

中華民國第四十七屆中小學科學展覽會
作品說明書

國中組 理化科

031615

像由鏡生

學校名稱：彰化縣立員林國民中學

作者： 國二 江品慶 國二 胡鎮岳 國二 彭郁文 國二 尹允剛	指導老師： 賴文振
---	--------------

關鍵詞：面鏡成像 透鏡成像 折射現象

像由鏡生

摘要

在做透鏡成像的實驗中，意外發現除了課本所提到的成像外，還有其它的成像。爲了進一步探討這些多出的成像的成因，而做了這次科展的實驗。推測這些多出的成像是來自於透鏡表面的反射，因爲光線從一個介質進入另一個介質會在介質的交界面，發生折射和反射兩種現象，所以可以將透鏡的表面視爲面鏡，由於面鏡的成像而多出其它的成像。

爲了確切地了解這些像的成因，藉用光學的高斯公式，以物距和像距的關係判定成像的原因。實驗結果證明之前的推測是正確的。除了課本提到的成像是由於透鏡的折射造成，透鏡的表面可視爲面鏡，由面鏡反射成像，例如凸透鏡靠近蠟燭的曲面可視爲凸面鏡。此外，還有光線先經透鏡折射再經面鏡反射最後再經透鏡折射而成像，例如光線經凸透鏡靠近蠟燭的曲面折射，再經過可視爲凹面鏡的另一曲面反射，最後再經靠近蠟燭的曲面折射而成像。同樣的情況，也適用在凹透鏡成像。

壹、研究動機

在做康軒版自然與生活科技第三冊第三章『透鏡的成像觀察』實驗時，有同學發現蠟燭在凸透鏡二倍焦距外，除了課本提到會成倒立縮小實像在鏡後的光屏上，還可以在鏡前用眼睛看到二個像，一個是鏡前倒立縮小的像，另一個是鏡後正立縮小的像。這二個像是什麼原因造成的呢？類似的情況，在凹透鏡成像中，除了課本提到會在鏡前成一個正立縮小虛像外，亦可以看到跟凸透鏡成像中多出來的二個像。將這個意外的發現告訴老師，老師也覺得很訝異，認爲可以更一進步探討，這些多出來的像的原因。爲了實際研究這個問題，而有了這次的科展實驗。

貳、研究目的

探討凹凸透鏡成像實驗中，除了課本提到的成像外，還產生其它的像，這是什麼原因造成的。

參、研究設備及器材

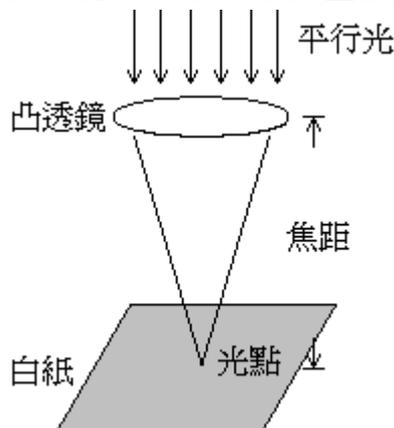
一、雙凸透鏡	一支	六、鐵架	一座
二、雙凹透鏡	一支	七、細鐵絲	數條
三、光屏(白紙板)	數張	八、直尺	一支
四、蠟燭	數支	九、游標尺	一支
五、滑軌	一組	十、捲尺	一個

肆、研究過程或方法

一、測量凸透鏡與凹透鏡的焦距

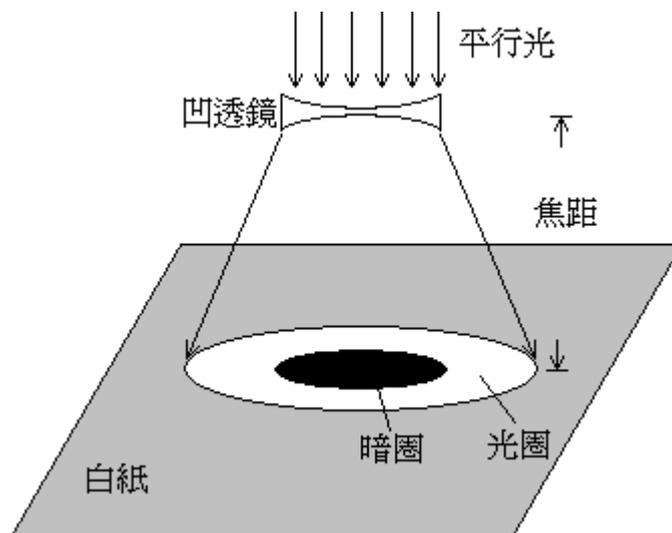
(一) 凸透鏡的焦距測量

1. 將太陽光視為平行光，凸透鏡鏡面與平行光垂直，移動凸透鏡與白紙的距離，使太陽光聚焦在白紙上成一小光點。
2. 使用直尺測量凸透鏡中心點到小光點的垂直距離，此距離為凸透鏡的焦距。如下圖所示。
3. 將凸透鏡鏡面反轉，以另一鏡面朝向太陽光，重覆步驟 1 和 2 而測量其焦距。



(二) 凹透鏡的焦距測量

1. 使用直尺測量凹透鏡的直徑，在白紙上畫二個同心圓，一個圓的直徑等於凹透鏡的直徑，另一個圓的直徑為凹透鏡直徑的兩倍。
2. 將太陽光視為平行光，凹透鏡鏡面與平行光垂直，太陽光經凹透鏡會形成一個暗圈，在暗圈外面會有一個光環，移動凹透鏡與白紙的距離，使暗圈對準白紙上的小圓，光環的外緣對準白紙上大圓的外緣。
3. 使用直尺測量凹透鏡中心點到白紙的垂直距離，此距離為凹透鏡的焦距。如下圖所示。
4. 將凹透鏡鏡面反轉，以另一鏡面朝向太陽光，重覆步驟 2 和 3 而測量其焦距。



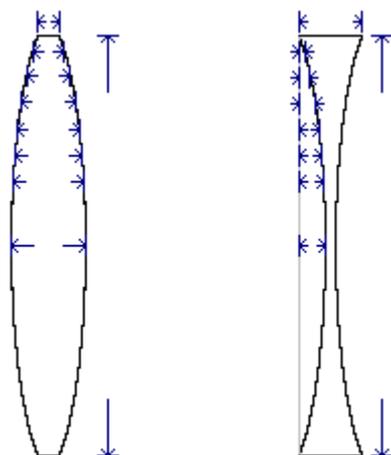
二、 測量凸透鏡與凹透鏡的曲率半徑

(一) 凸透鏡的曲率半徑測量

1. 使用直尺及游標尺測量凸透鏡的直徑、透鏡外緣的厚度、距外緣分別為 0.5、1.0、1.5、2.0、2.5 和 3.0 公分時的厚度及透鏡中心的厚度。如下圖所示。

(二) 凹透鏡的曲率半徑測量

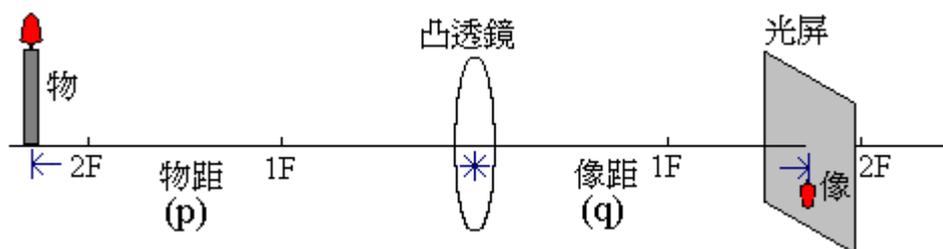
1. 使用直尺及游標尺測量凹透鏡的直徑、透鏡外緣的厚度、及距外緣分別為 0.5、1.0、1.5、2.0、2.5 和 3.0 公分時的深度及透鏡中心的深度。如下圖所示。



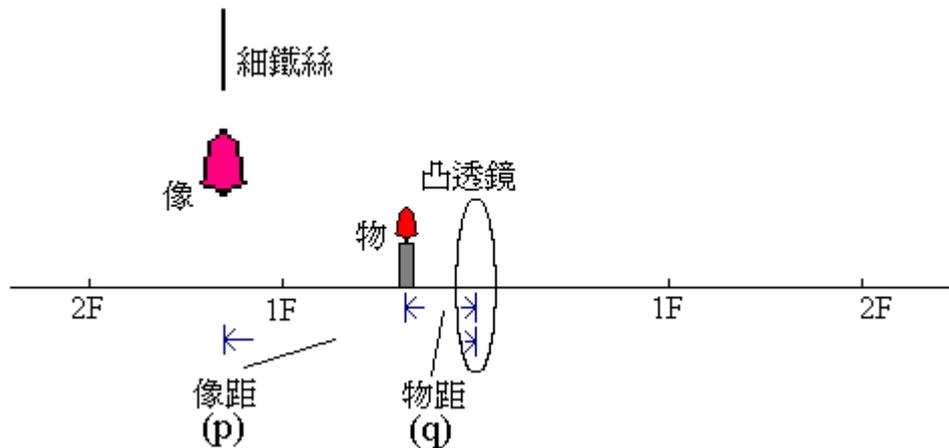
三、 測量凸透鏡成像物距與像距的關係

(一) 凸透鏡的透鏡本身成像之物距與像距測量

1. 以點燃的蠟燭為物，蠟燭到凸透鏡中心點的距離為物距，經凸透鏡成像，所成的像到凸透鏡中心點的距離為像距。
2. 分別測量物距為 70 公分、65 公分，每次減少 5 公分到 5 公分，所成像的性質及像距。
3. 若所成的像為實像，則使用光屏映像法，測量像是正立或倒立、放大或縮小和像距。如下圖所示。

