

中華民國第四十七屆中小學科學展覽會
作品說明書

國小組 數學科

080402

分酒秤糖我在行

學校名稱：臺中縣烏日鄉九德國民小學

作者： 小六 陸彥儒 小六 陳冠憬 小六 顏鉅秀	指導老師： 卓樹樣
-----------------------------------	--------------

關鍵詞：分酒問題 最大公因數 費布納西數列

分酒秤糖我在行

摘要

本研究重新探討分酒問題，將分酒規則改為利用任意三個不同容量的容器，把最大容器裝滿酒後分成二份，並分裝在其中二個容器內，結果發現判別容器容量組合是否能分出所有可能容量酒之簡易規則，並發現兩種分酒方法的差異及部分條件下分出所有可能容量的酒所需步驟數具有之規則。另外仿照分酒問題的模式，研究利用天平與砝碼要秤取所有可能的糖量時，砝碼的重量組合須具備的條件。最後設定砝碼數與一般砝碼組合同為九個，找出秤取所有可能的糖量之較佳的砝碼組合。

壹、研究動機

歷屆全國科學展覽作品常出現分酒或分水的研究，其中以「分酒問題的研究」(陳在鴻、湯盛全和黎萬順，民 75) 之結果較為完整，茲將其概述如下：有甲、乙、丙三個酒桶，裝滿後分別是 α 、 β 、 γ 公升，現在甲中已裝了 α 公升的酒，利用這三個桶子做容器，到底可以分出多少種酒量呢？結果找出二種分酒方法為：

方法一：

步驟一：由甲桶將酒倒入乙桶。

步驟二：由乙桶將酒倒入丙桶。

步驟三：如果乙桶中沒酒，直接回到步驟一。如果乙桶中還有酒，先將丙桶的酒倒回甲桶，然後回到步驟二繼續操作。

方法二：過程同方法一，但乙、丙調換。

並發現分出 $1\sim\alpha$ 中所有整數容量的酒之 α 、 β 、 γ 組合條件：當 $\beta \geq \gamma$ 時，滿足下列任意一個條件的 α 、 β 、 γ 組合，就能分出 $1\sim\alpha$ 中所有整數容量的酒。

條件一： $\gamma=1$ 且 $\lfloor \alpha/2 \rfloor \leq \beta+1$ 。

條件二： $\gamma=2$ ， α 是奇數且 $\alpha \leq \beta$ 。

條件三： $(\beta, \gamma)=1$ 且 $\lfloor \alpha/2 \rfloor \leq \beta+\gamma < \alpha+3$ 。

條件四： $(\beta, \gamma)=2$ 且 $\beta+\gamma=\alpha+3$ 或 $\beta+\gamma=\alpha \pm 1$ 。

此研究利用了六上數學（康軒文教事業，民 95）第一單元所學的最大公因數，仔細探究後發現其中有些酒量必須由二個容器內的酒合起來，而無法裝於某一容器中，另外計算也不方便，所以將分酒規則改為利用任意三個不同容量的容器，把最大容器裝滿酒後分成二份，並分裝在其中二個容器內，看看是否有新的發現？又將問題改為利用天平與砝碼秤糖，要秤出所有可能的糖量（整數）時，砝碼組合的條件是否有規則性？經過討論後，擬出研究目的進行探索。

貳、研究目的

- 一、探討利用任意三個不同容量的容器，把最大容器裝滿酒後分成二份，分裝在其中二個容器內，能不能分出所有不大於最大容器容量的酒。
- 二、探討利用天平與任意二個不同重量的砝碼，能秤出的糖量。
- 三、探討怎樣的砝碼重量組合能較快秤出某重量的糖。

參、研究設備及器材

電腦、Microsoft Excel 試算表、天平、砝碼、陶土。

肆、研究過程

- 一、利用任意三個不同容量的容器，能不能把最大容器的酒量分成二份分裝在其中二個容器內，並且分出所有不大於最大容器容量的酒。

(一)、利用 11、8、6 公升容器，能分出 1~11 公升的酒嗎？

1.解法：根據「分酒問題的研究」之方法一和方法二分酒的結果分別如表一和表二。

2.小結：

- (1).根據表一得知方法一無法將 10 公升的酒裝於某一容器中，又根據表二得知方法二無法將 9 公升的酒裝於某一容器中。所以要同時使用方法一和方法二才可分出 1~11 公升的酒。

表一：以方法一利用 11、8 和 6 公升容器分酒的結果

步驟	11L 容器的酒量 (甲容器)	8L 容器中的酒量 (乙容器)	6L 容器中的酒量 (丙容器)	分出的酒量
1	11	0	0	11
2	3	8	0	3、8
3	3	2	6	2、6
4	9	2	0	9
5	9	0	2	
6	1	8	2	1
7	1	4	6	4
8	7	4	0	7
9	7	0	4	
10	0	7	4	
11	0	5	6	5
12	6	5	0	
13	6	0	5	
14	0	6	5	
15	0	5	6	

表二：以方法二利用 11、8 和 6 公升容器分酒的結果

步驟	11L 容器的酒量 (甲容器)	6L 容器中的酒量 (丙容器)	8L 容器中的酒量 (乙容器)	分出的酒量
1	11	0	0	11
2	5	6	0	5、6
3	5	0	6	
4	0	5	6	
5	0	3	8	3、8
6	8	3	0	
7	8	0	3	
8	2	6	3	7
9	2	1	8	1、2
10	10	1	0	10
11	10	0	1	
12	4	6	1	4
13	4	0	7	
14	0	4	7	
15	0	3	8	

(2). 假設甲、乙、丙容器的容量分別為 x 、 y 、 z 公升，由表一和表二歸納發現：

步驟1中甲容器的酒為 x 公升，乙和丙容器的酒為0公升。從步驟2起三個容器內的酒量分別具有表三所列之規則。

表三：分酒問題步驟 2 起容器內的酒量具有的規則

容器	從步驟 2 起容器內的酒量具有的規則
甲	<p>①如果前一步驟中乙容器的酒量為0且甲容器中的酒量大於x，則甲容器中的酒量為前一步驟中甲容器內的酒量減x。</p> <p>②如果前一步驟中乙容器的酒量為0且甲容器中的酒量不大於x，則甲容器中的酒量為0。</p> <p>③如果前一步驟中乙容器的酒量不等於0且丙容器中的酒量等於π，則甲容器中的酒量為前一步驟中甲容器內的酒量加π。</p> <p>④如果前一步驟中乙容器的酒量不等於0且丙容器中的酒量不等於π，則甲容器中的酒量為前一步驟中甲容器內的酒量。</p>
乙	<p>①若前一步驟中乙容器的酒量為0且甲容器中的酒量大於x，則乙容器中的酒量為x。</p> <p>②如果前一步驟中乙容器的酒量為0且甲容器中的酒量不大於x，則乙容器中的酒量為前一步驟中甲容器內的酒量。</p> <p>③如果前一步驟中乙容器的酒量不等於0且丙容器中的酒量等於π，則乙容器中的酒量為前一步驟中乙容器內的酒量。</p> <p>④如果前一步驟中乙容器內的酒量不等於0且丙容器中的酒量不等於π且前一步驟中乙容器內的酒量大於π減去前一步驟中丙容器內的酒量，則乙容器中的酒量為前一步驟中乙容器內的酒量加前一步驟中乙容器內的酒量再減去π。</p> <p>⑤如果前一步驟中乙容器內的酒量不等於0且丙容器中的酒量不等於π且前一步驟中乙容器內的酒量不大於π減去前一步驟中丙容器內的酒量，則乙容器中的酒量為0。</p>
丙	<p>①若前一步驟中乙容器的酒量為0，則丙容器中的酒量為前一步驟丙容器內的酒量。</p> <p>②如果前一步驟中乙容器內的酒量不等於0且前一步驟丙容器內的酒量等於π，則丙容器中的酒量為0。</p> <p>③如果前一步驟中乙容器的酒量不等於0且前一步驟丙容器內的酒量不等於π且前一步驟中乙容器內的酒量大於π減去前一步驟中丙容器內的酒量，則丙容器中的酒量為π。</p> <p>④如果前一步驟中乙容器的酒量不等於0且前一步驟丙容器內的酒量不等於π且前一步驟中乙容器內的酒量不大於π減去前一步驟中丙容器內的酒量，則丙容器中的酒量為前一步驟丙容器內的酒量加前一步驟乙容器內的酒量。</p>

