

中華民國第四十七屆中小學科學展覽會
作品說明書

高中組 地球科學科

040506

日出日落晝與夜

學校名稱：嘉義縣私立協同高級中學

作者：	指導老師：
高一 郭明萱	翁啟訓
高一 廖希翎	翁梓育

關鍵詞：夏至日 北極圈 赤道

日出日落晝與夜

摘要：日出日落是地球自轉現象造成的，春夏秋冬是地軸傾斜造成的，若能清楚了解其原因，則進入神秘的天文領域已踏入重要的一步。

壹、研究動機：夏天晝長夜短，冬天晝短夜長，春秋則晝夜平分，南北極圈有永晝與永夜之特色，日照影響地球的氣候，值得我們好好探討。

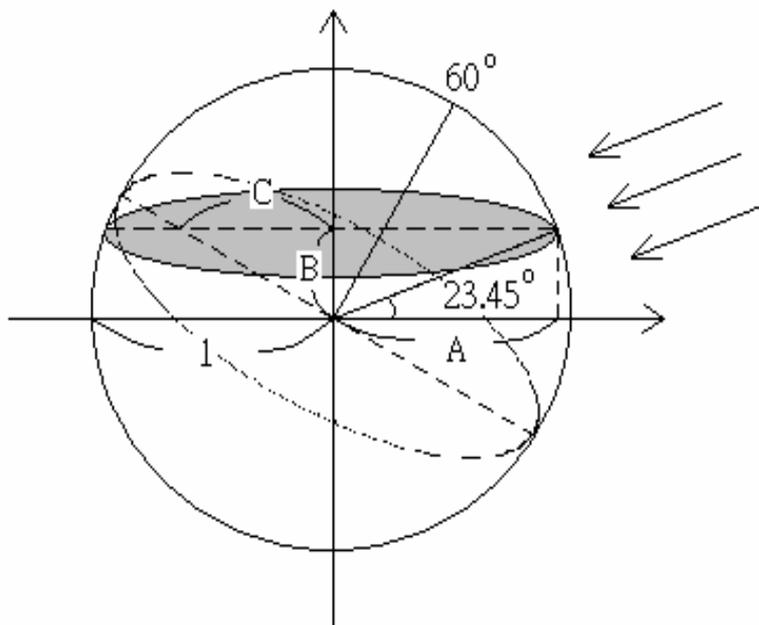
貳、研究目的：想以數學方法計算在不同緯度上，一年四季的日照時間。

參、研究設備與器材：自製半球型組合的地球儀及天球儀。

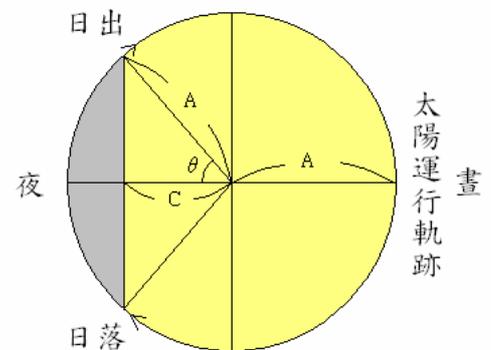
肆、研究步驟：

一、方法(一) 天球型

假設天球半徑為 1



圖(一)



暗影圓俯瞰圖 圖(二)



(一)夏至日太陽直射北緯 23.45° ，在北緯 60° 觀測日照時間

$$1 * \cos 23.45^\circ = 0.9176 \dots A$$

$$1 * \sin 23.45^\circ = 0.3974 \dots B$$

$$B * \tan 60^\circ = 0.3974 * \sqrt{3} = 0.6883 \dots C$$

$$\cos \theta = C/A = 0.6883/0.9176 = 0.7501 \quad \theta = 41.41^\circ$$

$$(2\theta/360^\circ) * 24 \text{ 小時} = (2 * 41.41^\circ / 360^\circ) * 24 \text{ 小時} = 5.52 \text{ 小時} \dots \text{夜}$$

$$24 \text{ 小時} - 5.52 \text{ 小時} = 18.48 \text{ 小時} \dots \text{晝}$$

(二)夏至日在北緯 30° 觀測日照時間

$$1 * \cos 23.45^\circ = 0.9176 \dots A$$

$$1 * \sin 23.45^\circ = 0.3974 \dots B$$

$$B * \tan 30^\circ = 0.3974 * 1/\sqrt{3} = 0.2294 \dots C$$

$$\cos \theta = C/A = 0.2294/0.9176 = 0.2500 \quad \theta = 75.5^\circ$$

$$(2\theta/360^\circ) * 24 \text{ 小時} = 10.06 \text{ 小時} \dots \text{夜}$$

$$24 \text{ 小時} - 10.06 \text{ 小時} = 13.94 \text{ 小時} \dots \text{晝}$$

(三)夏至日在赤道觀測日照時間(緯度=0°)

$$1 * \cos 23.45^\circ = 0.9176 \dots A$$

$$1 * \sin 23.45^\circ = 0.3974 \dots B$$

$$B * \tan 0^\circ = 0 \dots C$$

$$\cos \theta = C/A = 0 \quad \theta = 90^\circ$$

$$(2\theta/360^\circ) * 24 \text{ 小時} = (2 * 90^\circ / 360^\circ) * 24 \text{ 小時} = 12 \text{ 小時} \dots \text{晝夜平分}$$

