

中華民國第四十六屆中小學科學展覽會
作品說明書

高中組 物理科

040102

龍銀的秘密～圓形金屬板振動頻率的探討

學校名稱： 國立臺中第一高級中學

作者：	指導老師：
高二 洪瑞宏	林宗徽
高二 許家豪	張金群
高二 卓易霆	
高二 沈世弘	

關 鍵 詞：振動、頻率



龍銀的秘密：圓形金屬板振動頻率的探討



壹、研究摘要

我們購買了數枚真、假龍銀作為實驗樣本，並以鋼(ss400)及白鐵(304)兩種材質訂製多種不同形狀條件的圓型金屬板，以圓心為支撐點，以定力裝置敲擊樣品圓周，藉由筆記型電腦、麥克風以及數位音樂編輯軟體 Cool Edit Pro 2.1 的協助，紀錄樣品所發出的聲音強度與頻率，再以軟體將原始訊號轉譯成聲音的頻譜；最後使用 MATLAB 軟體進行曲線擬合，以探討圓形金屬板的直徑、厚度對自然頻率的關係。

經過多次的敲擊實驗與分析，我們發現：「圓形金屬板的直徑、厚度會大約分別以平方反比以及正比的關係影響其自然頻率。」

同時，根據實驗觀測所得的資料及相關理論則顯示：「以圓心為支撐點，輕擊金屬板圓周的施力方式，在眾多圓形板的共振模態之中，以十字交錯的馬鞍形振動為主要的振動模式。」

真龍銀的敲擊聲音在聽覺上似乎較清亮，這個現象也反映在真、假龍銀以及一般金屬樣品的訊號差異方面，我們發現：「真龍銀的音量強度衰減時間比假龍銀久，龍銀的頻譜圖則比金屬樣品複雜，能夠出現更多的共振模態。」



貳、研究動機

日常生活中，硬幣是不可缺少的，不管是使用販賣機或福利社買餅乾.....等，但在偶然幾次的硬幣掉落中，硬幣的掉落聲音似乎都不相同，甚至似乎能由聲音辨別是哪種硬幣掉落了，這種出現在日常生活上的奇特現象，引起了我們想要以針對圓形金屬板的聲音研究來參加科展的念頭。

在多次的討論中，有人提出了親友鑑定龍銀的方法：「用一塊確定為真的龍銀敲擊待鑑定的龍銀，接著再仔細聆聽二者間聲音的玄祕。」雖然經過求教，親友一時間尚難以傳授這種聽聲辨物的功夫，但在另一方面卻更加鼓勵我們想要一窺藏在龍銀裡的秘密。

近年來，詐騙事件層出不窮，其中，偽幣更是令人防不勝防，不久前還曾聽聞利用捷運售票機、自動販賣機.....等進行洗錢的行為，有效的辨識出硬幣的真偽也就成為杜絕這類犯罪不可或缺的要務。我們幾個人也曾經對這種令人憤慨的犯罪行為進行討論：「能依聲音辨識硬幣的真偽嗎？」「能藉著儀器直接分析其差異嗎？」...漸漸地我們想到高一物理課在上「聲音」一章時，老師曾提及聲音的駐波現象、拍音現象、音色、諧音...等等，於是我們將上述這些想法向老師尋求解答，老師表示支持並鼓勵我們進行研究，同時指引我們參考高二下「波動」及高三上「聲音」兩章；這給了我們很好的方向：「每一個物體有其特定的振動頻率，而不同的大小、厚度甚至材質，皆有可能導致頻率的差異。」因此，我們就以此為主題，並懷抱著打擊犯罪的心情，開始了這一系列研究。

參、研究目的

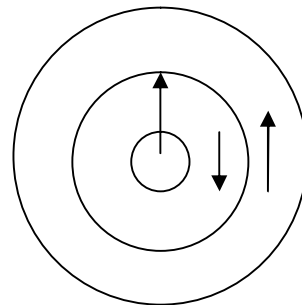
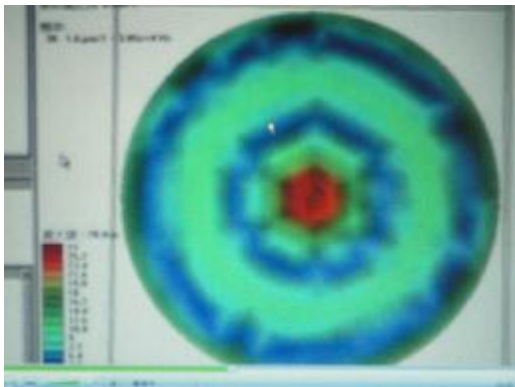
- 一、比較真假龍銀及圓形板金屬樣品間頻率及頻譜圖的差異。
- 二、比較同一種材質，在相同厚度下，其直徑大小與所產生的頻率之間的差異及關係。
- 三、比較同一種材質，在相同直徑下，其厚度大小與所產生的頻率之間的差異及關係。
- 四、比較外型相似的真假龍銀其聲音性質之差異。

肆、研究原理

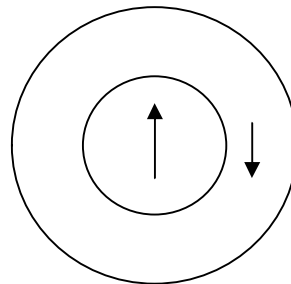
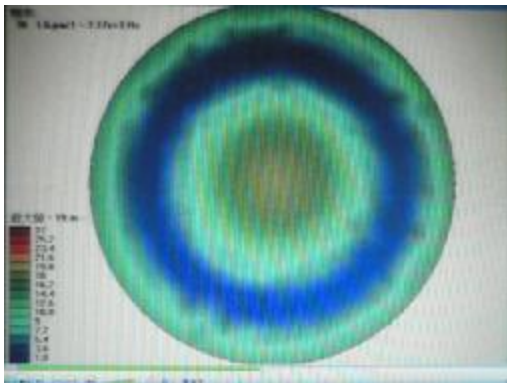
一、數值分析：

當初我們量取各種樣品的數據之時，同時也經過一番搜尋，卻無法在圖書館的叢書中甚至大學的教科書裡找到介紹圓形金屬板振動模態的相關理論。於是，我們只好藉助於鄰近大學的 Visual Nastran Desktop 2001 這套板殼震動分析軟體，進行數值分析與振動形式的模擬。

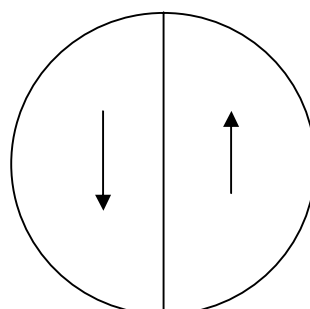
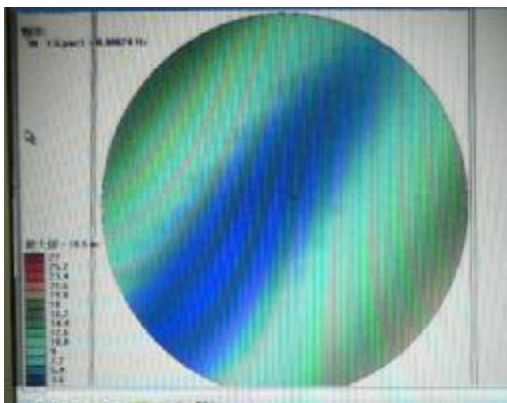
下列圖示顯示圓形金屬板自由振動的幾種振動形式，圖中箭頭的方向代表此區振動的方向，圓環內的線條分別代表「節線」和「節環」，換言之，也就是振動位移恆為零的區域。



