	12.2	10.62
				5.2	6.68	12.4	10.74
				5.4	6.80	12.6	10.87
				5.6	6.93	12.8	11.06
				5.8	7.12	13.0	11.25
				6.0	7.25	13.2	11.32
				6.2	7.37	13.4	11.51
				6.4	7.50	13.6	11.70
				6.6	7.63	13.8	11.76
				6.8	7.76	14.0	11.89
				7.0	7.95	14.2	11.95

h/D=2.1						h/D=3.5					
t(ms)	D(mm)	t(ms)	D(mm)	t(ms)	D(mm)	t(ms)	D(mm)	t(ms)	D(mm)	t(ms)	D(mm)
0.0	0.0	7.4	8.0	14.8	12.3	0.0	0.00	7.4	8.48	14.8	12.98
0.2	1.6	7.6	8.1	15.0	12.4	0.2	1.05	7.6	8.59	15.0	12.98
0.4	2.2	7.8	8.1	15.2	12.6	0.4	1.57	7.8	8.69	15.2	13.09
0.6	2.6	8.0	8.3	15.4	12.8	0.6	2.20	8.0	8.90	15.4	13.19
0.8	2.9	8.2	8.3	15.6	12.8	0.8	2.57	8.2	9.06	15.6	13.35
1.0	3.2	8.4	8.6	15.8	13.1	1.0	2.77	8.4	9.21	15.8	13.45
1.2	3.5	8.6	8.6			1.2	2.98	8.6	9.37	16.0	13.77
1.4	3.7	8.8	8.6			1.4	3.19	8.8	9.53		
1.6	4.1	9.0	8.8			1.6	3.40	9.0	9.58		
1.8	4.3	9.2	8.8			1.8	3.77	9.2	9.63		
2.0	4.6	9.4	9.0			2.0	4.35	9.4	9.79		
2.2	4.6	9.6	9.2			2.2	4.50	9.6	10.10		
2.4	4.9	9.8	9.4			2.4	4.61	9.8	10.16		
2.6	4.9	10.0	9.4			2.6	4.87	10.0	10.31		
2.8	5.0	10.2	9.6			2.8	4.97	10.2	10.37		
3.0	5.2	10.4	9.9			3.0	5.24	10.4	10.37		
3.2	5.3	10.6	10.0			3.2	5.44	10.6	10.63		
3.4	5.4	10.8	10.0			3.4	5.55	10.8	10.73		
3.6	5.5	11.0	10.1			3.6	5.76	11.0	10.94		
3.8	5.6	11.2	10.2			3.8	5.86	11.2	11.20		
4.0	5.9	11.4	10.5			4.0	5.92	11.4	11.31		
4.2	6.0	11.6	10.5			4.2	6.02	11.6	11.41		
4.4	6.1	11.8	10.6			4.4	6.13	11.8	11.41		
4.6	6.3	12.0	10.6			4.6	6.18	12.0	11.47		
4.8	6.4	12.2	10.9			4.8	6.39	12.2	11.62		
5.0	6.5	12.4	10.9			5.0	6.54	12.4	11.83		
5.2	6.7	12.6	11.2			5.2	6.75	12.6	11.99		
5.4	6.8	12.8	11.2			5.4	6.91	12.8	12.09		
5.6	6.9	13.0	11.3			5.6	7.02	13.0	12.25		
5.8	7.1	13.2	11.3			5.8	7.28	13.2	12.25		
6.0	7.2	13.4	11.6			6.0	7.54	13.4	12.30		
6.2	7.3	13.6	11.8			6.2	7.75	13.6	12.46		
6.4	7.5	13.8	11.8			6.4	7.80	13.8	12.51		
6.6	7.5	14.0	12.0			6.6	8.01	14.0	12.67		
6.8	7.7	14.2	12.0			6.8	8.17	14.2	12.67		
7.0	7.8	14.4	12.0			7.0	8.22	14.4	12.77		
7.2	7.9	14.6	12.2			7.2	8.43	14.6	12.88		

柒、討論

一、 架設儀器的技巧：

(一) 燈光擺放的方向及角度

CCD 不能直射光線，卻需大量曝光。若燈光擺放的方向及角度不對，拍攝出來的照片效果欠佳，陰影部分不明顯，便不易區分水珠與圖片背景的界線，造成觀察時的困難。經多次嘗試，我們採用兩種照明方式：

1. 將一盞覆蓋一張勻光紙的燈置於觀測物後方，正對 CCD 鏡頭做照明，加上一鹵素燈從旁增加亮度。
2. 在水缸後方置一盞燈，以適當傾斜角向下照射

(二) 攝影機角度的調整

攝影機水平架設時，因為水面在水缸邊緣有毛細現象，所得影像會出現一層模糊不清的黑影(如 Fig.18)，影響影像分析。除此之外，小幅調整傾斜角還可以觀察到水平架設所不能觀察到的表面波與其他的表面現象。