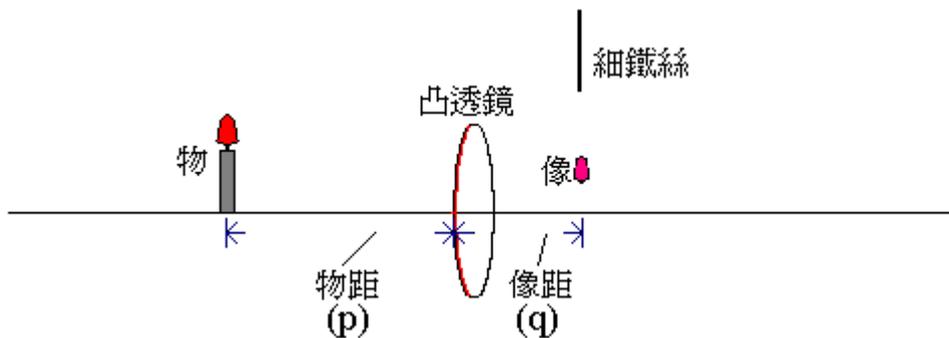


4. 若所成的像為虛像，則使用視差法，測量像是正立或倒立、放大或縮小和像距。如下圖所示。



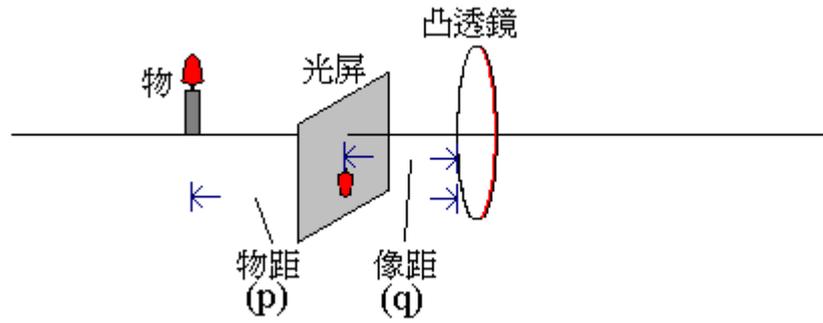
(二) 凸透鏡的凸面鏡成像之物距與像距測量

1. 以點燃的蠟燭為物，蠟燭到凸透鏡的凸面鏡中央處的距離為物距，經凸面鏡成像，所成的像到凸面鏡中央處的距離為像距。
2. 分別測量物距為 70 公分、65 公分，每次減少 5 公分到 5 公分，所成像的性質及像距。
3. 所成的像為虛像，使用視差法，測量像是正立或倒立、放大或縮小和像距。如下圖所示。

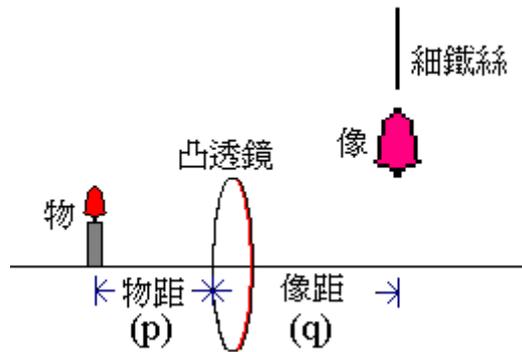


(三) 凸透鏡的凹面鏡成像之物距與像距測量

1. 以點燃的蠟燭為物，蠟燭到凸面鏡中央處的距離為物距，經凹面鏡成像，所成的像到凸面鏡中央處的距離為像距。
2. 分別測量物距為 70 公分、65 公分，每次減少 5 公分到 5 公分，所成像的性質及像距。
3. 若所成的像為實像，則使用光屏映像法，測量像是正立或倒立、放大或縮小和像距。如下圖所示。



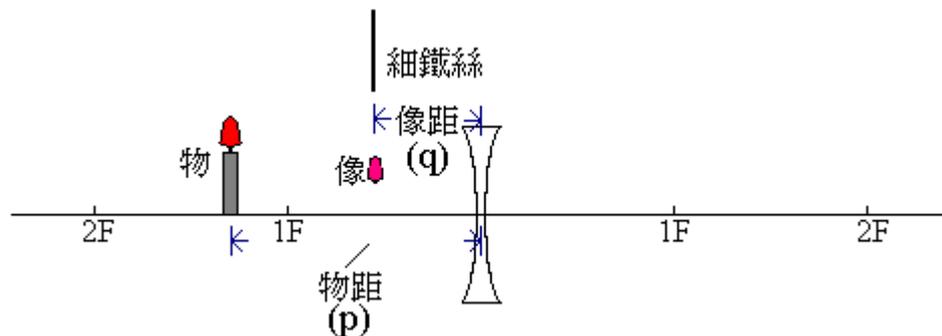
4. 若所成的像為虛像，則使用視差法，測量像是正立或倒立、放大或縮小和像距。如下圖所示。



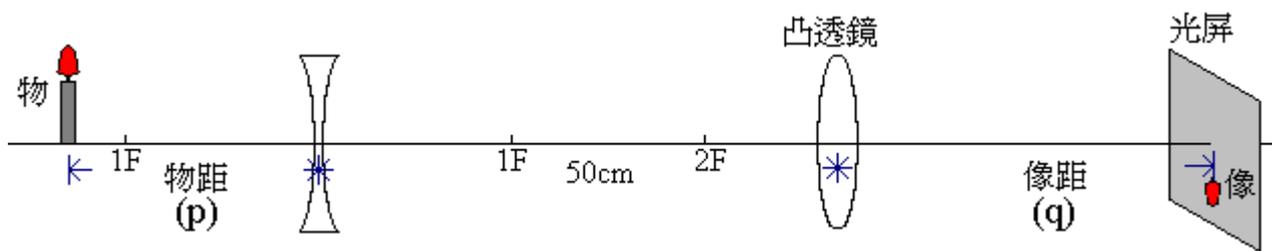
四、測量凹透鏡成像物距與像距的關係

(一) 凹透鏡的透鏡本身成像之物距與像距測量

1. 以點燃的蠟燭為物，蠟燭到凹透鏡中心點的距離為物距，經凹透鏡成像，所成的像到凹透鏡中心點的距離為像距。
2. 分別測量物距為 70 公分、65 公分，每次減少 5 公分到 5 公分，所成像的性質及像距。
3. 所成的像為虛像，使用視差法，測量像是正立或倒立、放大或縮小和像距。如下圖所示。

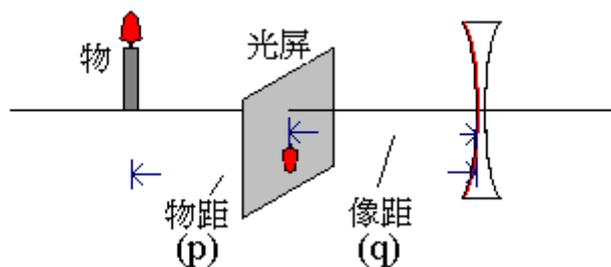


4. 在凹透鏡的鏡後 50 公分處放凸透鏡，物由凹透鏡所成的虛像，可以視為凸透鏡的虛物，利用凸透鏡的會聚功能，成實像在光屏上。使用光屏映像法，測量凸透鏡成像的像距。如下圖所示。

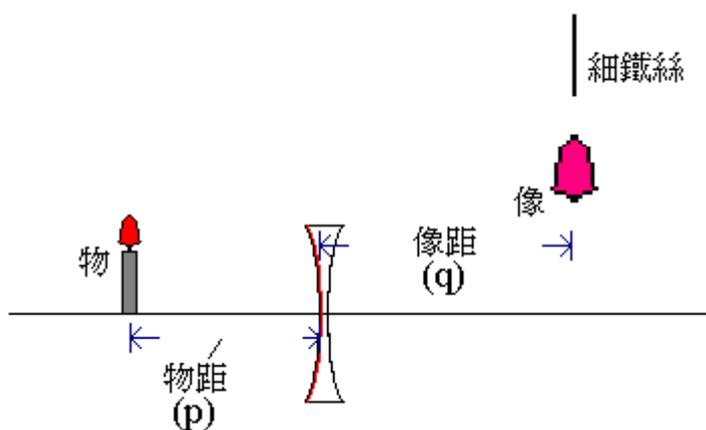


(二) 凹透鏡的凹面鏡成像之物距與像距測量

1. 以點燃的蠟燭為物，蠟燭到凹面鏡中央處的距離為物距，經凹面鏡成像，所成的像到凹面鏡中央處的距離為像距。
2. 分別測量物距為 70 公分、65 公分，每次減少 5 公分到 5 公分，所成像的性質及像距。
3. 若所成的像為實像，則使用光屏映像法，測量像是正立或倒立、放大或縮小和像距。如下圖所示。



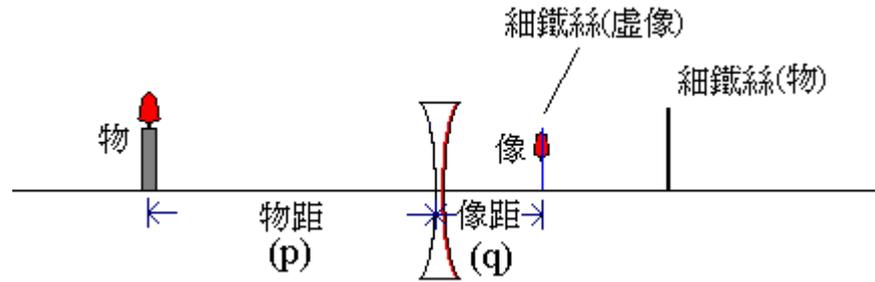
4. 若所成的像為虛像，則使用視差法，測量像是正立或倒立、放大或縮小和像距。如下圖所示。



(三) 凹透鏡的凸面鏡成像之物距與像距測量

1. 以點燃的蠟燭為物，蠟燭到凸面鏡中央處的距離為物距，經凸面鏡成像，所成的像到凸面鏡中央處的距離為像距。
2. 分別測量物距為 70 公分、65 公分，每次減少 5 公分到 5 公分，所成像的性質及像距。
3. 若所成的的虛像不容易使用視差法求出像距，則使用細鐵絲所成的虛像與原

先的虛像在同一位置，由細鐵絲的物距計算出其像距。如下圖所示。



伍、 研究結果

一、 測量凸透鏡與凹透鏡的焦距

(一) 凸透鏡的焦距測量

1. 無論如何移動鏡面與白紙的距離，太陽光所聚焦的光圈無法理想地形成很小的光點，最小的光圈有 0.45 公分，以最小光圈時的距離為焦距。
2. 二個鏡面分別測量的焦距為 28.45 和 28.55 公分，二個測量結果很接近，故可認定透鏡為雙凸透鏡，以平均值為焦距：28.50 公分。