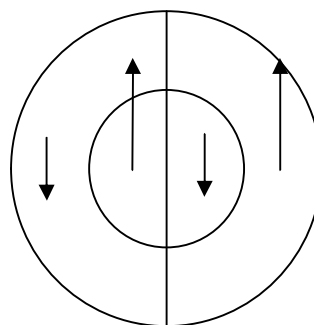
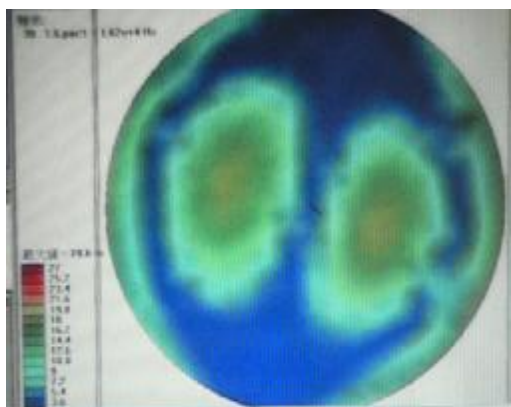
$$n = 0 \quad s = 2$$



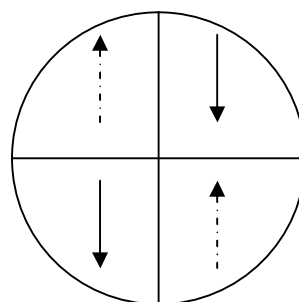
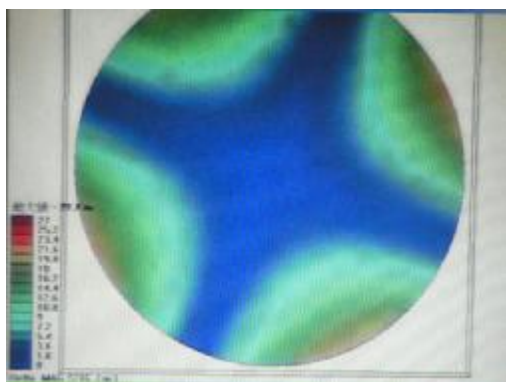
$$n = 0 \quad s = 1$$



$$n = 1 \quad s = 0$$



$$n = 1 \quad s = 1$$



$$n = 2 \quad s = 0$$

馬鞍形

(註 1) n , s 分別表示圓盤振動時，盤表面上的節線數及節環數。

二、解析理論：

後來，在我們尋求外援的過程中，終於有位教授在 *Journal of Sounds and Vibrations* 中找到一篇十多年前所發表的，有關我們研究主題的相關論文 *The Influence Of Poisson's Ratio On The Natural Frequencies Of Free Circular Plates* [參考文獻九]，其中有關於圓形板殼在自由態的振動頻率的解析理論為：

$$w_{ns} = \frac{\Omega_{ns}}{a^2} \sqrt{\frac{D}{rh}} \quad \dots\dots (1)$$

然而，其中各項除了

- h = 圓形板殼樣品的厚度 (m)
- a = 圓形板殼樣品的半徑 (m)
- ρ = 圓形板殼樣品的密度 (kg/m^3)

我們並不了解其意義，因此，又經過一番搜索之後，我們找到其中 D 的意義：

$$D \equiv \frac{Yh^3}{12(1-u^2)} \quad \dots\dots (2)$$

Y 與 u 是我們所不了解的，經過資料查詢，我們在機械製造圖表名詞大辭典 [參考文獻五] 中

找到關於 Y 及 u 的意義：

浦松比(Poisson's ratio) u ：

浦松比為在材料彈性限度以內對縱方向施加荷重時，橫向應變 b/D 與軸向應變 d/L 之比。

即

$$u = \frac{b/D}{d/L} \quad (b=\text{橫向的改變量}; d=\text{軸向的改變量}; D=\text{寬度}; L=\text{長度}) \quad \cdots \cdots (3)$$

浦松比示意簡圖：當一可變形物體受軸向拉力(P_t)，不只會在軸向會伸長，其軸向也會收縮；受壓縮力時則反之。

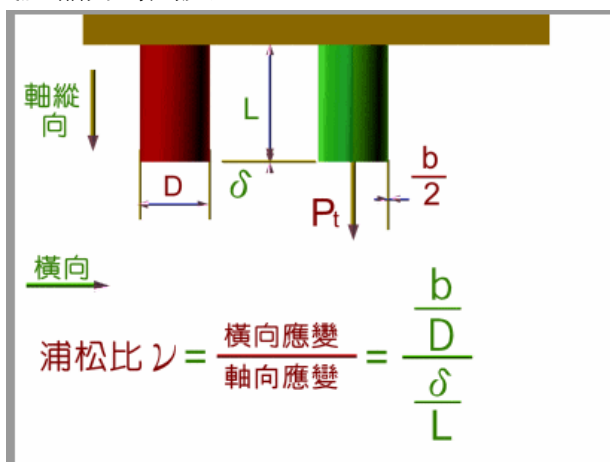


圖 1 - (a)

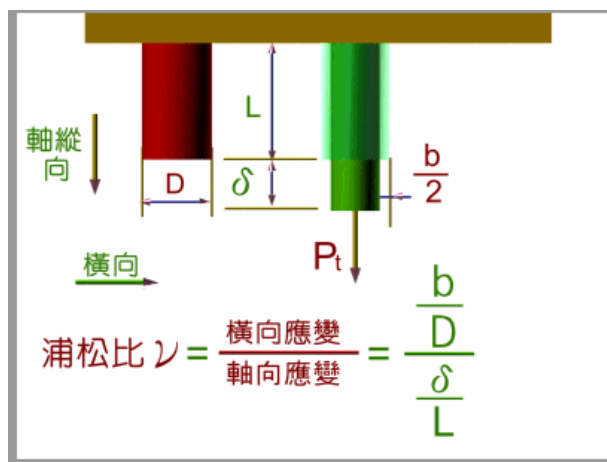
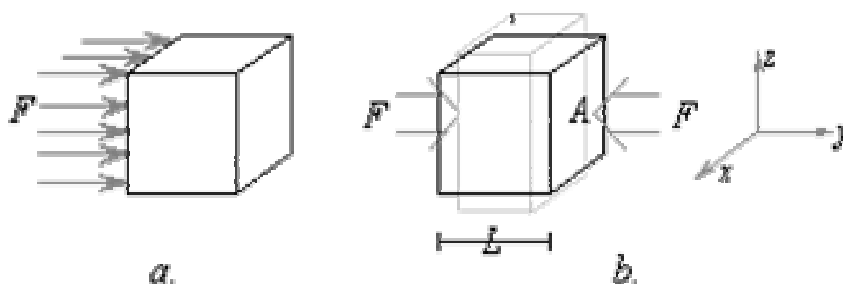


圖 1 - (b)

