

中華民國第四十七屆中小學科學展覽會
作品說明書

國小組 數學科

080411

魔術「方塊」變「平面」

學校名稱：南投縣鹿谷鄉鹿谷國民小學

作者：	指導老師：
小六 黃靜怡	黃秀莉
小六 游又臻	楊仲群
小六 張筱彤	
小六 劉穎昕	
小六 梁瑋倫	
小六 黃琬暄	

關鍵詞：立體 平面 魔術方塊

魔術「方塊」變「平面」

摘 要

我們由數學課的拼組四格平面魔術方塊，發現平面魔術方塊的組合問題。我們想瞭解並解決平面魔術方塊的變化問題，同時發展有趣的平面魔術方塊。結果我們發現：1.平面魔術方塊四格位置無法全部排列出來。2.割線會影響平面魔術方塊的拼組。3.平面魔術方塊數字的位置是有規則的，只要是規則中的方法，均可以折的出來。4. 我們發展出（1）二維平面魔術方塊-十字型（+）、田字型（■）、田字中空型（□）、E型（E）、L型（L）、H型（H）、T型（T）。

（2）三維連續型魔術方塊。我們認為平面魔術方塊的對折翻轉變形特性極富學習意義，激發我們的想像力以及創造力。

關鍵字：立體、平面、魔術方塊

魔術「方塊」變「平面」

壹、研究動機

上數學課，老師介紹立體模型，讓我想到我之前玩的「魔術方塊」。它是有趣又益智的一種玩具。於是，我帶到學校和同學一起分享、一起比賽，看誰能在最短的時間內完成各個面「同一色」！

彤彤看見大夥玩得很開心，但是，一想到「魔術方塊」放在書包裡，總是使得書包鼓鼓的，挺不方便的。心想，為何不將它變得「方便攜帶」呢？這時，回想起：老師曾經要我們解題「一套 4×4 的 16 格方塊用來拼組成四格相同數字的方塊圖遊戲」。它的原理不就是和魔術方塊有些關聯嗎？

大家覺得很有意思，於是決定以「色紙」替代「魔術方塊」。經過，幾個同學的討論發現：折法不盡相同，但每每都能折出同一個數字來！這個問題引起我們的濃厚的興趣：為什麼折法有那麼多種？它們有沒有什麼關聯呢？……，心中有許多疑問便一一浮現，於是我們決定去蒐集一些相關資料來研究這個問題。

貳、研究目的

- 一、想瞭解平面魔術方塊的變化。
- 二、想瞭解並解決平面魔術方塊的組合問題。
- 三、發展有趣的平面魔術方塊。

參、研究問題

- 一、雙面的平面魔術方塊要怎樣拼成功？
- 二、若是只探討一面，那 16 格上面任意 4 格都可以折成正方形嗎？

三、割線的條數會影響平面魔術方塊拼組結果嗎？

四、平面魔術方塊的規律怎樣呢？

五、是否可以按照上面的規律來創造出一個平面魔術方塊出來呢？

六、平面魔術方塊規律的推廣與應用。

七、三維魔術方塊的秘密。

肆、研究器材與設備

一、器材：裁刀、筆、膠帶、投影片、膠水、美工刀、剪刀。

二、設備：電腦、印表機、影印機。

伍、研究過程

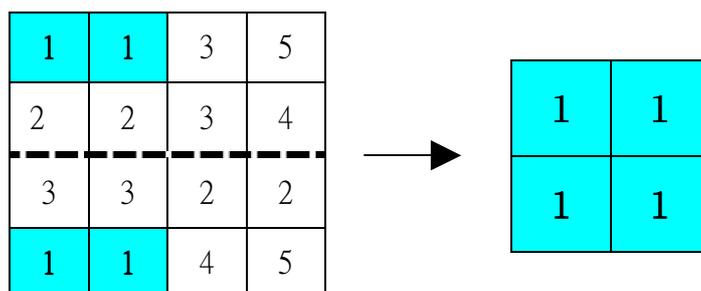
問題一、雙面的平面魔術方塊要怎樣拼成功？

研究一：

方法：1.先準備一張正方形的白紙，分別畫出正反兩面，以虛線為對稱線，再把虛線的地方用刀子割開。

平面魔術方塊正面				平面魔術方塊反面			
1	1	3	5	6	7	8	6
2	2	3	4	6	7	8	6
3	3	2	2	7	8	5	4
1	1	4	5	7	8	5	4