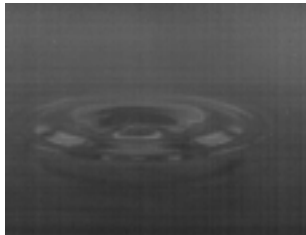


Fig. 15

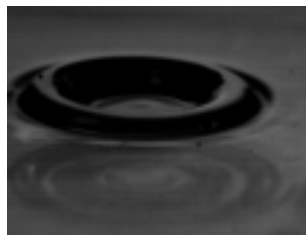


Fig. 16



Fig. 17

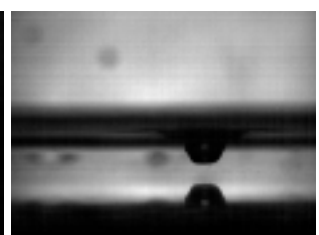


Fig. 18

Fig. 15 的燈光沒有調整好，亮度不夠，所形成的陰影也不明顯，不容易判斷環狀波跟水層的界線，是一張明顯失敗的照片。Fig. 16 與 Fig. 17 使用的鏡頭、攝影機傾斜角度和照明方式皆不同，雖實驗條件相同，在同一時間下拍攝出來的照片效果卻不相同，可藉此觀察到不同現象。Fig. 18 可以發現水面處有一層模糊不清的黑影，無法觀察水面上的現象。

(三) 水珠大小控制

不同大小的液滴即使在同一高度滴落，所含的能量也不同，因此，如何有效控制滴落水珠的大小，是一個重要的問題。本實驗之初是使用滴管滴落水珠，但發現每次滴的水珠大小都不相同，經過嚴格控制吸取的水量、按壓滴頭的力道等都無法有效控制水珠的大小，所們放棄這個方法。經尋找後，發現微量分注器可以依需要精準地控制並調整水珠體積，為本實驗的重要儀器。

二、 何謂無因次化及其使用原因

無因次化是將若干個量相乘、相除、乘方、開方等組合成的一個綜合體，計算式中各個量的單位恰好可以互相抵消，故不論以何種單位計算，所得值均相同。因此，使用無因次化可將多種不同的影響因素併入一起討論，於畫圖分析時會方便許多。在一系列的實驗中，經過無因次化處理的數據，經繪圖後可能落在同一條線上而具有相同的反應機制，或相同類型的現象。以 t^* 為例： $t^* = \frac{Vt}{D}$ 此式乃一合併 v , t , D 的參數組合。除去單位的考量，我們可將不同實驗條件下的數據在相同的無因次座標上做比較，較容易做不同實驗的統整討論。

三、 對數據取常用對數並做圖的原因

當導出的相關方程式含有次方與根號，其數據處理遂非常繁瑣，畫圖也不易分析比較，若取常用對數座標即可解決上述問題。此外，我們希望探討水波擴散速度跟水深的關係，曾嘗試對擴散直徑跟時間的關係式進行微分，但因本實驗數據無法形成平滑的曲線，故無法微分，因此選擇以取常用對數並觀察係數的方式分析數據。

四、 定義外緣直徑

我們定義環狀波外緣兩端的距離為直徑(如 Fig. 8 所示)，乃因這種方法比較容易測量，且從 $t^*=0$ 時即可清楚觀測（前緣在 $t^*=0$ 時還無法確認），所以我們選擇測量外緣。

五、 擴散速率：乾玻璃 ($h/D = 0$) 表面 < 薄水膜 ($h/D \ll 1$) < 水層 ($h/D \geq 1$) 之討論

根據理論推導公式，擴散直徑與時間的關係

$\log(\text{擴散直徑}) = n \log(\text{時間}) + k$ ，係數 n 可作為比較水珠直徑擴散速率之基準。

水珠撞擊乾玻璃時，其接觸面的摩擦力較水膜大，且玻璃硬度也較大，因此給予水珠往上彈的力道較大，撞擊後水珠總能量消耗也較多，表示擴散較慢，故所繪圖形之斜率較小。

水珠撞擊薄水膜時，因水膜厚度很小，底部玻璃的摩擦力對水波擴散速率的阻礙較稍厚之水層大；隨著水層的增厚，介面硬度會隨之變小，因此，水珠撞擊薄水膜後往上彈的力道較撞擊厚水膜大。由上述兩點原因，可得知水珠滴於水層 ($h/D \geq 1$) 上的擴散速率較滴於薄水膜 ($h/D \ll 1$) 快。

六、水珠撞擊較深的水層($h/D > 1$)時，分為三個階段之討論

(一) 分段依據

由數據繪圖 (參照 Fig. 13) 可以清楚發現趨勢線大致可分為 3 個階段，比對圖片將之分為 3 種現象：第 1 階段， $h/D \geq 1$ 時， n 值皆約等於 0.5；到第 2 階段 n 值增加，趨勢線傾斜度較大；接下來由於水珠已開始塌陷， n 值陡增視為第 3 階段。