(3).依據表三之規則，設計出Excel試算表函數如表四。

表四：分酒問題之Excel試算表函數

	A	B	C	D	E
1	甲	乙	丙		
2	ㄅ	ㄆ	ㄇ	分出的酒量	分出的次數
3	=A2	=0	=0	1	=COUNTIF(A3:C100,1)
4	=IF(B3=0,IF(A3>B2,A3-B2,0),IF(C3=C2,A3+C2,A3))	=IF(B3=0,IF(A3>B2,B2,A3),IF(C3=C2,B3,IF(B3>C2-C3,B3-C2+C3,0)))	=IF(B3=0,C3,IF(C3=C2,0,IF(B3>C2-C3,C2,C3+B3)))	2	=COUNTIF(A3:C100,2)
5	=IF(B4=0,IF(A4>B2,A4-B2,0),IF(C4=C2,A4+C2,A4))	=IF(B4=0,IF(A4>B2,B2,A4),IF(C4=C2,B4,IF(B4>C2-C4,B4-C2+C4,0)))	=IF(B4=0,C4,IF(C4=C2,0,IF(B4>C2-C4,C2,C4+B4)))	3	=COUNTIF(A3:C100,3)
...
...	ㄎ	=COUNTIF(A3:C100,ㄎ)
99	=IF(B98=0,IF(A98>B2,A98-B2,0),IF(C98=C2,A98+C2,A98))	=IF(B98=0,IF(A98>B2,B2,A98),IF(C98=C2,B98,IF(B98>C2-C98,B98-C2+C98,0)))	=IF(B98=0,C98,IF(C98=C2,0,IF(B98>C2-C98,C2,C98+B98)))		
100	=IF(B99=0,IF(A99>B2,A99-B2,0),IF(C99=C2,A99+C2,A99))	=IF(B99=0,IF(A99>B2,B2,A99),IF(C99=C2,B99,IF(B99>C2-C99,B99-C2+C99,0)))	=IF(B99=0,C99,IF(C99=C2,0,IF(B99>C2-C99,C2,C99+B99)))		

(二)、設甲、乙、丙三個容器的容量分別為 x 、 y 、 z 公升，且 $x \geq y \geq z$ ，利用甲、乙、丙三個容器，把 x 公升的酒分成二份分裝在其中二個容器內，能不能分出 $1 \sim x$ 公升的酒？

令： $N1$ 和 $N2$ 分別表示以方法一和方法二分出 $1 \sim x$ 公升的酒所需的步驟數：

1.如果 $x = y + z$ ，利用表四之 Excel 試算表函數，得到能分出 $1 \sim x$ 公升的酒之容器容量 x 、 y 、 z 組合及所需的步驟數如表五：

表五： $x = y + z$ 時，能分出 $1 \sim x$ 公升酒的容器容量之組合及所需的步驟數

N1	x 、 y 、 z	N2	N1	x 、 y 、 z	N2
2	2、1、1	2	18	12、7、5	20
2	3、2、1	2	11	12、11、1	12
3	4、3、1	4	20	13、7、6	22
4	5、3、2	6	20	13、8、5	22
4	5、4、1	5	18	13、9、4	20
5	6、5、1	6	16	13、10、3	18
8	7、4、3	10	12	13、11、2	14
6	7、5、2	8	12	13、12、1	13
6	7、6、1	7	22	14、9、5	24
10	8、5、3	12	18	14、11、3	20
7	8、7、1	8	13	14、13、1	14
12	9、5、4	14	24	15、8、7	26
8	9、7、2	10	22	15、11、4	24
8	9、8、1	9	14	15、13、2	16
12	10、7、3	14	14	15、14、1	15
9	10、9、1	10	26	16、9、7	28
16	11、6、5	18	24	16、11、5	26
16	11、7、4	18	20	16、13、3	22
14	11、8、3	16	15	16、15、1	16
10	11、9、2	12	28	17、9、8	30
10	11、10、1	11

發現：當 $x = y + z$ 時，

- (1).若 $(y, z) \neq 1$ ，則不能分出 $1 \sim x$ 公升的酒來。
- (2).若 $(y, z) = 1$ ，則以方法一或方法二都可以分出 $1 \sim x$ 公升的酒來。
- (3).當 $(y, z) = 1$ 時，分酒所需的步驟數有下列規則：

① $N1 \leq N2$ 。

② 若 $\square = 1$ ，則 $N1 = \cup - 1$ ， $N2 = \cup = N1 + 1$ 。

③ 若 $\square \neq 1$ ，則 $N1 = 2 \times (\cup - [\cup / \square] - 1)$ ， $N2 = N1 + 2$ ，其中 $[\cup / \square]$ 表示 \cup 除以 \square 的整數商。

2. 若 $\cup > \cup + \square$ ，利用表四得到能分出 $1 \sim \cup$ 公升的酒的容器容量 \cup 、 \cup 、 \square 組合及所需的步驟數如表六：

表六： $\cup > \cup + \square$ 時，能分出 $1 \sim \cup$ 公升酒的容器容量之組合及所需的步驟數

N1	\cup 、 \cup 、 \square	N2	N1	\cup 、 \cup 、 \square	N2
2	3、1、1	2	10	10、4、1	10
4	4、1、1	4	12	10、4、3	12
4	4、2、1	4	10	10、5、1	10
4	5、2、1	5	12	10、5、2	11
6	5、3、1	5	14	10、5、3	12
6	6、2、1	6	16	10、5、4	14
6	6、3、1	6	12	10、6、1	10
8	6、3、2	7	14	10、7、1	10
8	6、4、1	6	16	10、7、2	14
6	7、3、1	7	16	10、8、1	10
8	7、3、2	8	12	11、4、3	12
8	7、4、1	7	10	11、5、1	11
10	7、5、1	7	12	11、5、2	12
8	8、3、1	8	14	11、5、3	14
8	8、3、2	8	16	11、5、4	16
8	8、4、1	8	12	11、6、1	11
12	8、4、3	10	14	11、7、1	11
10	8、5、1	8	16	11、7、2	12
12	8、5、2	11	18	11、7、3	17
12	8、6、1	8	16	11、8、1	11
10	9、3、2	10	18	11、9、1	11
8	9、4、1	9
12	9、4、3	12	26	16、11、3	20
10	9、5、1	9	28	16、11、4	24
12	9、5、2	12	24	16、12、1	16
14	9、5、3	12	26	16、13、1	16
12	9、6、1	9	28	16、13、2	23
14	9、7、1	9	28	16、14、1	16