2. 遊戲規則：以四個同樣的數字方塊，組成一個正方，但是要注意**只能折直線**的地方，字可以倒反。圖示如下：



結果：我發現 1-8 的折法。說明如下：

※ ◎數字加底線，代表該數字倒過來寫。例如：6 為倒 6。

1 的折法	6 的折法																																								
<p>圖 1.1</p> <table border="1" data-bbox="263 495 533 741"> <tr><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>5</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td colspan="4" style="text-align:center">-----</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>4</td><td>5</td></tr> </table> <p>先把數字拼圖翻到正面，以中間的虛線為對折線，再把數字拼圖往內對折(如箭頭所示)；成果如下圖 1.2。</p>	1	1	3	5	2	2	3	4	-----				3	3	2	2	1	1	4	5	<p>圖 6.1</p> <table border="1" data-bbox="826 450 1110 741"> <tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>6</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>6</td></tr> <tr><td colspan="4" style="text-align:center">-----</td></tr> <tr><td>7</td><td>8</td><td>5</td><td>4</td></tr> <tr><td>7</td><td>8</td><td>5</td><td>4</td></tr> </table> <p>先把數字拼圖翻到反面，以中間的虛線為對折線，再把數字拼圖往內對折；成果如下圖 6.2。</p>	6	7	8	6	6	7	8	6	-----				7	8	5	4	7	8	5	4
1	1	3	5																																						
2	2	3	4																																						

3	3	2	2																																						
1	1	4	5																																						
6	7	8	6																																						
6	7	8	6																																						

7	8	5	4																																						
7	8	5	4																																						
<p>圖 1.2</p> <table border="1" data-bbox="255 909 544 1081"> <tr><td><u>6</u></td><td><u>8</u></td><td><u>7</u></td><td><u>6</u></td></tr> <tr><td colspan="4" style="text-align:center">-----</td></tr> <tr><td><u>6</u></td><td><u>8</u></td><td><u>7</u></td><td><u>6</u></td></tr> </table> <p>以虛線為對折線，向上對折(如箭頭所示)；請注意不要折到第二層；成果如下圖 1.3。</p>	<u>6</u>	<u>8</u>	<u>7</u>	<u>6</u>	-----				<u>6</u>	<u>8</u>	<u>7</u>	<u>6</u>	<p>圖 6.2</p> <table border="1" data-bbox="959 853 1129 1178"> <tr><td>3</td><td>5</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td colspan="2" style="text-align:center">-----</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td></tr> </table> <p>再以虛線為對折線，往左折(如箭頭所示)；請注意不要折到第二層；成果如下圖 6.3。</p>	3	5	3	4	-----		2	2	4	5																		
<u>6</u>	<u>8</u>	<u>7</u>	<u>6</u>																																						

<u>6</u>	<u>8</u>	<u>7</u>	<u>6</u>																																						
3	5																																								
3	4																																								

2	2																																								
4	5																																								
<p>圖 1.3</p> <table border="1" data-bbox="255 1290 544 1440"> <tr><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>5</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>4</td><td>5</td></tr> </table> <p>最後將多餘的部份，以中間的虛線為對折線，往下、向左對折，如箭頭所示，成果如下圖 1.4。</p>	1	1	3	5	1	1	4	5	<p>圖 6.3</p> <table border="1" data-bbox="884 1312 1054 1615"> <tr><td>6</td><td>6</td></tr> <tr><td>6</td><td>6</td></tr> <tr><td colspan="2" style="text-align:center">-----</td></tr> <tr><td>7</td><td>4</td></tr> <tr><td>7</td><td>4</td></tr> </table> <p>最後把多餘的往外折，以中間的虛線為對折線往下、向上對折，如箭頭所示，成果如下圖 6.4。</p>	6	6	6	6	-----		7	4	7	4																						
1	1	3	5																																						
1	1	4	5																																						
6	6																																								
6	6																																								

7	4																																								
7	4																																								
<p>圖 1.4</p> <table border="1" data-bbox="325 1715 472 1865"> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> </table> <p>完成圖。</p>	1	1	1	1	<p>圖 6.4</p> <table border="1" data-bbox="895 1704 1042 1854"> <tr><td>6</td><td>6</td></tr> <tr><td>6</td><td>6</td></tr> </table> <p>完成圖。</p>	6	6	6	6																																
1	1																																								
1	1																																								
6	6																																								
6	6																																								

