

中華民國第四十六屆中小學科學展覽會
作品說明書

高中組 地球科學科

040504

日晷的研究及應用

學校名稱： 國立臺灣師範大學附屬高級中學

作者： 高二 吳柏辰 高二 高若有	指導老師： 陳忠信
-------------------------	--------------

關鍵詞：太陽、影子、時間

摘要

本研究探討三種日晷：水平式、赤道式以及半球面式之製作及觀測，並分析實驗數據所代表的意義，進一步歸納造成誤差的變因，以求做出準確的日晷。

計畫的步驟如下：

- 一、從理論探討日晷的運作原理
- 二、製做並研究不同形式的日晷
- 三、測量不同形式日晷之準確度
- 四、分析並減少導致誤差的變因
- 五、探討日晷所具有的延伸功能
- 六、討論不同日晷的應用與發展

水平式是製作、觀測最容易的日晷型式。我們發現測量所得數據精密度高，其誤差值的範圍十分固定，應是系統性誤差所致。

赤道式日晷十分準確。影子成等角速度轉動，只要知道影子轉動之角度即可轉換為經過的時間，堪稱基本的日晷型式，水平式、垂直式、圓弧式、半圓柱面式、圓柱面式、極式日晷乃至變心日晷在理論上皆要借助於它。

半球面式日晷的功能最廣泛，可說是集日圭與日晷於一身的天文儀器。特色之一為將白日等分。球面本身可對應到天球，位於球心的影子位置即太陽在天球上的位置。只需知道兩晷針的影子與子午、卯酉兩大圓交點位置，以及所在地緯度，就能求出日期。

無論使用哪一種日晷，都須經經差補正及時差補正才能得到手表時間。

三種日晷雖然樣式各異，基本原理卻都是相近的，都能將太陽在天球上的運動完整地投影到面盤或球面上。

壹、研究動機

日晷是數千多年來人類用來觀測天文以求得時間、歲差、曆法甚至季節變換的工具，無論東方或西方，日晷不僅是古代天文上的一大成就，更是人類科學文明的象徵。而至今，遺留下來的日晷數量越來越少，有些人甚至會直覺認為日晷不科學，這真是對前人智慧結晶的一大侮辱，爲了了解這個歷史上的一大天文工具，學習如何正確的使用日晷以求得時間，並解進一步探討各式日晷所代表的不同意義，研究如何製作一個準確的日晷，再討論並找出有可能導致誤差的原因，我們決定親手製作日晷來實驗看看。

貳、研究目的

- 一、了解各種不同日晷在設計與量測上的天文意義
- 二、以簡單、堅固的材料製作實用的日晷
- 三、實際觀測並歸納數據
- 四、對照可信的參考資料，分析日晷準確度
- 五、討論導致誤差的變因並嘗試降低誤差
- 六、探討日晷所具有的延伸功能
- 七、討論不同日晷的應用與發展

參、研究設備及器材

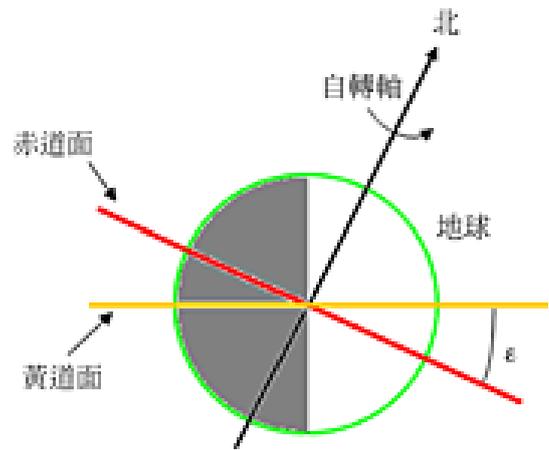
- 一、測量與計算儀器：
水平儀、長直尺、捲尺、游標尺、工程計算機、時鐘（以手機代替）、紙、筆、指南針、簽字筆、照相機、電腦、Visual Basic 6.0 軟體。
- 二、製作日晷的工具：
鋸子、線鋸、美工刀、砂紙、圓規、手搖鑽、螺絲起子、大垃圾桶、大量的雜誌。
- 三、製作日晷的材料：
木板、白報紙、塑膠蓋、竹籤、木質專用黏著劑、木螺絲、紙黏土、木條、地球儀的殼、油性簽字筆、棉線、小重錘、高功率雷射筆、藥用酒精。

肆、研究過程及方法

日晷的基本原理：在天球上，太陽視位置的軌跡可以用簡單的模型表達，其對固定物體產生影子的方向與位置亦是。日軌就是記錄影子，並得出其中所隱藏的資訊之絕佳工具。

然而地球赤道面與黃道面並非平行，加上地球公轉造成太陽照射地球的角度不同，各地每天的投影情形會有所變化。而根據一些基本的天文知識，配合適當的數學工具，太陽、影子、時間、季節、節氣、夏至冬至、春分秋分以至於各種曆法等之間的關係就可以用正確的方式敘述並以固定的儀器觀察。

在此我們挑選日晷的前身——日圭，以及三種比較常見或有特色的日晷：水平式、赤道式與半球面式來研究。



(圖一)

一、日圭（圭表、圭臬）

(一) 製作過程

1. 將白報紙貼到木板上，以利作圖與觀察。
2. 選定中心，畫幾個同心圓。
3. 將竹籤垂直穿過塑膠蓋圓心並以黏著劑固定。
4. 選定適當的觀測場所，便可開始觀測。

(二) 觀測方法

1. 利用墊高的方式使圭保持水平。
2. 將表對齊圭的圓心，如照片一。
3. 記錄表影與圓的交點位置與時間。
4. 利用此資料定出子午線。



(照片一)

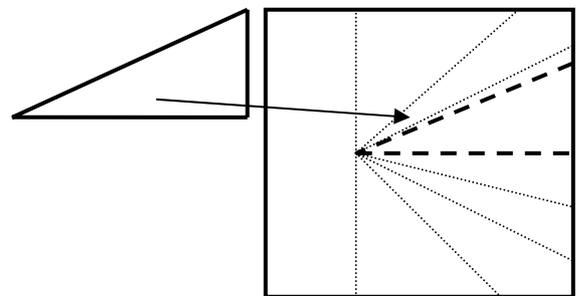
二、水平式日晷（地平式日晷）

(一) 準備工作

1. 需要觀測地點的緯度。
2. 須先繪設計圖。

(二) 製作過程

1. 將面盤貼上白報紙，以利於標線與觀測。
2. 在原料木板上畫出一直角三角形作為楔形板，其中一銳角為觀測地點緯度，如圖二。
3. 將楔形板裁下並固定在面盤的中間，過程中利用水平儀保持楔形板與面盤垂直。
4. 等黏著劑乾燥後，在面盤上標線，就開始可以觀測了。