討論：當 $u > v + w$ 時，

(1).如果 $(v, w) \neq 1$ 或 $v + w < \lceil u/2 \rceil$ ，則無法分出所有 $1 \sim u$ 公升的酒來。

(2).如果 $(v, w) = 1$ 且 $v + w \geq \lceil u/2 \rceil$ ，則發現表七所列組合無法分出某些酒量於某一容器中。

表七：當 $(v, w) = 1$ 且 $v + w \geq \lceil u/2 \rceil$ 時無法分出某些酒量於某一容器中的組合

容器的容量 u, v, w	無法分於某一容器中的酒量(c)	備註
10、3、2	4	$3 < 4 < 10 - 3 - 2$
14、4、3	5	$4 < 5、6 < 14 - 4 - 3$
14、5、2	6	$5 < 6 < 14 - 5 - 2$
15、5、3	6	$5 < 6 < 15 - 5 - 3$
16、5、3	6、7	$5 < 6、7 < 16 - 5 - 3$
16、5、4	6	$5 < 6 < 16 - 5 - 4$
17、5、4	6、7	$5 < 6、7 < 17 - 5 - 4$
18、5、4	6、7、8	$5 < 6、7、8 < 18 - 5 - 4$
18、7、2	8	$7 < 8 < 18 - 7 - 2$
19、7、3	8	$7 < 8 < 19 - 7 - 3$
20、6、5	7、8	$6 < 7、8 < 20 - 6 - 5$
20、7、3	8、9	$7 < 8、9 < 20 - 7 - 3$
u, v, w	c	$v < c < u - v - w$

發現：表七中無法分於某一容器中的酒量 c 的範圍是 $v < c < u - v - w$ ，所以

當 $u - v - w \leq v + 1$ 或是 $v \geq (u - w - 1) / 2$ 時，就不會出現無法分於某一容器中的酒量，所以當 $u > v + w$ 時，

(1).若 $(v, w) \neq 1$ 或 $v < (u - w - 1) / 2$ ，則無法分出所有 $1 \sim u$ 公升的酒來。

(2).若 $(v, w) = 1$ 且 $v \geq (u - w - 1) / 2$ ，則可以分出 $1 \sim u$ 公升的酒來，而且

①以方法一或方法二都可以分出 $1 \sim u$ 公升的酒來。

②若 $v = (u - 1) / 2$ 且 $u > 3$ 時，則 $N_1 = u - 1 < N_2$ ，否則 $N_1 \geq N_2$ 。

③若 $w = 1$ 且 $u > 3$ 時，則 $N_2 = u$ ，若 $w \neq 1$ ，則 $N_2 \geq u$ 。

3.如果 $u < v + w$ ，利用表四得到能分出 $1 \sim u$ 公升的酒的 u, v, w 組合及所需的步驟數如表八：

發現：當 $u < v + w$ 時，

(1).若 $(v, w) = 1$ 且 $v + w \leq u + 2$ ，則可以分出 $1 \sim u$ 公升的酒來。

(2).若 $(x, y) = 2$ 、 $(x, y, z) = 1$ 且 $x + y \leq z + 3$ ，則可以分出 $1 \sim z$ 公升的酒來。

(3).符合上述任一條件的組合，並非只以方法一或方法二就可以分出 $1 \sim z$ 公升的酒來，有些需要同時使用方法一和方法二。

(4).表八中，當 $z = 1$ 時， $N_1 > N_2$ ，又當 $z = 1$ 且 $x \neq 3$ 時， $N_1 = x + 1$ ， $N_2 = x$ 。

表八： $x < x + y$ 時，能分出 $1 \sim z$ 公升酒的容器容量之組合及所需的步驟數

N1	x, y, z	N2	N1	x, y, z	N2
3	2, 2, 1	2	8	9, 8, 2	9
2	3, 2, 2	2	9	9, 8, 3	13
3	3, 3, 1	2	10	9, 9, 1	9
3	3, 3, 2	2	10	9, 9, 2	9
3	4, 3, 2	5	12	10, 6, 5	18
5	4, 4, 1	4	16	10, 7, 4	17
4	5, 4, 2	5	?	10, 7, 5	?
7	5, 4, 3	5	14	10, 8, 3	18
6	5, 5, 1	5	16	10, 9, 2	16
6	5, 5, 2	5	11	10, 10, 1	10
4	6, 4, 3	10	18	11, 7, 5	20
9	6, 5, 2	10	19	11, 7, 6	18
4	6, 5, 3	9	?	11, 8, 5	?
7	6, 6, 1	6	?	11, 8, 6	?
10	7, 5, 3	11	18	11, 9, 4	14
11	7, 5, 4	10	10	11, 10, 2	11
6	7, 6, 2	7	16	11, 10, 3	13
7	7, 6, 4	9	12	11, 10, 4	13
8	7, 7, 1	7	12	11, 11, 1	11
8	7, 7, 2	7	12	11, 11, 2	11
8	8, 5, 4	14
13	8, 7, 2	13	?	16, 11, 7	?
12	8, 7, 3	10	26	16, 12, 5	28
9	8, 8, 1	8	29	16, 13, 4	26
13	9, 6, 4	15	?	16, 13, 5	?
15	9, 6, 5	14	22	16, 14, 3	28
15	9, 7, 3	14	25	16, 15, 2	25
10	9, 7, 4	15	17	16, 16, 1	16

註：表中「？」表示需要同時採用方法一和方法二才可以分出 $1 \sim z$ 公升的酒。

二、探討利用天平與任意二個不同重量的砝碼，能秤出的糖量。

(一)、利用天平與6克和3克的砝碼，能秤出多少種糖量？

1.解法：我們以油土製作砝碼，將模擬操作的過程及結果列成表九：

表九：利用天平與6克和3克的砝碼模擬操作秤糖的過程及結果

步驟	左邊托盤放的砝碼重量	左邊托盤放的糖量	右邊托盤放的砝碼重量	右邊托盤放的糖量	秤出的糖量	算式
1	3	0	0	3	3	
2	6	0	0	6	6	
3	0	9	3	6	9	$6+3=9$
4	3	9	0	12	12	$9+3=12$
...

註：紅字位置表示該步驟秤出糖量所在位置

2.發現：利用天平與6克和3克的砝碼，只能秤出3、6、9、...克的糖量。

(二)、利用天平與5克和3克的砝碼，能秤出多少種糖量？

1.解法：我們以油土製作砝碼，將模擬操作的過程及結果列成表十：

表十：利用天平與5克和3克的砝碼模擬操作秤糖的過程及結果

步驟	左邊托盤放的砝碼重量	左邊托盤放的糖量	右邊托盤放的砝碼重量	右邊托盤放的糖量	秤出的糖量	算式
1	5	0	0	5	5	
2	3	0	0	3	3	
3	5	0	3	2	2	$5-3=2$
4	0	7	5	2	7	$2+5=7$
5	0	7	3	4	4	$7-3=4$
6	0	9	5	4	9	$4+5=9$
7	0	9	5、3	1	1	$9-5-3=1$
8	0	6	5	1	6	$1+5=6$
9	5	6	0	11	11	$6+5=11$
10	3	8	0	11	8	$11-3=8$
11	5	8	0	13	13	$8+5=13$
12	3	10	0	13	10	$13-3=10$
13	5	10	0	15	15	$10+5=15$
14	3	12	0	15	12	$15-3=12$
...

註：紅字位置表示該步驟秤出糖量所在位置

2.發現：利用天平與5克和3克的砝碼，能秤出1、2、3、...克的糖量。

(三)、利用天平與7克和3克的砝碼，能秤出多少種糖量？

1.解法：我們將模擬操作的過程及結果列成表十一：

表十一：利用天平與7克和3克的砝碼模擬操作秤糖的過程及結果

步驟	左邊托盤放的砝碼重量	左邊托盤放的糖量	右邊托盤放的砝碼重量	右邊托盤放的糖量	秤出的糖量	算式
1	7	0	0	7	7	
2	3	0	0	3	3	
3	3、7	0	0	10	10	$3+7=10$
4	7	0	3	4	4	$7-3=4$
5	3	1	0	4	1	$4-3=1$
6	7	1	0	8	8	$1+7=8$
7	3	5	0	8	5	$8-3=5$
8	0	5	3	2	2	$5-3=2$
9	0	9	7	2	9	$2+7=9$
10	0	9	3	6	6	$9-3=6$
11	0	13	7	6	13	$6+7=13$
12	0	13	3	10	10	$13-3=10$
13	0	17	7	10	17	$10+7=17$
14	0	17	3	14	14	$17-3=14$
15	0	11	3	14	11	$14-3=11$
16	7	11	0	18	18	$11+7=18$
17	3	15	0	18	15	$18-3=15$
18	0	15	3	12	12	$15-3=12$
19	0	19	7	12	19	$12+7=19$
20	0	19	3	16	16	$19-3=16$
21	0	23	7	16	23	$16+7=23$
22	0	23	3	20	20	$23-3=20$
23	0	27	7	20	27	$20+7=27$
24	0	27	3	24	24	$27-3=24$
25	3	21	0	24	21	$24-3=21$
26	7	21	0	28	28	$21+7=28$
27	3	25	0	28	25	$28-3=25$
28	0	25	3	22	22	$25-3=22$
...