3 的折法

圖 3.1

1	1	3	5
2	2	3	4
3	3	2	2
1	1	4	5

先把數字拼圖到正面，以中間的虛線為對折線，再把數字拼圖往外對折(如箭頭所示)；成果如右圖 3.2。

圖 3.2

3	3	2	2
1	1	4	5

把數字拼圖翻到另一面(請注意是往左或向右翻轉)，以虛線為對折線，向上對折(如箭頭所示)；請注意不要折到第二層。成果如下圖 3.3 所示。

圖 3.3

6	7	8	6
7	8	5	4

把數字拼圖翻到另一面(請注意是往左或向右翻轉)；成果如圖 3.4。

圖 3.4

3	3	2	2
1	1	4	5

再把第三列從上往下折，以中間的虛線為對折線(如箭頭所示)；成果如下圖 3.5。

圖 3.5

3	3	3	2
1	1	3	5

以中間的虛線為對折線，再把數字拼圖往外對折(如箭頭所示)；成果如下圖 4.5。

圖 3.6

3	3	3
1	1	3

圖 3.7
(圖 3.6 的背面圖)

2	8	6
5	5	4

現在以圖 3.7 為主來解數字拼圖

2	8	6
5	5	4

把數字拼圖把 4 重疊在一起，並且要也 1 重疊在一起。

圖 3.8

3	3
3	3

完成圖

5 的折法

圖 5.1

6	7	8	6
6	7	8	6
7	8	5	4
7	8	5	4

先把數字拼圖翻到反面，以中間的虛線為對折線，再把數字拼圖往外對折(如箭頭所示)；成果如下圖 5.2。

圖 5.2

<u>6</u>	<u>8</u>	<u>7</u>	<u>6</u>
<u>6</u>	<u>8</u>	<u>7</u>	<u>6</u>

把數字拼圖翻到另一面（請注意是往左或向右翻轉），以虛線為對折線，向上對折(如箭頭所示)；請注意不要折到第二層。成果如下圖 5.3 所示。

圖 5.3

1	1	3	5
1	1	4	5

以中間的虛線為對折線，再把數字拼圖往外對折(如箭頭所示)；成果如下圖 5.4。

圖 5.4

5	5	4
5	5	4

把數字拼圖翻到另一面（請注意是往左或向右翻轉），以虛線為對折線，再把數字拼圖往外對折(如箭頭所示)；成果如下圖 5.5。

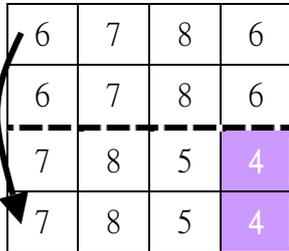
圖 5.5

5	5
5	5

完成圖。

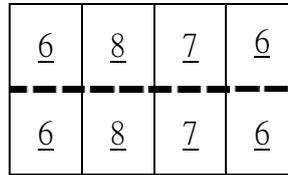
4 的折法

圖 4.1



先把數字拼圖翻到反面，以中間的虛線為對折線，再把數字拼圖往外對折(如箭頭所示)；成果如下圖 4.2。

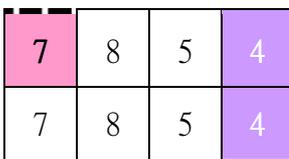
圖 4.2



把數字拼圖翻到另一面(請注意是往左或向右翻轉)

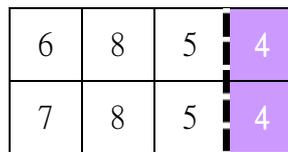
，以虛線為對折線，向上對折(如箭頭所示)；請注意不要折到第二層。成果如下圖 4.3 所示。

圖 4.3



把數字拼圖翻到另一面(請注意是往左或向右翻轉)，把數字拼圖第一列第一欄、也就是數字 7(背面為 6)，把數字 7(背面為 6)立起來，以虛線為中心線，往內壓，再往向下折；成果如右圖 4.4。

圖 4.4



以中間的虛線為對折線，再把數字拼圖往外對折(如箭頭所示)；成果如下圖 4.5。

圖 4.5

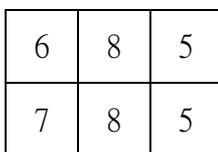
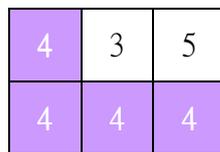
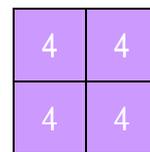


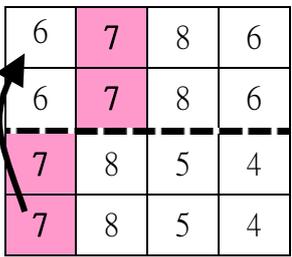
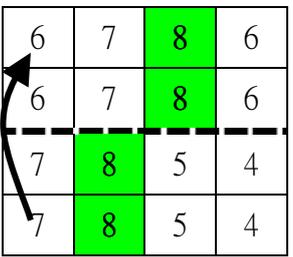
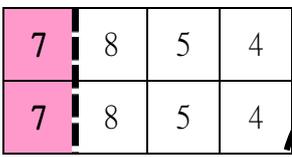
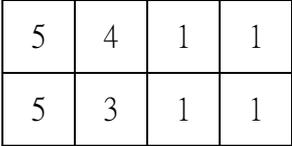
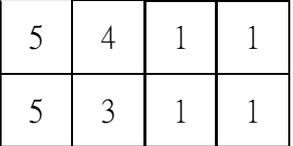
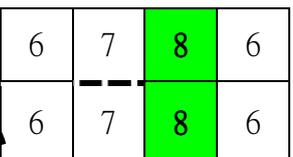
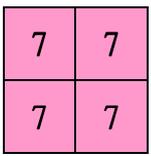
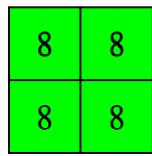
圖 4.6