(圖二)

(三) 觀測方法

1. 水平式日晷最為常見，觀測容易，惟須確定面盤為水平，且方向正確。
2. 從面盤北側觀測影子的移動狀態。
3. 以直尺測量影子與面盤北緣交點到楔形板的距離，每分鐘測量一次，如照片二、三。



(照片二)



(照片三)

三、赤道式日晷（陀螺式日晷）

(一) 製作過程

1. 在正方形木板上作圓並裁下，以作為面盤。
2. 每 15° 用鉛筆畫一條線，代表一小時。
3. 兩面各作一大圓，用以記錄影子位置。
4. 以觀測地點緯度的餘角作為面盤與基座的夾角。
5. 以適合的支撐物支撐面盤，並將面盤固定在基座上。
6. 在面盤兩側裝上垂直的木棒，如照片四、五。

(二) 觀測方法

1. 測量影子與大圓交點的位置，再用我們所寫的程式轉換為時間。
2. 兩面都須要觀測到（春分前、後分別使用南、北面）。



(照片四)



(照片五)

四、半球面式日晷

(一) 準備工作與器材

1. 以地球儀外殼作為投影面。

(二) 製作過程

1. 將棉線掛上重錘，緊貼在半球面外側。
2. 沿著線在球面上畫出大圓。
3. 利用另一個半球畫出其餘大圓。
4. 以直木棒作為晷針。

實驗結果顯示日晷製作不夠精密，因此我們動手做了第二與第三個半球面式日晷。

1. 測量半球內徑，並算出每「一小時」格線間距。
2. 用壓圖板畫出大圓，並利用雷射光的反射來檢查。
3. 用紙做一把軟尺，配合 LED 雷射光點定位，在子午、卯酉兩大圓上標示刻度，最小刻度為 $1/192$ 圓周。
4. 以直木棒作為晷針。

(三) 觀測方法

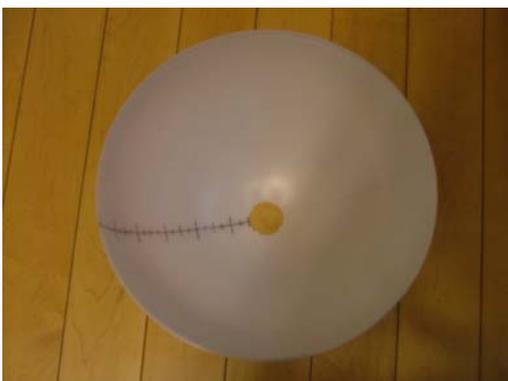
1. 確定日晷水平放置，且方向正確。
2. 觀察影子與大圓交點的位置。
3. 由於位置無法以尺測量，而須靠目測估計，以埃及分數（二分逼近法）記錄。
4. 半球面式日晷還可推算不同日期、時間的投影位置，此為我們目前進行的主要實驗。



(照片六)



(照片七)



(照片八)



(照片九)

伍、研究結果

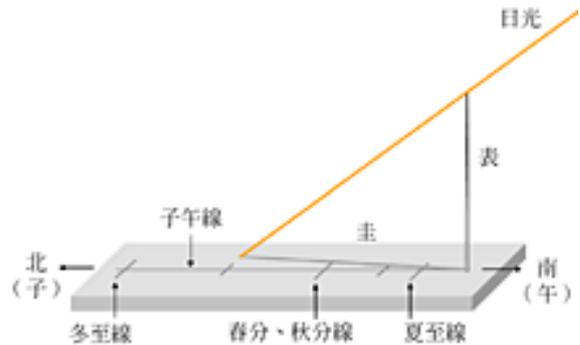
一、日圭（圭表、圭臬）

中國從黃帝，希臘從泰利斯開始，就有使用直立的「表」來測時、計日或定曆的記錄。如圖三（參考資料一與十一）所示，表在平面「圭」上的影子稱為「晷」。利用晷的方向與長短，我們可以得到很多資訊。

「立竿見影」中的「竿」和「影」即日圭的表與晷。晷在每天正午時與子午線重合，而當天早、晚距正午相同時間差（如 10:15 與 13:45）時的晷則是以子午線為對稱軸的對稱圖形。

由於每日正午太陽的仰角會變化，每日正午晷的長度也會不同。因此利用日圭可得到日期與緯度。此外，日圭還能計時、定南北、計算節氣、地球半徑、赤道面與黃道面交角，以及日地距離與太陽半徑的比，是一個構造簡單卻奧妙無窮的天文儀器。

在這次的實驗中，我們利用日圭來熟悉儀器的製作與操作、太陽的運行情形、方位校正及誤差處理，以作為日晷實驗的準備工作，在此不放上實驗結果。



(圖三)

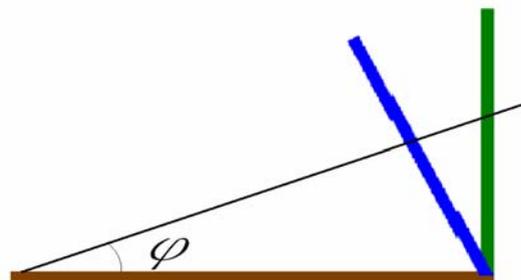
二、水平式日晷（地平式日晷）

這是最常見的日晷，也是本研究的主要對象。適合在中緯度使用，製作容易，觀測方便，缺點是清晨及黃昏時影子動得很快，位置不易測量。

如下圖，晷針（斜面）的影子與水平式日晷面盤北緣的交點應該呈時間的 \tan 函數，因此我們用 Visual Basic 寫了一個程式，將測量到的長度代入即可得到時間。由於晷針不夠堅固，一般以楔形板代替，因此必需考慮楔形板的厚度，使得早上和下午的時間刻度不連續，而是分別用楔形板西、東兩側的稜來投影。大多數的建設公司不了解這一點，因此做出來的日晷經常是錯誤的。

(圖四)

係根據參考資料一而作



- (一) 若藍色圓為面盤，黑線為晷針，則為赤道式日晷
- (二) 若棕色平面為面盤，黑線（加強為三角形）為楔形板，則為水平式日晷
- (三) 若綠色平面為面盤，黑線（加強為三角形）為楔形板，則為垂直式日晷
- (四) 水平式、垂直式日晷影子與楔形板底部距離為 $s = R \tan(15^\circ \times |t - 12|)$