(二) 凹透鏡的焦距測量

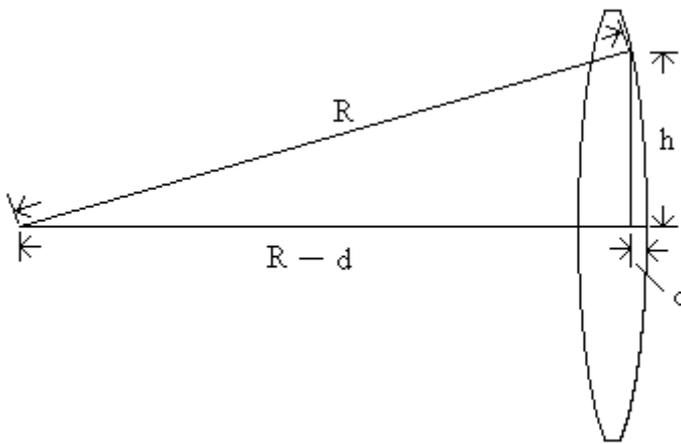
1. 二個鏡面分別測量的焦距為 21.00 和 21.02 公分，二個測量結果很接近，故可認定透鏡為雙凹透鏡，以平均值為焦距：21.01 公分。

二、 測量凸透鏡與凹透鏡的曲率半徑

(一) 凸透鏡的曲率半徑測量

1. 測量的數據如下表所示，利用畢氏定律計算曲率半徑，如下圖所示。
2. 由曲率半徑計算結果，發現各數據所計算而得的曲率半徑大致相等，可推論凸透鏡的鏡面為球面的一部分，曲率半徑為其平均值。

凸透鏡直徑： <u>8.970</u> 公分；中心厚度 <u>0.990</u> 公分							
距透鏡外緣距離(cm)	外緣處	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
厚度(cm)	0.320	0.440	0.565	0.690	0.780	0.845	0.910
曲率半徑(cm)	30.19	29.01	28.68	29.78	29.46	27.21	27.59
平均曲率半徑(cm)	28.84						



以距透鏡外緣距離 1.0 公分的數據為例：
 設曲率半徑為 R ，其中
 $h = 8.970/2 - 1 = 3.485$ ，
 $d = (0.990 - 0.565)/2 = 0.2125$ ，
 由畢氏定理求解：

$$R^2 = (R - d)^2 + h^2$$

$$R = \frac{d^2 + h^2}{2d}$$

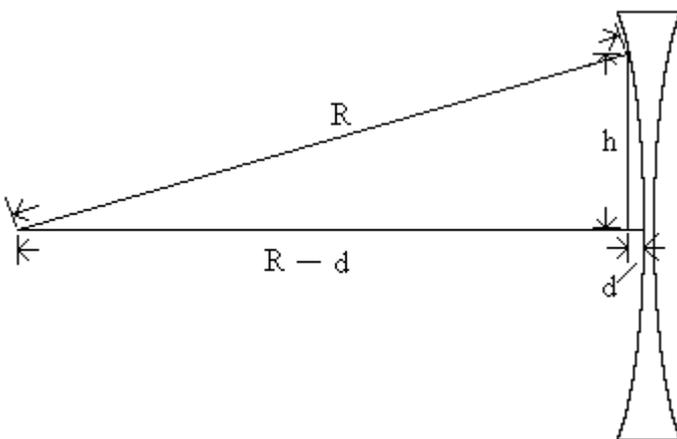
$$= \frac{(0.2125)^2 + (3.485)^2}{2 \times 0.2125}$$

$$= 28.68$$

(二) 凹透鏡的曲率半徑測量

1. 測量的數據如下表所示，利用畢氏定律計算曲率半徑，如下圖所示。
2. 由曲率半徑計算結果，發現各數據所計算而得的曲率半徑大致相等，可推論凹透鏡的鏡面為球面的一部分，曲率半徑為其平均值。

凹透鏡直徑： <u>8.780</u> 公分；中心深度： <u>0.400</u> 公分；外緣厚度： <u>0.955</u> 公分							
距透鏡外緣距離(cm)	外緣處	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
深度(cm)	0	0.075	0.145	0.220	0.275	0.325	0.360
曲率半徑(cm)	24.29	23.44	22.66	23.29	22.91	23.85	24.71
平均曲率半徑(cm)	23.52						



以距透鏡外緣距離 1.0 公分的數據為例：
 設曲率半徑為 R ，其中
 $h = 8.780/2 - 1 = 3.39$ ，
 $d = 0.440 - 0.145 = 0.255$ ，
 由畢氏定理求解：

$$R^2 = (R - d)^2 + h^2$$

$$R = \frac{d^2 + h^2}{2d}$$

$$= \frac{(0.255)^2 + (3.39)^2}{2 \times 0.255}$$

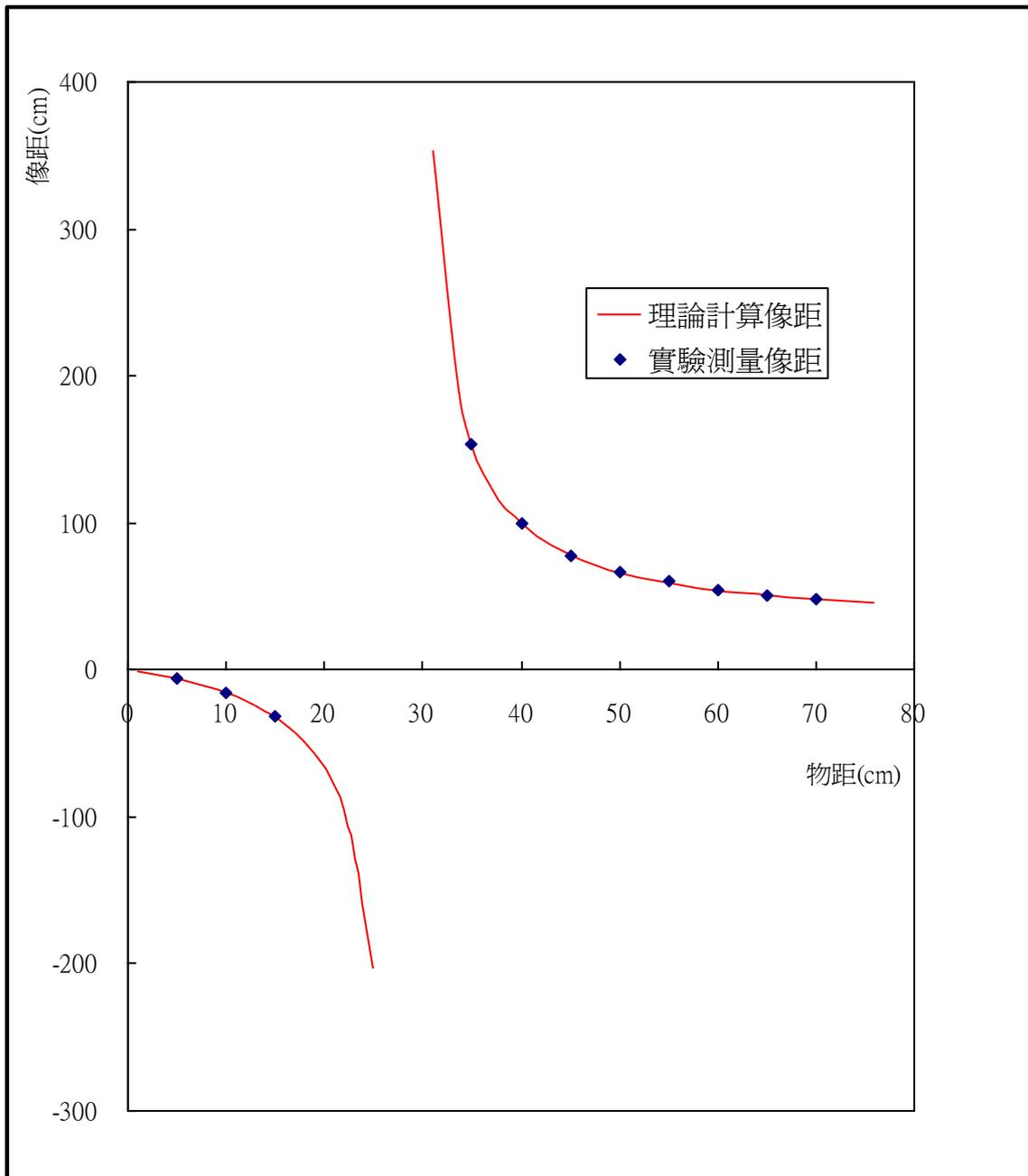
$$= 22.66$$

三、 測量凸透鏡成像物距與像距的關係

(一) 凸透鏡的透鏡本身成像之物距與像距測量

1. 測量的數據如下表和下圖所示。
2. 像距的值為正數，表示像在凸透鏡鏡後處成實像，若值為負數，表示像在凸透鏡鏡前處成實像。
3. 理論計算像距是以高斯公式計算，焦距由『伍、研究結果 一、測量凸透鏡與凹透鏡的焦距』所測量的結果 28.50 公分代入所計算出的像距。
4. 像距誤差 = $\frac{\text{實驗測量像距} - \text{理論計算像距}}{\text{理論計算像距}} \times 100\%$ 。
5. 在物距為 30、25 和 20 公分時，不易找到所成的像，所以沒有紀錄。