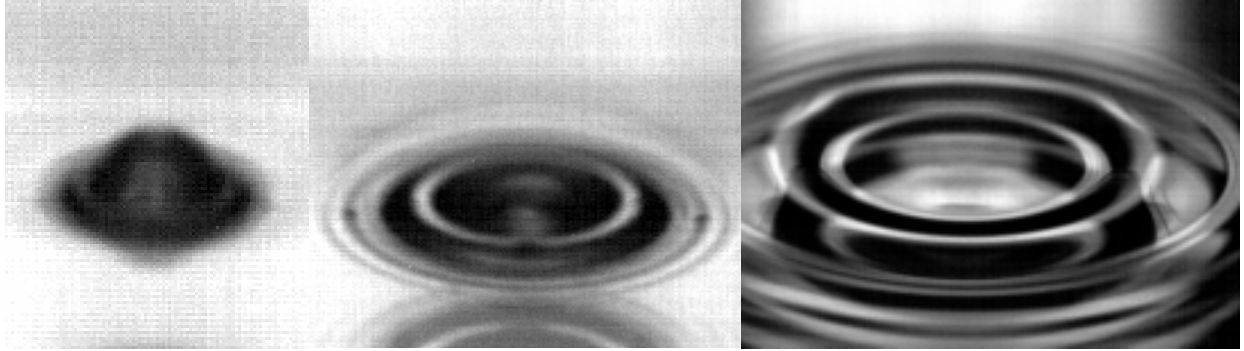


Fig. 19-a

Fig. 19-b

Fig. 19-a

Fig. 19-a 水珠撞擊到液面，此時水珠正在擠壓變形，逐漸形成水波。在這個階段水深對水珠擴散的影響較小，各組皆約等於 0.5。

Fig. 19-b 已形成明顯環狀波，水深對環狀波擴散之影響較鉅，各組數據之 n 值在大於 0.5、小於 0.55 間跳動，但較不具規律性。

Fig. 19-c 環狀波擴散一段時間後迅速向下塌陷， n 值陡升，皆大於 0.6，甚至更大。

各階段間有趨勢線平緩之現象

(二) 我們選擇測量環狀波之外緣。但有時環狀波前緣有往外擴散的現象，上緣卻無明顯變化，導致數據繪圖有時會顯現直徑未隨時間變化的情形 (參照 Fig. 13)。但觀察整個水珠，其直徑大體上還是往外擴散的。

捌、結論

一、 擴散速率：乾的玻璃 ($h/D = 0$) 表面 < 薄水膜 ($h/D \ll 1$) < 水層 ($h/D \geq 1$)

- 二、水珠撞擊較深的水層($h/D > 1$)時，可以分為三個階段：第1階段 n 值約為 0.5；第2階段 n 值變大，約在 0.5 至 0.55 之間；第3階段 n 值則大幅升高，皆大於 0.6，表擴散速率越來越快

玖、參考資料及其他

一、參考資料

- (一) S. Sikalo, E. N. Gani, (2006), Phenomena of droplet-surface interaction, Experimental Thermal and Fluid Science, VOL. 31: pp. 97-110
- (二) S. D. Howison, J. R. Ockendon, J. m. olive, R. Purvis, and F. T. Smith, (2004), Droplet impact on a thin fluid layer, Under consideration for publication in J. Fluid Mechanics, pp. 1-21
- (三) S. Sikalo, M. Marengo, C. Tropea, and E. N. Ganic (2002), Analysis of impact if droplets on horizontal surfaces, Experimental Thermal and Fluid Science, VOL 96: pp. 503-510
- (四) R. Rioboo, M. Marengo, C. Tropea, (2002), Time evolution of liquid drop impact onto solid, dry surfaces, Experiments in Fluids, VOL. 33: PP. 112-124
- (五) 高二物質科學物理篇 Ch4-7, 9