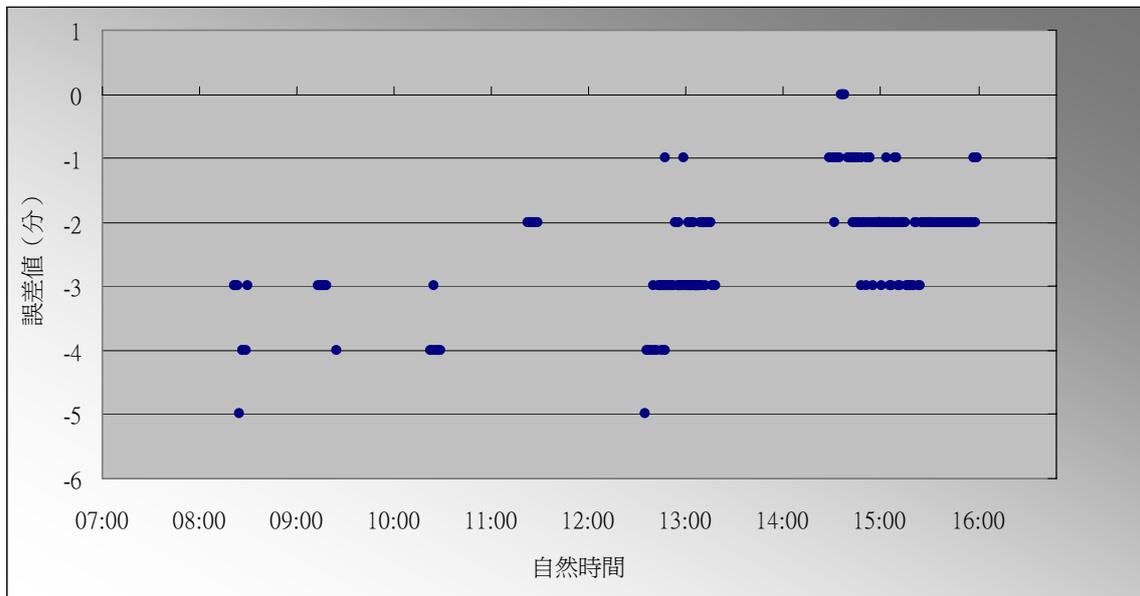
|t - 12| 是距離中午的時間，單位為小時，時間指自然時間而非人為時間

R 為對應赤道日晷半徑，楔形板長 $R \csc \phi$ ，高 $R \sec \phi$ ，其中 ϕ 表示所在地緯度

(表一) 為水平式日晷實驗數據之一部分：

人爲(標準)值	推算之預估值			測量值		誤差
	標準時間	在地時間	時差補正	日晷時間	影位置	日晷時間
2005/11/24 08:04	08:10	-13.3	08:23	W 22.95	08:20	-3
2005/11/24 08:05	08:11	-13.3	08:24	W 22.68	08:21	-3
2005/11/24 08:08	08:14	-13.3	08:27	W 22.18	08:23	-4
2005/11/24 08:11	08:17	-13.3	08:30	W 21.50	08:27	-3
2005/11/24 14:16	14:22	-13.3	14:35	E 12.78	14:34	-1
2005/11/24 14:17	14:23	-13.3	14:36	E 12.91	14:36	0
2005/11/24 14:18	14:24	-13.3	14:37	E 13.04	14:37	0
2005/11/24 14:19	14:25	-13.3	14:38	E 13.14	14:38	0
2005/11/24 14:21	14:27	-13.3	14:40	E 13.30	14:39	-1
2005/11/24 14:22	14:28	-13.3	14:41	E 13.39	14:40	-1
2005/11/24 14:23	14:29	-13.3	14:42	E 13.51	14:41	-1
2005/11/24 14:24	14:30	-13.3	14:43	E 13.69	14:42	-1
2005/11/24 14:25	14:31	-13.3	14:44	E 13.78	14:43	-1
2005/11/24 14:26	14:32	-13.3	14:45	E 13.85	14:44	-1
2005/11/24 14:27	14:33	-13.3	14:46	E 14.09	14:45	-1
2005/11/24 14:29	14:35	-13.3	14:48	E 14.31	14:47	-1

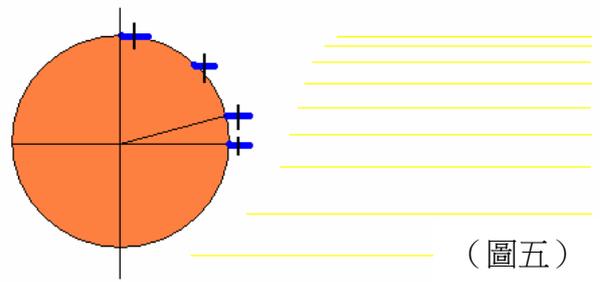
整理成(表二)



有趣的是，誤差值大多在-3至-1之間，顯然存在某種系統性的誤差。我們考慮了好幾種可能，其中有幾項的確會導致負值的誤差，但似乎都無法產生這麼大的影響。這將是我們下個階段的主要目標之一：做出百分之百精準（無系統誤差）的日晷。

三、赤道式日晷（陀螺式日晷）

赤道式日晷是中國傳統的日晷，適合在中低緯度始用。它的面盤和赤道平行，晷針平行於地球自轉軸，所以其影子會作等角速度轉動。此種日晷兩面都能觀測，有兩支晷針，秋分至春分間使用向下面盤，春分至秋分間用向上面盤。外形獨特，如陀螺一般，有時亦以「陀螺式日晷」稱之。



赤道式日晷最重要的特性為晷針與陽光方向垂直，當地球自轉時，影子呈等角速度轉動。製作時注意面盤與水平面的夾角須為觀測地點緯度的餘角。同時，季節不影響此特性，唯一影響此特性的變因為黃赤夾角，因此說赤道式日晷是日晷的「原型」是十分公平的。



(照片十)



(照片十一)



(照片十二)

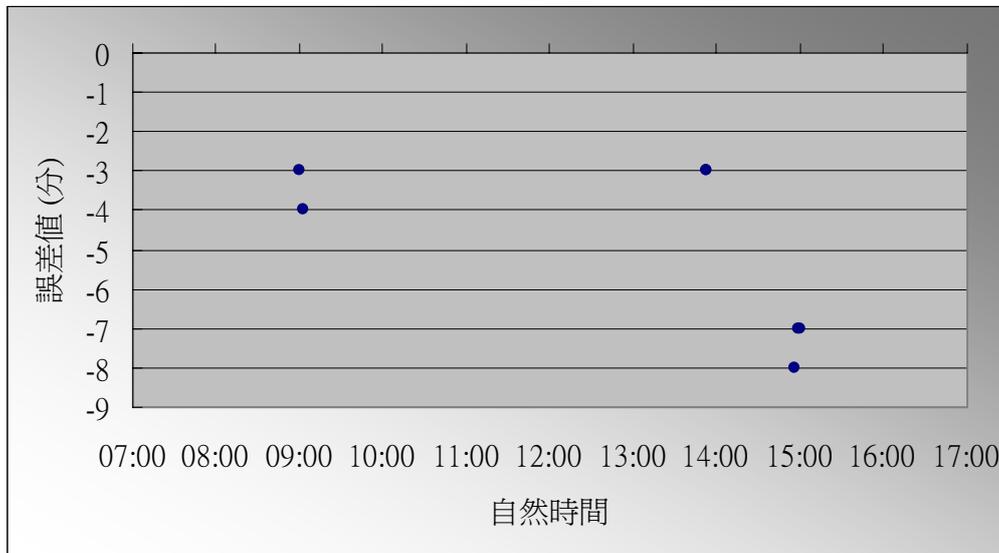


(照片十三)