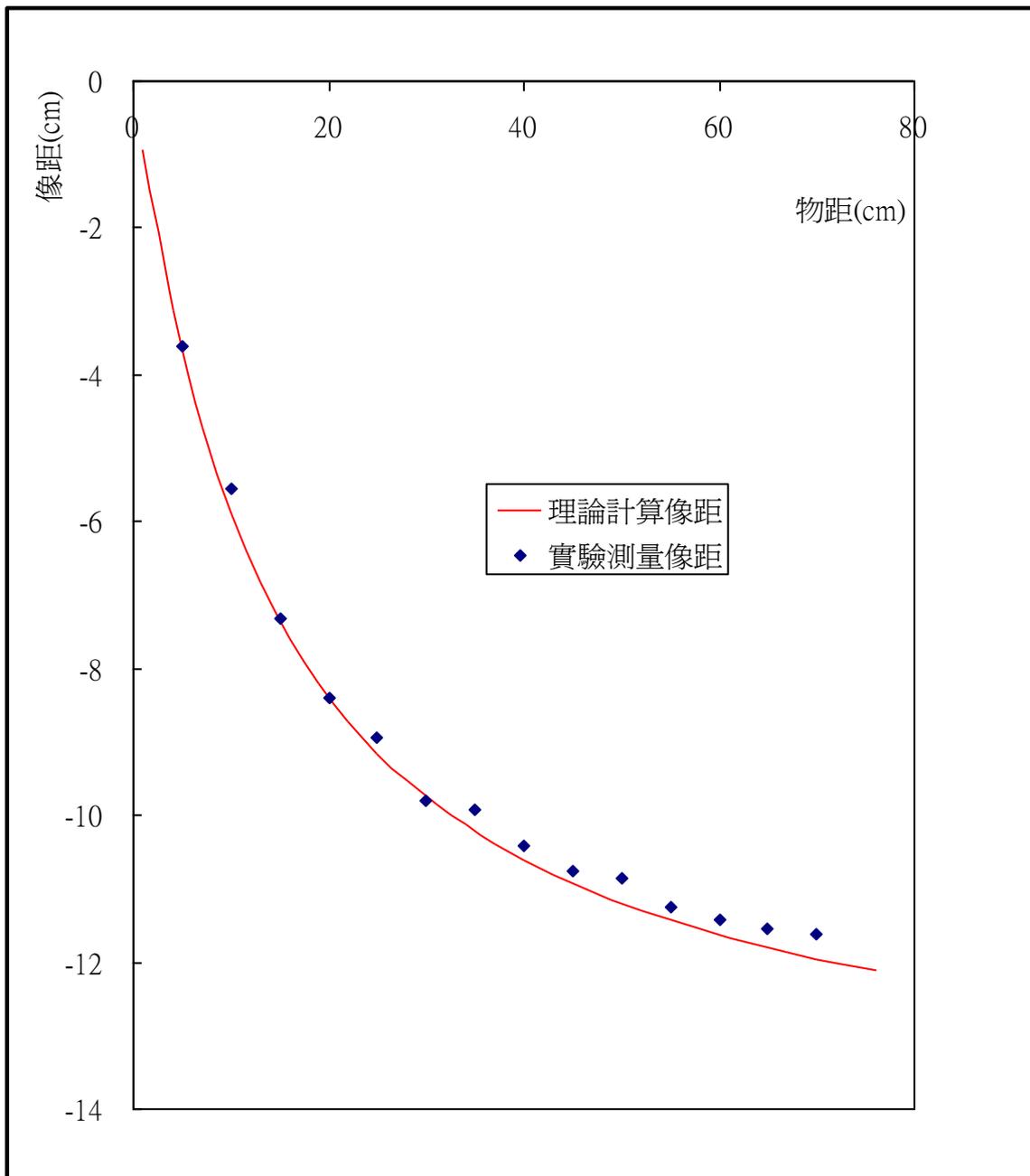
物距 p(cm)	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
理論計算像距 q(cm)	48.07	50.75	54.29	59.15	66.28	77.73	99.13	153.46	570.00	-203.57	-67.06	-31.67	-15.41	-6.06
實驗測量像距 q(cm)	48.10	50.95	54.84	59.84	66.02	77.12	100.11	154.03				-31.81	-15.94	-6.25
正立或倒立	倒立	倒立				正立	正立	正立						
放大或縮小	縮小	縮小	縮小	放大	放大	放大	放大	放大				放大	放大	放大
實像或虛像	實像	實像				虛像	虛像	虛像						
像距誤差(%)	0.06	0.39	1.01	1.17	-0.39	-0.78	0.99	0.37				0.44	3.44	3.14



(二) 凸透鏡的凸面鏡成像之物距與像距測量

1. 測量的數據如下表和下圖所示。
2. 像距的值為負數，表示像在凸面鏡鏡後處成像。
3. 理論計算像距是以高斯公式計算，由『伍、研究結果 二、測量凸透鏡與凹透鏡的曲率半徑』所測量的曲率半徑 28.84 公分，除以 2 再加上負號為凸面鏡的虛焦距，代入公式計算出的像距。
4. 像距誤差 = $\frac{\text{實驗測量像距} - \text{理論計算像距}}{\text{理論計算像距}} \times 100\%$ 。

物距 p(cm)	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
理論計算像距 q(cm)	-11.96	-11.80	-11.63	-11.42	-11.19	-10.92	-10.60	-10.21	-9.74	-9.15	-8.38	-7.35	-5.90	-3.71
實驗測量像距 q(cm)	-11.62	-11.55	-11.43	-11.26	-10.85	-10.77	-10.42	-9.93	-9.80	-8.94	-8.40	-7.32	-5.54	-3.61
正立或倒立	正立	正立	正立	正立	正立	正立	正立							
放大或縮小	縮小	縮小	縮小	縮小	縮小	縮小	縮小							
實像或虛像	虛像	虛像	虛像	虛像	虛像	虛像	虛像							
像距誤差(%)	-2.84	-2.12	-1.72	-1.40	-3.04	-1.37	-1.70	-2.74	0.62	-2.30	0.24	-0.41	-6.10	-2.70



(三) 凸透鏡的凹面鏡成像之物距與像距測量

1. 測量的數據如下表和下圖所示。
2. 像距的值為正數，表示像在凸透鏡鏡前處成像，若值為負數，表示像在凸透鏡鏡後處成像。
3. 理論計算像距是由『捌、參考資料及其它 二、附錄 凸透鏡的凹面鏡成像理論公式』做理論計算，其中曲面的曲率半徑 28.84 公分，透鏡中心的厚度 Δ 為 0.990 公分，折射率 n 以「造鏡者公式」如下計算，推算為 1.51，代入聯立方程式，計算像距。

$$(n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r}\right) = \frac{1}{f}$$

$$n = \frac{1}{f} \times \frac{r}{2} + 1$$

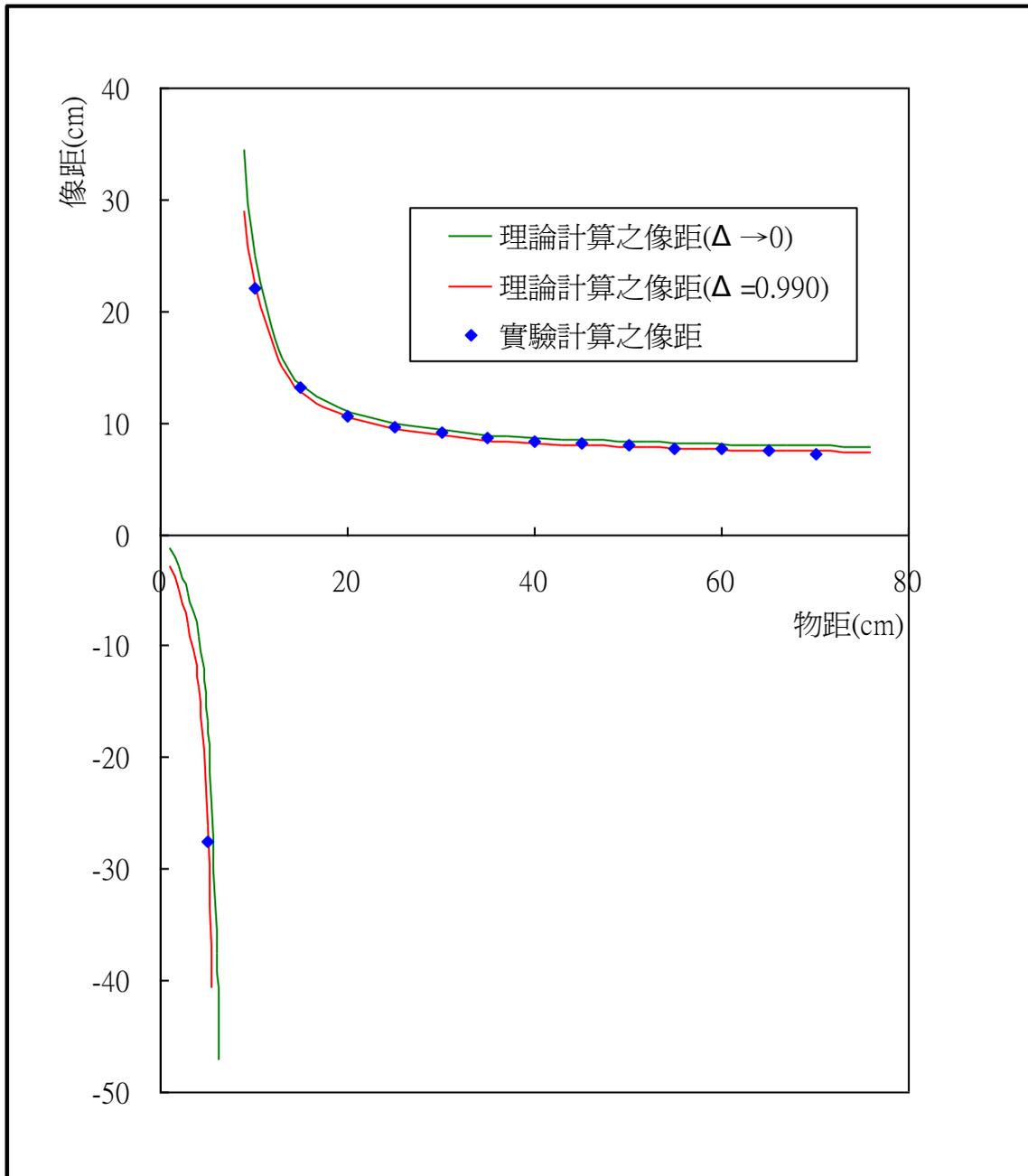
$$n = \frac{1}{28.50} \times \frac{28.84}{2} + 1$$

$$n = 1.51$$

4. 在上個步驟中，將鏡面中心的厚度 Δ 視為 0 公分，以 $\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_3} = \frac{4n-2}{r}$ 公式做近似計算，計算於數據表格。

5. 像距誤差 = $\frac{\text{實驗測量像距} - \text{理論計算像距} (\Delta = 0.990)}{\text{理論計算像距} (\Delta = 0.990)} \times 100\%$ 。