二、其他

(一) 鏡頭規格

MotionPro X4 使用鏡頭：

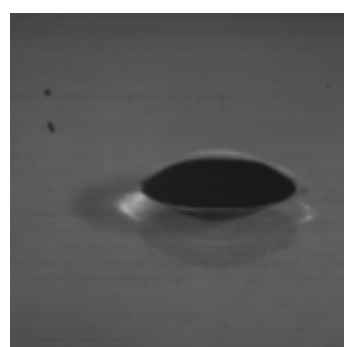
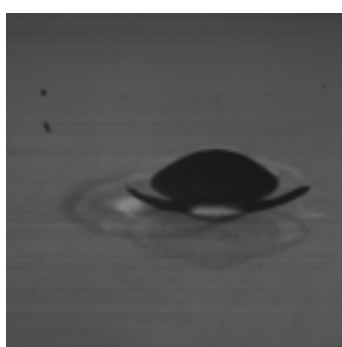
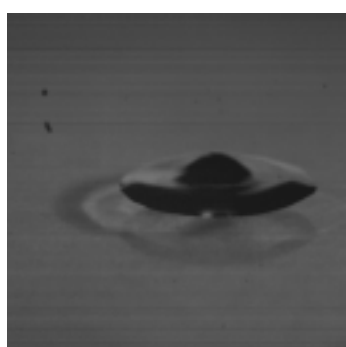
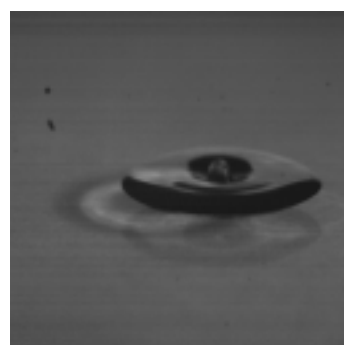
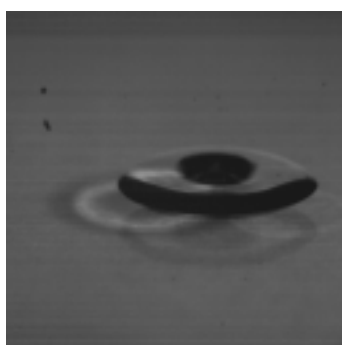
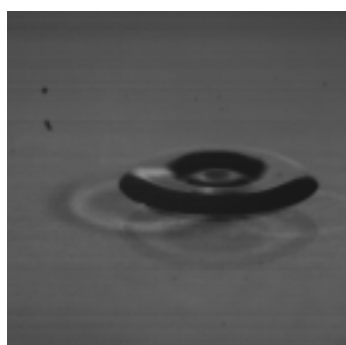
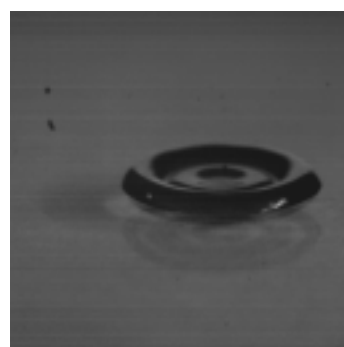
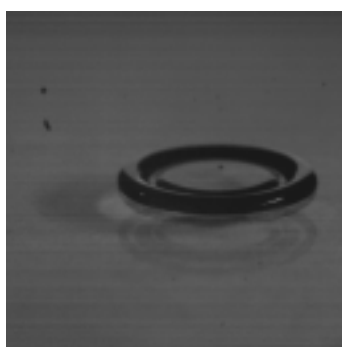
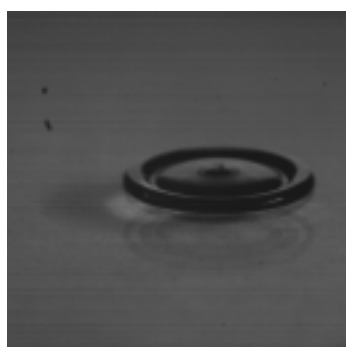
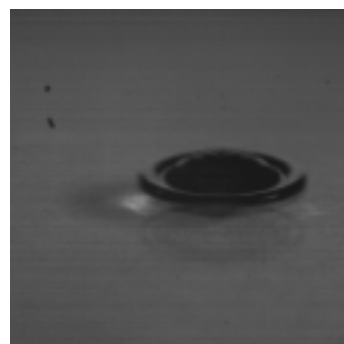
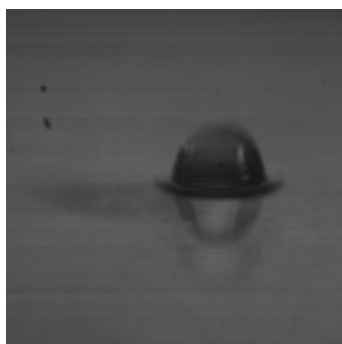
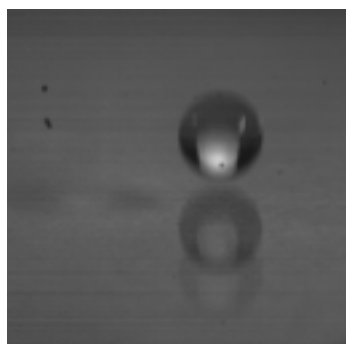
Zoom 70XL (長鏡頭)

變焦比率	7 : 1
光學倍率	0.75 ~ 5.25X
影像倍率	2 ~ 860X
解析值	480 lp/mm
視野範圍	0.13 x 0.17 ~ 70.0 x 93.4mm
景深範圍	0.021 ~ 29.2mm
工作距離	32 ~ 462mm

