

中華民國第四十七屆中小學科學展覽會  
作品說明書

---

國中組 數學科

030408

三維空間的數獨~魔術方塊數獨

學校名稱：新竹縣立忠孝國民中學

作者： 國二 廖君宇	指導老師： 饒毓芸
---------------	--------------

關鍵詞：數獨 立體數獨 宮格

## 壹、摘要與研究動機：

### 【摘要】

一年級時研究平面數獨，對於數字變化規則深深著迷，今年本想對平面變形數獨深入研究，但指導老師提起「立體」的提議時，使我躍躍欲試對立體數獨做挑戰。

剛開始我只想到立體表面數獨，但後來發現三維與六面的共原則討論下，配合一元二次方程式的解應證到表面數獨只存在於  $4 \times 4$  的立方體，若立體數獨就此停住，很快會失去人們對立體數獨的興趣，因此轉而研究需要透視力的立體數獨，這是目前國內都沒人研究、只有國外正在進行研究的的狄翁數獨。

三維空間的狄翁數獨，每次思考一個數字要從三個面向去思考，並且要搭配九宮格去做思考與牽制，我們從  $2 \times 2$  練習，再進階到  $3 \times 3$ ，配合 EXCEL 程式跑數據，漸漸地整理出立體數獨規則並設計電腦程式，以下便是我的研究報告。

### 【研究動機】

數獨的流行狂潮在最近席捲全球，讓世界許多數學愛好者為之著迷，在校園裡經常可見同學或是老師莫不利用閒暇時間研究數獨；數獨是在方格行列空白處填滿公差為一的數列，在平面的方格內依據數字排列組合可衍生出多樣的挑戰遊戲。

一天，我右手握著魔術方塊，左手聚精會神地挑戰數獨，突然間靈光一閃，心想：「難道數獨只有平面的嗎？可不可以做成立體的？」，在此靈感驅使下，我變開展數獨探索之旅。

我遍尋在校園坊間書局、學校圖書館都未曾發現有立體型態之數獨遊戲，但是在如何解數獨（格林出版社）的書裡提起「提起狄翁數獨」堅定了尋找立體的決心。透過網路搜尋我發現國內也沒有立體數圖，但在國外「狄翁數獨網站」終於找到了一題立體數獨，我仔細研究後更堅定了我以下的研究動機：

- 一、立體數獨確實可以發展。
- 二、立體數獨題目數量稀少需要充實。
- 三、國內尚未發展立體數獨，值得嘗試。
- 四、可以發展立體數獨讓同學挑戰，進行腦力激盪。

基於此發現我決定以數獨為題進行一個有系統的研究學習旅程。

## 貳、研究目的：

基於上述動機，我的研究目的有：

- 一、研究平面數獨與立體數獨的差異性及關連性
- 二、發展立體數獨
- 三、充實立體數獨的題目
- 四、發展屬於國人的立體數獨題目，
- 五、發展立體數獨接受同學的挑戰。

## 參、研究設備及器材：紙、筆、電腦（Excel 程式、小畫家）

## 肆、研究過程及方法

### 一、平面數獨的規則

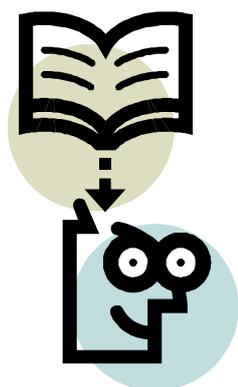
一般報紙上的數獨為標準數獨，在標準數獨之外還有練習用的迷你數獨及進階的巨無霸數獨，現在介紹如下：

#### (一)標準數獨

1. 標準數獨是一個 9X9 的正方形，共 81 格 9 欄 9 列 9 九宮格。
2. 在每欄每列每個九宮格中填入 1 到 9，且數字自在同欄、同列埠可重複，同宮格內（同一色塊）不可有重複數字（如圖 1）。
3. 無論同欄、同列或同宮格中的數字總和皆為 45。

8	9	7	2	3	1	5	6	4
2	3	1	5	6	4	8	9	7
5	6	4	8	9	7	2	3	1
9	1	8	3	4	2	6	7	5
3	4	2	6	7	5	9	1	8
6	7	5	9	1	8	3	4	2
7	8	6	1	2	9	4	5	3
1	2	9	4	5	3	7	8	6
4	5	3	7	8	6	1	2	9

圖 1



(二) 迷你數獨

1. 迷你數獨是一個 4X4 的正方形，共 16 格：4 欄 4 列 4 宮格。
2. 在每欄每列每個九宮格中填入 1 到 4，且數字自在同欄同列同宮格內不可有重複數字（如圖 2）。
3. 同欄同列同宮格中數字總和為 10

1	2	3	4
3	4	1	2
2	1	4	3
4	3	2	1

圖 2

(三) 巨無霸數獨

1. 巨無霸數獨是一個 16X16 的正方形，共 256 格 16 欄 16 列 16 宮格。
2. 在每欄每列每個九宮格中填入 1 到 16，且數字自在同欄同列同宮格內不可有重複數字（如圖 3）。
3. 同欄同列同宮格中數字總和為 136。

			14	13		6		1			9		5		8
			7			11	5		10	16		1			
			1			8	7		3				6		12
3	11	10	9		14					6					2
			2	1		3		5					4		15
5	12					2	11			1	8		16		
		16	15				4		12			10		14	9
			10	15	12				2	13					11
4					6	12				7	2	16			
16	3		12			5		8				2	15		
		15		9	4			16						1	13
2		6					16		15		1	8			
	7				16					8		5	10	12	3
10		4				1		9	13			6			
			8		15	4		7	5			14			
15		1		10			8		6		16	7			

圖 3

初步歸納：數獨是一個  $n \times n$  的正方形，共  $n^2$  格、 $n$  欄、 $n$  列、 $n$  宮格，在每欄每列每個  $n$  宮格中填入 1 到  $n$ ，且數字自在同欄同列同宮格內不可有重複數字（如下圖）。同欄同列同宮格中數字總和為  $(1+n) n \div 2$

平面數獨有許多變形，如上述之巨無霸數獨就是其中之一，像這種數獨只是大小的變化，除此之外，宮格的變形（拼圖數獨）格式的變形（重疊數獨、星行數盤、表面數獨、狄翁數獨等等）規則變化（如 Killer Su Doku：圖 4）

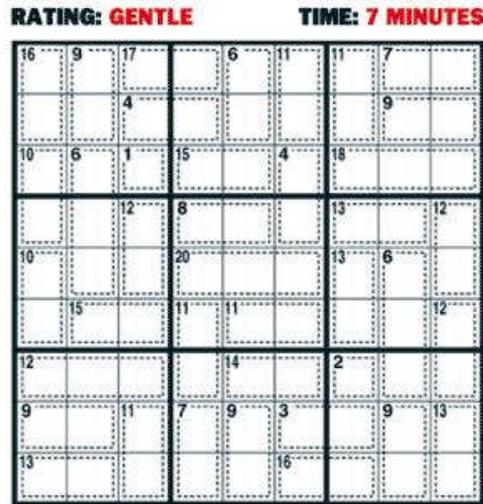
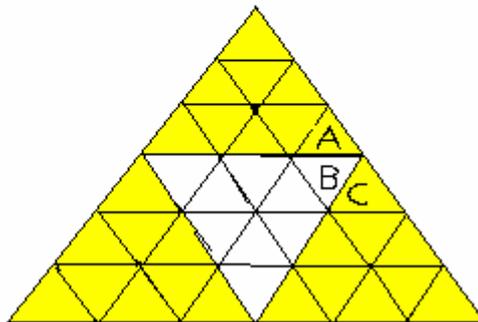


圖 4

## 二、表面立方數獨的研究

(一)當我們要進入立方數獨時，先考慮是否在表面就可以完成數獨呢？需要幾乘幾的表面數獨？

首先，設計表面數獨時我們先從三角形做起，但如果要將標準數獨寫成表面數獨，會因為行、列界限模糊和無法維持數獨基本規則而不成立。（如圖 5）



3x3 表面數獨展開圖（圖 5）

〈A、B、C 只有 3 格無法填入 1 到 9，白色區塊會有界限模糊的狀況，就算我們改變格子的幾何圖形仍有行列間格子界線混亂的問題，因此無法成立。〉

如果我們硬是要把標準數獨寫成正立三角形，那是不可能會成功，但幾何圖形的種類變多，那這件事便是可行的，我們可以將標準數獨進行變形，把左右兩側的九宮格各自便成三角形，再將圖形的邊接合便可成爲一個表面數獨，如此一來，只需要改變題目的形狀而不需要大費周章地改變規則，故可成立。〈如圖 6〉

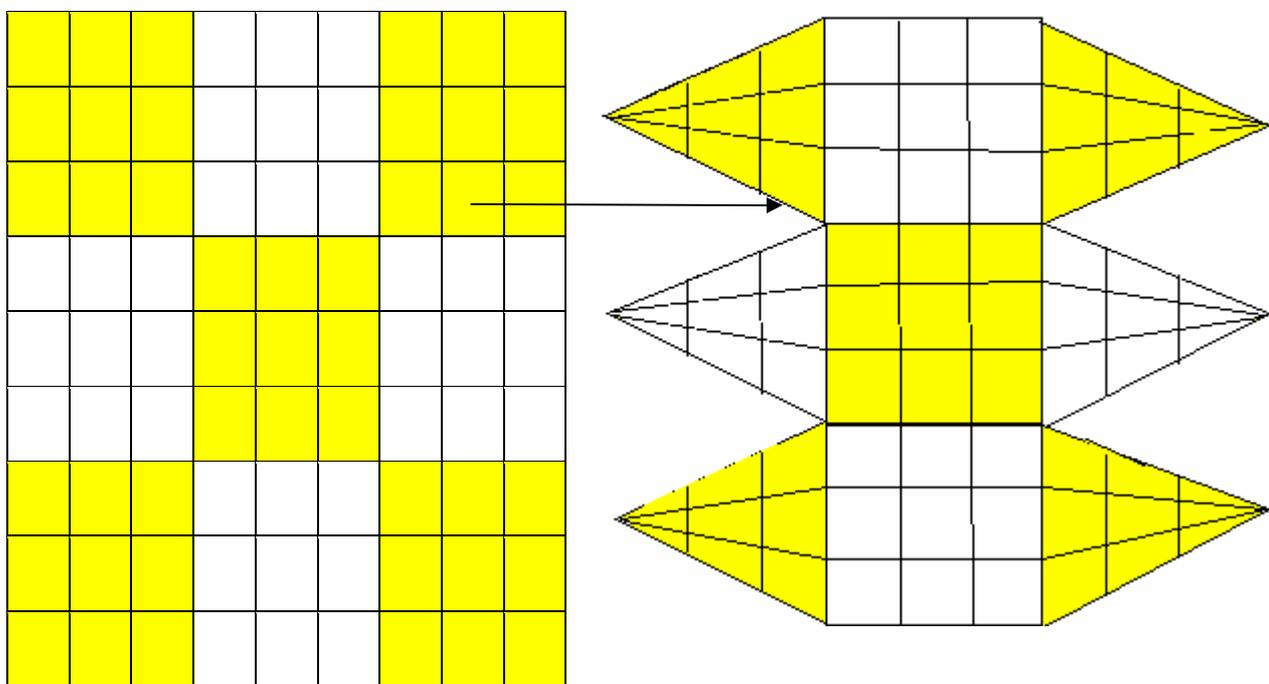
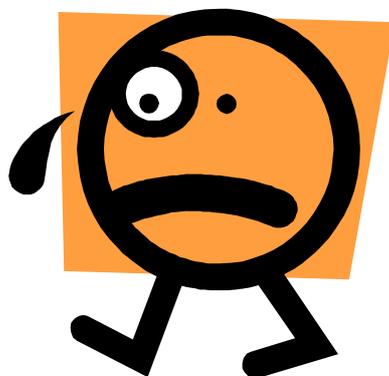