楊氏係數(Young's modulus) Y ：

一、楊氏係數

先考慮兩種物體受外力的情形。如圖 2-(a)，只有一面受力 F ，顯然的此物體會逐漸地向右方加速移動，而物體內各部分的相對位置並無改變；而圖 2-(b)則不同，物體的兩面受到方向相反大小相同的力，兩力的合力為 0，因此原來靜止的物體不會移動，但物體的形狀大小



可能就有變化了。

圖 2

在楊氏係數的討論中，我們研究的是受壓後可復原的彈性體。圖 2-(b)的彈性體受力後沿力方向(y)會變得比較短，和力垂直的方向(x-z)可能變得比較寬。這些彈性體的變化可用 "應變" (strain) 來表示，而施加於物體的力則以 "應力" (stress) 來表示，沿力方向的應變定義為 $\frac{\Delta L}{L}$ ，應力定義為 $\frac{F}{A}$ ，其中 L 為原長度， ΔL 為其變化量， A 是受力面積。彈性體的特性是應變和應力成正比（可看成是較廣義的虎克定律），即

$$\frac{F}{A} = Y \cdot \frac{\Delta L}{L} \quad \dots\dots (4)$$

Y 和彈性體的特性有關，稱為楊氏係數 (Young's Modulus)。

至此我們明白了理論式 $w_{ns} = \frac{\Omega_{ns}}{a^2} \sqrt{\frac{D}{rh}}$ 中的 D 、 a 、 r 、 h 的物理意義。

最後的難關是 Ω_{ns} ，在這篇論文中附有 Ω_{ns} 的相關數值：

$n \backslash s$	0	1	2	3
0	0	9.068	38.507	87.80
1	0	20.513	59.932	143.758
2	5.253	35.242	84.51	161.54
3	12.243	52.512	112.26	195.647

(表 1)

而 n = 節線數， s = 節環數， Ω_{ns} 愈小代表其震動的自然頻率愈低， $\Omega_{ns}=5.253$ (即 $n=2$ ， $s=0$) 正和我們所測得的圓形板殼振動頻率相似(見實驗分析)。

終於，我們有辦法計算各圓盤的自然頻率，公式(2)帶入公式(1)中得到

$$w_{ns=\Omega_{ns}} = \frac{h}{a^2} \sqrt{\frac{Y}{12r(1-u^2)}} \quad \dots\dots (5)$$

由公式(5)得

$$w \propto \frac{h}{a^2} \quad \dots\dots (6)$$

伍、實驗器材與方法

一、實驗器材：

圓盤狀樣品 (單位：mm)

材質	厚度	直徑
鋼 ss400	1.2、1.6、2.0、2.6、3.0	20、30、40、50、60
白鐵 304	1.2、1.6、2.0、2.6、3.0	20、30、40、50、60

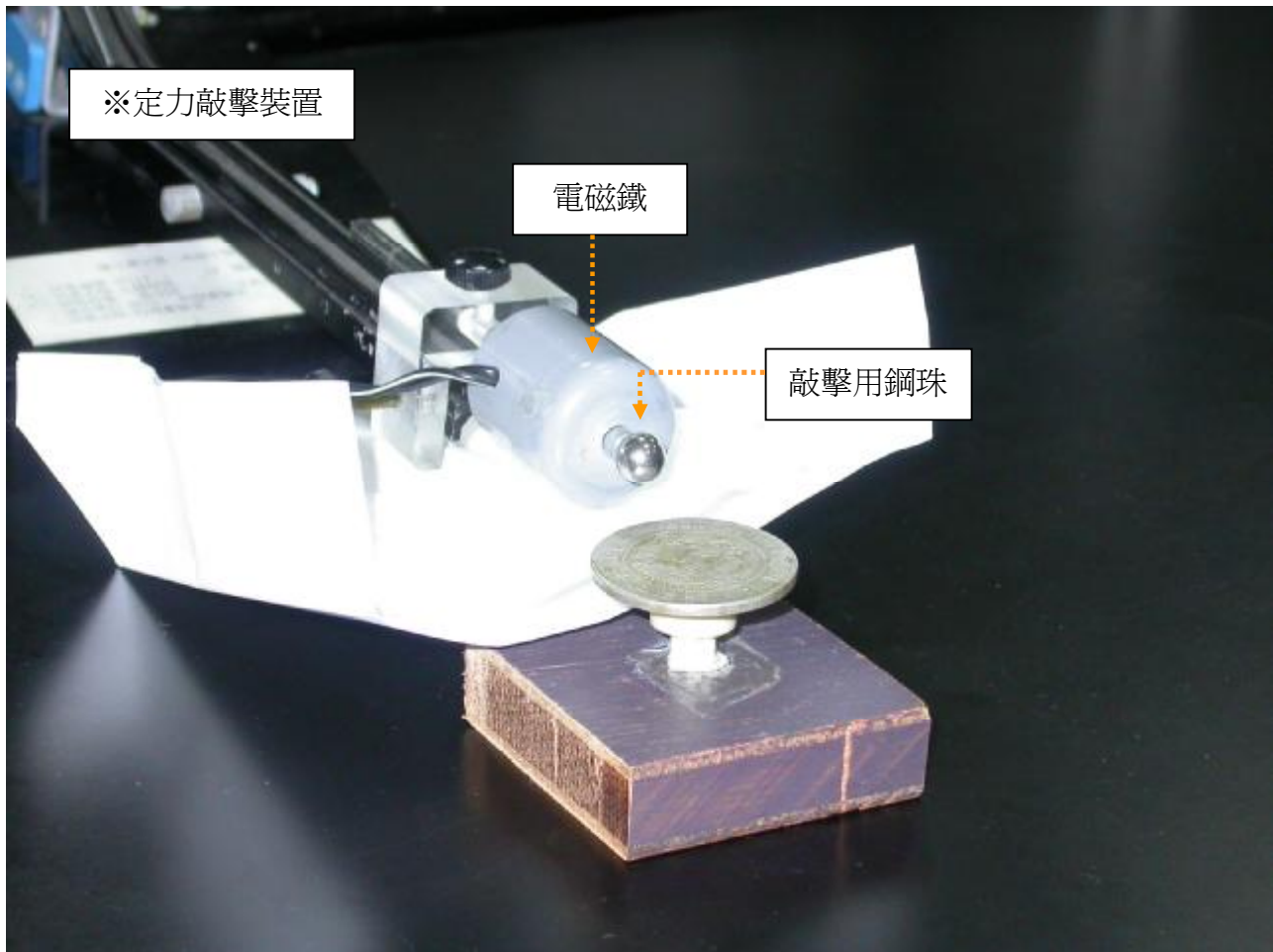
總計圓盤60個、迷你麥克風、Cool edit pro2.1(數位音樂編輯軟體)、手提電腦(以下稱NB)一台、橡膠材質蘑菇狀物體敲擊設置台、定力敲擊裝置。

二、實驗方法：

- (一) 把待測樣品置於橡膠底座上，並使圓心恰位於底座的尖端，如此可使底座對樣品的干擾降到最低。
- (二) 在樣品旁邊的固定位置，設置麥克風擷取聲波，並連接到筆記型電腦。
- (三) 利用 Cool edit pro 2.1 進行分析工作。