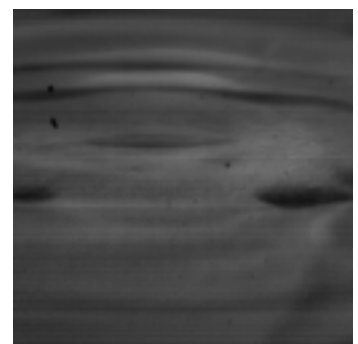
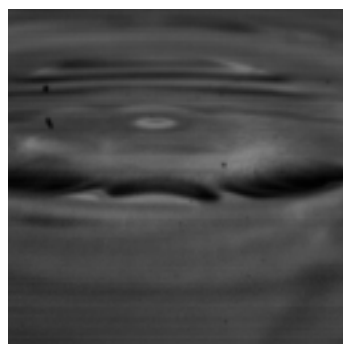
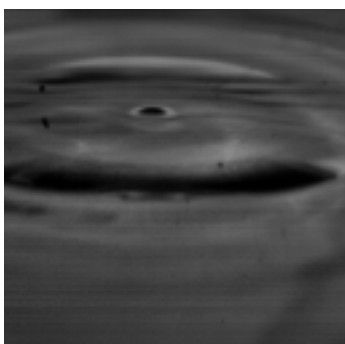
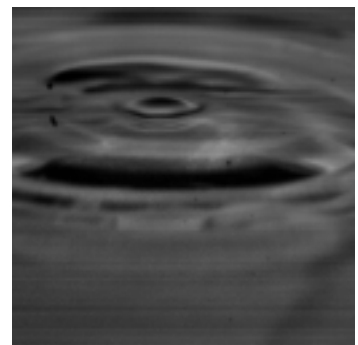
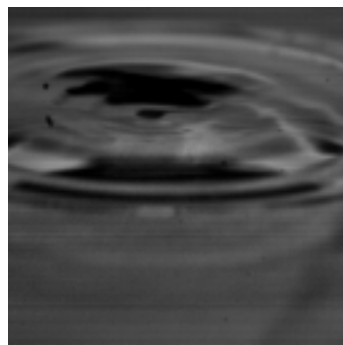
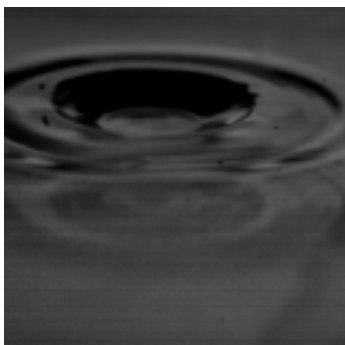
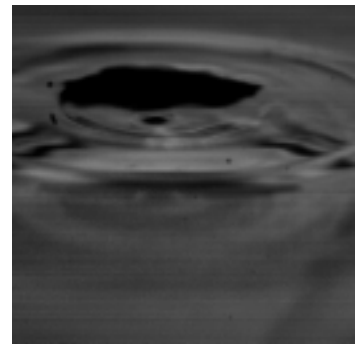
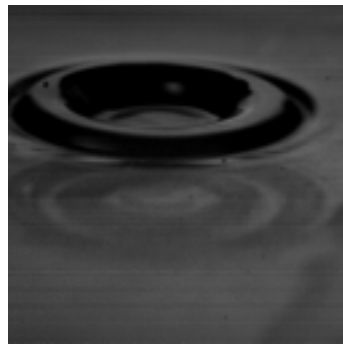
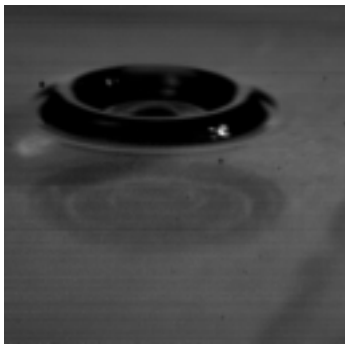
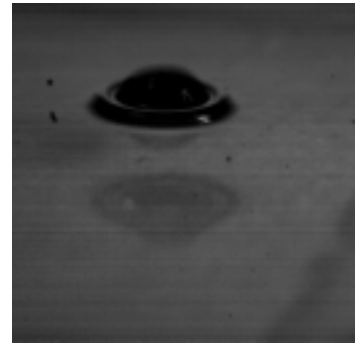
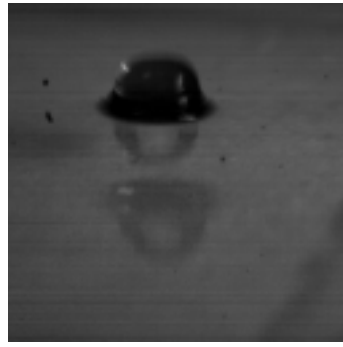
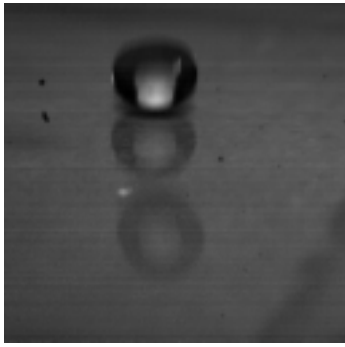