(表三) 為赤道式日晷實驗數據之一部分：

標準時間	自然時間	影位置	日軌時間	誤差
2006/2/15 14:00	13:52	-9.46	13:49	-3
2006/2/15 14:01	13:53	-9.54	13:50	-3
2006/2/15 15:04	14:56	-14.32	14:48	-8
2006/2/15 15:06	14:58	-14.60	14:51	-7
2006/2/15 15:08	15:00	-14.77	04:53	-7
2006/2/16 09:08	09:00	15.56	08:57	-3
2006/2/16 09:11	09:03	15.38	08:59	-4

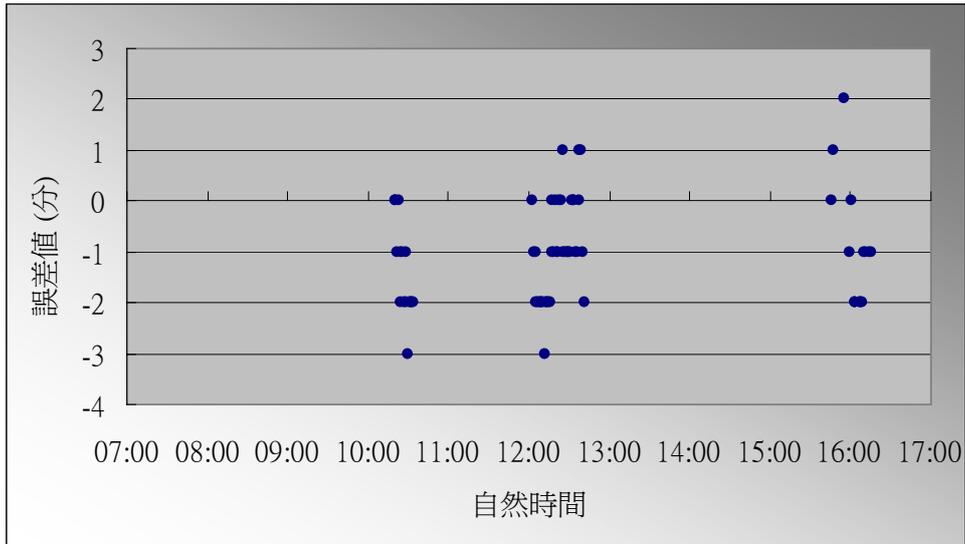
整理成 (表四)



誤差很大。主要的問題是紙黏土乾燥過程中被擠壓並萎縮，使得面盤與水平面的夾角太小。因此我們將基座一邊墊高了 3.93 公分，再重新記錄，結果如 (表五)：

標準時間	自然時間	影位置	日軌時間	誤差
2006/3/5 15:52	15:46	-18.91	15:46	0
2006/3/5 15:53	15:47	-19.06	15:48	1
2006/3/5 16:01	15:55	-19.75	15:57	2
2006/3/5 16:06	16:00	-19.92	15:59	-1
2006/3/5 16:07	16:01	-20.05	16:01	0
2006/3/5 16:09	16:03	-20.11	16:01	-2
2006/3/5 16:10	16:04	-20.17	16:02	-2
2006/3/5 16:13	16:07	-20.35	16:05	-2
2006/3/5 16:14	16:08	-20.46	16:06	-2
2006/3/5 16:15	16:09	-20.56	16:07	-2
2006/3/5 16:16	16:10	-20.67	16:09	-1
2006/3/5 16:18	16:12	-20.82	16:11	-1
2006/3/5 16:20	16:14	-21.00	16:13	-1

整理成（表六）



正負誤差都不超過三分鐘，結果堪稱精準。

四、半球面式日晷

半球面式日晷起源於埃及，而發揚於羅馬。正如她們的曆法一般，這種日晷將白日分為數等份。它所涵蓋的功能最多，造形也令人印象深刻。

對地面上的觀測者而言，太陽可視為在天球上轉動，而前兩種日晷的投影面卻都是平面。很明顯地，能保留最多來自球面的資料的自然是另一個球面了。半球面式日晷就是這樣的儀器，它的經線具有日晷的功能，而緯線則具有日圭的功能，是一種極為奇妙的天文儀器。它將白日均分為數等份，因此有日出、日落時間的資料方能處理數據。

對於時間的部份， $|t-12| = i\tau$ ，其中 τ 為日晷時間（與自然時間不同）距正午的小時數（即子午晷針與卯酉大圓的交點位置）， i 為由白晝長所決定的轉換因子。

對於時間的部份，我們有 $\sin \varphi_0 / [1 + (\tan \tau)^2 + (\tan \varphi')^2]^{0.5} - \tan \tau \cos \varphi_0 / [1 + (\tan \tau)^2 + (\tan \varphi')^2]^{0.5} = \sin \varepsilon$ 。其中 φ_0 為所在地緯度， φ' 為卯酉晷針與子午大圓的交點位置， ε 為太陽直射點的緯度。我們只需測量 τ 及 φ' ，就可以得到 ε ，並進一步得到日期。