把數字拼圖把 6 重疊在一起(注意兩個 7 也要和兩個 8 重疊在一起!)

圖 4.7 完成圖



7的折法	8的折法
<p>圖 7.1</p>  <p>先把數字拼圖翻到反面，以中間的虛線為對折線，再把數字拼圖往外對折(如箭頭所示)；成果如下圖 7.2。</p>	<p>圖 8.1</p>  <p>先把數字拼圖翻到反面，以中間的虛線為對折線，再把數字拼圖往外對折(如箭頭所示)；成果如下圖 8.2。</p>
<p>圖 7.2</p>  <p>以虛線為對折線，向上對折(如箭頭所示)；請注意不要折到第二層。成果如下圖 7.3 所示。</p>	<p>圖 8.2</p>  <p>以虛線為對折線，向上對折(如箭頭所示)；請注意不要折到第二層。成果如下圖 8.3 所示。</p>
<p>圖 7.3</p>  <p>把數字拼圖翻到另一面(請注意是往上或向下翻轉)；成果如下圖 7.4 所示。</p>	<p>圖 8.3</p>  <p>把數字拼圖翻到另一面(請注意是往上或向下翻轉)；成果如下圖 8.4 所示。</p>
<p>圖 7.4</p>  <p>再把第一列從下往上折，以 6 中間的虛線為對折線；最後將 8 與 6 的部份，往下、向左對折；成果如下圖 7.5 所示。</p>	<p>圖 8.4</p>  <p>再把第三列從下往上折，以 7 中間的虛線為對折線；最後將兩旁 6 的部份；成果如下圖 8.5 所示。</p>
<p>圖 7.5</p>  <p>完成圖。</p>	<p>圖 8.5</p>  <p>完成圖。</p>