(二) 水珠撞擊過程照片擷取

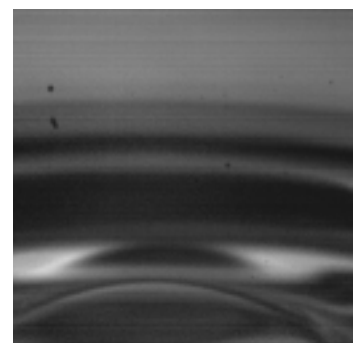
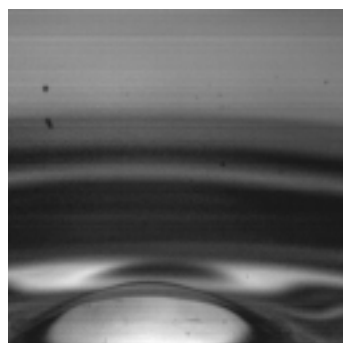
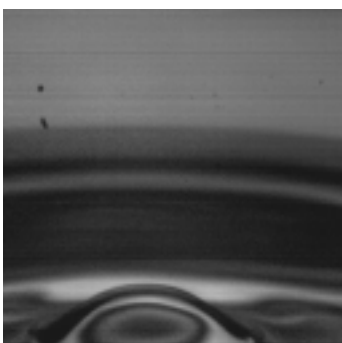
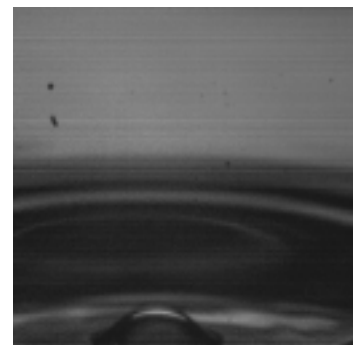
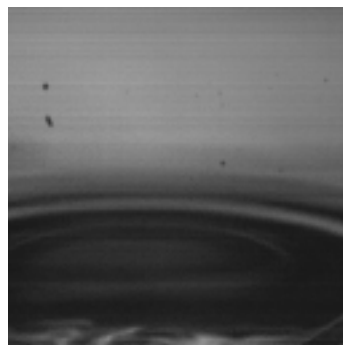
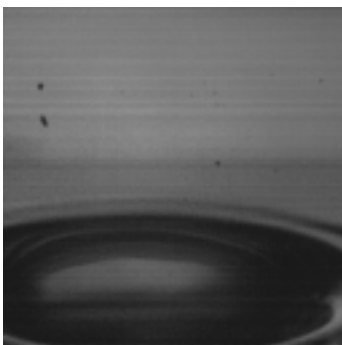
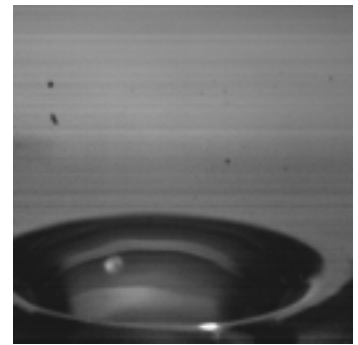
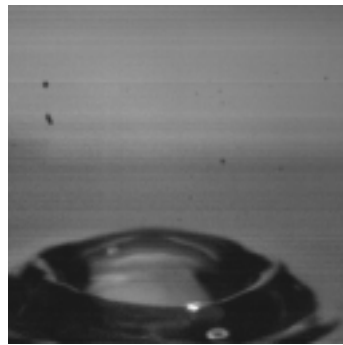
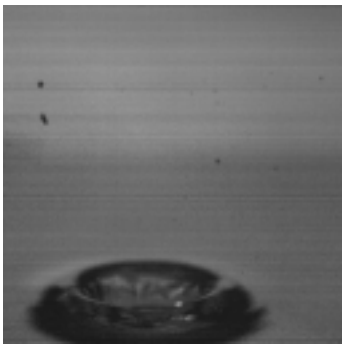
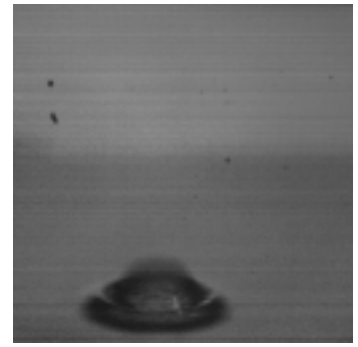
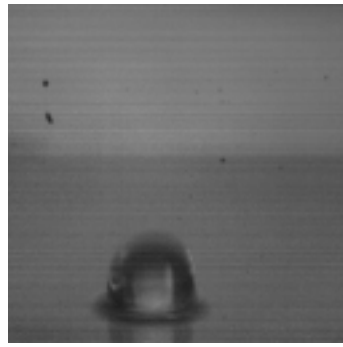
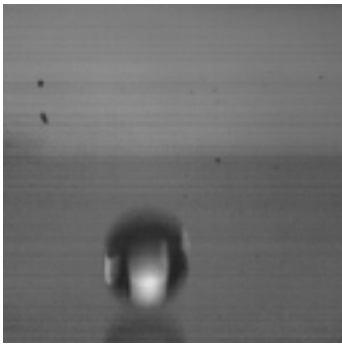
1. $h/D=0$