圖 6

如果我們仍然要用標準數獨來做表面數獨時，3x3 便無法成功，因此我們改從 4x4 的表面立方數獨研究。



(二)表面積數獨的規則為須在一個表面填入 1 到  $n$ ，會影響某格數字的位置因素除了來自此面及上下左右等括其他面（如圖 7）。

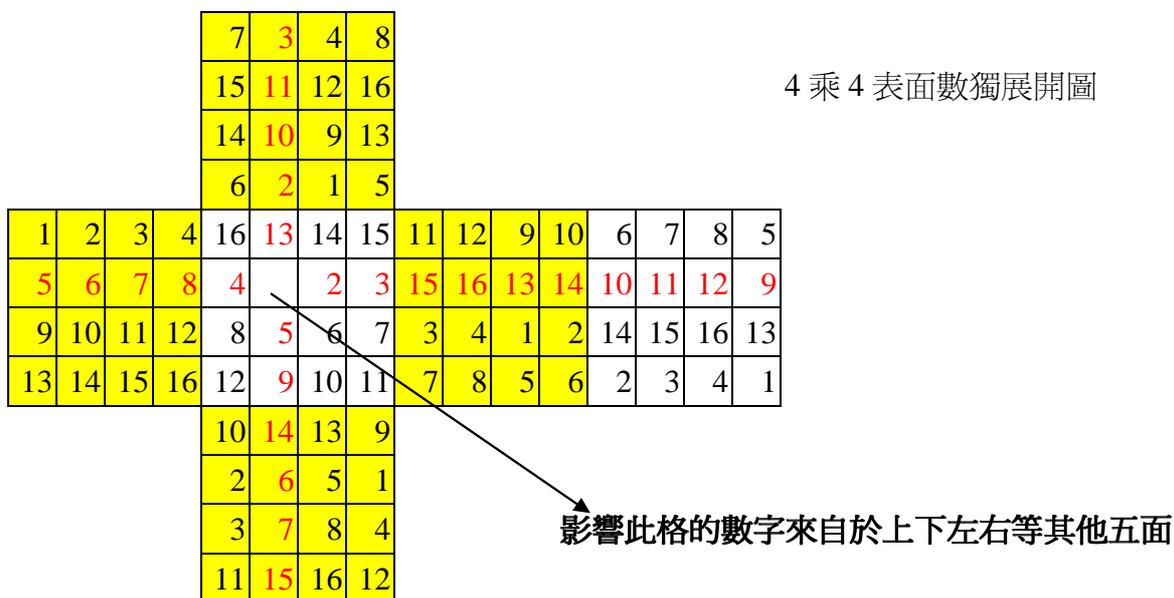
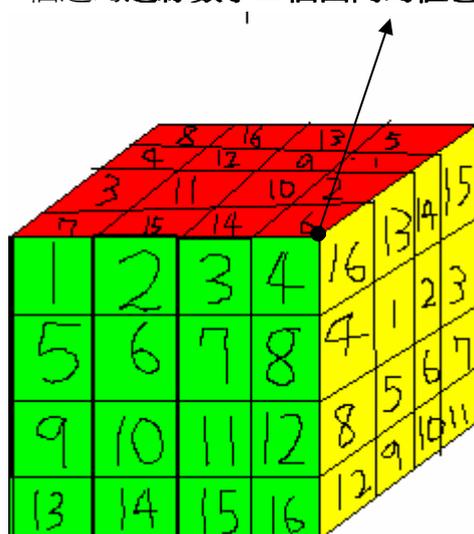


圖 7

此種數獨的規則：

1. 每面 16 個數字
2. 每一格數字只與直的 16 個數字及橫的 16 個數字有關聯
3. 立方體八個角落的數字三個面向的值均不同（圖 8）
4. 立方體 12 個邊的邊緣數字二個面向的值也不同。



4x4 表面立方數獨（圖 8）

若想要面與面相接時的值均相同，則進入狄翁數獨的研究，此時每一個數字要視為一個立方體，這樣我們就要透視進去看每一個立方體的六個面，在第三點會介紹到狄翁數獨。

再回頭來說表面數獨展開圖寫成代數式（如圖9），因此此數獨成立。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1				N1	G	C	D	H								
2					O	K	L	P								
3					N	J	I	M			N4					
4			N2		F	B	A	E			N5		N6			
5	A	B	C	D	P	M	N	O	K	L	I	J	F	G	H	E
6	E	F	G	H	D	A	B	C	O	P	M	N	J	K	L	I
7	I	J	K	L	H	E	F	G	C	D	A	B	N	O	P	M
8	M	N	O	P	L	I	J	K	G	H	E	F	B	C	D	A
9					J	N	M	I								
10					B	F	E	A								
11				N3	C	G	H	D								
12					K	O	P	L								

4\*4 表面數獨展開圖

圖 9

表面數獨規則：

1. 將數字填在'方塊表面，行、列、面、填入 1 到 n，且同行同列同面不可重複。
2. 每宮格、行、列總和 136，N2、N4、N5、N6，往右下角移動即成下一個宮格（只適用於 N2、N4、N5、N6）
3. 九宮格內左起第 1 排，右移時到第二排，第二排到第三排，第三排到第四排，第四排到第一排。最上面的第一排，下移時，移到第二排，第二排到第三排，第三排到第四排，第四排到第一排。

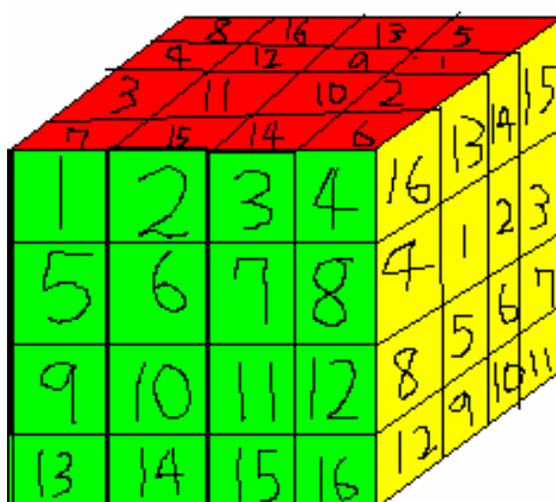
4. N1、N2、N3 的規則：

$$\begin{aligned}
 \langle 7, 4 \rangle &= \langle 1, 5 \rangle = \langle 8, 10 \rangle, & \langle 6, 4 \rangle &= \langle 2, 5 \rangle = \langle 5, 10 \rangle \\
 \langle 6, 1 \rangle &= \langle 3, 5 \rangle = \langle 5, 11 \rangle, & \langle 7, 1 \rangle &= \langle 4, 5 \rangle = \langle 8, 11 \rangle \\
 \langle 8, 4 \rangle &= \langle 1, 6 \rangle = \langle 7, 10 \rangle, & \langle 5, 4 \rangle &= \langle 2, 6 \rangle = \langle 6, 10 \rangle \\
 \langle 5, 1 \rangle &= \langle 3, 6 \rangle = \langle 6, 11 \rangle, & \langle 8, 1 \rangle &= \langle 4, 6 \rangle = \langle 7, 11 \rangle \\
 \langle 7, 3 \rangle &= \langle 1, 7 \rangle = \langle 8, 9 \rangle, & \langle 6, 3 \rangle &= \langle 2, 7 \rangle = \langle 5, 9 \rangle \\
 \langle 6, 2 \rangle &= \langle 3, 7 \rangle = \langle 5, 12 \rangle, & \langle 7, 2 \rangle &= \langle 4, 7 \rangle = \langle 8, 12 \rangle \\
 \langle 8, 3 \rangle &= \langle 1, 8 \rangle = \langle 7, 9 \rangle, & \langle 5, 3 \rangle &= \langle 2, 8 \rangle = \langle 6, 9 \rangle \\
 \langle 5, 2 \rangle &= \langle 3, 8 \rangle = \langle 6, 12 \rangle, & \langle 8, 2 \rangle &= \langle 4, 8 \rangle = \langle 7, 12 \rangle
 \end{aligned}$$

【表面數獨綜合討論】

$n \times n$ 立方體	2x2	3x3	4x4	5x5
填入數字	1~4	1~9	1~16	1~25
每一面格數	4	9	16	25
每一圈格數	8	12	16	20
可否成爲數獨題目	×	×	○	×

【表面數獨結論】所以表面數獨只限於表格只限於  $4 \times 4 \times 4$  的立方體。〈如圖 5〉



4 乘 4 表面立方數獨 (圖 5)

以數學觀點來說： $n^2 = 4 \times n$   
 $n^2 - 4n = 0$   
 $n = 0$  (不合) or  $n = 4$   
 所以只有  $4 \times 4$  表面立方數獨成立