因為 $\tan 0^\circ = 0$ 以致 $C = B * \tan 0^\circ = 0$

所以赤道上任何一天晝夜皆平分。(因為 C 必為 0)

(四)北極圈的計算(當 C = A 時為北極圈)

$$1 * \cos 23.45^\circ = 0.9176 \dots A$$

$$1 * \sin 23.45^\circ = 0.3974 \dots B$$

$$B * \tan \theta = C$$

∵ C = A 時為北極圈

$$\therefore B * \tan \theta = 1 * \cos 23.45^\circ$$

$$1 * \sin 23.45^\circ * \tan \theta = 1 * \cos 23.45^\circ \quad \theta = 66.55^\circ \text{ (以上緯度永晝)}$$



(五)春分、秋分太陽直射赤道(緯度=0°)時，全球各緯度(X)的觀測日照時間

$$1 * \cos 0^\circ = 1 \dots A$$

$$1 * \sin 0^\circ = 0 \dots B$$

$$B * \tan X = 0 \dots C$$

$$\cos \theta = C/A = 0$$

$$\theta = 90^\circ$$

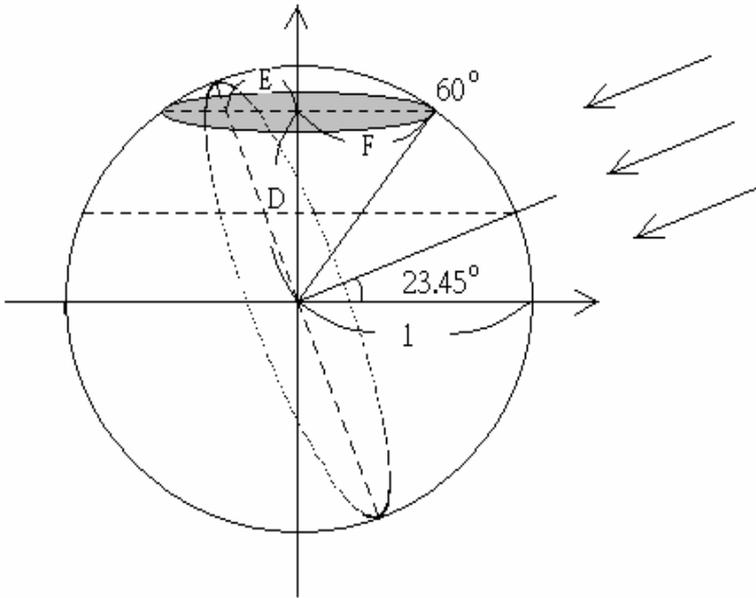
$$(2\theta/360^\circ) * 24 \text{ 小時} = (2 * 90^\circ / 360^\circ) * 24 \text{ 小時} = 12 \text{ 小時} \dots \text{晝夜平分}$$

因為 $\sin 0^\circ$ 必為 0，所以 B 必為 0，以致 C 也必為 0，當 C 為 0 時晝夜平分，

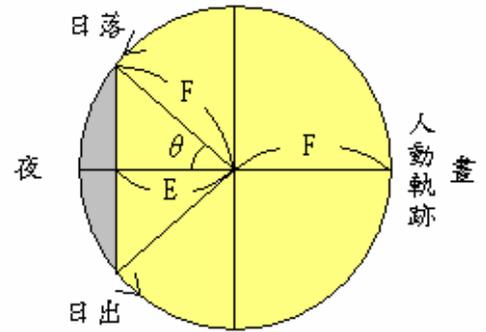
所以春分秋分時全球各緯度皆晝夜平分。

二、方法(二) 地球型

假設地球半徑為 1



圖(三)



暗影圓俯瞰圖 圖(四)

(一)夏至日太陽直射北緯 23.45°，在北緯 60°觀測日照時間

$$1 * \cos 60^\circ = 0.5 \dots \dots \dots F$$

$$1 * \sin 60^\circ = 0.5 * \sqrt{3} = 0.8660 \dots \dots \dots D$$

$$D * \tan 23.45^\circ = 0.8660 * 0.4338 = 0.3757 \dots \dots \dots E$$

$$\cos \theta = E/F = 0.3757/0.5 = 0.7514 \quad \theta = 41.3^\circ$$

$$(2\theta/360^\circ) * 24 \text{ 小時} = (2 * 41.3^\circ / 360^\circ) * 24 \text{ 小時} = 5.51 \text{ 小時} \dots \dots \dots \text{夜}$$

$$24 \text{ 小時} - 5.51 \text{ 小時} = 18.49 \text{ 小時} \dots \dots \dots \text{晝}$$