註：紅字位置表示該步驟秤出糖量所在位置

2.發現：利用天平與7克和3克的砝碼，能秤出1、2、3、...克的糖量。

(四)、利用天平與任意二個不同重量的砝碼，能秤出多少種糖量？

1.解法：我們依照前面的方式，繼續進行檢驗利用任意二個不同重量的砝碼能秤出的糖量，並將結果整理成表十二：

表十二：利用天平與任意二個不同重量的砝碼能秤出的糖量

第一個砝碼的重量 (X)	第二個砝碼的糖量 (Y)	能秤出的糖量	能不能秤出所有可能的糖量	X和Y的最大公因數 (X, Y)
2	1	1、2、3、...	○	1
3	1	1、2、3、...	○	1
3	2	1、2、3、...	○	1
4	1	1、2、3、...	○	1
4	2	2、4、6、...	×	2
4	3	1、2、3、...	○	1
5	1	1、2、3、...	○	1
5	2	1、2、3、...	○	1
5	3	1、2、3、...	○	1
5	4	1、2、3、...	○	1
6	1	1、2、3、...	○	1
6	2	2、4、6、...	×	2
6	3	3、6、9、...	×	3
6	4	2、4、6、...	×	2
6	5	1、2、3、...	○	1
...
10	8	2、4、6、...	○	1
10	9	1、2、3、...	○	1
...

2.發現：若 $(X, Y) = 1$ ，則利用天平與任意二個砝碼可以秤出1、2、3、...所有整數克的糖量。

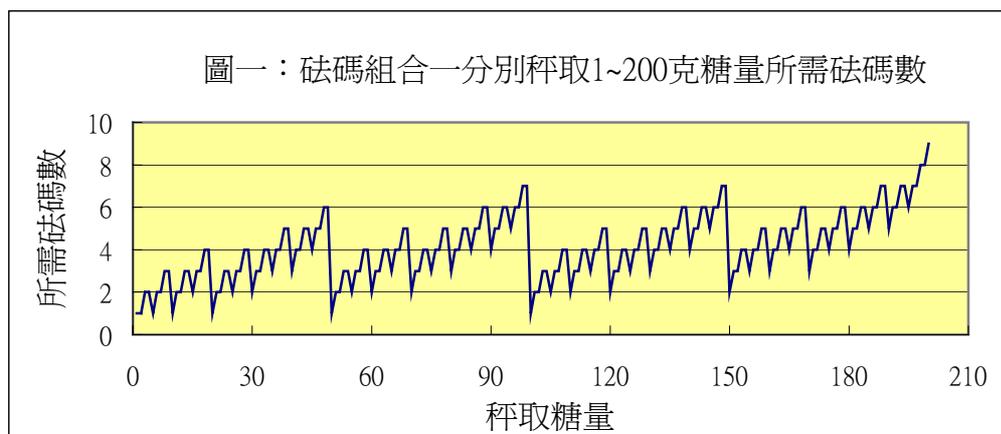
三、探討怎樣的砝碼重量組合能較快秤出某重量的糖。

設A、B、C、...為砝碼之重量，由前面的操作發現：當 $(A, B, C, \dots) = 1$ 時，便可秤出所有可能的糖量，但是若秤取新的糖量時需要利用已秤出的糖量，則不甚方便，經討論後發現：如果較重砝碼能適當的取代數個較輕砝碼之重量，則秤取新的糖量時，便不需要利用已秤出的糖量。接下來我們設定砝碼數與一般砝碼組合同為九個，找出秤取所有可能的糖量時，較佳的砝碼組合。

(一)、一般砝碼組合（組合一：1、2、2、5、10、10、20、50、100）秤出1~200克糖量需

要多少個砝碼？

1.分別計算砝碼組合一秤出1~200克糖量所需砝碼數，並利用Excel繪圖，結果如圖一。

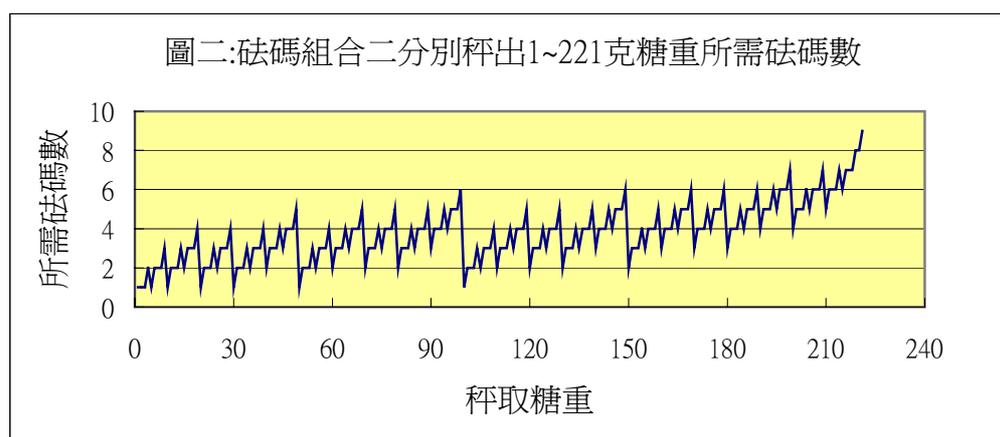


2.一般砝碼組合秤出1~200克糖量所需砝碼數總和為829個，秤出其中某糖量平均所需砝碼數為4.145個。

3.由試驗過程發現5克以上的砝碼可取代前面數個砝碼重量，但是2克和10克砝碼各有二個，其第二個都不具備取代的效果，所以將砝碼組合改為組合二：1、2、3、5、10、20、30、50、100，進行下一步的研究。

(二)、砝碼組合二秤出1~221克糖量需多少個砝碼？

1.分別計算砝碼組合二秤出1~221克糖量所需砝碼數，並利用Excel繪圖，結果如圖二。



2.砝碼組合二秤出1~221克糖量所需砝碼數總和為837個，秤出其中某糖量平均所需砝碼數為3.787個。

3.經由試驗發現3克以上的砝碼可取代前面數個砝碼重量，取代情形如表十三，其中取代的砝碼個數不同，所以可以改變較重砝碼取代較輕砝碼的個數，進一步研究。

表十三：砝碼組合二中，較重砝碼取代較輕砝碼之情形

砝碼重量	較重砝碼重量之決定方式	取代之砝碼個數
3	1+2	2
5	2+3	2
10	2+3+5	3
20	2+3+5+10	4
30	10+20	2
50	20+30	2
100	20+30+50	3