三、實驗裝置圖：



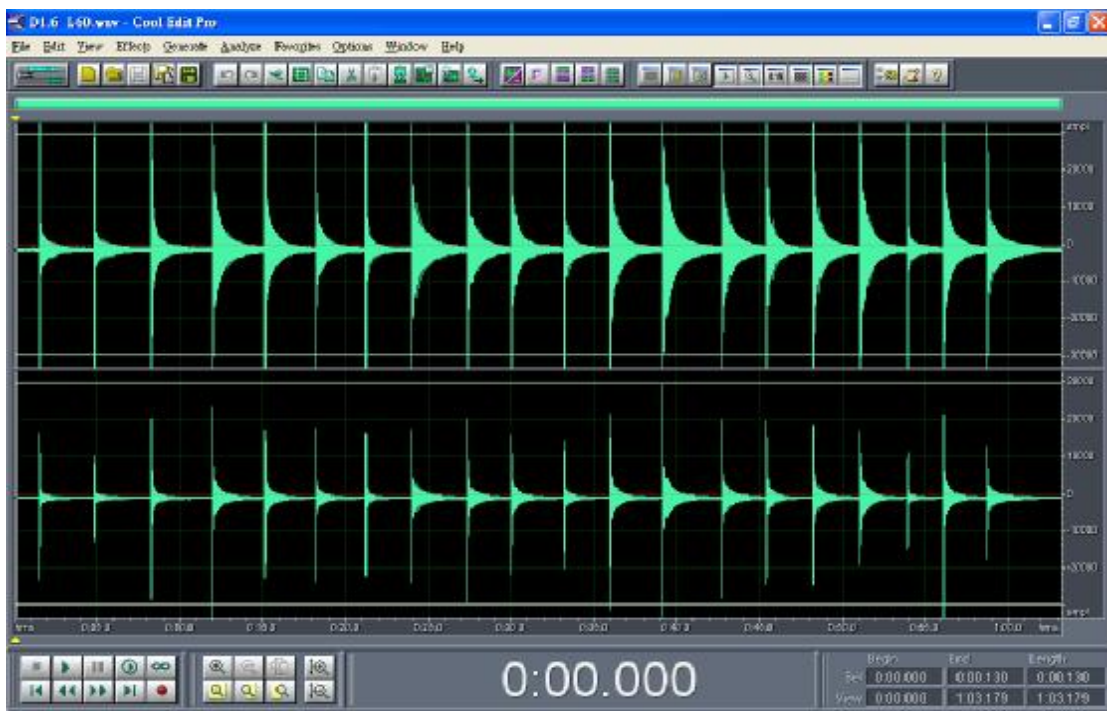


四、實驗步驟：

- (一) 測量背景音大小，確保背景音沒有大到干擾樣品測量之地步。
做法：錄製約 10 秒的背景音，觀察背景音音量大小。
- (二) 敲擊龍銀及小型硬幣，觀察其頻譜圖並測量其主頻，副頻。
連續敲擊十次，觀察並紀錄其主頻，副頻，再與相同大小的樣品比較之間頻譜、頻率、衰減時間的差異。
- (三) 敲擊 6 枚直徑相同，材質為鋼(ss400)之不同厚度的樣品測量其主頻，副頻(甚至參頻，肆頻)。連續敲擊樣品十次，觀察並紀錄其主頻，副頻，再加以分析其與厚度的關係。
- (四) 敲擊 6 枚厚度相同，材質為鋼(ss400)之不同直徑的樣品測量其主頻，副頻。連續敲擊樣品十次，觀察並紀錄其主頻，副頻，再加以分析其與直徑的關係。
- (五) 敲擊 6 枚直徑相同，材質為白鐵(304)之不同厚度的樣品測量其主頻，副頻。連續敲擊樣品十次，觀察並紀錄其主頻，副頻，再加以分析其與厚度的關係。
- (六) 敲擊 6 枚厚度相同，材質為白鐵(304)之不同直徑的樣品測量其主頻。連續敲擊樣品十次，觀察並紀錄其主頻，副頻，再加以分析其與直徑的關係。
- (七) 使用 Matlab 分析實驗數據，用曲線擬合(curve fitting)工具觀察直徑、厚度與頻率的關係。