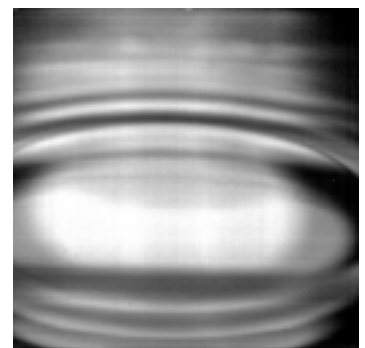
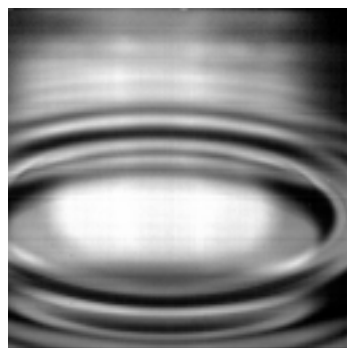
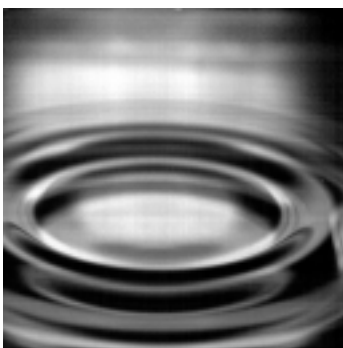
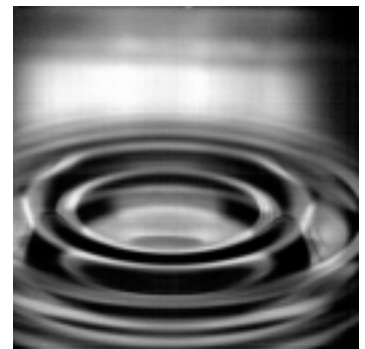
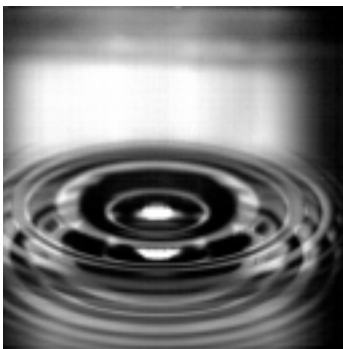
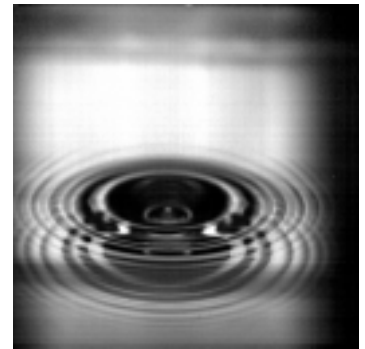
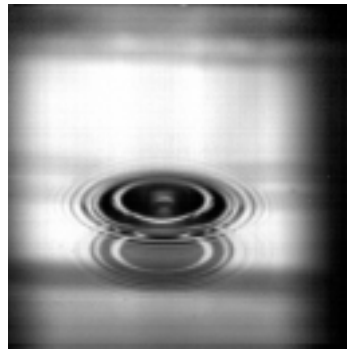
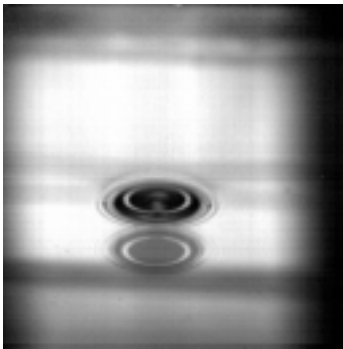
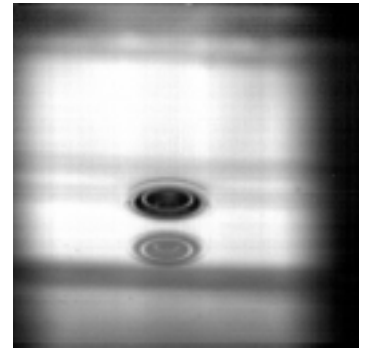
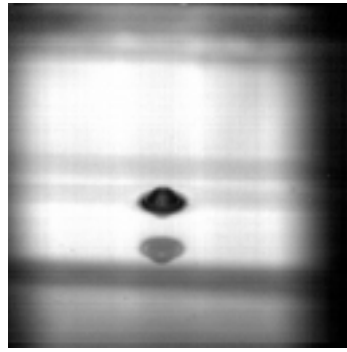
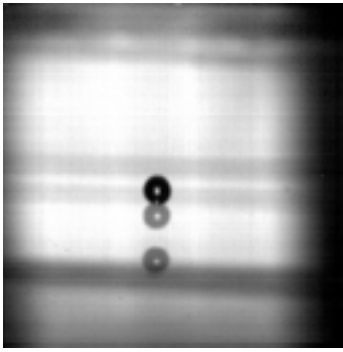
2. $h/D \ll 1$