### 三、狄翁數獨

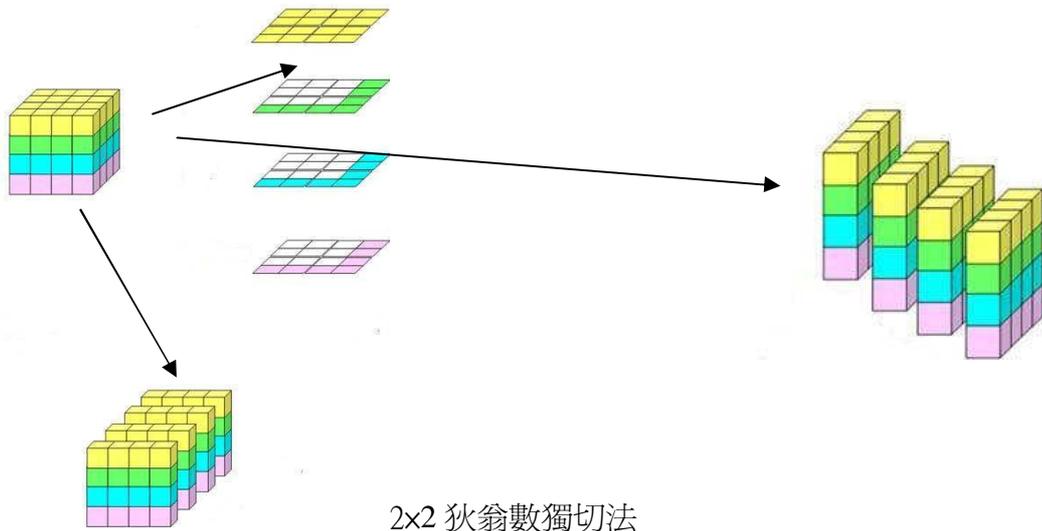
#### (一)狄翁數獨的介紹

- 1.狄翁數獨是平面數獨的集合體，由 1 到  $n$  個平面數獨疊在一起，每一面、每一層、每一切面，都是一題新數獨，合計  $3 \times n$  題數獨。（即 3 緯度  $\times n$  的數獨）。
- 2.一個小方塊是一個數字，在狄翁數獨上， $x$ 、 $y$ 、 $z$  三個向度的層面都沒有出現相同的數字。
- 3.解題時，必須先看  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三個向度有無重複數字，才能填入。
- 4.解法與平面數獨接近，但須一次看三個向度。
- 5.定義： $n \times n$  狄翁數獨代表  $n$  宮格  $\times n$  宮格的數獨

【例一】 $2 \times 2$  狄翁數獨：就是 2 宮格  $\times$  2 宮格

每宮格 4 個數字

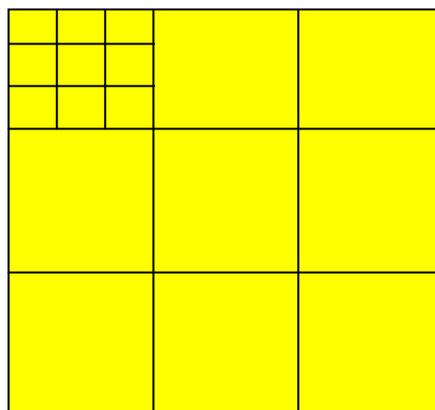
所以一層共有  $4 \times 4 = 16$  個數



【例二】 $3 \times 3$  狄翁數獨：就是 3 宮格  $\times$  3 宮格

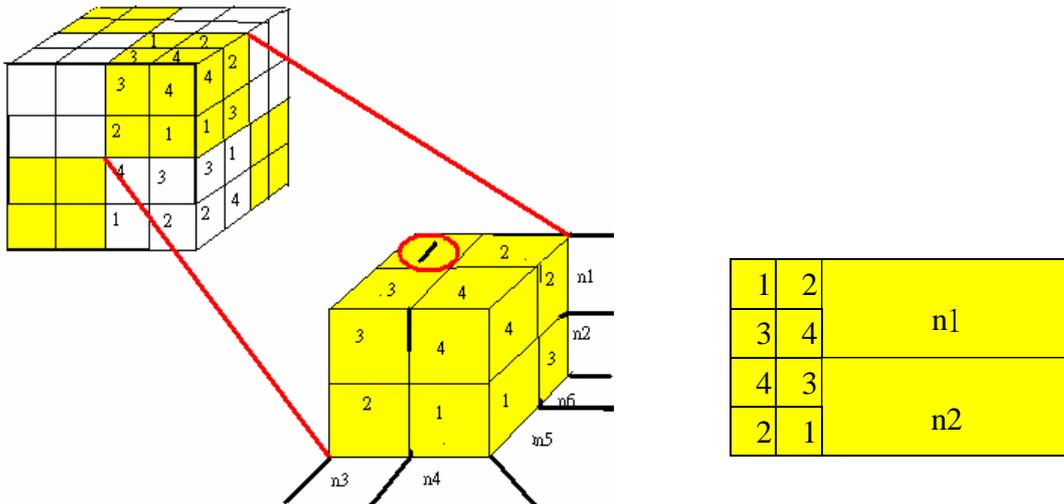
每宮格 9 個數字

所以一層共有  $9 \times 9 = 81$  個數



(二)狄翁數獨的規律

1. 要知道如何快速解題，光是解題是不夠的，必須自己出題才行，由於題目的數字太多，我們先從其中一個宮格方塊看起。
2. 2x2 立體數獨的規律：



- (1)同一數字，不可出現在同一行、列、面上。  
如果 1 在上圖位置，那另一個 1 就不可能出現在 n1.n3.n6，因此只能在 n2.n4.n5 的交叉點（圈起來的部份是 n1 的 1）
- (2)由(1)知” 1” 要先往右移再往下移才可到達 n2、n4、n5 的交叉點。  
如果數字在邊緣，像 n1 的 2.3.4 右移時，第 2 行移到第一行，第一行移到第二行，下移時第一列到第二列，第二列到第一列便可完成下一層數獨(移動只能在宮格內移動)。
- (3)同理，當其他數字也依循「先右再下」移動規則時，可得過程如下圖：



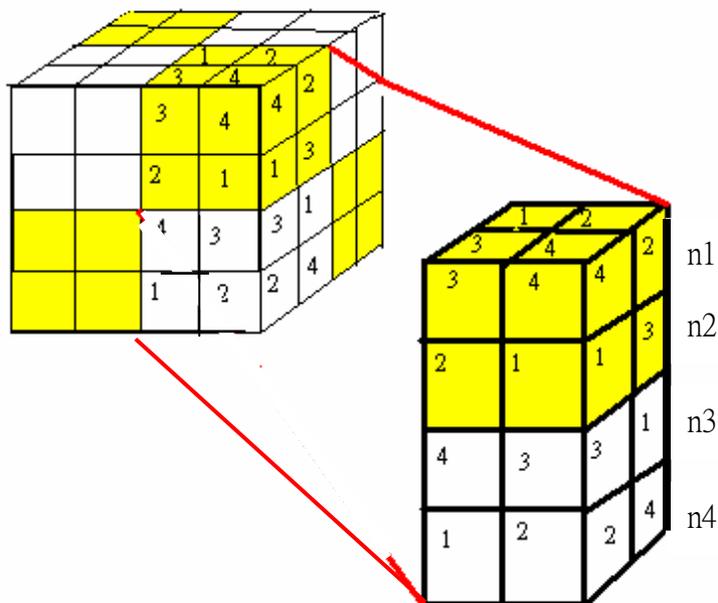
圖 5

- (4)我們發現此 4 個數字的變化呈鋼性變化。

【備註】 n1：Z 緯度最上層  
 n2：Z 緯度最下層  
 n3：Y 緯度最左層  
 n4：Y 緯度最右層  
 n5：X 緯度最前層  
 n6：X 緯度最後層

【名詞解釋：鋼性變化】  
 一整排／列／宮格換位  
 置時，數字與鄰近數字的  
 相對位置不變。

由上規則只解釋 n1 及 n2 的變化，無法解釋全部的過程，現在我們把下圖這個柱體寫出來。



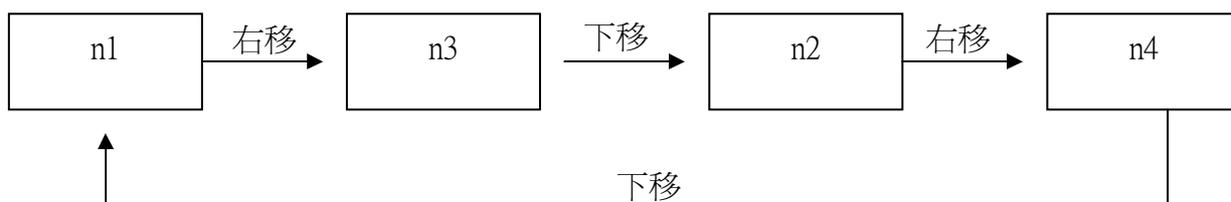
剖面圖如下：

1	2		2	1	
3	4	n1	4	3	n3
4	3		3	4	
2	1	n2	1	2	n4

結果我們發現 n1 每行經過右移變成 n3，n3 每行經過下移變成 n2，n2 每行右移變成 n4，n4 每行下移變成 n1，流程圖畫成表格如下圖：

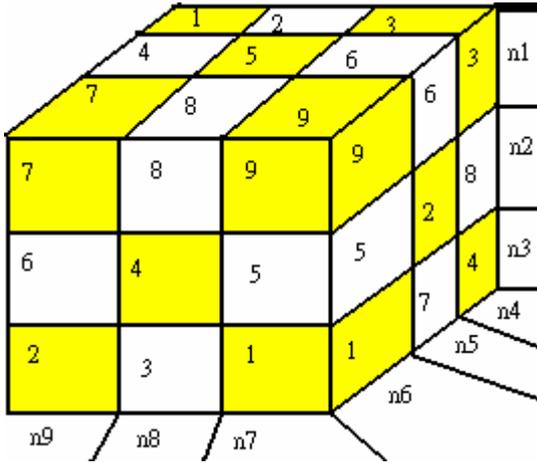
1	2	n1 右移	2	1	n3 下移	4	3	n2
3	4	→	4	3	→	2	1	
4	3	n2 右移	3	4	n4 下移	1	2	n1
2	1	→	1	2	→	3	4	