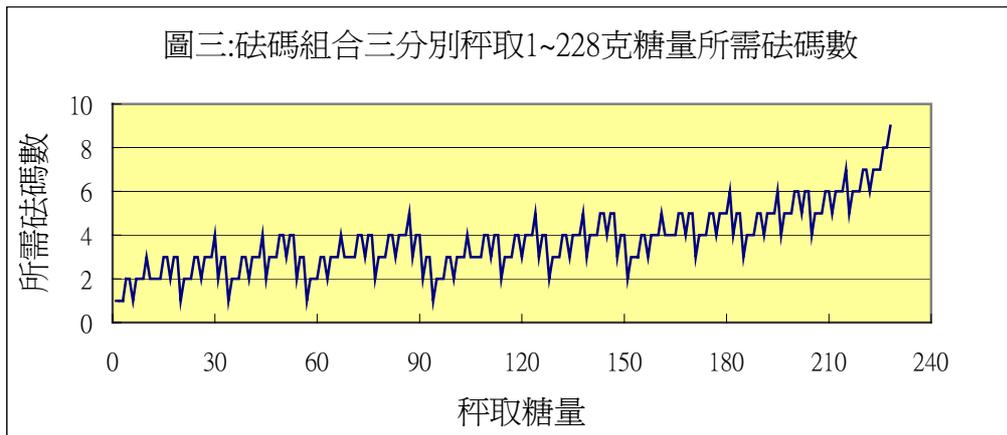
(三)、怎樣的砝碼重量組合能較快秤出某重量的糖？

- 1.將砝碼組合二中，重量超過3克的砝碼取代之砝碼數改為3個，取代情形如表十四，得到砝碼組合三：1、2、3、6、11、20、34、57、94。

表十四：砝碼組合三中，較重砝碼取代較輕砝碼之情形

砝碼重量	較重砝碼重量之決定方式	取代之砝碼個數
6	1+2+3	3
11	2+3+6	3
20	3+6+11	3
34	3+11+20	3
57	3+20+34	3
94	3+34+57	3

- (1).分別計算砝碼組合三秤出1~228克糖量所需砝碼數，並利用Excel繪圖，結果如圖三。



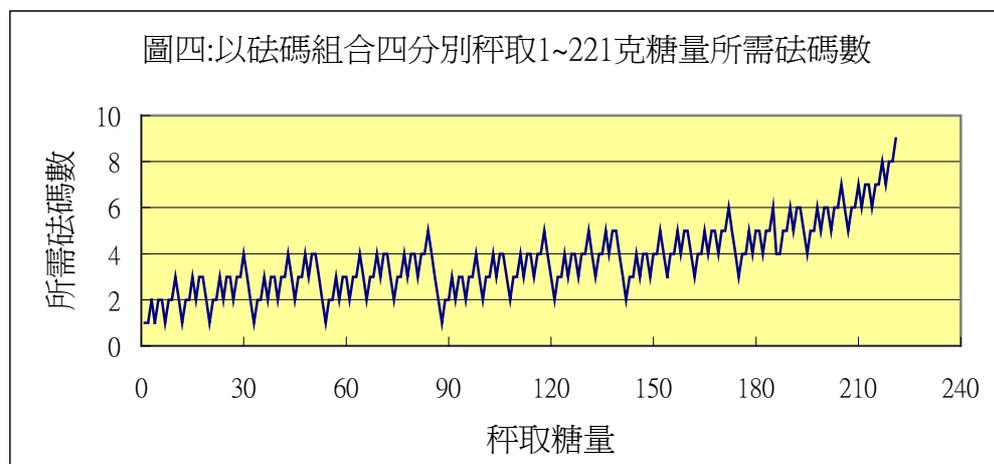
- (2).砝碼組合三秤出1~228克糖量所需砝碼數總和為847個，秤出其中某糖量平均所需砝碼數為3.7149個。

- 2.將砝碼組合二中，重量超過2克的砝碼改為前面二個的砝碼重量和加1，詳如表十五，得到砝碼組合四：1、2、4、7、12、20、33、54、88。

表十五：砝碼組合四中，較重砝碼取代較輕砝碼之情形

砝碼重量	較重砝碼重量之決定方式	取代之砝碼個數
4	1+2+1	2
7	2+4+1	2
12	4+7+1	2
20	7+12+1	2
33	12+20+1	2
54	20+33+1	2
88	33+54+1	2

(1).分別計算砝碼組合四秤出1~221克糖量所需砝碼數，並利用Excel繪圖，結果如圖四。



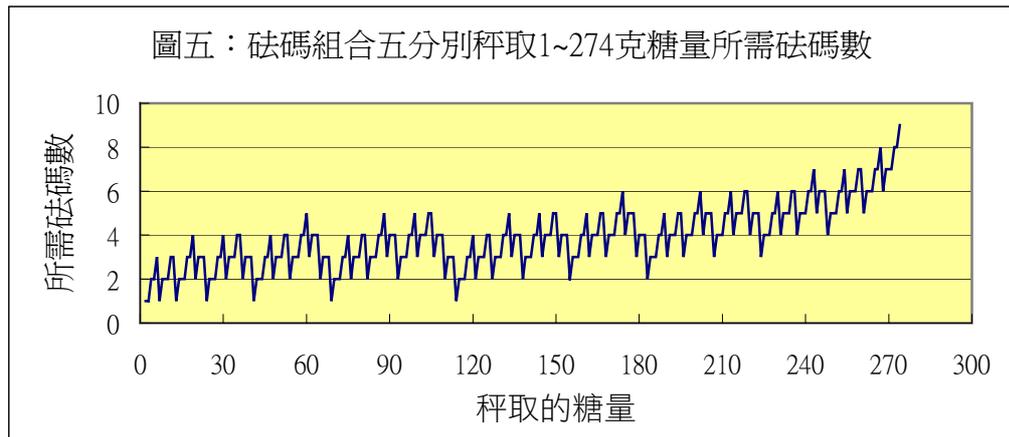
(2).砝碼組合四秤出1~221克糖量所需砝碼數總和為820個，秤出其中某糖量平均所需砝碼數為3.71個。

3.將砝碼組合二中，重量超過3克的砝碼改為三個前面的砝碼重量和加1，詳如表十六，得到砝碼組合五：1、2、3、7、13、24、41、69、114。

表十六：砝碼組合五中，較重砝碼取代較輕砝碼之情形

砝碼重量	較重砝碼重量之決定方式	取代之砝碼個數
7	1+2+3+1	3
13	2+3+7+1	3
24	3+7+13+1	3
41	3+13+24+1	3
69	3+24+41+1	3
114	3+41+69+1	3

(1).分別計算砝碼組合五秤出1~274克糖量所需砝碼數，並利用Excel繪圖，結果如圖五。



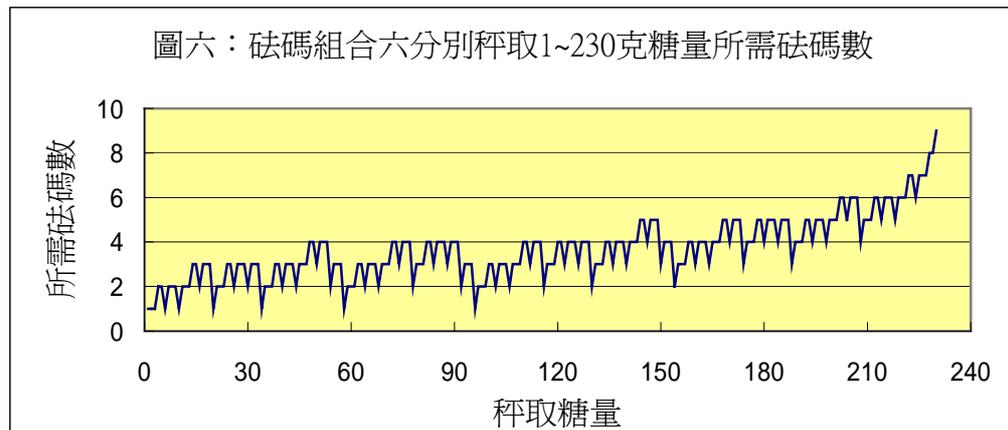
(2).砝碼組合五秤出1~274克糖量所需砝碼數總和為1062個，秤出其中某糖量平均所需砝碼數為3.8759個。