物距 p(cm)	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
理論計算像距 q(cm) $\Delta \rightarrow 0$	7.95	8.02	8.10	8.20	8.33	8.48	8.69	8.97	9.37	9.99	11.10	13.62	24.95	-16.69
理論計算像距 q(cm) $\Delta = 0.990$	7.46	7.53	7.62	7.72	7.85	8.01	8.21	8.49	8.89	9.51	10.59	12.96	22.34	-26.10
實驗測量像距 q(cm)	7.26	7.47	7.61	7.74	8.00	8.15	8.35	8.65	9.07	9.59	10.62	13.10	21.99	-27.53
正立或倒立	倒立	倒立	倒立	倒立	倒立	倒立	倒立	倒立	倒立	倒立	倒立	倒立	倒立	正立
放大或縮小	縮小	縮小	縮小	縮小	縮小	縮小	縮小	縮小	縮小	縮小	縮小	縮小	放大	放大
實像或虛像	實像	實像	實像	實像	實像	實像	實像	實像	實像	實像	實像	實像	實像	虛像
像距誤差(%)	-2.68	-0.80	-0.13	0.26	1.91	1.75	1.71	1.88	2.02	0.84	0.28	1.08	-1.57	5.48



四、測量凹透鏡成像物距與像距的關係

(一) 凹透鏡的透鏡本身成像之物距與像距測量

1. 由視差法測量的數據如下表和下圖所示。
2. 由視差法測量像距的值為負數，表示像在凹透鏡鏡前處成像。
3. 由虛物成像法測量的數據如下表和下圖所示。
4. 由虛物成像法測量像距的值為正數，表示像在凸透鏡鏡後處成像。
5. 在虛物成像法中，由實驗測量凸透鏡的像距，以高斯公式計算反推物距，其中焦距，由『伍、研究結果一、測量凸透鏡與凹透鏡的焦距』所測量的結果 28.50 公分代入。再將計算出的物距減去 50 公分，即是由凹透鏡所成的像距，因為像在凹透鏡的鏡前，所以加上負號。
6. 兩種方式的理論計算像距是以高斯公式計算，焦距由『伍、研究結果一、

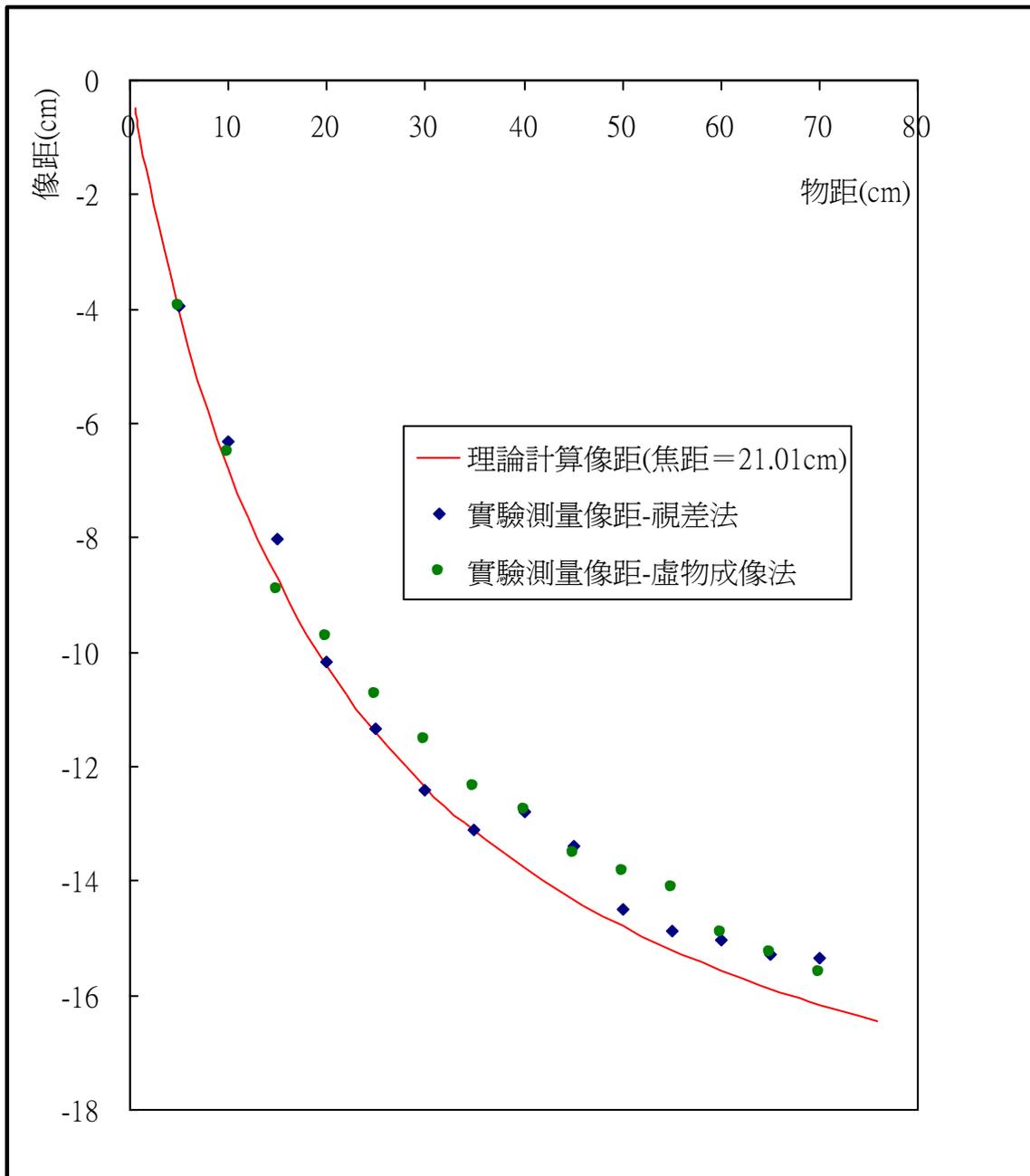
測量凸透鏡與凹透鏡的焦距』所測量的結果 21.01 公分再加上負號表示虛焦距，代入公式計算像距。

7. 兩種方法計算誤差公式，均為

$$\text{像距誤差} = \frac{\text{實驗測量像距} - \text{理論計算像距}}{\text{理論計算像距}} \times 100\%。$$

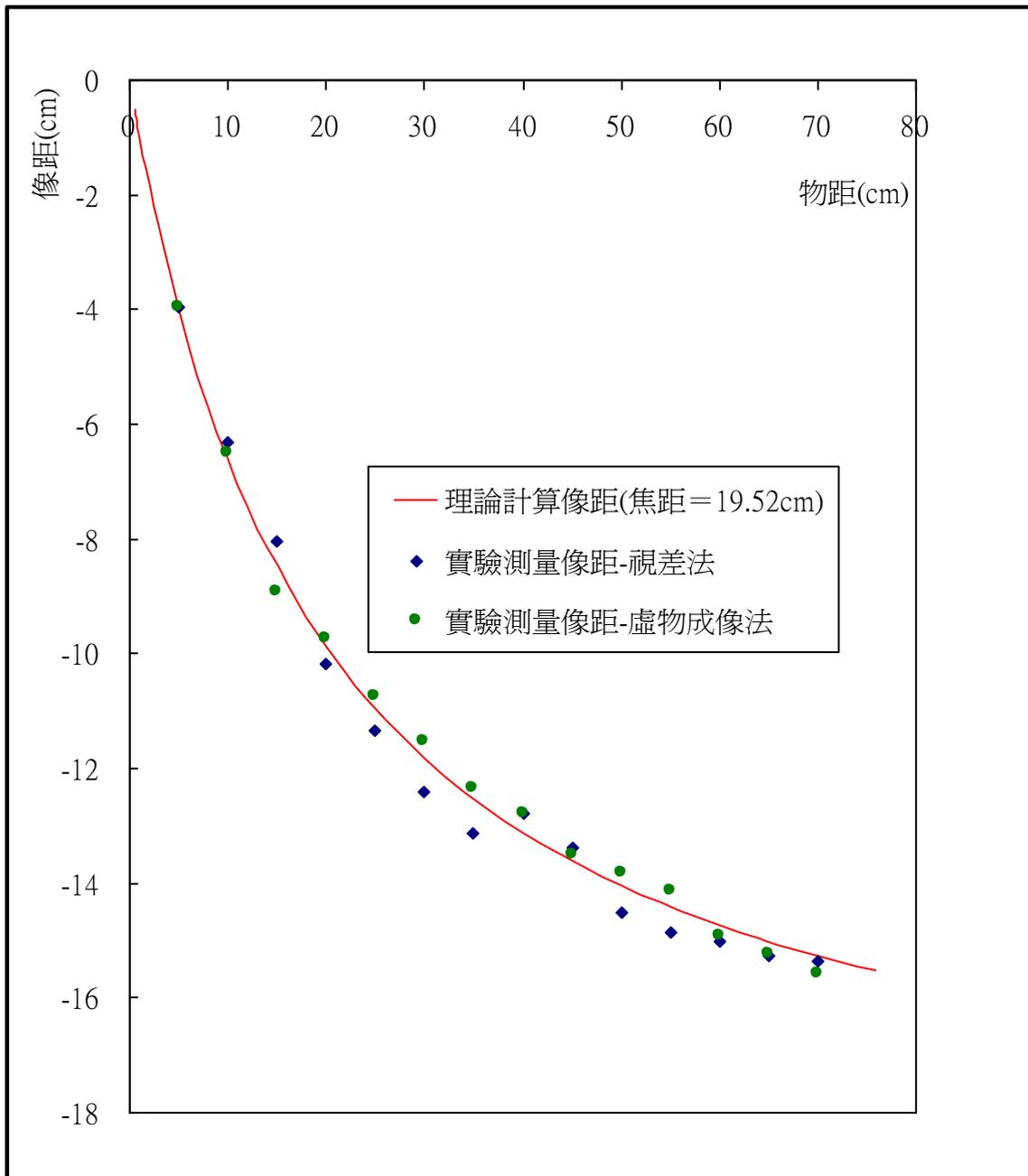
物距 p(cm)	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
理論計算像距 q(cm)	-16.16	-15.88	-15.56	-15.20	-14.79	-14.32	-13.77	-13.13	-12.36	-11.42	-10.25	-8.75	-6.78	-4.04
實驗測量像距 q(cm) <視差法>	-15.36	-15.28	-15.02	-14.86	-14.50	-13.39	-12.80	-13.12	-12.41	-11.34	-10.18	-8.03	-6.32	-3.95
正立或倒立	正立	正立	正立	正立										
放大或縮小	縮小	縮小	縮小	縮小										
實像或虛像	虛像	虛像	虛像	虛像										
像距誤差(%)	-4.95	-3.78	-3.47	-2.24	-1.96	-6.49	-7.04	-0.08	0.40	-0.70	-0.68	-8.23	-6.78	-2.23