規律經簡化後，如下表：



此規則可進一步推廣到所有不同向度的各層面變化。

3.標準狄翁數獨：我們拿其中一個方塊探討如下：



- n1 : Z 緯度上層
- n2 : Z 緯度中層
- n3 : Z 緯度下層
- n4 : X 緯度後層
- n5 : X 緯度中層
- n6 : X 緯度前層
- n7 : Y 緯度右層
- n8 : Y 緯度中層
- n9 : Y 緯度左層

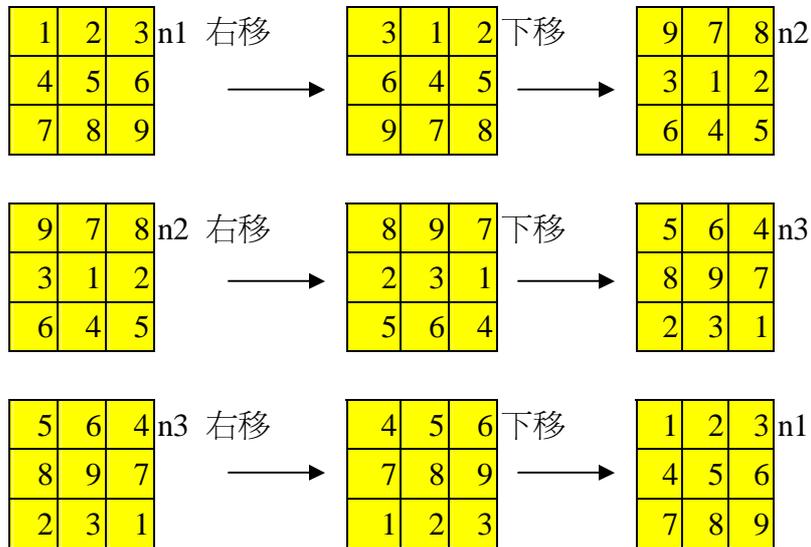
以 Z 緯度的上中下三層剖面探討如下：

1	2	3	n1
4	5	6	
7	8	9	

9	7	8	n2
3	1	2	
6	4	5	

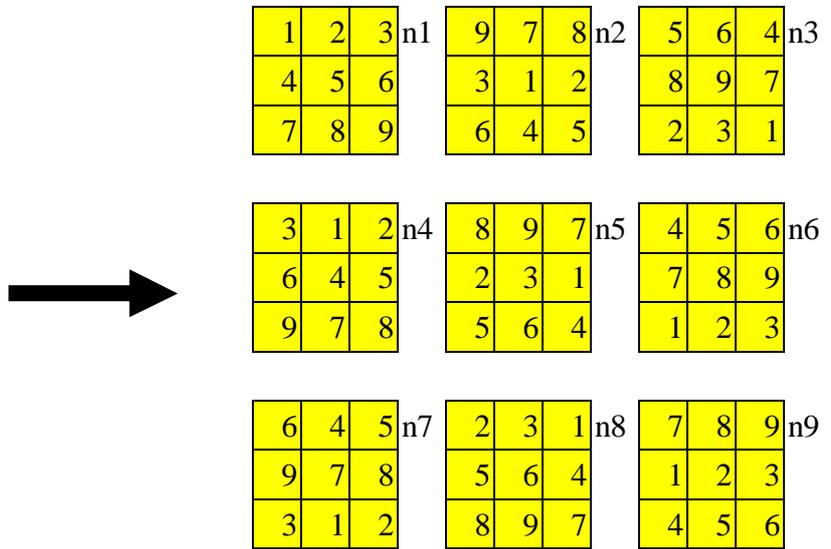
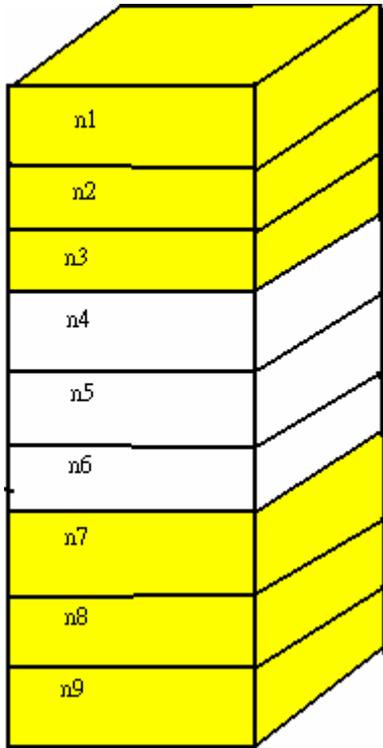
5	6	4	n3
8	9	7	
2	3	1	

寫成變化過程如下圖：

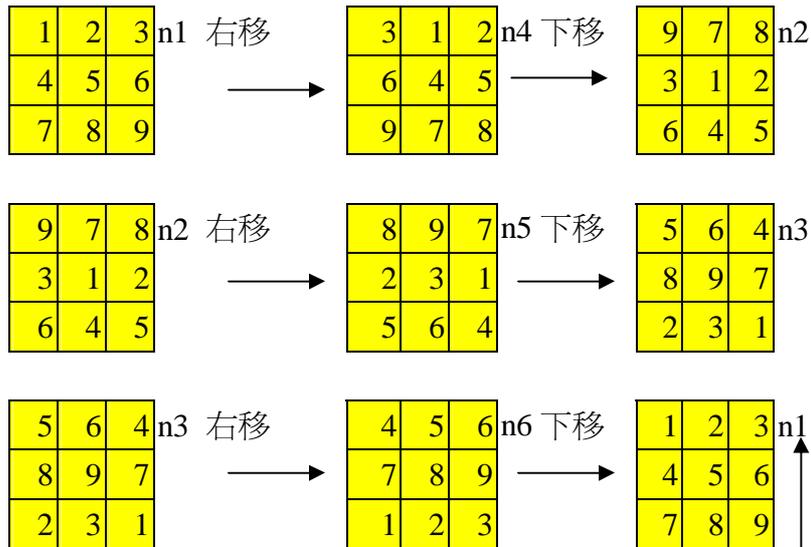


【研究過程】

- (1)在一方格中，數字先往右邊移動〈n9 移到 n8，n8 移到 n7，n7 移到 n9〉再往下移動〈n1 到 n2，n2 到 n3，n3 到 n1〉便會等於 n2，以此類推便可算出一個方塊。
- (2)這樣只能解釋 n1、n2 及 n3 的變化，無法解釋全部的過程，那我們先把這個柱體每一層的剖面圖列於下：