4.由於前幾個較輕的砝碼影響秤取糖量之個位數字，所以修改砝碼組合二中，重量超過3克的取代方式，第四和第五個砝碼重量為前面二個的砝碼重量和加1，第六至第九個砝碼重量為取三個前面的砝碼重量和加1，詳如表十七，得到砝碼組合六：1、2、3、6、10、20、34、58、96。

表十七：砝碼組合六中，較重砝碼取代較輕砝碼之情形

砝碼重量	較重砝碼重量之決定方式	取代之砝碼個數
6	2+3+1	2
10	6+3+1	2
20	3+6+10+1	3
34	3+10+20+1	3
58	3+20+34+1	3
96	3+34+58+1	3

(1).分別計算砝碼組合五秤出1~230克糖量所需砝碼數，並利用Excel繪圖，結果如圖六。



(2).砵碼組合六秤出 1~230 克糖量所需砵碼數總和為 842 個，秤出其中某重量平均所需砵碼數為 3.6609 個。

伍、研究結果

一、此研究探討分酒問題主要之結果如下：

(一)、發現容器容量 u 、 v 、 w 之組合是否能分出所有可能酒量之判別規則：

設甲、乙、丙三個容器的容量分別為 u 、 v 、 w 公升，且 $u \geq v \geq w$ ，利用甲、乙、丙三個容器，把 u 公升酒量分成二份分裝在其中二個容器內，要分出所有可能的酒量時， u 、 v 、 w 之組合須符合下列任意一個條件：

1. $(v, w) = 1$ 且 $v = u - w$ 。
2. $(v, w) = 1$ 且 $(u - w - 1) / 2 \leq v < u - w$ 。
3. $(v, w) = 1$ 且 $u - w < v \leq u - w + 2$ 。
4. $(v, w) = 2$ 、 $(u, v, w) = 1$ 且 $u < v + w \leq u + 3$ 。

其中條件 1~3 可以合併為條件 5：

5. $(v, w) = 1$ 且 $(u - w - 1) / 2 \leq v \leq u - w + 2$ 。

所以 u 、 v 、 w 之組合符合條件 4 或條件 5，就能分出所有 1~ u 公升的酒來，此規則比陳在鴻等人（民 75）發現的規則更為簡化。

(二)、分酒問題中，若 u 、 v 、 w 之組合符合上述條件之一，則部分條件下分出 1~ u 公升的酒，所需的步驟數具簡易之計算規則（ N_1 和 N_2 分別表示以方法一和方法二分出 1~ u 公升的酒所需的步驟數）：

1. 當 u 、 v 、 w 之組合符合上述條件 1 時：

- (1). $N_1 \leq N_2$ 。
- (2). 若 $w = 1$ 且 $u > 3$ ，則 $N_1 = u - 1$ ， $N_2 = N_1 + 1 = u$ 。
- (3). 若 $w \neq 1$ ，則 $N_1 = 2 \times (u - [u/w] - 1)$ ， $N_2 = N_1 + 2$ 。

2. 當 u 、 v 、 w 之組合符合上述條件 2 時：

- (1). 若 $v = (u - 1) / 2$ 且 $u > 3$ 時，則 $N_1 = u - 1 < N_2$ ，否則 $N_1 \geq N_2$ 。

(2).若 $\square=1$ 且 $\cup>3$ 時，則 $N_2=\cup$ ；若 $\square\neq 1$ ，則 $N_2\geq \cup$ 。

(3).當 $\square\neq 1$ 時，方法一或方法二分出 $1\sim\cup$ 公升的酒所需步驟數無簡易之計算規則。

3.當 \cup 、 \cup 、 \square 之組合符合上述條件3或條件4時：

(1).當 $\square=1$ 時， $N_1>N_2$ 。

(2).當 $\square=1$ 且 $\cup\neq 3$ 時， $N_1=\cup+1$ ， $N_2=\cup$ 。

(3).當 $\square\neq 1$ 時，方法一或方法二分出 $1\sim\cup$ 公升的酒所需步驟數無簡易規則。

二、利用天平與任意二個重量 X ， Y 克的砝碼，能秤出所有可能的糖量嗎？

若 $(X, Y) = 1$ 時，則能秤出 $1, 2, 3, \dots$ 所有整數克的糖量。

三、怎樣的砝碼重量組合能較快秤出某重量的糖？

(一)、各種砝碼組合的重量總和如表十八，各種砝碼組合秤出 $1\sim 50$ 、 $1\sim 100$ 、 $1\sim 200$ 、 $1\sim \max$ 克糖，平均所需砝碼數如表十九所示。

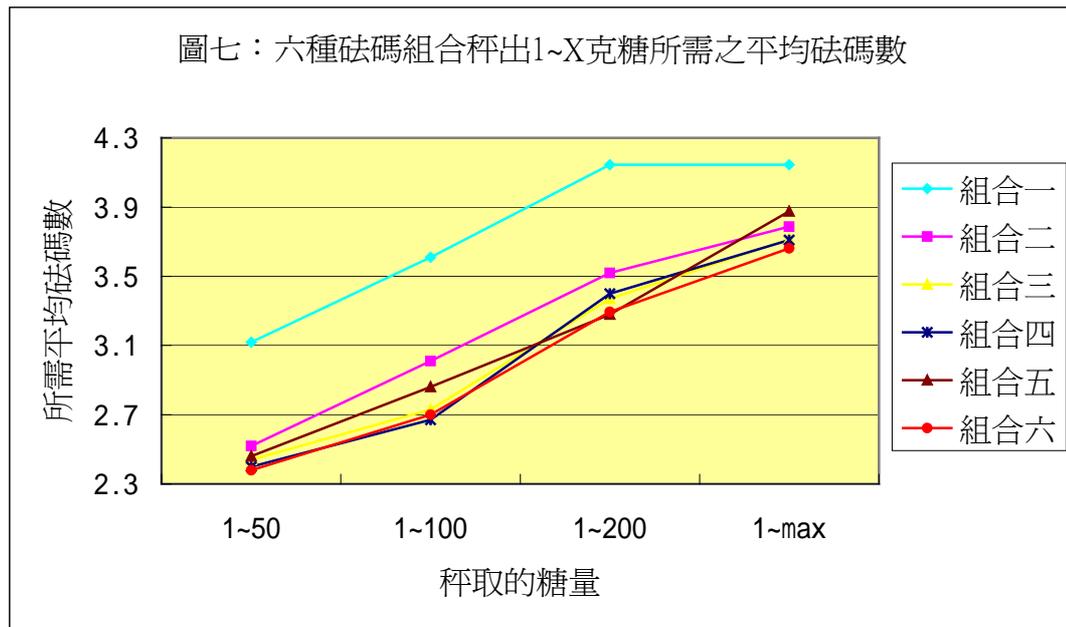
表十八：六種砝碼組合可秤出的最大糖量

砝碼組合	組合一	組合二	組合三	組合四	組合五	組合六
可秤出的最大糖量(max)	200	221	228	221	274	230

表十九：六種砝碼組合秤出 $1\sim X$ 克糖量平均所需砝碼數

秤取糖量	組合一	組合二	組合三	組合四	組合五	組合六
1~50	3.12	2.52	2.44	2.4	2.46	2.38
1~100	3.61	3.01	2.73	2.67	2.86	2.7
1~200	4.145	3.52	3.37	3.4	3.28	3.295
1~max	4.145	3.787	3.715	3.71	3.8759	3.6609

(二)、根據表十九，繪出秤取糖量與平均所需砝碼數之關係圖如圖七，由圖七發現：經過各種砝碼取代規則調整出砝碼組合六：1、2、3、6、10、20、34、58、96，平均而言能較快秤出某重量之糖。



陸、討論

一、如果 ω 、 ω_1 、 ω_2 之組合可以分出1~ ω 公升的酒時，則何種分酒方法較佳？

(一)、若 $\omega = \omega_1 + \omega_2$ ，則 $N_1 \leq N_2$ ，所以選用方法一分酒。

(二)、若 $\omega > \omega_1 + \omega_2$ ，除了 $\omega_1 = (\omega - 1) / 2$ 且 $\omega > 3$ 時 $N_1 < N_2$ 之外，其餘情形下 $N_2 \leq N_1$ ，所以選用方法二分酒較佳。