物距 p(cm)	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
理論計算像距 q(cm)	-16.16	-15.88	-15.56	-15.20	-14.79	-14.32	-13.77	-13.13	-12.36	-11.42	-10.25	-8.75	-6.78	-4.04
實驗測量凸透鏡像距 (cm)	50.40	50.60	50.80	51.30	51.50	51.70	52.20	52.50	53.10	53.70	54.50	55.20	57.50	60.40
計算凸透鏡的物距 (cm)	65.59	65.25	64.92	64.13	63.82	63.51	62.77	62.34	61.52	60.73	59.74	58.92	56.51	53.96
推算凹透鏡的像距 (cm)<虛物成像法>	-15.59	-15.25	-14.92	-14.13	-13.82	-13.51	-12.77	-12.34	-11.52	-10.73	-9.74	-8.92	-6.51	-3.96
像距誤差(%)	-3.53	-3.97	-4.11	-7.04	-6.56	-5.66	-7.26	-6.02	-6.8	-6.04	-4.98	1.94	-3.98	-1.98



8. 由『伍、 研究結果 一、測量凸透鏡與凹透鏡的焦距』所測得凹透鏡的焦距做理論計算與透鏡成像的實驗結果比較，發現有較大的誤差。現藉由高斯公式，推算凹透鏡的焦距，如下表所示，並求得總平均值為 19.52 公分，與由『伍、研究結果 一、測量凸透鏡與凹透鏡的焦距』所測量的結果 21.01 公分比較，兩者的誤差有-7.09%。
9. 由上個步驟所求得的凹透鏡虛焦距為 19.52 公分，再做一次理論計算物距與像距的關係如下圖。

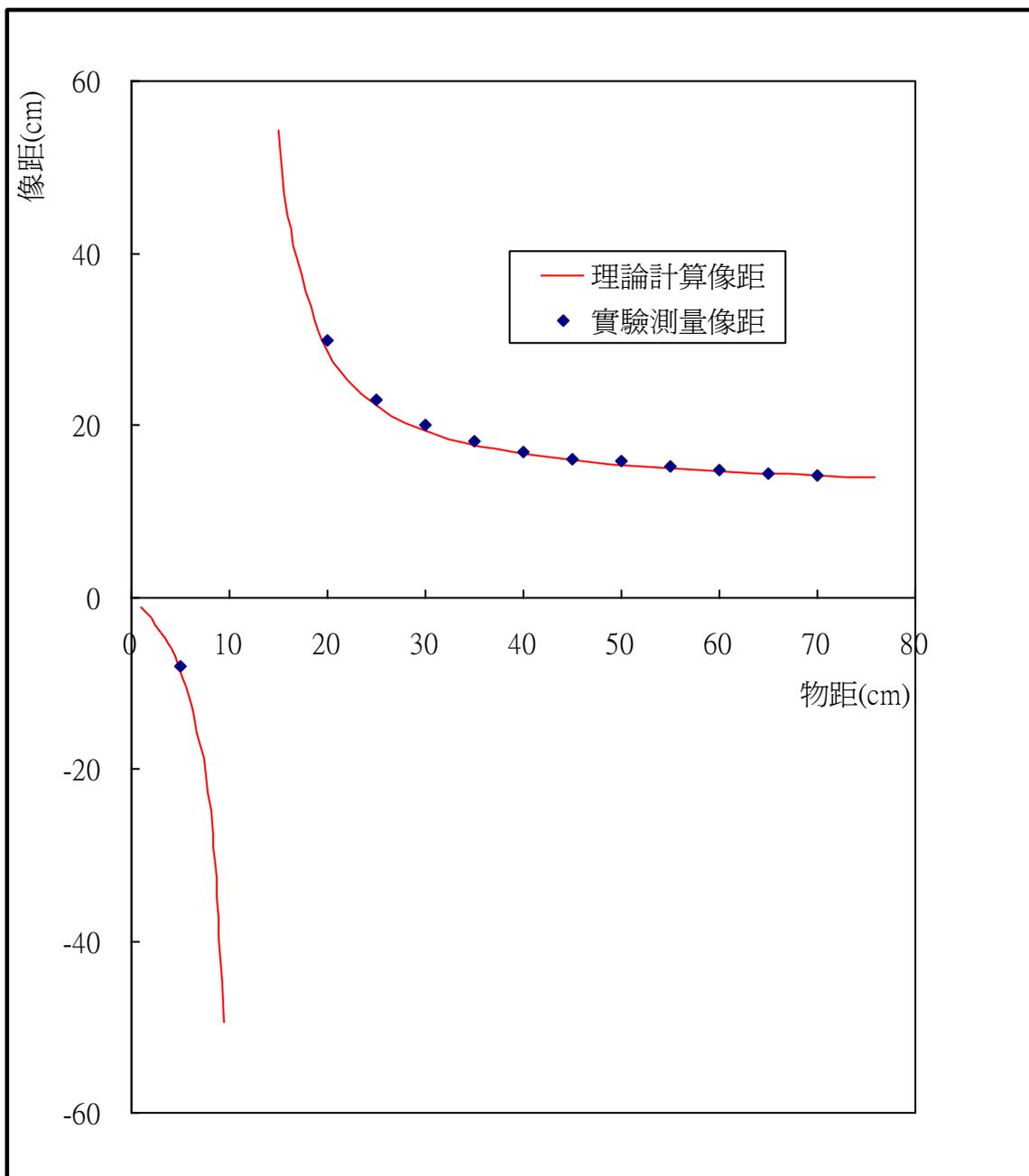
物距 p(cm)	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
實驗測量像距 q(cm) <視差法>	-15.36	-15.28	-15.02	-14.86	-14.50	-13.39	-12.80	-13.12	-12.41	-11.34	-10.18	-8.03	-6.32	-3.95
推算凹透鏡虛焦距 (cm)<視差法>	19.68	19.98	20.04	20.36	20.42	19.06	18.82	20.99	21.17	20.75	20.73	17.28	17.17	18.81
焦距平均值(cm) <視差法>	19.66													
推算凹透鏡的像距 (cm)<虛物成像法>	-15.59	-15.25	-14.92	-14.13	-13.82	-13.51	-12.77	-12.34	-11.52	-10.73	-9.74	-8.92	-6.51	-3.96
推算凹透鏡虛焦距 (cm) <虛物成像法>	20.06	19.92	19.86	19.02	19.10	19.31	18.76	19.06	18.7	18.8	18.99	22.01	18.65	19.04
焦距平均值(cm) <虛物成像法>	19.38													
焦距總平均值(cm)	19.52													



(二) 凹透鏡的凹面鏡成像之物距與像距測量

1. 測量的數據如下表和下圖所示。
2. 像距的值為正數，表示像在凹面鏡鏡前處成像，若值為負數，表示像在凹面鏡鏡後處成像。
3. 在物距為 15 和 10 公分時，不易找到所成的像，所以沒有紀錄。
4. 理論計算像距是以高斯公式計算，由『伍、研究結果 二、測量凸透鏡與凹透鏡的曲率半徑』，所測量凹透鏡的曲率半徑 23.52 公分，除以 2 為凹面鏡的焦距，代入公式計算出的像距。
5. 像距誤差 = $\frac{\text{實驗測量像距} - \text{理論計算像距}}{\text{理論計算像距}} \times 100\%$ 。

物距 p(cm)	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
理論計算像距 q(cm)	14.13	14.36	14.63	14.96	15.38	15.92	16.66	17.71	19.34	22.21	28.54	54.44	-66.82	-8.70
實驗測量像距 q(cm)	14.15	14.40	14.68	15.26	15.73	15.94	16.82	18.16	20.04	22.87	29.90			-8.12
正立或倒立	倒立			正立										
放大或縮小	縮小	放大			放大									
實像或虛像	實像			虛像										
像距誤差(%)	0.14	0.28	0.34	2.01	2.28	0.13	0.96	2.54	3.62	2.97	4.77			-6.67



(三) 凹透鏡的凸面鏡成像之物距與像距測量

1. 測量的數據如下表和下圖所示。

2. 像距的值為負數，表示像在凹透鏡鏡後處成像。
3. 理論計算像距是由『捌、參考資料及其它 二、附錄 凹透鏡的凸面鏡成像理論公式』做理論計算，其中曲面的曲率半徑 23.52 公分，焦距為 19.52cm，鏡面中心的厚度 Δ 為 0.155 公分，折射率 n 以「造鏡者公式」如下計算，推算為 1.60，代入聯立方程式計算像距。

$$(n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r}\right) = \frac{1}{f}$$