五、讀取頻率的流程：

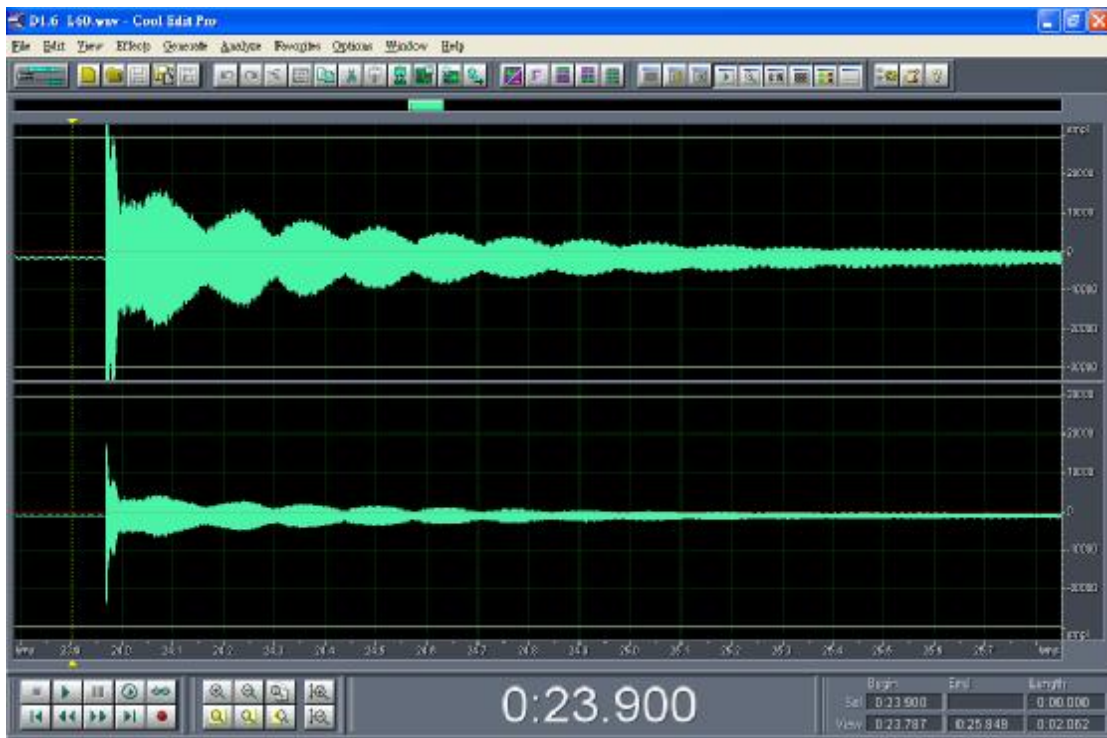
(一) 連續敲擊樣品十次，測得樣品的聲音強度與頻率原始訊號：



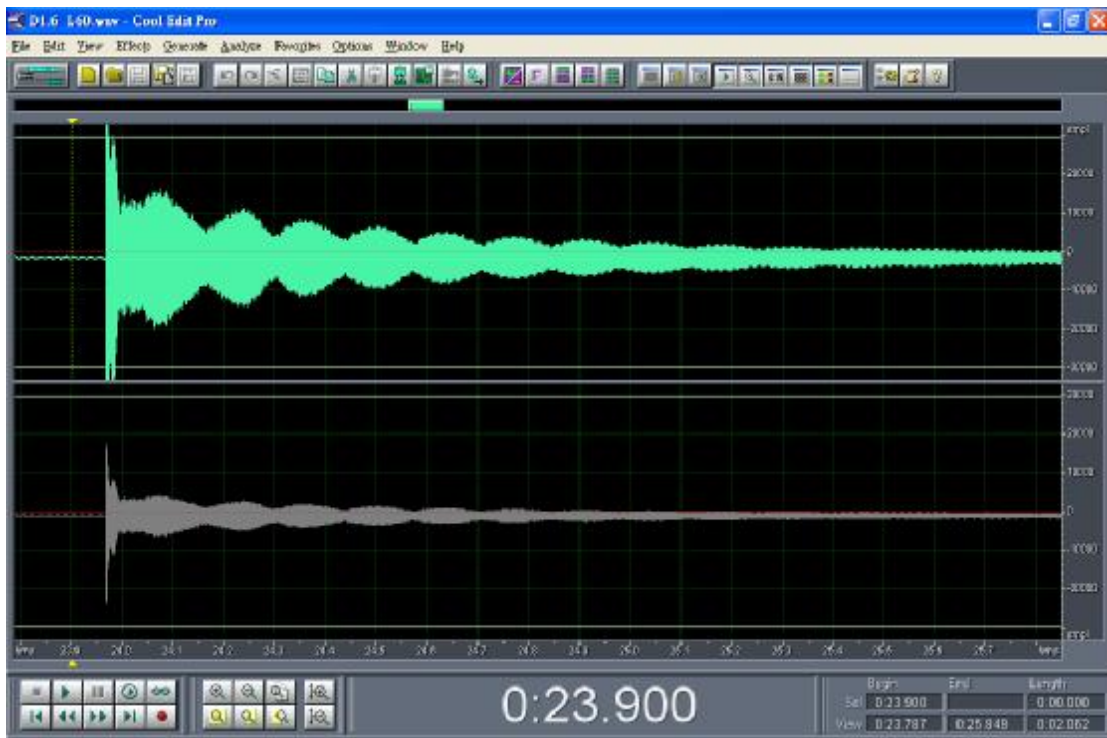
(二) 反白選擇我們要觀察的一段,並放大



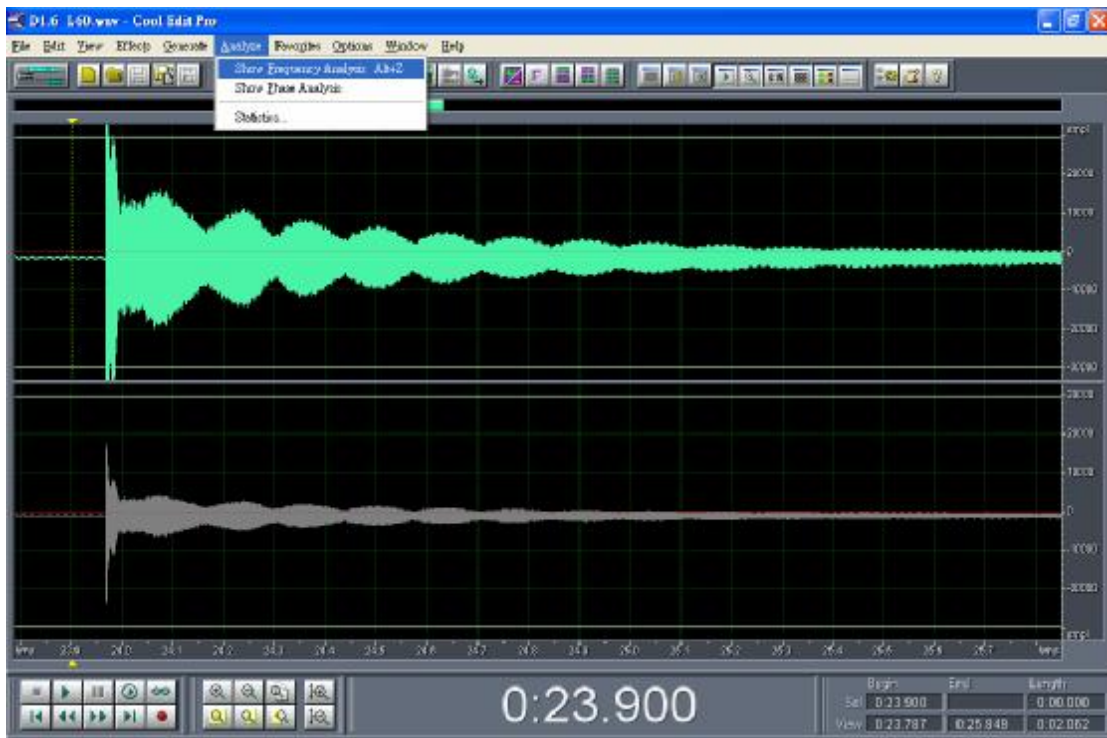
(三) 再放大，並將黃線移到下一次敲擊前。



(四) 選擇一固定聲道比較(實際上如果左右聲道的分貝值有誤差也不影響頻率值)。



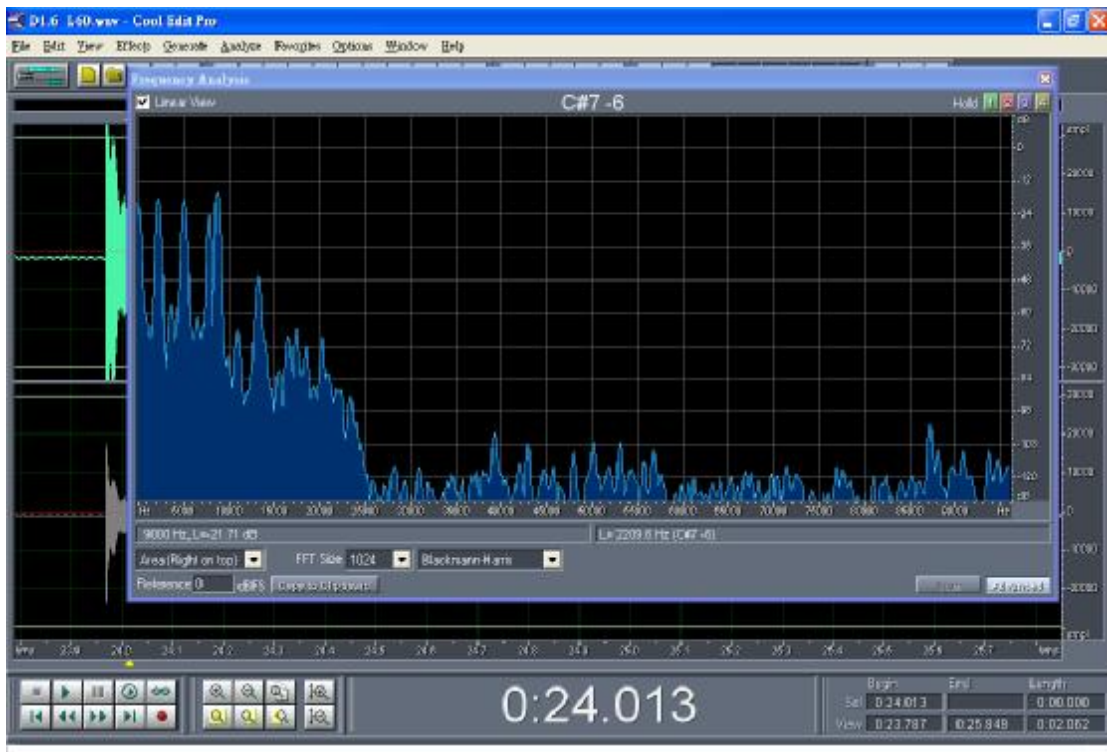