(三)、若 $\omega < \omega_1 + \omega_2$ ，除了 $\omega_2 = 1$ 時 $N_2 < N_1$ 之外，其他情形 N_1 和 N_2 的大小無規律性，故無法決定分酒方法之選用規則。

二、當 $\omega = \omega_1 + \omega_2$ 時，若 $\omega_2 \neq 1$ 時，則 $N_1 = 2 \times (\omega - [\omega / \omega_2] - 1)$ ， $N_2 = N_1 + 2$ ，此規則有何用處？

(一)、在上述條件下我們可以快速算出某種容量組合分出所有1~ ω 公升的酒之步驟數，例如49、27、22之組合以方法一分出所有1~49公升的酒需92個步驟，又如49、47、2之組合以方法一分出所有1~49公升的酒需48個步驟。

(二)、由於 $N_1 = 2 \times (\omega - [\omega / \omega_2] - 1)$ ，所以當 ω 不變且 ω_2 越小時，分出所有1~ ω 公升的酒的步驟數越少；例如49、47、2之組合分出所有1~49公升的酒的步驟數比49、27、22之組合少。

三、若分酒之容器減少為二個時，則分酒之規則與能分出所有1~ ω 公升的酒的條件為何？

(一)、當只有容量 ω_1 和 ω_2 公升二個容器時，要分出所有1~ ω 公升的酒，分酒規則必須改

爲不限水量，即水可以倒掉也可以再裝滿，經試驗結果如表二十。

表二十：任意二個不同容量的容器能否分出所有可能的酒

第一個容器的容量 (ㄅ)	第二個容器的容量 (ㄆ)	能分出的酒量	能不能分出 1~ㄅ 的酒量	ㄅ和ㄆ的最大公因數 (ㄅ, ㄆ)
2	1	1~2	○	1
3	1	1~3	○	1
3	2	1~3	○	1
4	1	1~4	○	1
4	2	2、4	×	2
4	3	1~4	○	1
5	1	1~5	○	1
5	2	1~5	○	1
5	3	1~5	○	1
5	4	1~5	○	1
6	1	1~6	○	1
6	2	2、4、6	×	2
6	3	3、6	×	3
6	4	2、4、6	×	2
6	5	1~6	○	1
...
10	1	1~10	○	1
10	2	2、4、6、8、10	×	2
10	3	1~10	○	1
10	4	2、4、6、8、10	×	2
10	5	5、10	×	5
10	6	2、4、6、8、10	×	2
10	7	1~10	○	1
10	8	2、4、6、8、10	×	2
10	9	1~10	○	1
...
50	48	2、4、...、48	×	2
50	49	1~50	○	1

(二)、由表二十發現，當最大容量不大於50公升時，利用任意二個不同容量 (ㄅ、ㄆ，假設 $\text{ㄅ} > \text{ㄆ}$) 的容器，能分出的酒量具有下列規則：

1. 設 $(\text{ㄅ}, \text{ㄆ}) = \text{ㄏ}$ ，則可以分出 1~ㄅ 中， ㄏ 的整數倍數的容量。
2. 如果二個容器的容量互質，也就是 $(\text{ㄅ}, \text{ㄆ}) = 1$ ，則一定可以分出 1~ㄅ 的所有整數容量。

四、使用天平以不同的砝碼組合秤取所有可能的糖量時，在什麼條件下比較結果才有意義？

試過多種組合後發現：當砝碼數越多時或砝碼重量差距越小時，每一個較重砝碼取代較輕的砝碼個數較少，而越容易秤取某定量的糖，所以比較時應考慮兩個條件：

- (一)、砝碼總數相同。
- (二)、砝碼重量和不能變小。

例如：若將3克以上的砝碼改為前二個砝碼的重量和，則得到砝碼組合七：1、2、3、5、8、13、21、34、55，此數字為費布納西數列（fibonacci sequence）的第二至十項；結果組合七秤出1~142克糖量所需砝碼數總和為498個，秤出其中某重量平均所需砝碼數為3.507個。雖然組合七為甚佳之砝碼組合，但重量和只有142克，不適合與組合一互相比較。

柒、結論

一、本研究之主要發現與歷屆科展作品不同之處說明如下：

- (一)、找出分酒過程中每個步驟各容器內酒量變化之規則，進而設計之Excel函數，可達到正確並快速計算的效果。
- (二)、發現判別容器容量組合是否能分出1~ ω 公升的酒之簡化規則：

從研究結果，我們推測 ω 的數值更大時，任意 α 、 β 、 γ 之組合，不一定能分出所有1~ ω 公升的酒來，只有 α 、 β 、 γ 之組合符合下列二條件，才能把 ω 公升酒量分成二份分裝在其中二個容器內，並分出所有1~ ω 公升的酒來：

1. $(\alpha, \gamma) = 1$ 且 $(\omega - \gamma - 1) / 2 \leq \alpha \leq \omega - \gamma + 2$ 。
2. $(\alpha, \gamma) = 2$ 、 $(\omega, \alpha, \gamma) = 1$ 且 $\omega < \alpha + \gamma \leq \omega + 3$ 。

- (三)、發現二種分酒方法要分出所有1~ ω 公升酒的步驟數具有之規則：

研究結果一陳述部分條件下分出所有1~ ω 公升酒的步驟數具有之規則，其中最具規律性的是當 $\omega = \alpha + \gamma$ 時，若 $\gamma \neq 1$ 時，則 $N_1 = 2 \times (\omega - [\omega/\gamma] - 1)$ ， $N_2 = N_1 + 2$ ；因此在上述條件下我們可以快速算出某種容量組合分出所有1~ ω 公升的酒之步驟數，並發現若 γ 越小則所需步驟數越少。

- (四)、當 $\omega < \alpha + \gamma$ 時，並非只以方法一或方法二就可以分出1~ ω 公升的酒來，有些需要同時使用方法一和方法二。

- 二、將秤糖問題仿照分酒問題的模式討論，發現：若 $(X, Y) = 1$ 時，利用天平與 X 、 Y 克的砝碼能秤出 1 、 2 、 3 、 \dots 所有整數克的糖量，此與利用二個容器分出所有可能容量的酒時，容器容量須具備之條件相同。
- 三、一般之砝碼組合適合測量某一物體的重量，但是當要秤取某一定量的物體時，就不是較佳的組合。能快速秤糖的砝碼組合除了須具備互質的條件外，較重砝碼更應適當的取代數個較輕砝碼之重量，經過各種砝碼取代規則調整出砝碼組合六： 1 、 2 、 3 、 6 、 10 、 20 、 34 、 58 、 96 ，平均而言能較快秤出某重量之糖。若不與組合一比較，則組合七： 1 、 2 、 3 、 5 、 8 、 13 、 21 、 34 、 55 為甚佳之砝碼組合。