(二)夏至日在北緯 30° 觀測日照時間

$$1 * \cos 30^\circ = \sqrt{3}/2 = 0.8660 \dots \dots F$$

$$1 * \sin 30^\circ = 0.5 \dots \dots D$$

$$D * \tan 23.45^\circ = 0.5 * 0.4338 = 0.2169 \dots \dots E$$

$$\cos \theta = E / F = 0.2169 / 0.8660 = 0.2504 \quad \theta = 75.5^\circ$$

$$(2\theta / 360^\circ) * 24 \text{ 小時} = 10.06 \text{ 小時} \dots \dots \text{夜}$$

$$24 \text{ 小時} - 10.06 \text{ 小時} = 13.94 \text{ 小時} \dots \dots \text{晝}$$

(三)夏至日在赤道觀測日照時間(緯度=0°)

$$1 * \cos 0^\circ = 1 \dots \dots F$$

$$1 * \sin 0^\circ = 0 \dots \dots D$$

$$D * \tan 23.45^\circ = 0 \dots \dots E$$

$$\cos \theta = E / F = 0 \quad \theta = 90^\circ$$

$$(2\theta / 360^\circ) * 24 \text{ 小時} = 12 \text{ 小時} \dots \dots \text{晝夜平分}$$

因為 $\sin 0^\circ = 0$ ，所以 D 一定為 0，以致 E 必為 0，

所以在赤道上任何一天皆晝夜平分。(因為 E 必為 0)



(四)北極圈的計算

當 $F = E$ 時為北極圈

$$1 * \cos X = F \quad 1 * \sin X = D$$

$$D * \tan 23.45^\circ = 1 * (\sin X) * 0.4388 \dots \dots E \quad 1 * \cos X = (\sin X) * 0.4388$$

$$\cos X / \sin X = 0.4388 = \cot X \quad X = 66.55^\circ \text{ (以上緯度永晝)}$$

(五)春分秋分太陽直射赤道(緯度=0°)時，全球各緯度(X)的觀測日照時間

$$1 * \cos X = F \quad 1 * \sin X = D$$

$$D * \tan 0^\circ = 0 \dots \dots E \quad \cos \theta = E / F = 0 \quad \theta = 90^\circ$$

$$(2\theta / 360^\circ) * 24 \text{ 小時} = (2 * 90^\circ / 360^\circ) * 24 \text{ 小時} = 12 \text{ 小時} \dots \dots \text{晝夜平分}$$

因為 $\tan 0^\circ = 0$ ，所以 E 必為 0，當 E=0 時晝夜平分，

所以春分秋分時全球各緯度皆晝夜平分。

伍、研究結果：

一、在夏至日太陽直射北緯 23.45° 時，不同緯度日照時間(表一)

	觀測緯度	日照時間
方法一	60°	18.48 時
方法二	60°	18.49 時
方法一	30°	13.94 時
方法二	30°	13.94 時
方法一	0°	12.00 時
方法二	0°	12.00 時
由表(一)證明方法(一)及方法(二)皆正確		

二、由方法(一)及方法(二)所推斷出來的北極圈皆為北緯 66.55°，可證明方法

(一)及方法(二)皆正確。

三、由方法(一)及方法(二)所推斷出在春分及秋分之時，全球各地的晝夜皆平

分，可證明方法(一)及方法(二)皆正確。

陸、討論：

- 一、方法(一)及方法(二)的球體模型中的暗影區是一個正圓，因此我們可以計算其周長來換算成日照時間。
- 二、方法(一)及方法(二)是兩個不同的思考方式，結果皆可證明出北極圈為 66.55° ，及春分秋分晝夜平分的事實，可見此方法正確無誤。

柒、結論：

- 一、全年 365 天之中，只要知道某天太陽直射在地球的緯度，即可依方法(一)及方法(二)計算出日照時間。
- 二、永晝、永夜的南北極圈，及赤道上晝夜平分，和夏至日照時間最長及冬至日照時間最短，及春分秋分晝夜平分的天文現象，皆可由方法(一)及方法(二)一窺其奧秘，藉此引領我們進入神秘的科學殿堂。

捌、參考資料及其他：

- 一、國立編譯館—高級中學基礎地球科學
- 二、張惠民編—地球科學概論—民文書局
- 三、王國銓編—南北極趣談—世茂出版社

【評語】 040506 日出日落晝與夜

本作品以地心及日心等不同模型計算不同地點日照長短的差別，工作用心，但題目並無新意，且相關計算已有完整商用軟體可依循，較為科學發現及研究的意義。