2 的折法

圖 2.1

1	1	3	5
2	2	3	4
3	3	2	2
1	1	4	5

先把數字拼圖到正面，以中間的虛線為對折線，再把數字拼圖往外對折（如箭頭所示）；成果如下圖 2.2。

圖 2.2

3	3	2	2
1	1	4	5

把數字拼圖到另一面，（請注意是往左或向右翻轉），以虛線為對折線，向上對折（如箭頭所示）；請注意不要折到第二層。成果如下圖 2.3 所示。

圖 2.3

4	5	8	7
6	8	7	6

把數字拼圖到另一面，（請注意是往上或向下翻轉）；成果如右圖 2.4。

圖 2.4

1	1	3	4
2	2	3	5

再把第三和四列從下往上折，以中間的虛線為對折線（如箭頭所示）；成果如下圖 2.5。

圖 2.5

1	1	2	2
2	2	4	5

圖 2.6
（圖 2.5 的背面圖）

6	7	8	6
7	8	5	4

圖 2.7

從現在以圖 2.6 為主來解數字拼圖。

6	7	8	6
7	8	5	4

把數字拼圖把第四列 6 重疊在一起（注意四列 6 下面的 4，也要 5 重疊在一起！）；成果如右圖 2.8。

圖 2.8

6	7	3
7	8	1

把數字拼圖把第四列 7 重疊在一起（注意第一列的 6，也要和第二列 5 重疊在一起！）。最後把數字拼圖到另一面，（請注意是往左或向右翻轉）；成果如右圖 2.9。

圖 2.9

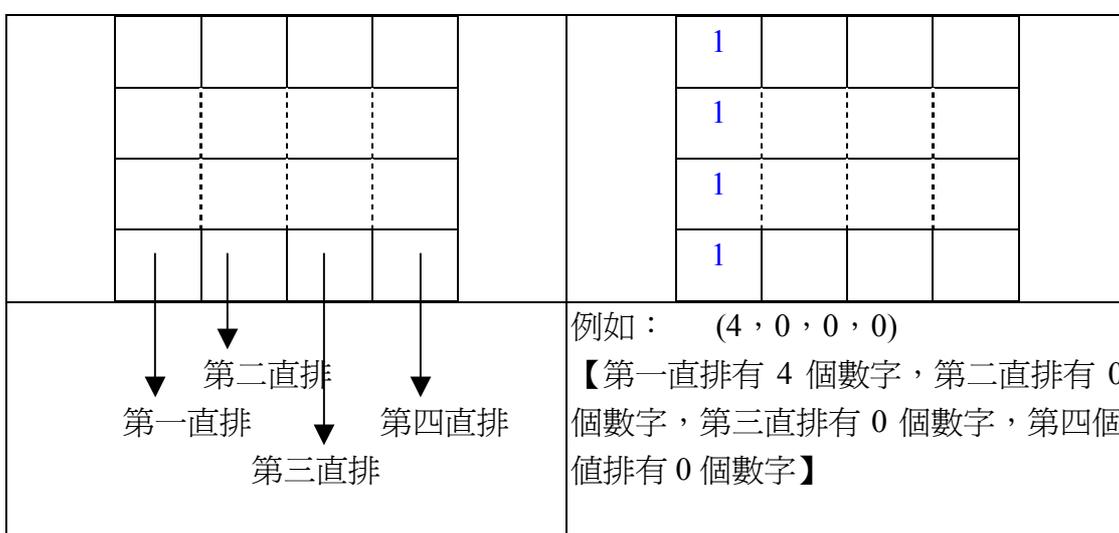
2	2
2	2

完成圖

問題二、若是只探討一面，那 16 格上面任意 4 格都可以折成正方形嗎？

研究二：

方法：我們把全部的可能都寫出來，折折看，不過寫的方法是有順序性的，因為這樣比較不會有所遺漏。首先，我們先就以 4x4 共 16 格方塊的格子來說，全部的可能就會有 43680(16x15x14x13)種的可能，其中把這些分成五大類，分別是(4, 0, 0, 0)、(3, 1, 0, 0)、(2, 2, 0, 0)、(2, 1, 1, 0)、(1, 1, 1, 1)，規則是按照一直排有幾個數字來分類的。



而其中：

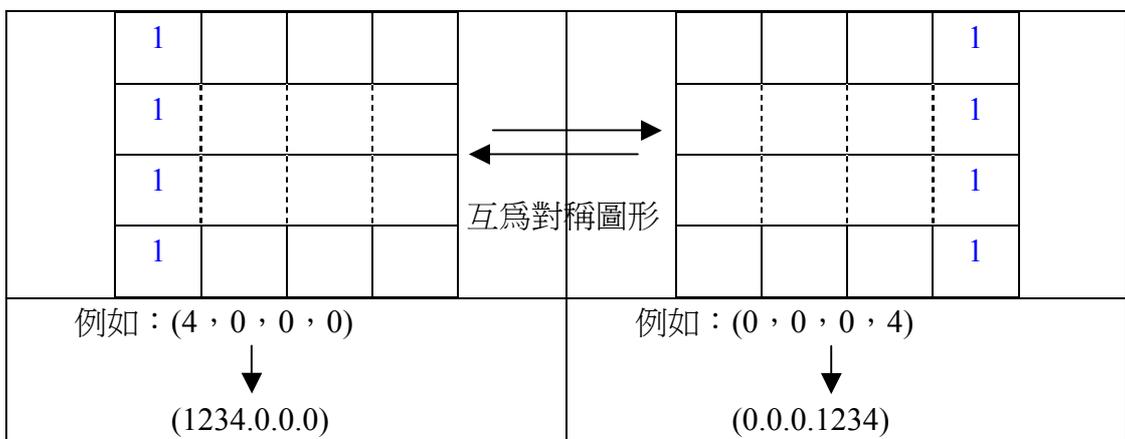
- 1.(4, 0, 0, 0)這一大類就有四小類，分別是(4, 0, 0, 0)、(0, 4, 0, 0)、(0, 0, 4, 0)、(0, 0, 0, 4)。
- 2.(3, 1, 0, 0)這一大類就有十二小類，是(3, 1, 0, 0)、(3, 0, 1, 0)、(3, 0, 0, 1)、(1, 3, 0, 0)、(1, 0, 3, 0)、(0, 3, 1, 0)、(0, 0, 3, 1)、(0, 1, 0, 3)、(1, 0, 0, 3)、(0, 3, 0, 1)、(0, 1, 3, 0)、(0, 0, 1, 3)。
- 3.(2, 2, 0, 0)這一大類就有六小類，分別是(2, 2, 0, 0)、(2, 0, 2, 0)、(2, 0, 0, 2)、(0, 2, 2, 0)、(0, 2, 0, 2)、(0, 0, 2, 2)。
- 4.(2, 1, 1, 0)這一大類有十二小類，分別是(2, 1, 1, 0)、(2, 1, 0, 1)、