捌、參考文獻

- 一、王方夫和王登傳（民84）。數學遊戲大觀第二集。高雄市：前程出版社。
- 二、王琳（民94）。分水的藝術。中華民國第四十五屆中小學科學展覽參展作品專輯。民96年1月8日，取自：<http://www.ntsec.gov.tw/activity/race-1/45/high/0304/030412.pdf>
- 三、林志遠、范真浩、徐曉柔和高子涵（民91）。怎樣平分8公升的水？中華民國第四十二屆中小學科學展覽參展作品專輯。民96年1月8日，取自：
<http://www.ntsec.gov.tw/activity/race-1/42/pdf/c/4/080406.pdf>
- 四、黃士耘、謝孟潔、麥哲綸和邱俐珺（民88）。分水遊戲面面觀~分水遊戲的最佳解及一般性分析。載於臺灣科學教育館（民88），中華民國第三十九屆中小學科學展覽會優勝作品專輯，206-213頁。台北市：國立臺灣科學教育館。
- 五、陳在鴻、湯盛全和黎萬順（民75）。分酒問題的研究。載於臺灣科學教育館（民88），中華民國中小學科學展覽26至30屆優勝作品專輯國小組數學科合訂本，40-46頁。台北市：國立臺灣科學教育館。
- 六、康軒文教事業（民95）。國民小學數學課本第十一冊。台北縣：康軒文教事業。
- 七、臧采頻、邱柔瑾、林妍君和王士吉（民92）。瓶分秋色，水倒渠成。中華民國第四十三屆中小學科學展覽參展作品專輯。民96年1月8日，取自：
<http://www.ntsec.gov.tw/activity/race-1/43/pdf/d/030415.pdf>

九、附錄

「分酒問題」之Excel試算表操作畫面範例。

Microsoft Excel - 科展-數學960310

檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 插入(I) 格式(O) 工具(T) 資料(D) 視窗(W) 說明(H) Adobe PDF(P)

新游明健

分出的次數(2)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	甲容量	乙容量	丙容量	分出容量	分出的次數(1)	甲容量	丙容量	乙容量	分出容量	分出的次數(2)	分出容量	分出的次數(1+2)	
2	20	17	3	1	8	20	3	17	1	10	1	18	
3	20	0	0	2	10	20	0	0	2	8	2	18	
4	3	17	0	3	15	17	3	0	3	34	3	37	
5	3	14	3	4	6	17	0	3	4	6	4	10	
6	6	14	0	5	6	14	3	3	5	6	5	11	
7	6	11	3	6	6	14	0	6	6	6	6	12	
8	9	11	0	7	6	11	3	6	7	7	7	14	
9	9	8	3	8	6	11	0	9	8	6	8	14	
10	12	8	0	9	6	8	3	9	9	6	9	15	
11	12	5	3	10	6	8	0	12	10	6	10	16	
12	15	5	0	11	6	5	3	12	11	6	11	17	
13	15	2	3	12	6	5	0	15	12	6	12	18	
14	18	2	0	13	6	2	3	15	13	6	13	19	
15	18	0	2	14	6	2	1	17	14	6	14	20	
16	1	17	2	15	6	19	1	0	15	6	15	21	
17	1	16	3	16	6	19	0	1	16	6	16	22	
18	4	16	0	17	6	16	3	1	17	9	17	23	
19	4	13	3	18	4	16	0	4	18	2	18	24	
20	7	13	0	19	3	13	3	4	19	4	19	25	
21	7	10	3	20	1	13	0	7	20	1	20	26	
22	10	10	0	21	0	10	3	7	21	0	21	0	
23	10	7	3	22	0	10	0	10	22	0	22	0	
24	13	7	0	23	0	7	3	10	23	0	23	0	
25	13	4	3	24	0	7	0	13	24	0	24	0	
26	16	4	0	25	0	4	3	13	25	0	25	0	

分酒問題

Microsoft Excel - 科展-數學960310

分酒秤量我在行000...

Microsoft Excel - 科展-數學960310

CF 下午 02:14

Microsoft Excel - 科展-數學960310

檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 插入(I) 格式(O) 工具(T) 資料(D) 視窗(W) 說明(H) Adobe PDF(P)

新游明健

D2 = 1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	甲容量	乙容量	丙容量	分出容量	分出的次數(1)	甲容量	丙容量	乙容量	分出容量	分出的次數(2)	分出容量	分出的次數(1+2)	
2	16	13	3	1	16	16	5	13	1	3	1	18	
3	16	0	0	2	6	16	0	0	2	4	2	22	
4	3	13	0	3	6	11	5	0	3	40	3	43	
5	3	8	5	4	13	11	0	5	4	1	4	16	
6	8	8	0	5	20	6	5	5	5	20	5	25	
7	8	3	5	6	6	6	0	10	6	2	6	10	
8	13	3	0	7	6	1	5	10	7	2	7	10	
9	13	0	3	8	4	1	2	13	8	27	8	31	
10	0	13	3	9	6	14	2	0	9	2	9	10	
11	0	11	5	10	6	14	0	2	10	2	10	10	
12	5	11	0	11	6	9	5	2	11	2	11	10	
13	5	6	5	12	6	9	0	7	12	2	12	11	
14	10	6	0	13	6	4	5	7	13	28	13	26	
15	10	1	5	14	0	4	0	12	14	2	14	2	
16	15	1	0	15	3	0	4	12	15	0	15	8	
17	15	0	1	16	4	0	3	13	16	1	16	8	
18	2	13	1	17	0	13	3	0	17	0	17	0	
19	2	9	5	18	0	13	0	3	18	0	18	0	
20	7	9	0	19	0	8	5	3	19	0	19	0	
21	7	4	5	20	0	8	0	8	20	0	20	0	
22	12	4	0	21	0	3	5	8	21	0	21	0	
23	12	0	4	22	0	3	0	13	22	0	22	0	
24	0	12	4	23	0	0	3	13	23	0	23	0	
25	0	11	5	24	0	13	3	0	24	0	24	0	
26	5	11	0	25	0	13	0	3	25	0	25	0	

分酒問題

Microsoft Excel - 科展-數學960310

分酒秤量我在行000...

Microsoft Excel - 科展-數學960310

CF 下午 02:15

Microsoft Excel - 科展-數學060319

檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 插入(I) 格式(O) 工具(T) 資料(D) 視窗(W) 說明(H) Adobe PDF(P)

新編明體 11 B / U

B3 = -0

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	甲容量	乙容量	丙容量	分出容量	分出的次數(1)	甲容量	丙容量	乙容量	分出容量	分出的次數(2)	分出容量	分出的次數(1+2)		
2	24	8	5	1	11	24	5	8	1	8	1	19		
3	24	0	0	2	8	24	0	0	2	12	2	20		
4	16	8	0	3	13	19	5	0	3	8	3	20		
5	16	3	5	4	8	19	0	5	4	9	4	17		
6	21	3	0	5	25	14	5	5	5	28	5	33		
7	21	0	3	6	6	14	2	8	6	8	6	16		
8	13	8	3	7	4	22	2	0	7	8	7	18		
9	13	6	5	8	14	22	0	2	8	14	8	26		
10	18	6	0	9	0	17	5	2	9	0	9	0		
11	18	1	5	10	0	17	0	7	10	0	10	0		
12	23	1	0	11	2	12	5	7	11	2	11	4		
13	23	0	1	12	4	12	4	8	12	6	12	10		
14	15	8	1	13	6	20	4	0	13	4	13	10		
15	15	4	5	14	4	20	0	4	14	6	14	10		
16	20	4	0	15	4	15	5	4	15	4	15	8		
17	20	0	4	16	6	15	1	8	16	4	16	10		
18	12	8	4	17	4	23	1	0	17	6	17	10		
19	12	7	5	18	6	23	0	1	18	4	18	10		
20	17	7	0	19	4	18	5	1	19	6	19	10		
21	17	2	5	20	4	18	0	6	20	4	20	8		
22	22	2	0	21	6	13	5	6	21	4	21	10		
23	22	0	2	22	4	13	3	8	22	6	22	10		
24	14	8	2	23	6	21	3	0	23	4	23	10		
25	14	5	5	24	3	21	0	3	24	3	24	8		
26	19	5	0	25	0	16	5	3	25	0	25	0		

H 4 | H | 分酒問題 /

狀態

開始 | 分酒問題我在行000... | Microsoft Excel - 科... | CF | 下午 03:16

【評語】 080402 分酒秤糖我在行

分酒問題為歷屆全國科展作品常見的議題，文中以圖表列出探討的歷程，未能突顯創意，在實物操作方面宜再加強，方能提高該作品之應用價值。