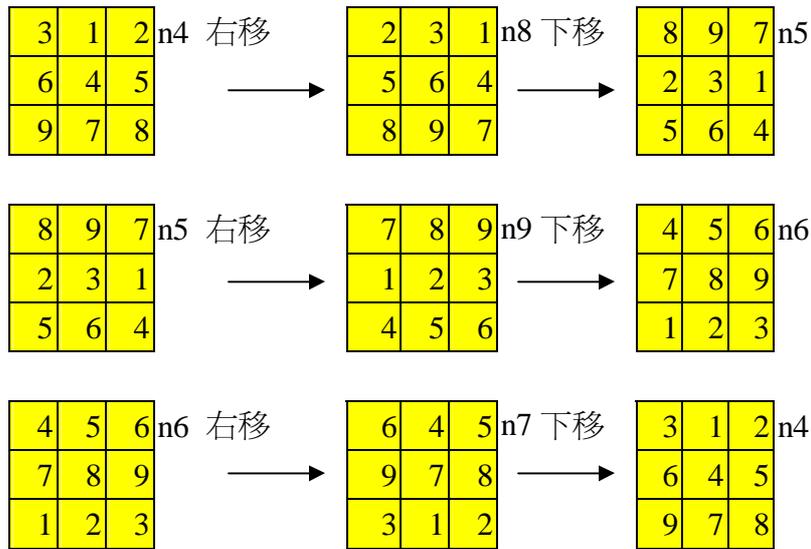
寫成變化過程如下圖：



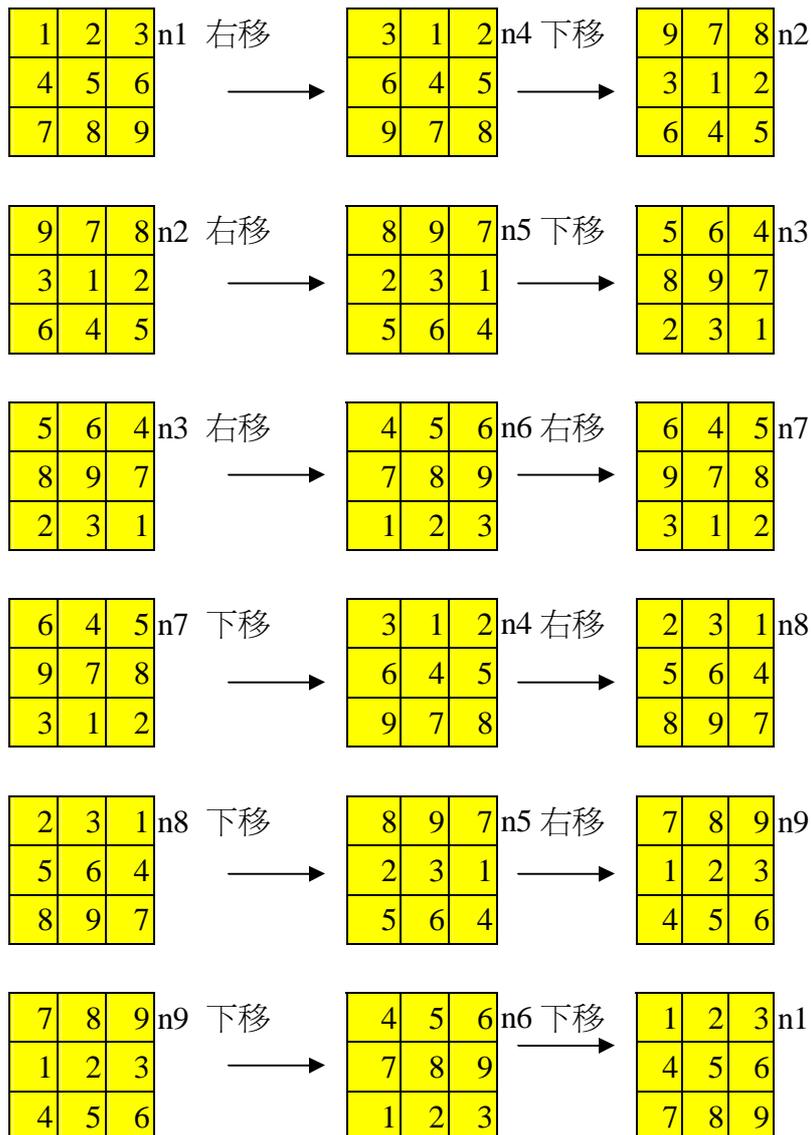
這種計算過程卻回到 n1 了，沒有出現 n7、n8、n9

(3)由上可知若要寫出 n7、n8、n9，則必須重新對第 n4、n5、n6 方塊進行計算才行。

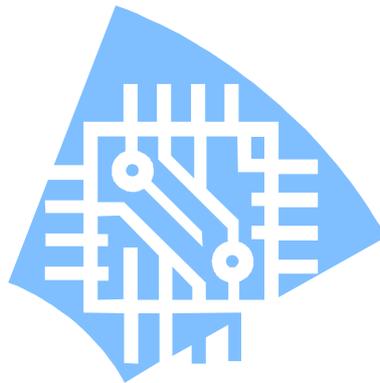
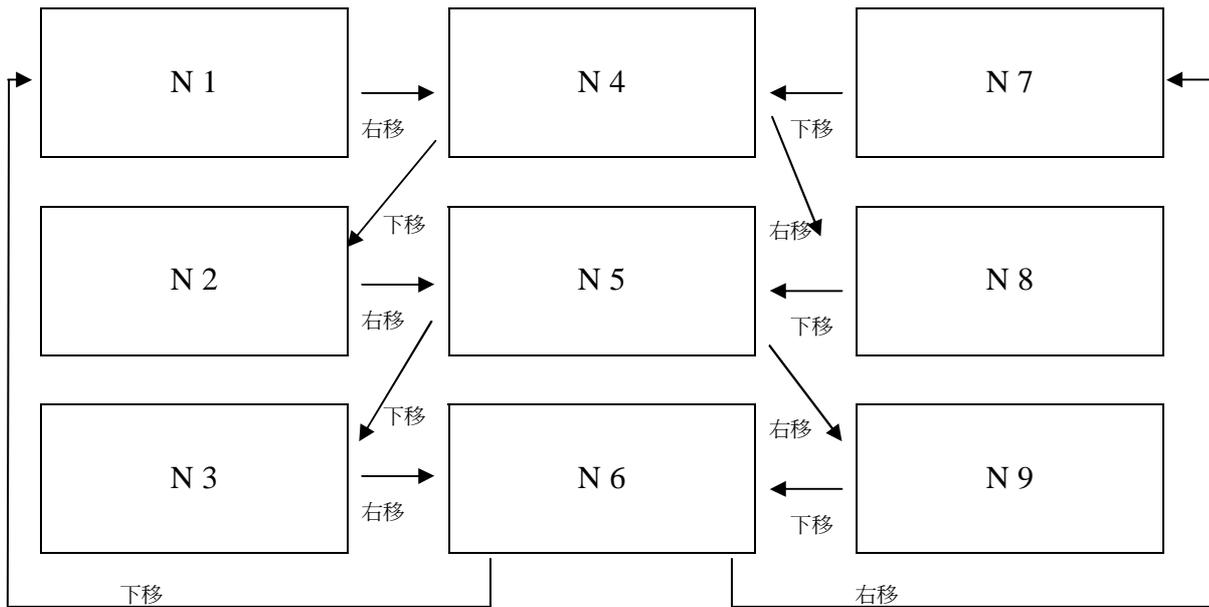
n4~n9 寫成變化過程如下圖：



(4)將兩種式子合併再更改後變成下圖：



(5) 規律經簡化後，如下表：



### 伍、研究結果：狄翁數獨－解題規則

在了解以上規律後，我們便要進行實作練習：

- 一、確定這個狄翁數獨的格式（是 2x2 或 3x3 或其他種類）
- 二、先完成一個宮格（如下圖紅色部分）
- 三、並確定這個公格的位置（在 n1 或其他地方）
- 四、套入規律便可完成

【實作】以 3x3 狄翁數獨題目如下表，來演練上述流程，步驟如下：

1. 確定格式：這是個 3x3 的狄翁立體數獨

	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7		9	1		3
7	8			2	3		5	6
2	3	4	5	6	7		9	1
	6	7	8		1	2	3	4
8		1	2		4	5		7
3	4	5	6	7	8	9	1	
6	7			1		3		5
9	1	2	3	4	5	6		8

	7	8	3		2	6		5
3		2	6	4	5	9	7	8
6	4	5	9	7		3	1	
1	8		4	2		7	5	
4	2	3	7	5	6	1		9
7		6	1	8		4		3
2	9	1	5	3	4	8	6	
5	3		8	6	7		9	1
	6	7			1	5		

5	6	4		9	7		3	1
8		7	2	3		5	6	
2	3		5	6	4	8	9	
6	7			1	8	3	4	
	1	8		4	2		7	5
3	4	2	6	7	5	9	1	
7	0	6	1					
1	2	9	4	5	3		8	6
	5	3	7	8	6	1		9

3		2	6	4	5	9	7	8
6	4	5	9	7		3	1	
	7	8	3		2	6		5
4	2	3	7	5	6	1		9
7		6	1	8		4	2	3
1	8		4	2		7	5	
5	3	4	8	6	7		9	1
	6	7			1	5		
2	9	1	5	3	4	8	6	

8		7	2	3		5	6	
2	3		5	6	4	8	9	7
5	6	4		9	7		3	1
	1	8		4	2		7	5
3	4	2	6	7	5	9	1	
6	7			1	8	3	4	
1	2	9	4	5	3		8	6
	5	3	7	8	6	1		9
7		6	1					

4	5	6	7		9	1		3
7	8			2	3		5	6
	2	3	4	5	6		8	9
	6	7	8		1		3	4
8		1	2		4	5		7
2	3	4	5	6	7		9	1
6	7							
9	1	2	3	4	5	6		8
3		5	6	7	8	9		

6	4	5	9	7		3	1	
	7	8	3		2	6		5
3		2	6	4	5	9		8
7		6	1	8		4		3
1	8		4	2		7	5	
4	2	3	7	5	6	1		9
	6	7						
2	9	1	5	3	4	8	6	
5	3		8	6	7		9	

2	3		5	6	4	8	9	7
5	6	4		9	7		3	1
8		7	2	3		5	6	
3	4	2	6	7	5	9	1	
6	7			1	8	3	4	2
	1	8		4	2		7	5
4	5	3	7	8	6	1		9
7		6	1				5	
1	2	9	4	5	3		8	6

			2	3		5		
	2	3	4	5	6	7	8	9
	5	6	7		9			3
8		1	2		4	5		7
2	3		5		7		9	1
	6	7			1			
	1	2			5	6		8
3		5	6	7	8	9		
	7							



2. 完成一個宮格：如紅色的部分

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7		9	1		3
7	8	9		2	3		5	6
2	3	4	5	6	7		9	1
	6	7	8		1	2	3	4
8		1	2		4	5		7
3	4	5	6	7	8	9	1	
6	7			1		3		5
9	1	2	3	4	5	6		8

	7	8	3		2	6		5
3		2	6	4	5	9	7	8
6	4	5	9	7		3	1	
1	8		4	2		7	5	
4	2	3	7	5	6	1		9
7		6	1	8		4		3
2	9	1	5	3	4	8	6	
5	3		8	6	7		9	1
	6	7			1	5		

5	6	4		9	7		3	1
8		7	2	3		5	6	
2	3		5	6	4	8	9	
6	7			1	8	3	4	
	1	8		4	2		7	5
3	4	2	6	7	5	9	1	
7	0	6	1					
1	2	9	4	5	3		8	6
	5	3	7	8	6	1		9

3		2	6	4	5	9	7	8
6	4	5	9	7		3	1	
	7	8	3		2	6		5
4	2	3	7	5	6	1		9
7		6	1	8		4	2	3
1	8		4	2		7	5	
5	3	4	8	6	7		9	1
	6	7			1	5		
2	9	1	5	3	4	8	6	

8		7	2	3		5	6	
2	3		5	6	4	8	9	7
5	6	4		9	7		3	1
	1	8		4	2		7	5
3	4	2	6	7	5	9	1	
6	7			1	8	3	4	
1	2	9	4	5	3		8	6
	5	3	7	8	6	1		9
7		6	1					

4	5	6	7		9	1		3
7	8			2	3		5	6
	2	3	4	5	6		8	9
	6	7	8		1		3	4
8		1	2		4	5		7
2	3	4	5	6	7		9	1
6	7							
9	1	2	3	4	5	6		8
3		5	6	7	8	9		

6	4	5	9	7		3	1	
	7	8	3		2	6		5
3		2	6	4	5	9		8
7		6	1	8		4		3
1	8		4	2		7	5	
4	2	3	7	5	6	1		9
	6	7						
2	9	1	5	3	4	8	6	
5	3		8	6	7		9	

2	3		5	6	4	8	9	7
5	6	4		9	7		3	1
8		7	2	3		5	6	
3	4	2	6	7	5	9	1	
6	7			1	8	3	4	2
	1	8		4	2		7	5
4	5	3	7	8	6	1		9
7		6	1				5	
1	2	9	4	5	3		8	6

				2	3		5	
	2	3	4	5	6	7	8	9
	5	6	7		9			3
8		1	2		4	5		7
2	3		5		7		9	1
	6	7			1			
	1	2			5	6		8
3		5	6	7	8	9		
	7							