(五) 選擇頻率分析，然後按快轉，觀察頻率與時間關係。



(六) 這是剛敲時瞬間的頻率起伏(暫態)，不須理會。



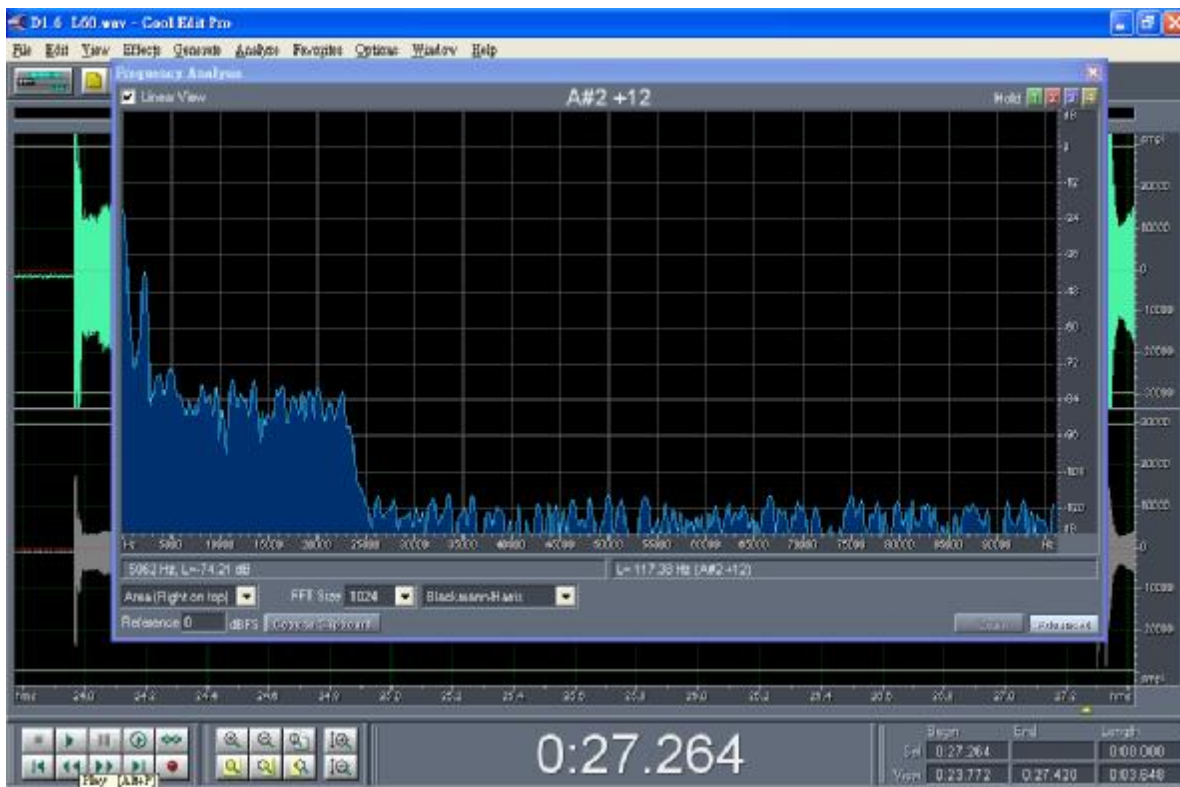
(七) 接著會有數個高峰，繼續按快轉。



(八) 此時會看到由左而右漸降的峰值，包括主頻、副頻及參頻……等。



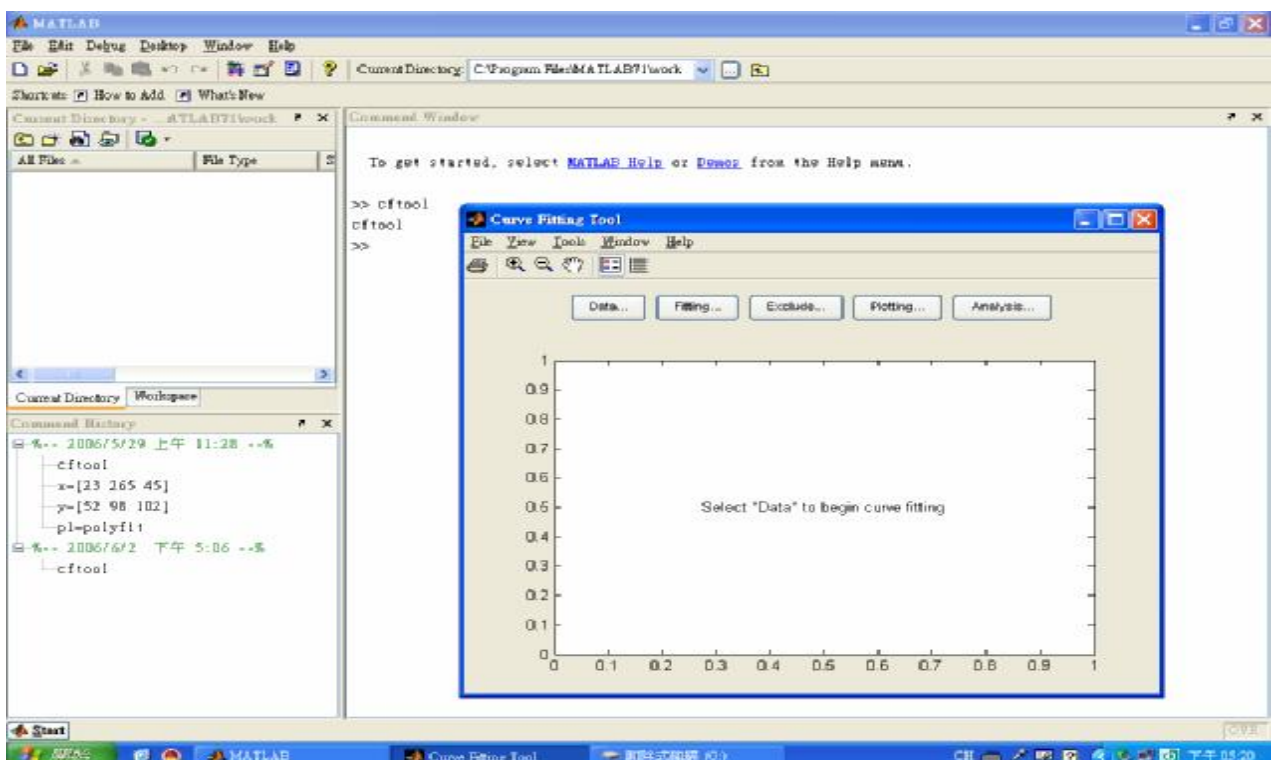
(九) 如上圖，靠近左邊有一高峰緩慢下降，穩定而持續，此為主頻。



(註：主頻、副頻、參頻為依照頻率持續的長短分類。持續時間最久的為主頻，依此類推)