（照片十四）

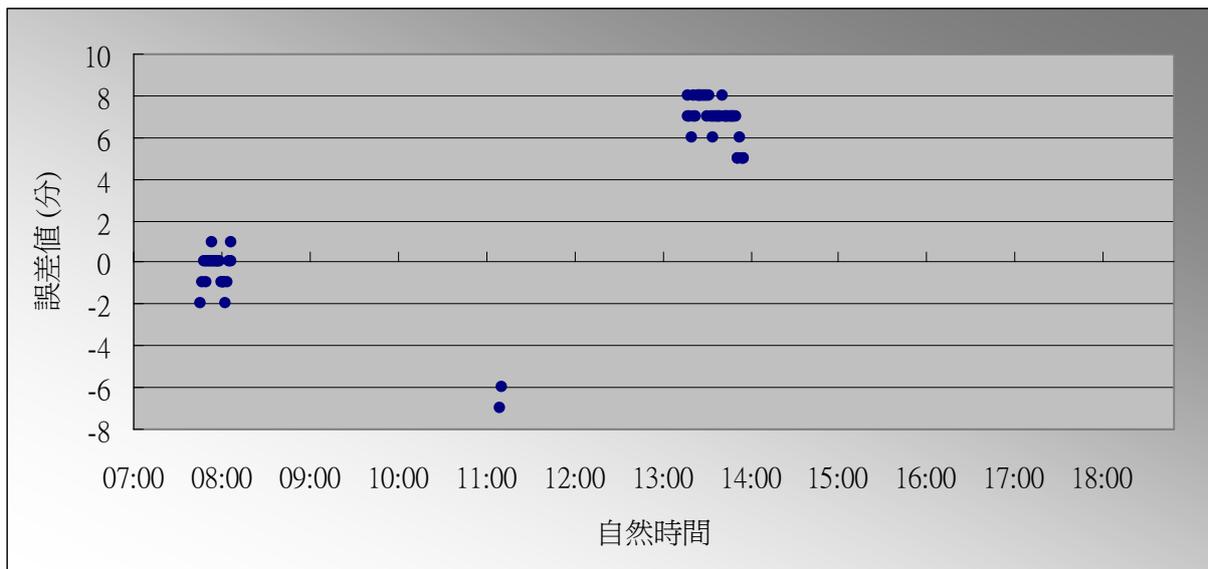


（照片十五）

(表七) 為半球面式日晷實驗數據之一部分：

人為 (標準) 值		推算之預估值		測量值			誤差
日期	標準時間	自然時間	日晷分	影位置	日晷時間	對應自然時間	誤差
2006/3/17	13:38	13:36	1.002 min	1.7188	13:43	13:43	7
2006/3/17	13:39	13:37	1.002 min	1.7344	13:44	13:44	7
2006/3/17	13:40	13:38	1.002 min	1.7500	13:45	13:45	7
2006/3/17	13:41	13:39	1.002 min	1.7656	13:46	13:46	7
2006/3/17	13:42	13:40	1.002 min	1.7813	13:47	13:47	7
2006/3/22	07:51	07:50	1.012 min	-4.1250	07:53	07:49	-1
2006/3/22	07:52	07:51	1.012 min	-4.0938	07:54	07:51	0
2006/3/22	07:53	07:52	1.012 min	-4.0781	07:55	07:52	0
2006/3/22	07:54	07:53	1.012 min	-4.0625	07:56	07:53	0
2006/3/22	07:55	07:54	1.012 min	-4.0313	07:58	07:55	1
2006/3/22	07:56	07:55	1.012 min	-3.0313	07:58	07:55	0
2006/3/22	07:57	07:56	1.012 min	-4.0156	07:59	07:56	0
2006/3/22	07:58	07:57	1.012 min	-4.0000	08:00	07:57	0
2006/3/22	07:59	07:58	1.012 min	-3.9844	08:01	07:58	0
2006/3/22	08:00	07:59	1.012 min	-3.9688	08:02	07:59	0
2006/3/22	11:11	11:10	1.012 min	-0.9375	11:04	11:03	-7
2006/3/22	11:12	11:11	1.012 min	-0.9063	11:06	11:05	-6

整理成 (表八)

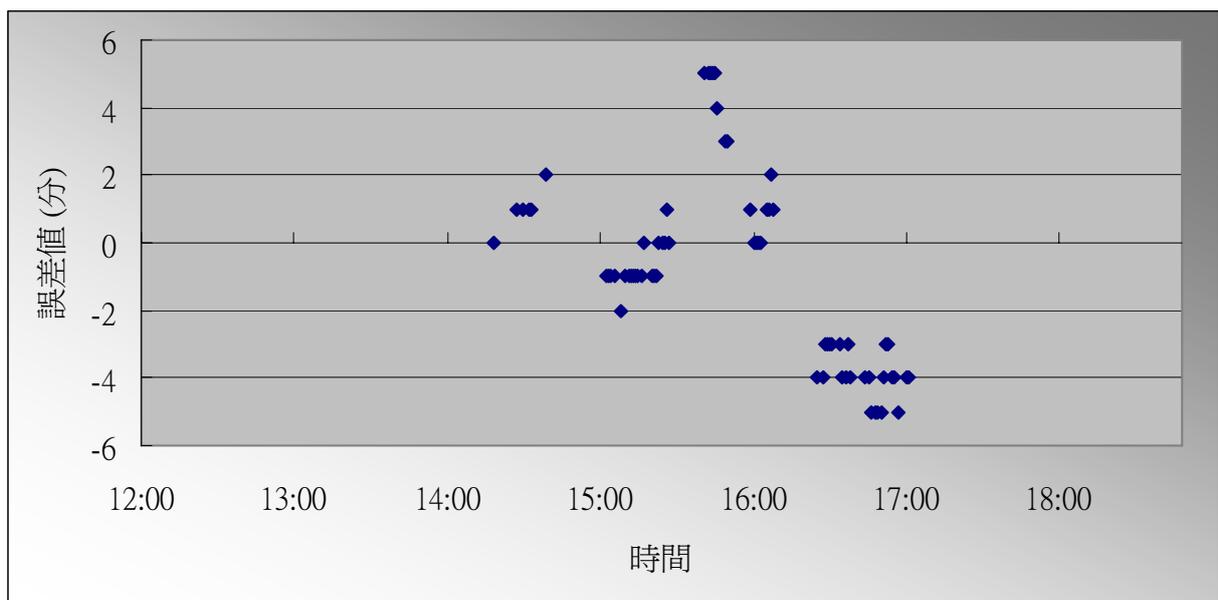


數據明顯分為三區，我們認為是日晷製作不夠精密的問題。距半球底部較遠的時間線製作正確，因此誤差小；距半球底部較近的時間線製作不精，造成巨大誤差，且上、下午誤差同值異號的結果。

因此我們做了第二個半球面式日晷，這次就精準得多 (表九)：

人爲（標準）值		推算之預估值		測量值			誤差
日期	標準時間	自然時間	日晷分	影位置	日晷時間	對應自然時間	誤差
2006/3/28	14:17	14:18	1.026 min	2.3594	14:21	14:18	0
2006/3/28	14:26	14:27	1.026 min	2.5313	14:32	14:28	1
2006/3/28	14:29	14:30	1.026 min	2.5781	14:35	14:31	1
2006/3/28	14:31	14:32	1.026 min	2.6094	14:37	14:33	1
2006/3/28	14:32	14:33	1.026 min	2.6250	14:38	14:34	1
2006/3/28	14:38	14:39	1.026 min	2.7500	14:45	14:41	2
2006/3/28	15:11	15:12	1.026 min	3.2656	15:16	15:11	-1
2006/3/28	15:12	15:13	1.026 min	3.2813	15:17	15:12	-1
2006/3/28	15:13	15:14	1.026 min	3.2969	15:18	15:13	-1
2006/3/28	15:14	15:15	1.026 min	3.3125	15:19	15:14	-1
2006/3/28	15:15	15:16	1.026 min	3.3281	15:20	15:15	-1
2006/3/28	15:16	15:17	1.026 min	3.3594	15:22	15:17	0
2006/3/28	15:19	15:20	1.026 min	3.4063	15:24	15:19	-1
2006/3/28	15:20	15:21	1.026 min	3.4219	15:25	15:20	-1
2006/3/28	15:21	15:22	1.026 min	3.4375	15:26	15:21	-1
2006/3/28	15:22	15:23	1.026 min	3.4688	15:28	15:23	0
2006/3/28	15:23	15:24	1.026 min	3.4844	15:29	15:24	0
2006/3/28	15:24	15:25	1.026 min	3.5000	15:30	15:25	0
2006/3/28	15:25	15:26	1.026 min	3.5313	15:32	15:27	1
2006/3/28	15:26	15:27	1.026 min	3.5313	15:32	15:27	0