3. 確定這個公格的位置（例如此題確定了紅色部分在 n1）。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	7	8	3	2	6	5	2	5	6	4	9	7	3	1	3	3	2	6	4	5	9	7	8	4																		
4	5	6	7	9	1	3	3	2	6	4	5	9	7	8	8	7	2	3	5	6	6	4	5	9	7	3	1	6	4	5	9	7	3	1																	
7	8	9	2	3	5	6	6	4	5	9	7	3	1	2	3	5	6	4	8	9		7	8	3	2	6	5																								
2	3	4	5	6	7	9	1	1	8	4	2	7	5	6	7	1	8	3	4	4	2	3	7	5	6	1	9	4	2	3	7	5	6	1	9																
	6	7	8	1	2	3	4	4	2	3	7	5	6	1	9		1	8	4	2	7	5	7	6	1	8	4	2	3	7	6	1	8	4	2	3															
8	1	2	4	5	7	7	6	1	8	4	3	3	4	2	6	7	5	9	1	1	8	4	2	7	5	1	8	4	2	7	5	1	8	4	2	7	5														
3	4	5	6	7	8	9	1	2	9	1	5	3	4	8	6	7	0	6	1				5	3	4	8	6	7	9	1	5	3	4	8	6	7	9	1													
6	7	1	3	5	5	3	8	6	7	9	1	1	2	9	4	5	3	8	6		6	7	1	5		6	7	1	5		6	7	1	5																	
9	1	2	3	4	5	6	8		6	7	1	5	5	3	7	8	6	1	9	2	9	1	5	3	4	8	6	2	9	1	5	3	4	8	6	2	9	1	5	3	4	8	6								

8	7	2	3	5	6	5	4	5	6	7	9	1	3	6	6	4	5	9	7	3	1	7	2	3	5	6	4	8	9	7	8																																	
2	3	5	6	4	8	9	7	7	8	2	3	5	6		7	8	3	2	6	5	5	6	4	9	7	3	1	5	6	4	9	7	3	1	5	6	4	8	9	7																								
5	6	4	9	7	3	1		2	3	4	5	6	8	9	3	2	6	4	5	9	8	8	7	2	3	5	6	8	7	2	3	5	6																															
	1	8	4	2	7	5	6	7	8	1	3	4	7	6	1	8	4	3	7	6	1	8	4	3	3	4	2	6	7	5	9	1	3	4	2	6	7	5	9	1																								
3	4	2	6	7	5	9	1	8	1	2	4	5	7	1	8	4	2	7	5	1	8	4	2	7	5	6	7	1	8	3	4	2	6	7	1	8	3	4	2																									
6	7	1	8	3	4	2	3	4	5	6	7	9	1	4	2	3	7	5	6	1	9	4	2	3	7	5	6	1	9		1	8	4	2	7	5		1	8	4	2	7	5																					
1	2	9	4	5	3	8	6	6	7						6	7						6	7					6	7	1	8	3	4	2	6	7	1	8	3	4	2																							
	5	3	7	8	6	1	9	9	1	2	3	4	5	6	8	2	9	1	5	3	4	8	6	2	9	1	5	3	4	8	6	4	5	3	7	8	6	1	9	4	5	3	7	8	6	1	9																	
7	6	1						3	5	6	7	8	9		5	3	8	6	7	9	5	3	8	6	7	9	7	6	1					7	6	1					1	2	9	4	5	3	8	6	1	2	9	4	5	3	8	6								

			2	3	5	9		
	2	3	4	5	6	7	8	9
	5	6	7	9	3			
8	1	2	4	5	7			
2	3	5	7	9	1			
	6	7	1					
	1	2	5	6	8			
3	5	6	7	8	9			
	7							



4.套入以上歸納出的簡化規律（P.16的規律）便可完成：

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	9	7	8	3	1	2	6	4	5	2	5	6	4	8	9	7	2	3	1	3	3	1	2	6	4	5	9	7	8
4	5	6	7	8	9	1	2	3	3	1	2	6	4	5	9	7	8	8	9	7	2	3	1	5	6	4	6	4	5	9	7	8	3	1	2			
7	8	9	1	2	3	4	5	6	6	4	5	9	7	8	3	1	2	2	3	1	5	6	4	8	9	7	9	7	8	3	1	2	6	4	5			
2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	8	9	4	2	3	7	5	6	6	7	5	9	1	8	3	4	2	4	2	3	7	5	6	1	8	9			
5	6	7	8	9	1	2	3	4	4	2	3	7	5	6	1	8	9	9	1	8	3	4	2	6	7	5	7	5	6	1	8	9	4	2	3			
8	9	1	2	3	4	5	6	7	7	5	6	1	8	9	4	2	3	3	4	2	6	7	5	9	1	8	1	8	9	4	2	3	7	5	6			
3	4	5	6	7	8	9	1	2	2	9	1	5	3	4	8	6	7	7	8	6	1	2	9	4	5	3	5	3	4	8	6	7	2	9	1			
6	7	8	9	1	2	3	4	5	5	3	4	8	6	7	2	9	1	1	2	9	4	5	3	7	8	6	8	6	7	2	9	1	5	3	4			
9	1	2	3	4	5	6	7	8	8	6	7	2	9	1	5	3	4	4	5	3	7	8	6	1	2	9	2	9	1	5	3	4	8	6	7			

8	9	7	2	3	1	5	6	4	5	4	5	6	7	8	9	1	2	3	6	6	4	5	9	7	8	3	1	2	7	2	3	1	5	6	4	8	9	7
2	3	1	5	6	4	8	9	7	7	8	9	1	2	3	4	5	6	9	7	8	3	1	2	6	4	5	5	6	4	8	9	7	2	3	1			
5	6	4	8	9	7	2	3	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	3	1	2	6	4	5	9	7	8	8	9	7	2	3	1	5	6	4			
9	1	8	3	4	2	6	7	5	5	6	7	8	9	1	2	3	4	7	5	6	1	8	9	4	2	3	3	4	2	6	7	5	9	1	8			
3	4	2	6	7	5	9	1	8	8	9	1	2	3	4	5	6	7	1	8	9	4	2	3	7	5	6	6	7	5	9	1	8	3	4	2			
6	7	5	9	1	8	3	4	2	2	3	4	5	6	7	8	9	1	4	2	3	7	5	6	1	8	9	9	1	8	3	4	2	6	7	5			
1	2	9	4	5	3	7	8	6	6	7	8	9	1	2	3	4	5	8	6	7	2	9	1	5	3	4	4	5	3	7	8	6	1	2	9			
4	5	3	7	8	6	1	2	9	9	1	2	3	4	5	6	7	8	2	9	1	5	3	4	8	6	7	7	8	6	1	2	9	4	5	3			
7	8	6	1	2	9	4	5	3	3	4	5	6	7	8	9	1	2	5	3	4	8	6	7	2	9	1	1	2	9	4	5	3	7	8	6			

7	8	9	1	2	3	4	5	6	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
4	5	6	7	8	9	1	2	3	
8	9	1	2	3	4	5	6	7	
2	3	4	5	6	7	8	9	1	
5	6	7	8	9	1	2	3	4	
9	1	2	3	4	5	6	7	8	
3	4	5	6	7	8	9	1	2	
6	7	8	9	1	2	3	4	5	





## 【實作】

### 1. 填入數字

1	2	3	4	5	6	7	8	
4	5		7		9	1		3
7		9	1	2	3	4		6
2	3	4	5			8		1
	6	7		9	1	2		4
8	9	1			4	5	6	7
3		5	6	7		9	1	
	7		9	1	2	3		5
9	1	2	3	4	5		7	8

1	9	7		3	1	2	6	4
3		2	6	4	5		7	8
	4	5	9	7		3	1	
1	8	9	4			7	5	6
4	2	3		5		1	8	
7		6	1		9	4	2	
2	9	1	5	3	4	8		7
5	3				7		9	1
		7	2	9	1	5	3	

2	5		4		9	7	0	3	1
	9	7	2	3	1		6	4	
2	3		5	6	4	8	0	7	
6	7	0	9	1			4	2	
9	1	8	0	4	0	6	7	5	
3	4	2	0	0		0	1	8	
7	0	0	1	2		0	5	3	
1	2	9	4	5	3	7	8	0	
0	5	3	7	0		1	0	9	

3	3	1	2	6	4	5	0	7	8
	0	4	5	9	7	0	3	1	0
	9	7	0	3	1	2	6	4	0
	4	2	3	0	5	0	1	8	0
	7	0	6	1	0	9	4	2	0
	1	8	9	4	0	0	7	5	6
	5	3	0	0		7	0	9	1
	0	0	7	2	9	1	5	3	0
	2	9	1	5	3	4	8	0	7

	9	7	2	3	1		6	4
2	3		5	6	4	8		7
5		4		9	7		3	1
9	1	8		4		6	7	5
3	4	2		5			1	8
6	7		9	1			4	2
1	2	9	4	5	3	7	8	
	5	3	7			1		9
7			1	2	9		5	3

5	4	5	0	7	0	9	1	0	3
7	0	9	1	2	3		0	6	
0	2	3	4	5	6	7	8	0	
0	6	7		9	1	2	0	4	
8		1	0	0	4	5	6	7	
2	3	4			0	8	0		
0	7	0		1	2		0	5	
9	1	2	3	4	5	0	7	8	
3	0	5		7	0	9	1	0	

6	0	4	5	9	7	0	3	1	0
9	7	0	3	1	2	6	0	0	
3	0	2	6	4	5	0	7	8	
7	0	6	1	0		4	2	0	
1	8		4	0	0		5	6	
4	2	3	0				8	0	
0	0	7	2		1	5	0	0	
2	9	1	5	3	4	8	7		
5	3	0	0		7	0	9	1	

7	2	3	1	5	6	4	8	0	7
5	0	4	0	9	7	0	3	1	
0	9	7	2	3	1	0	6	4	
3	4	2	0	0		0	1	8	
6	7	0	9	1	0	0	4	2	
9	1	8	0	4	0	6	7	5	
0	5	3	7	0		1	0	9	
7	0	0	1		9	0	5	3	
1	2	9	4	5	3	7	8	0	

7	0	9	1	2	3	4	0	6
0	2	3	4	5	6	7	8	0
4	5	0	7	0	9	1	0	3
8	9	1	0	0	4	5	6	7
2	3	4	5	0	0	8	0	1
0	6	7	0	9		2	0	4
9	1	2	3	4	5	0	7	8
3	0	5	0	7	0	9	1	0
0	7	0	9	1	2	3	0	5

4	4							

1	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

2	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

3	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

### 2. 刪除數字：Excel 中的 0

1	2	3	4	5	6	7	8	
4	5		7		9	1		3
7		9	1	2	3	4		6
2	3	4	5			8		1
	6	7		9	1	2		4
8	9	1			4	5	6	7
3		5	6	7		9	1	
	7		9	1	2	3		5
9	1	2	3	4	5		7	8