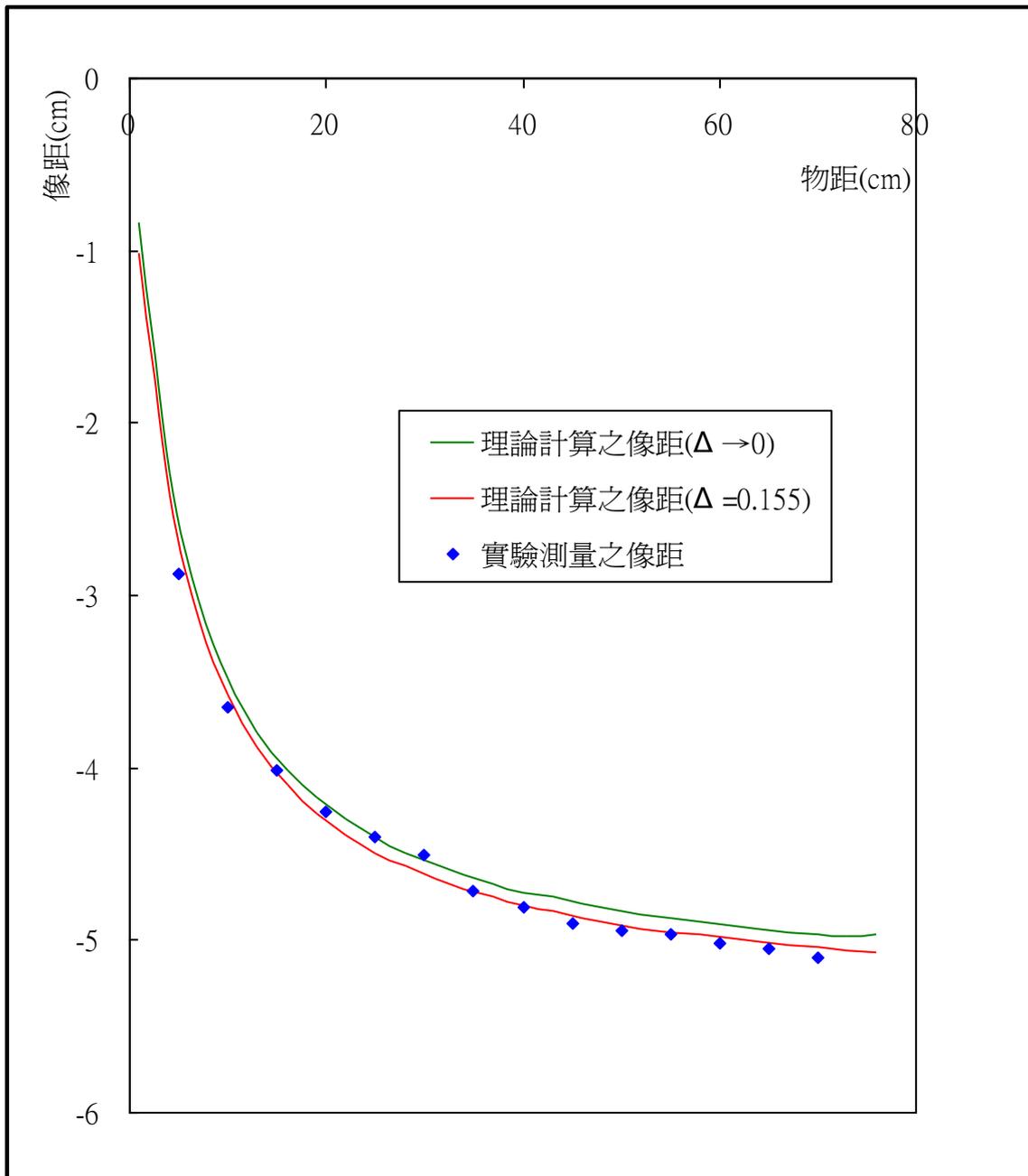
$$n = \frac{1}{f} \times \frac{r}{2} + 1$$

$$n = \frac{1}{-19.52} \times \frac{-23.52}{2} + 1$$

$$n = 1.60$$

4. 在上個步驟中，將鏡面中心的厚度 Δ 視為 0 公分，以 $\frac{1}{p_1} + \frac{1}{-q_3} = \frac{2-4n}{r}$ 公式做近似計算，計算於數據表格。
5. 像距可藉由實驗測量細鐵絲位置推算。利用凹透鏡的焦距為 19.52cm，以光學的高斯公式計算像距，因為所計算而得的像距是由透鏡鏡心算起，而本實驗的像距的原點在曲面的中心處，如『捌、參考資料及其它 二、附錄 凹透鏡的凸面鏡成像理論公式』所示，需要考慮透鏡中心處厚度的修正，將由高斯公式計算而得的像距減 0.155/2，即是所求的像距。
6. 像距誤差 = $\frac{\text{實驗測量像距} - \text{理論計算像距} (\Delta = 0.155)}{\text{理論計算像距} (\Delta = 0.155)} \times 100\%$ 。

物距 p(cm)	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
理論計算像距 q(cm) $\Delta \rightarrow 0$	-4.97	-4.94	-4.91	-4.87	-4.83	-4.78	-4.72	-4.64	-4.54	-4.40	-4.22	-3.94	-3.48	-2.58
理論計算像距 q(cm) $\Delta = 0.155$	-5.04	-5.02	-4.99	-4.95	-4.91	-4.86	-4.80	-4.72	-4.62	-4.49	-4.30	-4.03	-3.58	-2.70
實驗測量細鐵絲位置(cm)	6.77	6.68	6.61	6.51	6.47	6.41	6.24	6.07	5.73	5.55	5.31	4.92	4.38	3.26
推算像距 q(cm)	-5.10	-5.05	-5.02	-4.96	-4.94	-4.90	-4.81	-4.71	-4.51	-4.40	-4.25	-4.01	-3.65	-2.87
正立或倒立	正立													
放大或縮小	縮小													
實像或虛像	虛像													
像距誤差(%)	1.19	0.60	0.60	0.20	0.61	0.82	0.21	-0.21	-2.38	-2.00	-1.16	-0.50	1.96	6.30



陸、討論

- 一、在『凸透鏡的焦距測量』實驗中，無法找到理想的小光點是因為凸透鏡有球面像差存在，光線無法很完美聚焦在一點上。
- 二、在『測量凸透鏡與凹透鏡的曲率半徑』實驗中，測量距透鏡外緣不同距離時透鏡的厚度或深度，所測得的數據均很小而且很接近，為了減少誤差均以游標尺多次測量再取平均值。
- 三、實驗中為了使成像更清楚，最好將實驗室內的亮度減弱。因為實驗桌本身很光滑，猶如一個平面鏡，對蠟燭而言，會產生一個虛像，導致在做『凸透鏡的透鏡本身成像』實驗中，當物在焦距外，會在光屏上產生兩個大小相同的燭燻成像，一個像是正立，另一個是倒立的有趣現象。

四、蠟燭的燭火有一定的體積大小並不是一個平面，在光屏上成像時以能看清楚燭芯的情況，測量像距以減少誤差。

五、實驗中若所成的像為虛像時，則以視差法測量像距，判定虛像的精確位置很不容易，而且花費很多時間，因此這個測量方式容易造成誤差。

六、凸透鏡和凹透鏡成像的性質：

(一)『凸透鏡的透鏡本身成像』實驗中，若物在焦距外則生成實像。以眼睛看實像，可以明顯看到蠟燭及燭火；當成像在光屏上，僅可看燭火，蠟燭本身很暗淡。可見成像在光屏上，只有光線較強的燭火才能明顯成像，而蠟燭本身不能發光，只能反射其它光線，這些反射的光線較弱，當光線經透鏡折射後在光屏成像，再經由光屏反射到眼睛時，光線已經很弱不容易看清楚。

(二)『凹透鏡的透鏡本身成像』實驗中，所成的像均為虛像，只能用眼睛看，眼睛所看得到的虛像，包括燭火和蠟燭。

(三)『凸透鏡的凸面鏡成像』實驗中，所成的像均為虛像，只能用眼睛看，眼睛所看得到的虛像，只能看到燭火而看不到蠟燭本身。可見光線碰到凸透鏡的表面時，大部分的光線折射，僅有少部分反射，所以反射的光線較弱，僅能看到燭火而已。

(四)『凸透鏡的凹面鏡成像』實驗中，若物在凹面鏡焦距外則生成實像，以眼睛看實像或成像在光屏上，只能看到燭火而看不到蠟燭本身。光線經過透鏡的折射再由凸透鏡表面反射，最後再折射出透鏡，這時光線已很弱，故僅能看到燭火。

(五)『凹透鏡的凹面鏡成像』實驗中，若物在焦距外則生成實像。以眼睛看實像或成像在光屏上，只能看到燭火而看不到蠟燭本身。

(六)『凹透鏡的凸面鏡成像』實驗中，所成的像均為虛像，只能用眼睛看，眼睛所看得到的虛像，只能看到燭火而看不到蠟燭本身。

七、在『凹透鏡的透鏡本身成像之物距與像距測量』實驗中，所測量到的數據推算出的凹透鏡焦距與由太陽光做『凹透鏡的焦距測量』有較大的誤差 7.09%。推測誤差的來源應是球面像差的原因。

八、實驗測量透鏡曲面的曲率半徑和焦距，再由造鏡者公式計算折射率，凸透鏡的折射率為 1.51，凹透鏡的折射率為 1.60。這兩個數值與一般玻璃的折射率約 1.5 相近，而且本實驗所用的凸透鏡和凹透鏡的玻璃在透明度上看起來並不同，它們的玻璃組成性質應該不同，所以計算的折射率也不同。

九、『凸透鏡的凹面鏡成像之物距與像距測量』和『凹透鏡的凸面鏡成像之物距與像距測量』的實驗中，當物距 q 遠大於透鏡鏡面中心的厚度 Δ 時，可以用近似公式 $\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_3} = \frac{4n-2}{r}$ 和 $\frac{1}{p_1} + \frac{1}{-q_3} = \frac{2-4n}{r}$ 推算像距，可以得到不錯的理論計算。也可以

看出，當將 $\frac{4n-2}{r}$ 和 $\frac{2-4n}{r}$ 視為焦距的倒數，與光學的高斯公式 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ 的形式

一樣，可將成像關係看成凹面鏡或凸面鏡的成像。

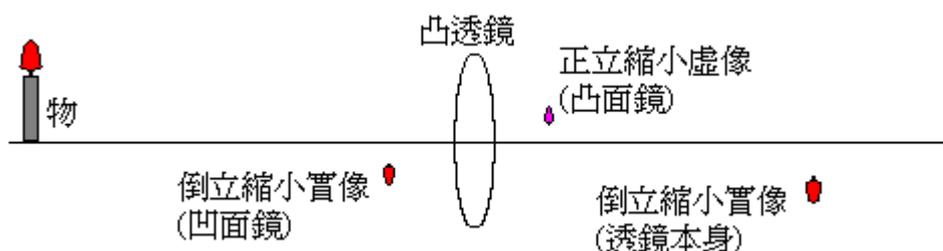
十、爲了了解透鏡成像的原理，在網路上找到了很多透鏡或面鏡成像的動畫。這些動畫確實幫助我們很具體了解到成像的原理，但是並沒有顯示由於透鏡的曲面反射而多出的像，故實際的實驗中，會有意外的發現，當然也是真實現象的第一手資料。