(2, 0, 1, 1)、(1, 2, 1, 0)、(1, 2, 0, 1)、(1, 0, 2, 1)、(1, 1, 2, 0)、(1, 1, 0, 2)、(1, 0, 1, 2)、(0, 1, 1, 2)、(0, 1, 2, 1)、(0, 2, 1, 1)。

5.(1, 1, 1, 1)就只有包含一大類，是(1, 1, 1, 1)。

6.再加上因為這是 4x4 的正方形，所以(4, 0, 0, 0)和(0, 0, 0, 4)以及(0, 4, 0, 0)和(0, 0, 4, 0)，(2, 2, 0, 0)和(0, 0, 2, 2)以及 (2, 0, 2, 0)和 (0, 2, 0, 2)，(1, 1, 2, 0) 和(0, 2, 1, 1)，(2, 1, 1, 0)和(0, 1, 1, 2)，(2, 1, 0, 1)和(1, 0, 1, 2)，(2, 0, 1, 1)和(1, 1, 0, 2)，(1, 2, 1, 0)和(0, 1, 2, 1)，(1, 2, 0, 1)和(1, 0, 2, 1)，(3, 1, 0, 0)和(0, 0, 1, 3)，(3, 0, 1, 0)和(0, 1, 0, 3)，(3, 0, 0, 1)和(1, 0, 0, 3)，(1, 3, 0, 0)和(0, 0, 3, 1)，(1, 0, 3, 0)和(0, 3, 0, 1)，(0, 3, 1, 0)和(0, 1, 3, 0)為對稱圖形，所以連同折法和結果是相同的。

7.因此我們決定只取(4, 0, 0, 0)(0, 4, 0, 0)、(3, 1, 0, 0)、(3, 0, 1, 0, 0)、(3, 0, 0, 1)、(1, 3, 0, 0)、(1, 0, 3, 0)、(0, 3, 1, 0)、(2, 2, 0, 0)、(2, 0, 2, 0)、(2, 0, 0, 2)、(0, 2, 2, 0)、(1, 1, 2, 0)、(2, 1, 1, 0)、(2, 1, 0, 1)、(2, 0, 1, 1)、(1, 2, 1, 0)、(1, 2, 0, 1)、(1, 1, 1, 1)這些小類(如下圖)。



結果：我們發現並不是每一種都可以折成正方形，只有特殊的位置才可以，因此我們結論位置的排放是會影響的。

問題三：割線的條數會影響平面魔術方塊拼組結果嗎？

研究三：

方法：我們就分成兩方面來進行-

- 1.是本來就是可以折成正方形的來作變動，探討割線在只有兩條的狀況下會怎樣呢？在割線只有一條的狀況下又會變成怎麼樣呢？
- 2.是用本身就不能折的來作變動？探討割線在只有兩條的狀況下會怎樣呢？在割線只有一條的狀況下又會變成怎麼樣呢？

結果：1.我們發現三條割線可以拼組成功，兩條割線、一條割線則有限制。情形如下：

項目	舉例圖片	三條割線	任兩條割線	任一條割線
(2, 2, 0, 0)		可以成功的	可以成功的	可以成功的
(2, 1, 1, 0)		可以成功的	不一定能成功,若是只有後兩條割線,則是無法折出來的	因為數字分佈在三直排中,所以割線在少一定要兩條,因此不能成功
(1, 1, 1, 1)		可以成功	因為數字分佈在四直排中,一定要每個割線都有,才能使數字轉定,因此無法折出	因為數字分佈在四直排中,一定要每個割線都有,才能使數字轉定,因此無法折出

- 2.原本有三條割線時不能能折的，在條件變得更加嚴苛時，就更加不能折成功。

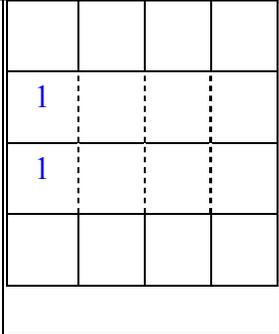
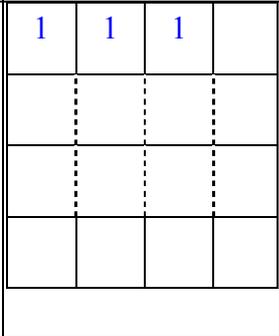
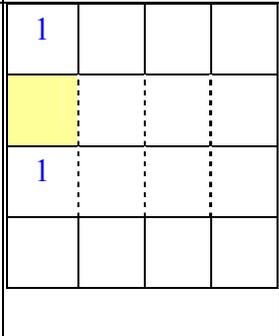
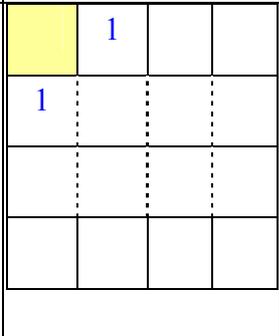
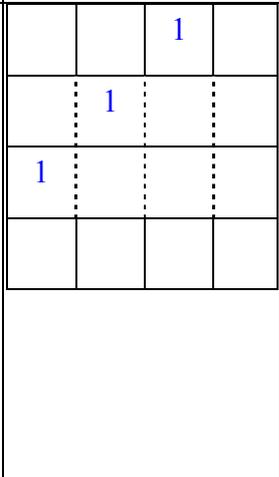
問題四：平面魔術方塊的規律怎樣呢？