整理成（表十）：

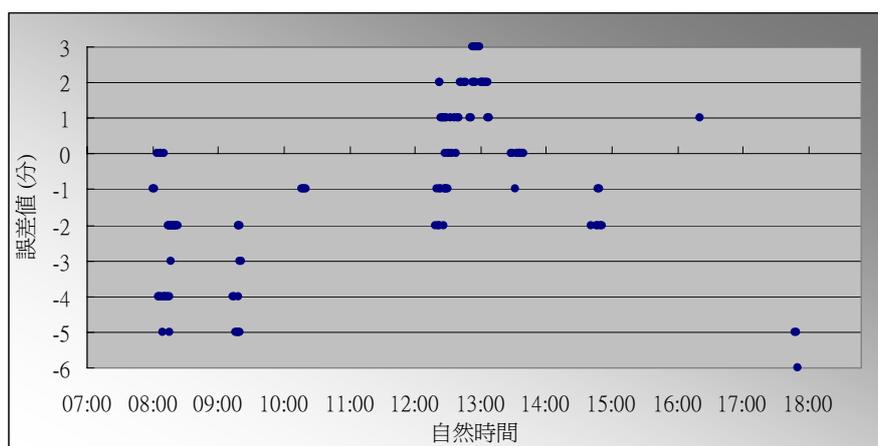


其中一段3~5的誤差，是日晷沒有平放而造成。由此可見半球面式日晷對觀測條件的敏感。而整體結果還算令人滿意。

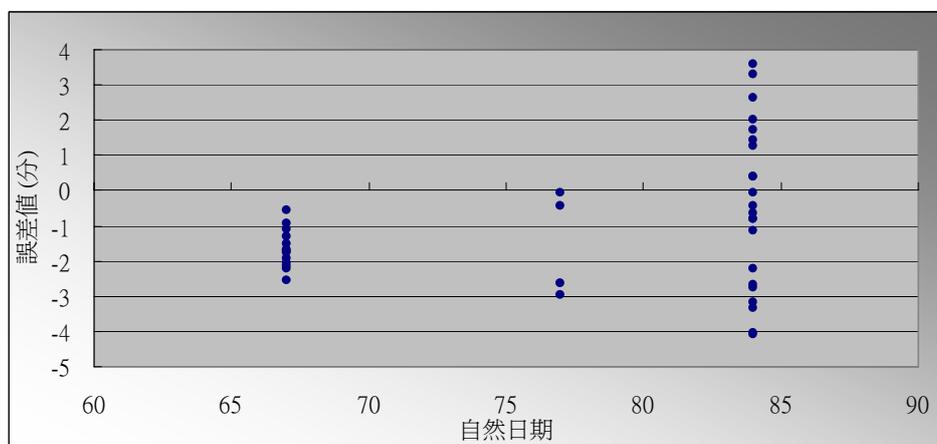
而爲了達到半球面日晷的日圭功能，我們做了第三個日晷，實驗數據如（表十一）：

日期	自然日期	自然時間	自然時間	誤差	自然日期	誤差
2006/5/5	46	12:27	12:26	-1	45.94	0
2006/5/5	46	12:28	12:27	-1	46.06	0
2006/5/5	46	12:29	12:28	-1	45.89	0
2006/5/5	46	12:30	12:29	-1	45.86	0
2006/5/5	46	12:31	12:31	0	45.95	0
2006/6/12	84	12:58	13:01	3	83.56494	0
2006/6/12	84	12:59	13:02	3	83.17607	-1
2006/6/12	84	13:00	13:02	2	83.17607	-1
2006/6/12	84	13:04	13:06	2	85.43947	1
2006/6/12	84	13:05	13:07	2	87.58119	4
2006/6/12	84	13:06	13:08	2	84.40154	0
2006/6/12	84	13:07	13:08	1	84.40154	0
2006/6/12	84	13:08	13:09	1	83.91985	0

對於時間部分，整理成表（十二）：



對於日期部分，整理成表（十三）：

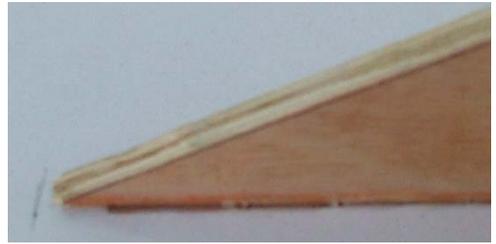


兩者的準確度均符合期望，惟其精密度有待加強，人爲判讀的困難有待改善。

陸、討論

一、水平式日晷（地平式日晷）

我們發現水平式日晷所測得時間的誤差值都在 0~ -5 之間，應該是系統性誤差（換句話說，就是精密度高，準確度不盡完美），討論並探討其原因後，列出可能原因如下：



（照片十六）

- （一）無法完全對準地球的自轉軸。
- （二）雲層和空氣的折射效果。
- （三）影子邊緣模糊（半影問題）。
- （四）楔形板的斜面尖端與面盤的交點並未與所繪的線吻合。
- （五）日光抵達地球需要 8 分鐘的時間。

針對以上五點，我們討論結果如下：

- （一）經過測量，發現我們用來對齊的銅線並未完全落在子午線上，它與磁軸的夾角約為 $5^{\circ}\sim 8^{\circ}$ ，其中有 $2^{\circ}\sim 3^{\circ}$ 是由磁偏角造成的。這項變因的確產生負值系統誤差，然而影響的影子位置並不大。