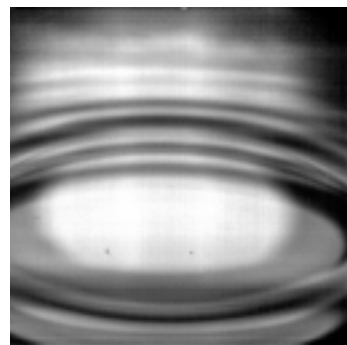
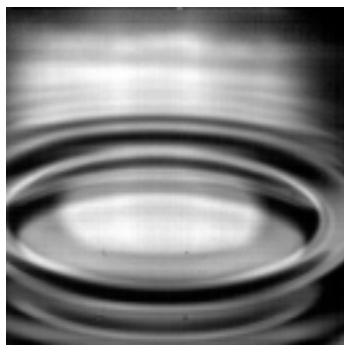
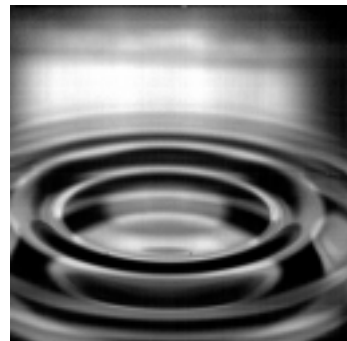
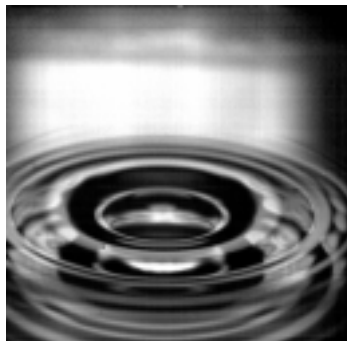
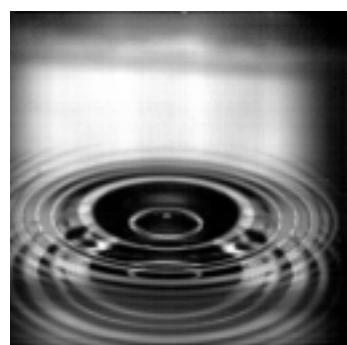
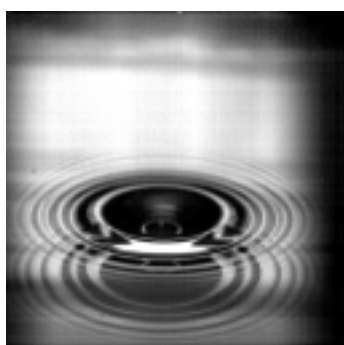
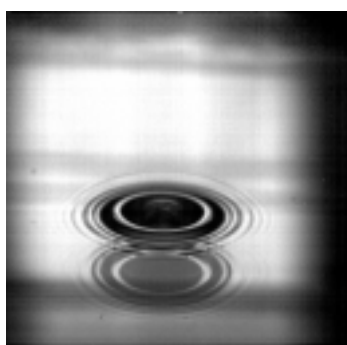
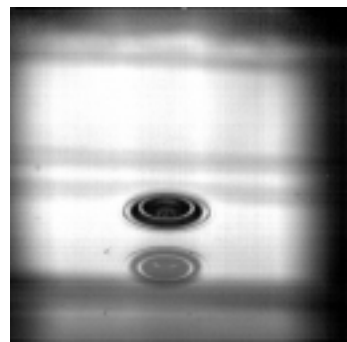
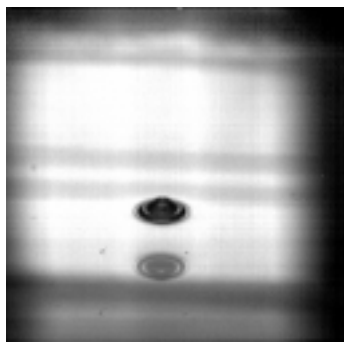
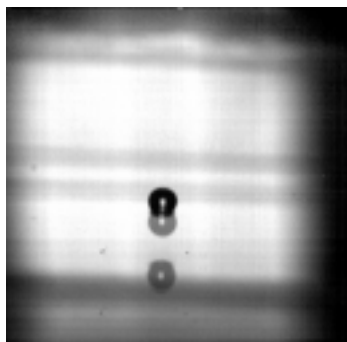
3. $h/D=1$



4. $h/D=1.5$



5. $h/D=1.9$



【評 語】 040112 水珠滴落到固液表面之擴散探討

標題錯誤，實際測量不同深度水之表面波波速，而非擴散速度。雖然數據資料豐富，唯因物理機制認識錯誤，殊為可惜。