研究四：

方法：我們在五大類中， $(4, 0, 0, 0)$ 、 $(3, 1, 0, 0)$ 、 $(2, 2, 0, 0)$ 、 $(2, 1, 1, 0)$ 、 $(1, 1, 1, 1)$ ，先分別區分可以折的以及不能折的，在依據圖形來做分類以及規律

結果：1.不能折的規律如下：

項目	圖形特徵	原因	結果
1. $(4, 0, 0, 0)$ 大類	1	因為四個數字都在同一直線上，就算是對折過後，數字都會重疊，因而無法翻轉過來	無法成功
	1		
	1		
	1		
2. $(3, 1, 0, 0)$ 大類	1	因為三個數字都在同一直線上，就算是對折過後，數字會有一個被重疊到，因而無法翻轉過來	無法成功
	1		
	1		
3. $(2, 2, 0, 0)$ 大類		因為兩個 1 中間有空格，所以當把 1 往上移動時，兩個一階會重疊到	無法成功
	1		
	1		
		因為兩個 1 皆在中間，所以當對折時，兩個 1 都會重疊到	無法成功
	1		
	1		

4.(2, 1, 1, 0)大類		因為兩個 1 皆在中間，所以當對折時，兩個 1 都會重疊到	無法成功
		因為三個 1 階再邊邊上且連在一起，因此無法轉動	無法成功
		因為兩個 1 中間有空格，所以當把 1 往上移動時，兩個一階會重疊到	無法成功
		斜 2 無法拼成，因為空格處是封閉的，這樣 1 無法進去那一格。	無法成功
		斜 3 中第二個 1，因為空格處是封閉的，這樣 1 無法進去那一格。	無法成功

5.(1, 1, 1, 1)大類	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; text-align: center;"> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>	1	1	1	1													連在 4×4 邊緣的連 4 無法折成正方形，因為它們之中無法拆散。	無法成功
1	1	1	1																
	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; text-align: center;"> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>	1	1	1														連 3 無法折成正方形，因為第 1 行有 3 個 1 連在一起無法拆散。	無法成功
1	1	1																	
	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; text-align: center;"> <tr><td> </td><td>1</td><td> </td><td>1</td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>		1		1													第 1 行因為有兩個 1 中間空了 1 格，所以無法折成正方形。	無法成功
	1		1																
	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; text-align: center;"> <tr><td> </td><td> </td><td>1</td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td>1</td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td>1</td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>			1			1			1								斜 3 中第二個 1，因為空格處是封閉的，這樣 1 無法進去那一格。	無法成功
		1																	
	1																		
1																			
	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; text-align: center;"> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td>1</td><td> </td><td> </td><td>1</td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>					1			1									中間空出 1 格空格，而且空格旁邊還有 1，這樣無法折成正方形。	無法成功
1			1																
	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; text-align: center;"> <tr><td> </td><td>1</td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td>1</td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>		1			1												斜 2 無法拼成，因為空格處是封閉的，這樣 1 無法進去那 1 格。	無法成功
	1																		
1																			

	1	1			第 2 行的 1 如果往上折會把 1 擋住，所以無法折成正方形。	無法成功
			1	1		

2.可以折的規律如下：

項目	圖形特徵	說明	結果																																
3.(2, 2, 0, 0)		以四格小方格形成，正方形為基本形，藍色方塊可以做變動，變動的位置可以為箭頭指的位置，一次變動以移動兩格為規律	可以成功																																
例如： <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td>1</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td>1</td></tr> </table>				1			1									1			1	1			1									1			1
1			1																																
1			1																																
1			1																																
1			1																																
4.(2, 1, 1, 0)		基本形是四格小方格行程的正方形，藍色方格可以做變動，變動的位置可以為箭頭指的位置，一次變動以移動兩格為規律	可以成功																																
		以 L 形為準，其中垂直角不可以放數字	可以成功																																