（照片十七）

- （二）根據我們找到的資料，陽光的偏向角 $\rho = 60'' .29 \tan \theta - 0'' .0669 \tan^3 \theta$ ， θ 為太陽仰角的餘角。至於水氣，在可觀測的條件下，雲已經相當稀薄，不容易造成明顯的誤差。
- （三）影子的判讀問題是由於太陽非既點光源，也不在無限遠處，因此在不接近中午時會產生半影區，有時不容易判斷影子的精確位置而造成。在經過導數的處理後，我們發現半影區在清晨及傍晚時可達 0.5 公分寬，的確可能造成判讀的誤差。可是這樣的影響不應有方向性，意即造成正值與負值誤差的機率應該一樣，可見這不一定是造成誤差的最重要原因。
- （四）這點是一般水平式日晷最嚴重的誤差來源（參考資料一，34~43 頁），屬於設計及製作的問題，因此我們在製作時便特別注意標線的位置，不過固定楔形板所用的黏著劑的厚度會造成影響，但這項變因亦不具方向性，且其影響結果比（一）更小。
- （五）在我們的近似模型中，太陽為一靜止且朝各方向的光通量皆為同一定值的光源，而地球則在以太陽為一焦點的完美橢圓軌道上運行。因此可以很直觀地了解 8 分鐘前發出的太陽光（即日軌所接受的）與此刻發出的太陽光無論方向、強度皆完全相同，日軌所接受的太陽光是何時發出並不會影響實驗結果。

二、赤道式日晷（陀螺式日晷）

赤道式日晷的製作十分辛苦（如照片十八，固定第二支晷針的妙計），但它克服了水平式日晷在傍晚及清晨時「難以測量」的問題，儘管我們不會在這段時間觀測。晷針在面盤上的影子會規律地以 $15^\circ / \text{hr}$ 之角速度轉動，但由於夜晚沒有日影，我們只會使用面盤的下半部觀測。

第一部分的數據相當令人失望，但修正後測出的結果則相當準確，更加證實理論的可靠性，也增加我們對赤道式日晷的信心。



（照片十八）

三、半球面式日晷

半球面式日晷測得的「日晷時間」與「自然時間」不同。在古埃及與古羅馬的時制中，一天不是被等分為 24 部分，而是白晝、黑夜各等分為 12 部分，稱為一小時，也就是夏季時白晝一小時比夜晚一小時長，冬季反之。而半球面式日晷亦有這種特性。在我們算出「日晷時間」後，須乘以一轉換因子，才得到「自然時間」，而轉換因子由當天白晝長度決定。半球面式日晷對觀測條件十分敏感。東西向每傾 1 度，將造成 4 分鐘的誤差，這是其他日晷較不明顯的特性。此外赤道式日晷與半球面式日晷都以晷針作為投影的工具，然而直徑達 0.5 公分的影子卻經常造成判讀的困難（如照片十九）。不過若以影子中點為準，數據都會在可以接受的範圍內。



（照片十九）

至於日圭功能的部份，由於觀測時間在夏至附近，直射緯度的誤差轉換到日期時會放大，不過觀測時間延長到七月份時此效應即會降低。

四、綜合

我們的實驗結果能如此準確，主要的原因如下：

- （一）考慮到時差補正值以及經差補正值的問題（如附表）。
- （二）使用水平儀等儀器將誤差減到最小，而且製作過程十分仔細。
- （三）找到適合的觀測地點。
- （四）使用之日晷尺寸較大，高度、寬度的測量能夠比較準確。

第一點所提到之經差補正值為經度所造成的時差，即是中原標準時間所設定的地點（ 120°E ）並非觀測地點的經度，依本次觀測地點經度計算得到經差補正值為 -6.13 分鐘，而時差補正值為地球繞太陽公轉並非正圓所造成的，每天的值都不太一樣，詳細數據如附表。許多日晷都忽略這兩項數據的重要而未在旁邊註明，使民眾誤解為日晷不準確，然而忽略時差補正值將產生近半小時的誤差，輕忽是萬萬不可的。

第二、三、四點都算是實驗的技巧，目的也是減少實驗誤差。

柒、結論

這三種日晷的共通點為：

- (一) 都需考慮經差補正值以及時差補正值的問題。
- (二) 對於誤差來源，三者需要許多相同的處理方法（如定位、影子判讀、補正值等等）。

一、水平式日晷（地平式日晷）

- (一) 水平式製作過程較為簡單，只需將木板準確切割到 $25^{\circ}01'45''$ （觀測地點緯度）的直角楔形板即可，並且將其垂直固定在方形木板上。
- (二) 盤面上的時間指示線的畫法，先在平行楔形板兩邊的正下方畫出兩條直線（子午線），兩條線的距離即是楔形板的厚度，代表正午 12 點時投影應該出現的地方，在楔形板銳角（約 25 度）的尖端外圍向東西各劃出一條直線，也代表早晚的六點鐘線。
- (三) 我們認為水平式日晷的優點為：製作方便、測量方便、攜帶方便，也是最常見的日晷，大家也比較熟悉它的觀測方法，觀測的結果也都非常準確，平均的誤差值小於三分鐘。
- (四) 水平式日晷的缺點為：需要極大的觀測空間，周圍不能有高大的遮蔽物，清晨或傍晚觀測時影子移動速率很大，誤差值也大，不易觀測。
- (五) 水平式日晷的製作非常成功，加上補正值後數據都準確，但仍存在一系統性誤差。

二、赤道式日晷（陀螺式日晷）

- (一) 赤道式日晷的一大特色為影子成等速率圓週運動，這克服了水平式日晷的最大缺點。
- (二) 影子每小時轉 15 度，由於夜晚沒有陽光，故面盤只使用了一半。
- (三) 不同季節會使用到正反兩面的晷針，此為日光照射的角度影響。
- (四) 此日晷的優點為：規律不分季節時間，能一眼看出時間，如同時鐘一般。
- (五) 此日晷的缺點為：製作麻煩、切割面盤不易、固定其角度困難，還要將晷針垂直固定在圓心。
- (六) 記錄數據不易，要精準判讀影子在面盤上的角度很困難，於是我們作一圓，測量影子與圓的交點至正午點的距離以求得準確的數據。
- (七) 相較於水平式日晷，這種日晷比較少見。能成功做出這種外型奇特，準確又有獨特功能的日晷，也算是一項重要收穫。

三、半球面式日晷

- (一) 半球面式日晷可以得到非常多資訊，兼具日圭與日晷的功能。
- (二) 半球面式日晷將白晝等分，所得「日晷時間」與「自然時間」相差一轉換因子。
- (三) 半球面式日晷對觀測條件十分敏感。如何降低影響實驗結果的變因，是非常重要的。
- (四) 能夠完整模擬太陽在天球上的運行，利用直射緯度轉換成日期，為其最大優點。
- (五) 日圭功能的結果還不夠完整，夏至時對應產生的誤差也比較大，延長觀測時間之後此問題可獲得解決。