十一、若光線夠強，則光線可以在透鏡中多產生幾次的折射和反射，而產生更多的像。

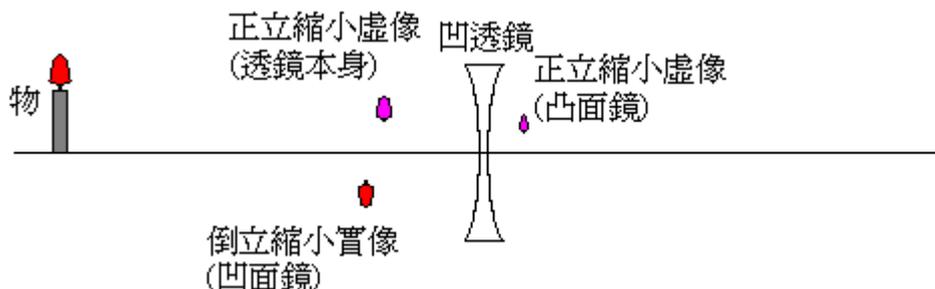
柒、結論

一、透鏡成像的實驗中會產生不只一個像，是因為除了透鏡本身的折射生成的像，還有透鏡表面可視爲面鏡，由面鏡反射生成的像，亦還有光線先經透鏡折射再經面鏡反射最後再經透鏡折射而成像。

二、凸透鏡所成的像，可由下圖表示。



三、凹透鏡所成的像，可由下圖表示。



捌、參考資料及其他

一、參考資料

(一) 書籍著作

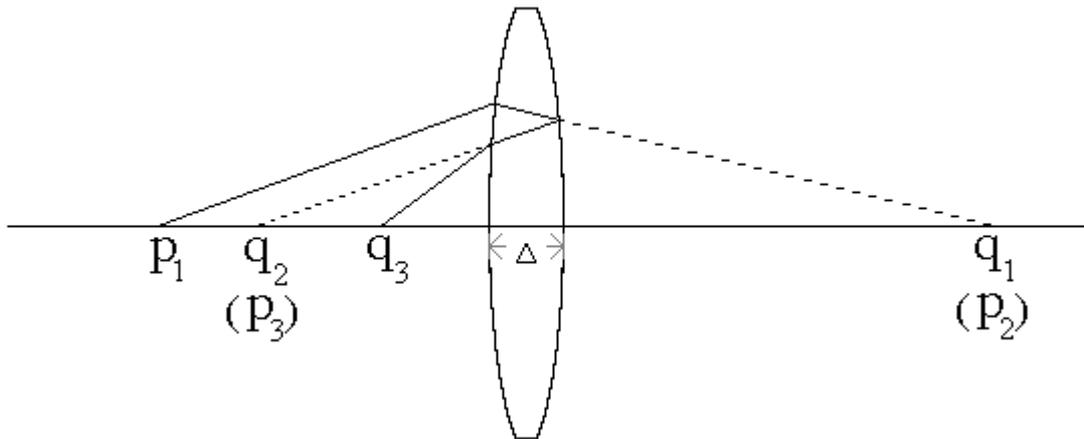
1. Paul G. Hewitt, 陳可崗譯。觀念物理 IV 聲學.光學。天下文化出版社。
2. 物理(下) 第七版 David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker 原著 李佳榮 莫定山 陳宗緯 編譯。全華科技圖書股份有限公司。

(二) 網路資料

1. 涂維聖。Flash 在國中教學上的應用。
http://w3.sljhs.ylc.edu.tw/bandit/Flash_PC.htm。
2. 黃福坤。Demolab 物理教學示範實驗教室。
<http://www.phy.ntnu.edu.tw/demolab/>。
3. 林大欽。Flash 理化練功房。
<http://www.tnajh.ylc.edu.tw/~ldc/main.php>。
4. 王建忍。互動教具研究室。
<http://www.hgjh.hlc.edu.tw/~drop/>。

二、附錄

(一) 凸透鏡的凹面鏡成像理論公式



1. 不同介質的球面界折射（空氣進入透鏡介質）

$$\frac{n_0}{p_1} + \frac{n}{q_1} = \frac{n - n_0}{r}$$

（ r 為曲面的曲率半徑， n 為透鏡玻璃的折射率， n_0 為空氣的折射率）

$$\frac{1}{p_1} + \frac{n}{q_1} = \frac{n-1}{r} \quad \dots (1) \quad (n_0 \text{ 為空氣的折射率，故 } n_0 = 1)$$

2. 凹面成像（凸透鏡右側曲面反射）

$$\frac{1}{-p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f_2} \quad (f_2 \text{ 為凹面的焦距})$$

其中 $p_2 = q_1 - \Delta$ ， f_2 為曲面的曲率半徑 r 的一半。

$$\frac{1}{-q_1 + \Delta} + \frac{1}{q_2} = \frac{2}{r} \quad \dots (2)$$

3. 不同介質的球面界折射（透鏡介質進入空氣）

$$\frac{n}{-p_3} + \frac{n_0}{q_3} = \frac{n - n_0}{r}$$

其中 $p_3 = q_2 - \Delta$ 。

$$\frac{n}{-q_2 + \Delta} + \frac{1}{q_3} = \frac{n-1}{r} \quad \dots (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{p_1} + \frac{n}{q_1} = \frac{n-1}{r} \quad \dots (1) \\ \frac{1}{-q_1 + \Delta} + \frac{1}{q_2} = \frac{2}{r} \quad \dots (2) \\ \frac{n}{-q_2 + \Delta} + \frac{1}{q_3} = \frac{n-1}{r} \quad \dots (3) \end{array} \right.$$

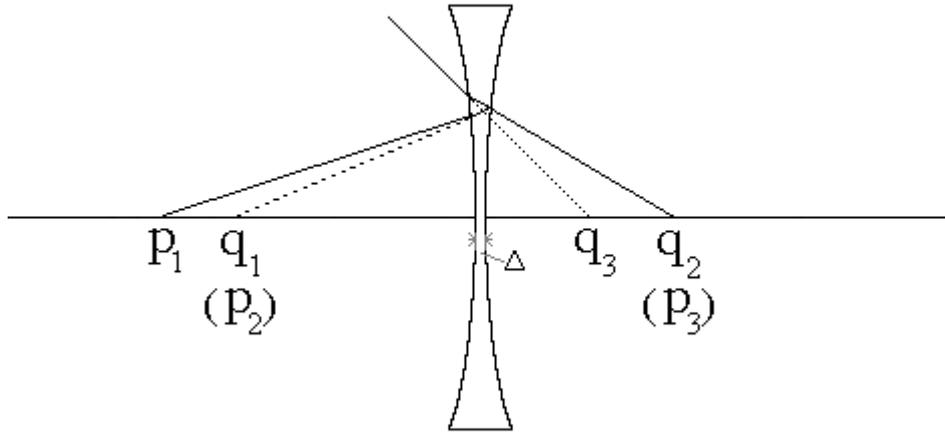
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{p_1} + \frac{n}{q_1} = \frac{n-1}{r} \quad \dots (1) \\ \frac{1}{-q_1 + \Delta} + \frac{1}{q_2} = \frac{2}{r} \quad \dots (2) \\ \frac{n}{-q_2 + \Delta} + \frac{1}{q_3} = \frac{n-1}{r} \quad \dots (3) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{p_1} + \frac{n}{q_1} = \frac{n-1}{r} \quad \dots (1) \\ \frac{1}{-q_1 + \Delta} + \frac{1}{q_2} = \frac{2}{r} \quad \dots (2) \\ \frac{n}{-q_2 + \Delta} + \frac{1}{q_3} = \frac{n-1}{r} \quad \dots (3) \end{array} \right.$$

由 $(2) \times n + (1) + (3)$ ，設 $\Delta \rightarrow 0$

$$\text{得 } \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_3} = \frac{4n-2}{r}$$

(二) 凹透鏡的凸面鏡成像理論公式



1. 不同介質的球面界折射（空氣進入透鏡介質）

$$\frac{n_0}{p_1} + \frac{n}{-q_1} = \frac{n_0 - n}{r}$$

（ r 為曲面的曲率半徑， n 為透鏡玻璃的折射率， n_0 為空氣的折射率）

$$\frac{1}{p_1} + \frac{n}{-q_1} = \frac{1-n}{r} \quad \dots (1) \quad (n_0 \text{ 為空氣的折射率，故 } n_0 = 1)$$

2. 凸面成像（凹透鏡右側曲面反射）

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{-q_2} = \frac{1}{-f_2} \quad (f_2 \text{ 為凹面的焦距})$$

其中 $p_2 = q_1 + \Delta$ ， f_2 為曲面的曲率半徑 r 的一半。

$$\frac{1}{q_1 + \Delta} + \frac{1}{-q_2} = \frac{2}{-r} \quad \dots (2)$$

3. 不同介質的球面界折射（透鏡介質進入空氣）

$$\frac{n}{p_3} + \frac{n_0}{-q_3} = \frac{n_0 - n}{r}$$

其中 $p_3 = q_2 + \Delta$ 。

$$\frac{n}{q_2 + \Delta} + \frac{1}{-q_3} = \frac{1-n}{r} \quad \dots (3)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{p_1} + \frac{n}{-q_1} = \frac{1-n}{r} & \dots (1) \\ \frac{1}{q_1 + \Delta} + \frac{1}{-q_2} = \frac{2}{-r} & \dots (2) \\ \frac{n}{q_2 + \Delta} + \frac{1}{-q_3} = \frac{1-n}{r} & \dots (3) \end{cases}$$

由(2)× n +(1)+(3)，設 $\Delta \rightarrow 0$

$$\text{得 } \frac{1}{p_1} + \frac{1}{-q_3} = \frac{2-4n}{r}$$

【評語】 031615 像由鏡生

1. 研究之動機為一般人所熟悉，研究之結果為一般人所能預期，較缺欠創新性及實用性。
2. 數據之呈現在現場不能回答別人之質疑，後數據圖所得之透鏡焦距與所附之數據不符，參展人無法回答質問。