六、曲線擬合：利用曲線擬合確定頻率與厚度及直徑的關係。(詳見附錄)

(下圖為使用 MATLAB，進行曲線擬合的操作介面。)



陸、實驗數據

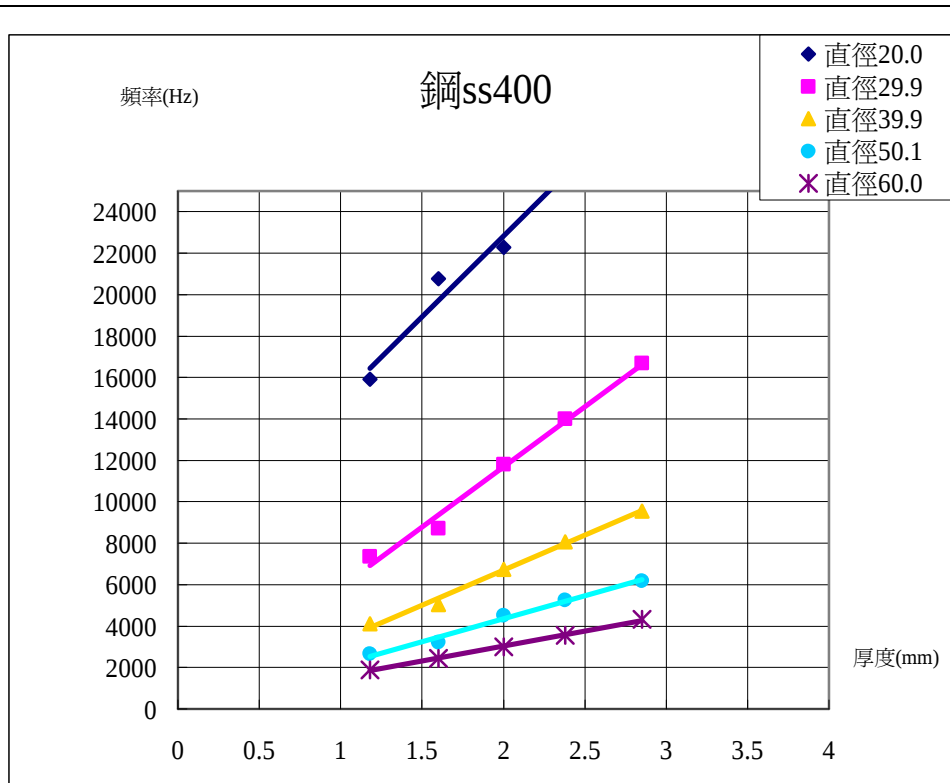
下表表列二種金屬材質，在不同的直徑與厚度的條件下，所測得的主頻率平均值。（詳細測量值請參考附件資料）

鋼 ss400		
直徑 (mm)	厚度 (mm)	主頻率 (Hz)
20.0	1.18	15930
29.9	1.18	7350
39.9	1.18	4125
50.1	1.18	2644
60.0	1.18	1875
20.0	1.60	20770
29.9	1.60	8707
39.9	1.60	5039
50.1	1.60	3222
60.0	1.60	2449
20.0	2.00	22296
29.9	2.00	11810
39.9	2.00	6750
50.1	2.00	4500
60.0	2.00	3000
20.0	2.38	
29.9	2.38	13984
39.9	2.38	8062
50.1	2.38	5250
60.0	2.38	3562
20.0	2.85	
29.9	2.85	16680
39.9	2.85	9562
50.1	2.85	6187
60.0	2.85	4312

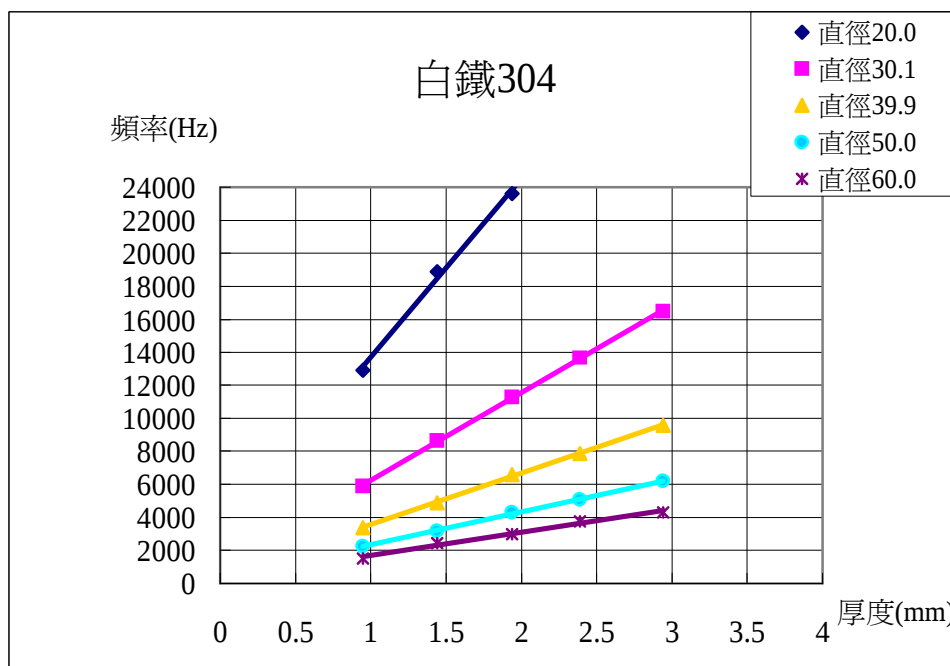
白 鐵 304		
直徑 (mm)	厚度 (mm)	主頻率 (Hz)
20.0	0.95	12876
30.1	0.95	5887
39.9	0.95	3375
50.0	0.95	2250
60.0	0.95	1500
20.0	1.44	9562
30.1	1.44	8625
39.9	1.44	4875
50.0	1.44	3187
60.0	1.44	2437
20.0	1.94	23620
30.1	1.94	11250
39.9	1.94	6562
50.0	1.94	4312
60.0	1.94	3000
20.0	2.39	
30.1	2.39	13680
39.9	2.39	7875
50.0	2.39	5062
60.0	2.39	3750
20.0	2.95	
30.1	2.95	16500
39.9	2.95	9562
50.0	2.95	6187
60.0	2.95	4312