捌、未來展望

- (一) 從第三個半球面式日晷開始，我們探討其日圭功能，暫時受限於季節與天候，數據尚不夠完整。因此，在接下來幾個月中的觀測與分析，會是我們修正誤差、提出討論的重要工作。
- (二) 我們的水平式日晷仍有系統性誤差存在，目前所發現的原因都不足以造成這-1~-3分鐘的影響。找出導致誤差的變因並將其修正，是我們在水平式日晷的下階段目標。
- (三) 推廣日晷的原理及使用方法。若有機會，利用學校幾個適合的區域架設大型的日晷，就如同許多大學一樣（照片二十~二十三）。
- (四) 赤道式日晷的計算比預期困難，須使用反三角函數。主因是圓盤上的角度不易判讀，卻容易造成人為誤差。赤道式日晷的簡易觀測方法亦是我們會繼續探討的問題。
- (五) 觀察目前在公園、校園裡可以看到的日晷，並討論其設計與準確度。參考他人的作法，並對他們沒有考慮的因素所造成的誤差提出糾正。
- (六) 受限於季節的因素，我們的實驗數據僅止於冬天到夏天，數量介於幾十到幾百之間不等，因此在接下來的時間做秋天的觀測，以整年的數據做完整的分析，將三種日晷的功能完全發揮，討論變因並把誤差減到最低，會是我們這個研究的最終目標。



台東史前文化博物館的赤道式日晷



清華大學的水平式日晷



美國史丹佛大學胡佛紀念館圓弧式日晷



美國哥倫比亞大學的半圓柱面式日晷

玖、參考資料及其他

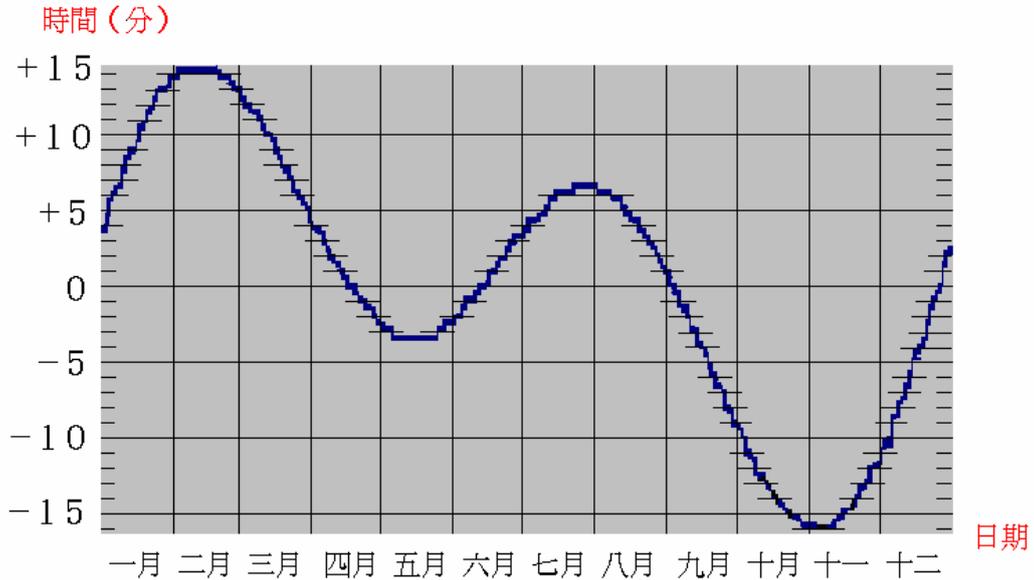
- | | | | |
|-----|---|----------------|-----------|
| 一、 | 日晷的實作 | 邱紀良 | 清華大學出版社 |
| 二、 | 天文學教程 | | 高等教育出版社 |
| 三、 | 簡明天文學 | 董恩明 | 華聯出版社 |
| 四、 | 觀星人雜誌 70 期 (2005 年 9 月) | | 觀星人雜誌社 |
| 五、 | 中國天文考古學 | | 社會科學文獻出版社 |
| 六、 | 中國古代天文學成究導覽 | 王德昌 | 紫金山天文臺 |
| 七、 | 中國天文史話 | 陳遵媯 | 明文書局 |
| 八、 | 北回歸線專輯 | | 嘉義北回文教基金會 |
| 九、 | 托馬士微積分 | Thomas, Finney | 曉園出版社 |
| 十、 | 高平子天文曆學論著選 | 高平子 | 中央研究院數學所 |
| 十一、 | Visual basic 程式設計 18 堂特訓教材 | 李啓龍, 黃建廷 | 文魁資訊 |
| 十二、 | 世界の日時計 | 後藤晶男 | 豊住書店 |
| 十三、 | SUNDIALS | Waugh | Dover |
| 十四、 | SUNDIALS | Mayall | SKY |
| 十五、 | http://my.nthu.edu.tw/~thup/sample_DM/cho/cho-con.htm | | |

拾、附圖：時間差之轉換（圖六、圖七）

人為時間 = 自然時間 + 時差補正 + 經差補正

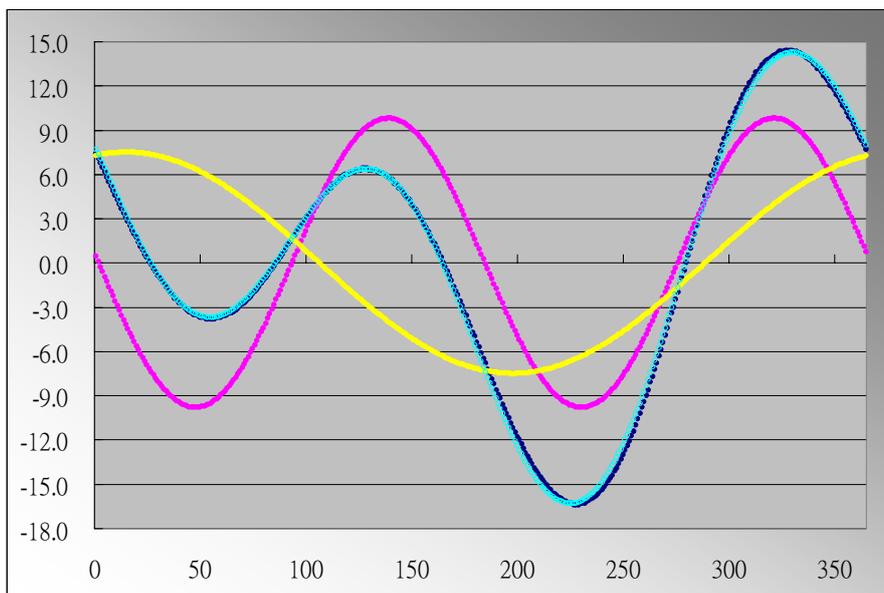
經差補正 = -6.13 分鐘

時差補正如（圖六）：



原理如圖七：

- (一) 黃色曲線：地球公轉軌道非正圓而造成。
- (二) 紅色曲線；黃道、赤道並非平行而造成。
- (三) 淺藍曲線：前二者疊合，即為時差補正值。
- (四) 深藍曲線：時差補正值之實際值，與理論值吻合。



評 語

040504 日晷的研究及應用

本作品對不同類型的晷儀的製作頗為用心，並能仔細討論及比較觀測的誤差；比較可惜的是作品的創意特色尚未發揮出來。