	<p>例如：</p> <table border="1" data-bbox="533 248 807 488"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1" data-bbox="1082 248 1347 488"> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>									1		1				1	1			1				1					1	1					
		1																																	
1																																			
1	1																																		
1																																			
1																																			
	1	1																																	
5.(1, 1, 1, 1)	<table border="1" data-bbox="533 510 807 779"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p>(圖一)</p>																	<p>1.1.1.1 的割線部份，每個割線都要割，再割線上面的範圍的 1 (請看圖例 1) 都可以摺成正方形，不必全部的 1 都在範圍內也可以，但是至少 1 個 1 就對了。</p>	<p>可以成功</p>																
	<p>例如：</p> <table border="1" data-bbox="533 958 807 1216"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1" data-bbox="967 958 1273 1216"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td></tr> </table>								1	1	1					1										1	1					1	1		
	1	1	1																																
1																																			
		1	1																																
1	1																																		

問題五：是否可以按照上面的規律來創造出一個平面魔術方塊出來呢？

研究五：

方法：我們利用研究四的規律來觀察。

結果：我們發現可以利用研究四的規律創造出不同平面魔術方塊。

平面魔術方塊正面				平面魔術方塊反面			
1	3	7	6	5	1	6	5
1	3	7	6	5	1	6	5
4	7	8	2	3	4	2	8
4	7	8	2	3	4	2	8

平面魔術方塊正面				平面魔術方塊反面			
8	7	1	8	3	3	5	5
8	7	1	8	3	4	5	3
2	1	7	6	4	2	6	4
2	1	7	6	4	2	6	5

問題六：平面魔術方塊規律的推廣與應用。

研究六：

方法：我們利用研究四、五的規律設計各型平面魔術方塊。

結果：我們發展出：

1.二維平面魔術方塊-十字型（ \oplus ）、田字型（ \blacksquare ）、田字中空型（ \square ）

E 型（E）、L 型（ \lrcorner ）、H 型（H）、T 型（T）。

2.三維連續型魔術方塊。

問題七、三維連續型魔術方塊的秘密。

研究七：

方法：

(一) 4x1 製作方法：材料：四個大小一樣的正立方體、膠帶、剪刀

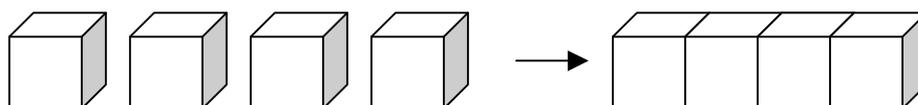
結果：我們發展出：

方法一：先拿出四個立方體出來

方法二：依序上圖分別在邊畫上顏色

方法三：再把相同顏色的邊黏上膠帶

方法四：最後再把圖案黏至平面上就可以了

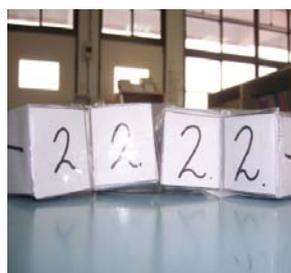


(二) 4x2 製作方法：材料：八個大小一樣的正立方體、膠帶、剪刀

方法一：作出兩組的 4X1

方法二：依序左圖把膠帶黏上

方法三：最後再把圖案黏至平面上就可以了



陸、研究討論

一、本研究成果可以：

- 1.應用為數學的幾何圖形或是自然與藝術人文的圖片。
- 2.以對折翻轉變形特性製成極富教育意義且有趣的幾何教具模型。
- 3.激發我們的想像力以及創造力。
- 4.設計製成益智玩具。

二、我們認為割線的條數是平面魔術方塊組成不成功的關鍵點。

柒、研究結論

一、並非認識的四格位置都可以排列出來。

二、割線是會影響拼組成不成功的。

三、數字放的位置是有規則的，只要是規則中的方法，均可以折的出來。

四、我們利用平面魔術方塊對折翻轉變形特性發展出：

(一) 二維平面魔術方塊-十字型 (+)、田字型 (■)、田字中空型 (□)

E 型 (E)、L 型 (┌)、H 型 (H)、T 型 (T)。

(二) 三維連續型魔術方塊。

捌、參考資料

南一出版社(2006)。**數學課本第十一冊第五單元平面圖形**。台南：南一圖書有限公司。

翰林出版社(2006)。**數學課本第十二冊第二單元立體圖**。台北：翰林圖書有限公司。

【評語】 080411 魔術「方塊」變「平面」

本研究主題是以「色紙」替代「魔術方塊」製造有趣的益智玩具。點子不錯，能引起興趣，想要嘗試挑戰。但數學味道不夠，敘寫方式可再加強。