1	9	7		3	1	2	6	4
3		2	6	4	5		7	8
	4	5	9	7		3	1	
1	8	9	4			7	5	6
4	2	3		5		1	8	
7		6	1		9	4	2	
2	9	1	5	3	4	8		7
5	3				7		9	1
		7	2	9	1	5	3	

2	5		4		9	7	0	3	1
	9	7	2	3	1		6	4	
2	3		5	6	4	8	0	7	
6	7		9	1			4	2	
9	1	8		4		6	7	5	
3	4	2					1	8	
7			1	2			5	3	
1	2	9	4	5	3	7	8	0	
0	5	3	7			1	0	9	

3	3	1	2	6	4	5	0	7	8
	0	4	5	9	7	0	3	1	0
	9	7		3	1	2	6	4	
	4	2	3		5		1	8	
	7	0	6	1	0	9	4	2	
	1	8	9	4	0	0	7	5	6
	5	3				7	0	9	1
	0	0	7	2	9	1	5	3	0
	2	9	1	5	3	4	8	0	7

	9	7	2	3	1		6	4
2	3		5	6	4	8		7
5		4		9	7		3	1
9	1	8		4		6	7	5
3	4	2		5			1	8
6	7		9	1			4	2
1	2	9	4	5	3	7	8	
	5	3	7			1		9
7			1	2	9		5	3

5	4	5		7		9	1	0	3
7		9	1	2	3			0	6
0	2	3	4	5	6	7	8	0	
0	6	7		9	1	2	0	4	
8		1			4	5	6	7	
2	3	4				0	8	0	
0	7	0		1	2		0	5	
9	1	2	3	4	5	0	7	8	
3	0	5		7	0	9	1	0	

6	0	4	5	9	7		3	1	0
9	7		3	1	2	6			
3		2	6	4	5		7	8	
7		6	1				4	2	
1	8		4					5	6
4	2	3	0					8	0
0	0	7	2		1	5	0	0	
2	9	1	5	3	4	8	7		
5	3				7	0	9	1	

7	2	3	1	5	6	4	8	0	7
5		4		9	7	0	3	1	
0	9	7	2	3	1	0	6	4	
3	4	2						1	8
6	7	0	9	1	0	0	4	2	
9	1	8	0	4	0	6	7	5	
0	5	3	7	0		1	0	9	
7	0	0	1		9	0	5	3	
1	2	9	4	5	3	7	8	0	

7	0	9	1	2	3	4		6	
0	2	3	4	5	6	7	8	0	
4	5		7		9	1		3	
8	9	1			4	5	6	7	
2	3	4	5			8		1	
	6	7		9			2	0	4
9	1	2	3	4	5		7	8	
3		5		7		9	1		
	7		9	1	2	3		5	

4	4							

1	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

2	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

3	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

### 3. 完成：電腦跑完即完成



**【實作】**

1 填入一個平面數獨或公格（建議填入平面數獨，因為需要寫的過程較少）

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7	8	9	1
5	6	7	8	9	1	2	3	4
8	9	1	2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8	9	1	2
6	7	8	9	1	2	3	4	5
9	1	2	3	4	5	6	7	8

1	3							



4





8


2 套入規律：電腦自動跑出如下

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	9	7	8	3	1	2	6	4	5	2	5	6	4	8	9	7	2	3	1	3	3	1	2	6	4	5	9	7	8
4	5	6	7	8	9	1	2	3	3	1	2	6	4	5	9	7	8	8	9	7	2	3	1	5	6	4	6	4	5	9	7	8	3	1	2			
7	8	9	1	2	3	4	5	6	6	4	5	9	7	8	3	1	2	2	3	1	5	6	4	8	9	7	9	7	8	3	1	2	6	4	5			
2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	8	9	4	2	3	7	5	6	6	7	5	9	1	8	3	4	2	4	2	3	7	5	6	1	8	9			
5	6	7	8	9	1	2	3	4	4	2	3	7	5	6	1	8	9	9	1	8	3	4	2	6	7	5	7	5	6	1	8	9	4	2	3			
8	9	1	2	3	4	5	6	7	7	5	6	1	8	9	4	2	3	3	4	2	6	7	5	9	1	8	1	8	9	4	2	3	7	5	6			
3	4	5	6	7	8	9	1	2	2	9	1	5	3	4	8	6	7	7	8	6	1	2	9	4	5	3	5	3	4	8	6	7	2	9	1			
6	7	8	9	1	2	3	4	5	5	3	4	8	6	7	2	9	1	1	2	9	4	5	3	7	8	6	8	6	7	2	9	1	5	3	4			
9	1	2	3	4	5	6	7	8	8	6	7	2	9	1	5	3	4	4	5	3	7	8	6	1	2	9	2	9	1	5	3	4	8	6	7			

8	9	7	2	3	1	5	6	4	5	4	5	6	7	8	9	1	2	3	6	6	4	5	9	7	8	3	1	2	7	2	3	1	5	6	4	8	9	7
2	3	1	5	6	4	8	9	7	7	8	9	1	2	3	4	5	6	9	7	8	3	1	2	6	4	5	5	6	4	8	9	7	2	3	1			
5	6	4	8	9	7	2	3	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	3	1	2	6	4	5	9	7	8	8	9	7	2	3	1	5	6	4			
9	1	8	3	4	2	6	7	5	5	6	7	8	9	1	2	3	4	7	5	6	1	8	9	4	2	3	3	4	2	6	7	5	9	1	8			
3	4	2	6	7	5	9	1	8	8	9	1	2	3	4	5	6	7	1	8	9	4	2	3	7	5	6	6	7	5	9	1	8	3	4	2			
6	7	5	9	1	8	3	4	2	2	3	4	5	6	7	8	9	1	4	2	3	7	5	6	1	8	9	9	1	8	3	4	2	6	7	5			
1	2	9	4	5	3	7	8	6	6	7	8	9	1	2	3	4	5	8	6	7	2	9	1	5	3	4	4	5	3	7	8	6	1	2	9			
4	5	3	7	8	6	1	2	9	9	1	2	3	4	5	6	7	8	2	9	1	5	3	4	8	6	7	7	8	6	1	2	9	4	5	3			
7	8	6	1	2	9	4	5	3	3	4	5	6	7	8	9	1	2	5	3	4	8	6	7	2	9	1	1	2	9	4	5	3	7	8	6			

7	8	9	1	2	3	4	5	6	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
4	5	6	7	8	9	1	2	3	
8	9	1	2	3	4	5	6	7	
2	3	4	5	6	7	8	9	1	
5	6	7	8	9	1	2	3	4	
9	1	2	3	4	5	6	7	8	
3	4	5	6	7	8	9	1	2	
6	7	8	9	1	2	3	4	5	

3.完成

### 三、狄翁數獨一公式

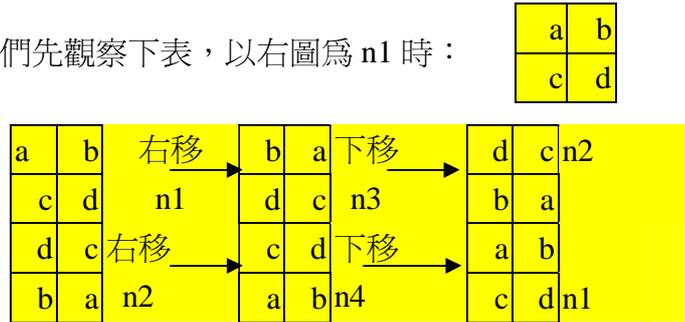
由以上研究討論後歸納出狄翁數獨寫公式的條件如下：

#### (一)、 $2 \times 2$ 的狄翁數獨

1. 計算時要用四位進位法
2. 須先知道一個宮格的所有數字和位置
3. 數與數之間的差不可超過 2

#### 【說明】

我們先觀察下表，以右圖為  $n1$  時：



我們發現 a 的變化如下：

數字變化：a    b    d    c    a  
 位置變化： $n1$     $n3$     $n2$     $n4$     $n1$

我們發現 b 的變化如下：

數字變化：b    d    c    a    b  
 位置變化： $n1$     $n3$     $n2$     $n4$     $n1$

我們發現 c 的變化如下：

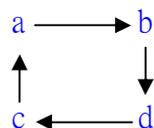
數字變化：c    a    b    d    c  
 位置變化： $n1$     $n3$     $n2$     $n4$     $n1$

我們發現 d 的變化如下：

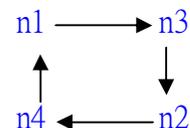
數字變化：d    c    a    b    d  
 位置變化： $n1$     $n3$     $n2$     $n4$     $n1$

歸納之，我們發現無論起始點在哪一數字，皆呈一循環變化，位置亦呈循環順序，即：

數字變化：



位置變化：



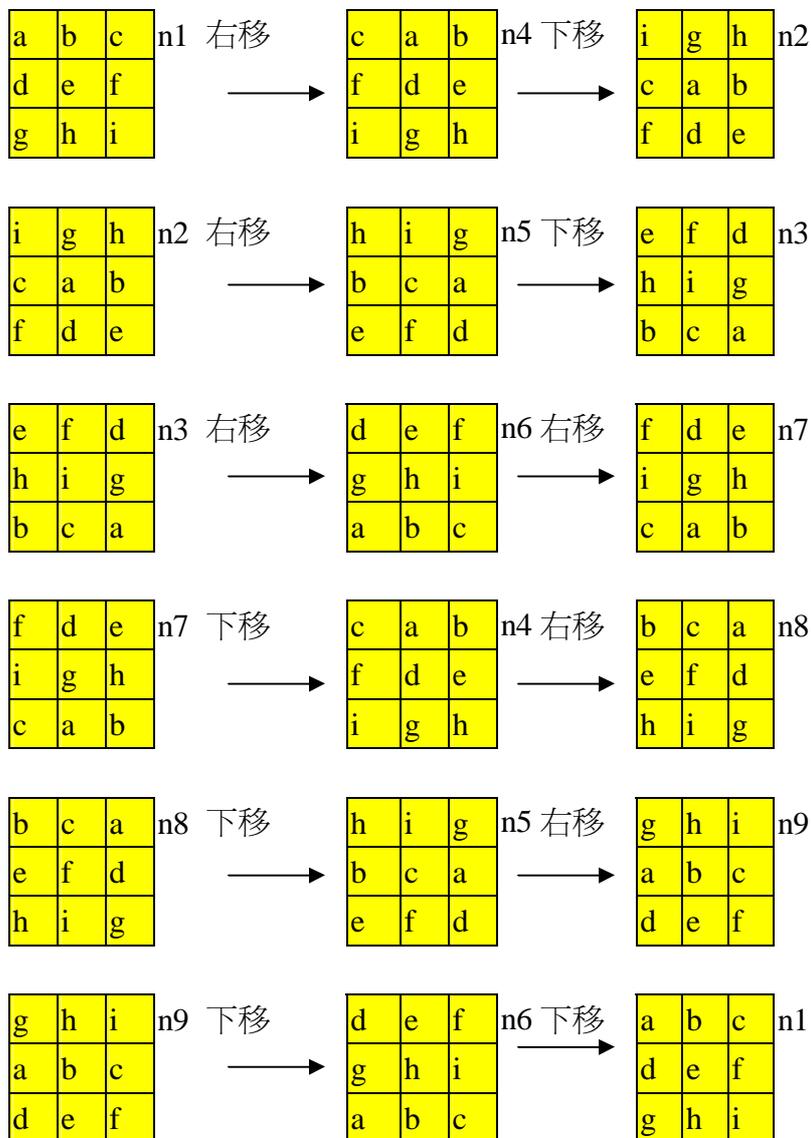
(二)、3x3 的狄翁數獨

1. 計算時要用九位進位法
2. 須先知道一個宮格的所有數字和位置
3. 數與數之間的差不可超過 5

【說明】

我們先觀察下表，以右圖為 n1 時：

a	b	c
d	e	f
g	h	i



我們發現 a 的變化如下：

數字變化： a c i h e d f c b h g d a

位置變化：n1 n4 n2 n5 n3 n6 n7 n4 n8 n5 n9 n6 n1

我們發現 b 的變化如下：

數字變化： b h g d a c i h e d f c b

位置變化：n1 n4 n2 n5 n3 n6 n7 n4 n8 n5 n9 n6 n1

我們發現 c 的變化如下：

數字變化： c i h e d f c b h g d a c

位置變化：n1 n4 n2 n5 n3 n6 n7 n4 n8 n5 n9 n6 n1

我們發現 d 的變化如下：

數字變化： d f c b h g d a c i h e d

位置變化：n1 n4 n2 n5 n3 n6 n7 n4 n8 n5 n9 n6 n1

我們發現 e 的變化如下：

數字變化： e d f c b h g d a c i h e

位置變化：n1 n4 n2 n5 n3 n6 n7 n4 n8 n5 n9 n6 n1

我們發現 f 的變化如下：

數字變化： f c b h g d a c i h e d f

位置變化：n1 n4 n2 n5 n3 n6 n7 n4 n8 n5 n9 n6 n1

我們發現 g 的變化如下：

數字變化： g d a c i h e d f c b h g

位置變化：n1 n4 n2 n5 n3 n6 n7 n4 n8 n5 n9 n6 n1

我們發現 h 的變化如下：

數字變化： h g d a c i h e d f c b h

位置變化：n1 n4 n2 n5 n3 n6 n7 n4 n8 n5 n9 n6 n1

我們發現 i 的變化如下：

數字變化： i h e d f c b h g d a c i

位置變化：n1 n4 n2 n5 n3 n6 n7 n4 n8 n5 n9 n6 n1

**我們發現在宮格內所有位置都是循環數列，變化規則皆一樣**

### (三)、狄翁數獨結論

知道這些代數後，我們便要列出公式如下：

在上述規則中

1.前數 > 後數：

兩者差 > 5，則 (後數+9) - 前數

兩者差 < 5 則 前數 - 後數

2.前數 < 後數：

兩者差 > 5，則 (前數+9) - 後數

兩者差 < 5，則後數 - 前數

3.接下來我們把代數套入公式，算出循環數列中相鄰兩代數的差，最後再把值整理成公式。

4.計算時只要把公式帶入即可。

5.填入數字時，要按規律填入：

2x2 狄翁數獨要按  $n_1$   $n_3$   $n_2$   $n_4$  的規則填入

3x3 狄翁數獨要按  $n_1$   $n_4$   $n_2$   $n_5$   $n_3$   $n_6$   $n_7$   $n_4$   $n_8$   $n_5$   $n_9$   
 $n_6$  的規則填入

6.這項公是只試用於單一個柱體，不同柱體有不同公式，但寫公式的規則與條件是一樣的，唯一變動的只是代數。

### 柒、結論與心得

由於去年掀起了數獨的風之後，我們對數的規律與變化就深深著迷，並且努力想推出它和日常生回有何關聯或重要性。在去年科展時，只是一年級的我們，即使研究出平面數獨並有滿腹的心得與成就感想急於發表，卻礙於經驗不足而未能在書面報告好好表現，但我的科學研究精神並沒有因為失敗的辭不達意而銳減，反而對於數獨的變化有更濃厚的興趣之外，也對於數獨的變形投入更深的研究，對於空間的幻想連結更是躍躍欲試，因此與數學老師交談後才知道自己的幻想並非天方夜譚，在國外已經有數獨迷從事三維空間的數獨研究，反觀國內尚未有人發表過，所以我們才以那位外國數獨迷－狄翁－命名，稱為狄翁數獨。

一開始我研究立體數獨時只考慮到表面積，然後試著想對無法解決的  $n \times n$  數獨做變形，但後來發現：隨著定義的不同很容易得到問題的解決並導出公式，但不符合通識原則，也就是說一直變化遊戲規則的數獨，不容易寫成共用的原理原則，也失去科學的精神~以最簡單的原理原則公式化來符合大眾題目，所以我放棄了變形的探討，並且由一元二次方程式的解應證了表面數獨只存在於  $4 \times 4$  的立方體，深覺得立體數獨如果就此停住，很快會失去人們對立體數獨的興趣，因此轉而研究需要透視力的狄翁數獨。

研究狄翁數獨的過程中，最辛苦的莫過於對外國網站的爬文，也因此深深體會到英文的重要性，也體驗到想要進一步學習，並非有科學的精神與毅力就好，對於外語能力的充實也很重要，如此才能拓展我們學習力的深度與廣度。

再來，研究三維空間的狄翁數獨，每次思考一個數字要從三個面向去思考之外，還要搭配九宮格去做思考與牽制，著實增加不少困難度，所以我們從  $2 \times 2$  練習，再進階思考  $3 \times 3$ ，如此一來，也培養了我面對於很雜亂龐大的困難工作時，要先懂得以簡馭繁的道理，懂

了通用的原理原則後，再複雜的數學就沒有什麼可怕的了，生活中的困難也是如此，我們有想不開的心結時，不應該逼自己照單全收，而應該冷靜下來抽絲剝繭，想清來龍去脈，分清楚利害關係，自然就能從容地解決問題。

最後，記取去年「辭不達意」的教訓，在去年科展失敗後我檢討了一下，知道「溝通」的能力也很重要，因為即使一位科學家研究出再多再好的科技、或發現了偉大的發明，若無法好好用文字表達清楚，好好地記載在文獻中，那麼再偉大的發明若沒能好好留下甚至傳承下去，也是枉然，所以從去年科展失敗後我強迫自己每天念一篇短文，來增加自己的閱讀能力，也在老師的指導下練習作文，來增加語文的表達與溝通的能力。

我很感謝有科展的機會，讓我在兩次科展中都能有所收穫與檢討，更了解到想從事科技研究的人員，語文表達、外語能力及科學研究的精神與毅力都很重要，想到以前是個偏食學科的自己，只沾沾自喜於理科的成就，而逃避文科的陶冶，更以「多元教育」來安慰自己：只要在自己擅長的領域馳騁就夠了…，現在想起來才知道不夠成熟，也還好自己有這機會逼自己面對自己所不足，才能檢討改進，比別人多了一個大大成長的好機會及磨鍊。

最後，我要感謝一年級時的 X 淑 X 老師，在她的啓蒙之下打開了我對數獨的認識及興趣，再來是二年級的秋 X 導師及櫻 X 導師，謝謝妳們包容我對科展的執著，讓我常常可以在空白課程及學校行事課程請公假致力於科展的研究，也謝謝今年的指導老師 XXX，因為規定文章中不能提及自己與指導老師的姓名，所以只能在此對您說謝謝，謝謝您一年來在數獨的分析、程式撰寫、書面報告及數學表達的指導，也謝謝其他熱心同學及學妹的幫助，有了你們的協助我才能順利完成如期交稿，同時也謝謝教務主任及白組長的提攜及寬容。

最後，我要感謝我的父母，我的父親在程式方面也是我常請益的對象、使我收穫良多，更令我崇拜他的資訊能力，我的母親也是常常關懷我，給我無微不至的照顧及提醒，提醒我的健康及睡覺時間，更常因為擔心我熬夜而自己生氣，今後我會加強時間管理的能力，也要好好照顧身體，用功讀書，來報答父母的恩情。

其他沒提到的在此一併感謝，因為有你，我才能順利地完成報告，更重要的是，我的收穫是無法量化可形容的。

## 捌、參考資料

如何解數獨～格林出版

[http://www.3facesudoku.co.uk/index.php?option=com\\_content&task=view&id=7&Itemid=12](http://www.3facesudoku.co.uk/index.php?option=com_content&task=view&id=7&Itemid=12)

<http://www.sciam.com/>

[http://www.3facesudoku.co.uk/index.php?option=com\\_content&task=view&id=16&Itemid=23](http://www.3facesudoku.co.uk/index.php?option=com_content&task=view&id=16&Itemid=23)

[http://www.just60.com/xq/ASP/ID.378/x.sudoku/qx/item\\_list.htm](http://www.just60.com/xq/ASP/ID.378/x.sudoku/qx/item_list.htm)

<http://www.shes.hcc.edu.tw/~oddest/su302.htm>

【評語】 030408 三維空間的數獨~魔術方塊數獨

從三維的角度發展魔術方塊數獨，並探討平面數獨與立體數獨的差異性與關連性。研究主題新鮮有趣，書面資料的整理亦具系統性，惟因作者缺席，導致無法有口語上的補充說明，至為可惜。