柒、實驗分析

一、分別將兩種材料依樣品厚度對主要頻率作圖，如下（圖表 1），可看出同種材質以相同直徑、不同厚度比較時，頻率與厚度約成正比關係。圓板直徑愈大，圖形斜率則愈小。



圖表 1A



圖表 1B

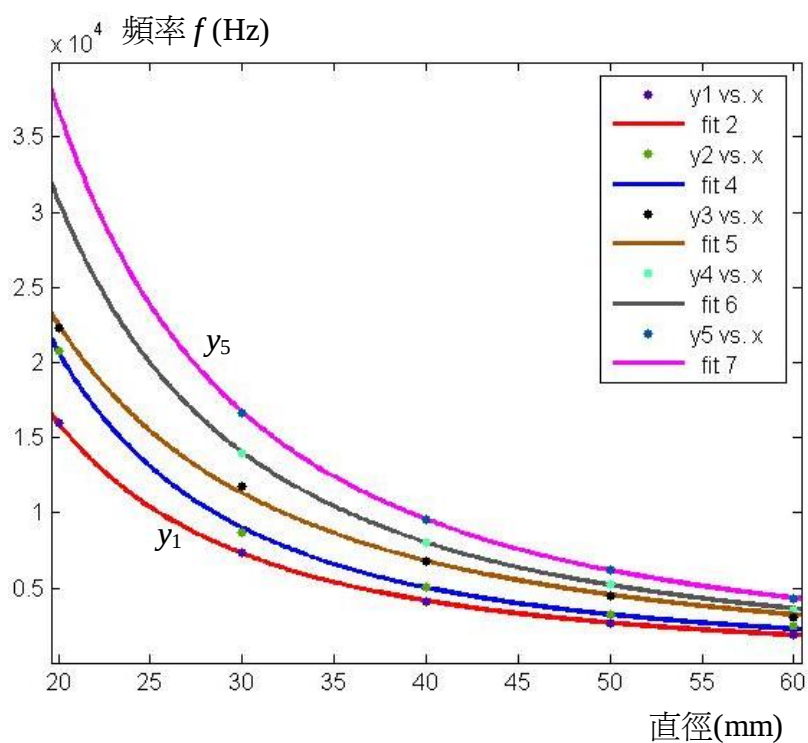
二、將兩種材料的樣品直徑對主要頻率作圖，顯示出一種反變的趨勢，爲了探討兩種物理量之間的關係，我們使用 MATLAB 軟體進行曲線擬合。從下列圖表 2 的擬合結果可以發現：直徑對於主頻率間有近似 - 2 次方（平方反比）的關係。

鋼 ss400

$$f(x) = a x^b$$

圖示	厚度	a	b
y ₁	1.18	5.334e+6	-1.94
y ₂	1.60	9.734e+6	-2.054
y ₃	2.00	3.825e+6	-1.715
y ₄	2.38	1.023e+7	-1.939
y ₅	2.85	1.241e+7	-1.944

圖表 2A

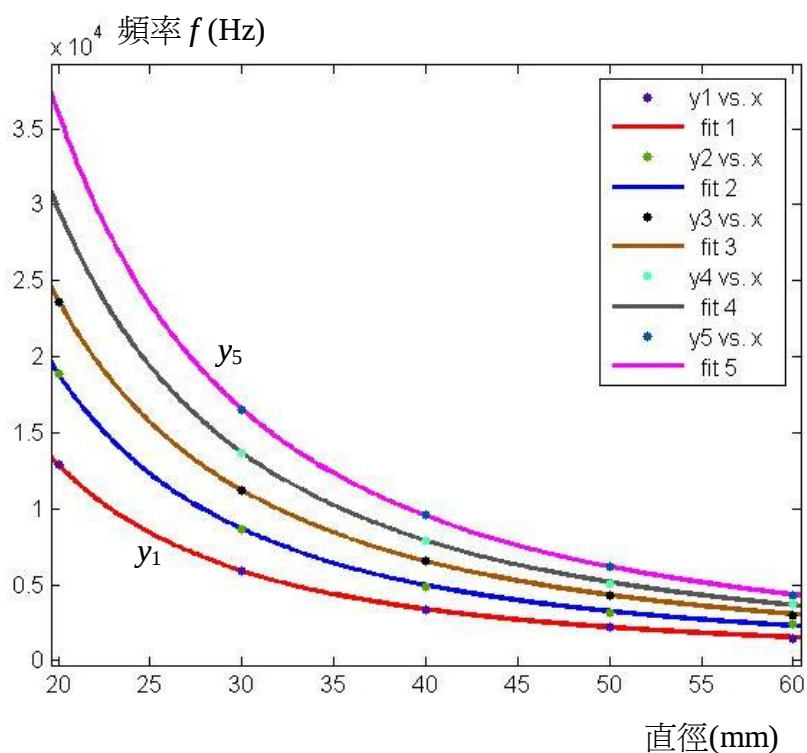


白鐵 304

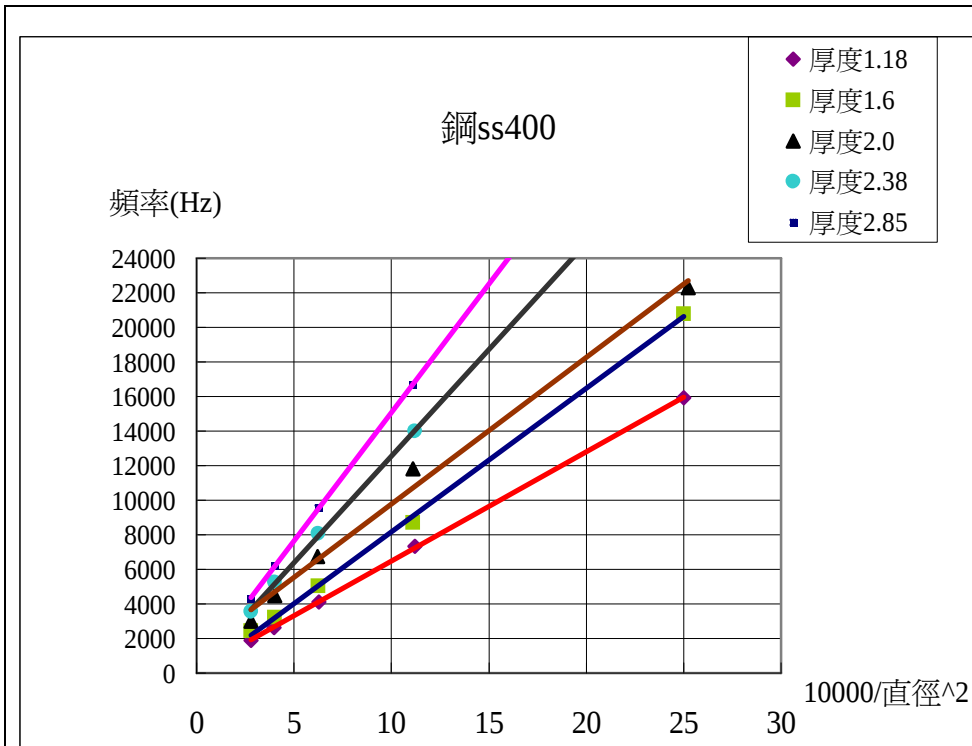
$$f(x) = a x^b$$

圖示	厚度	a	b
y ₁	0.95	4.161e+6	-1.929
y ₂	1.44	6.088e+6	-1.928
y ₃	1.94	6.051e+6	-1.851
y ₄	2.39	9.019e+6	-1.909
y ₅	2.95	1.138e+7	-1.921

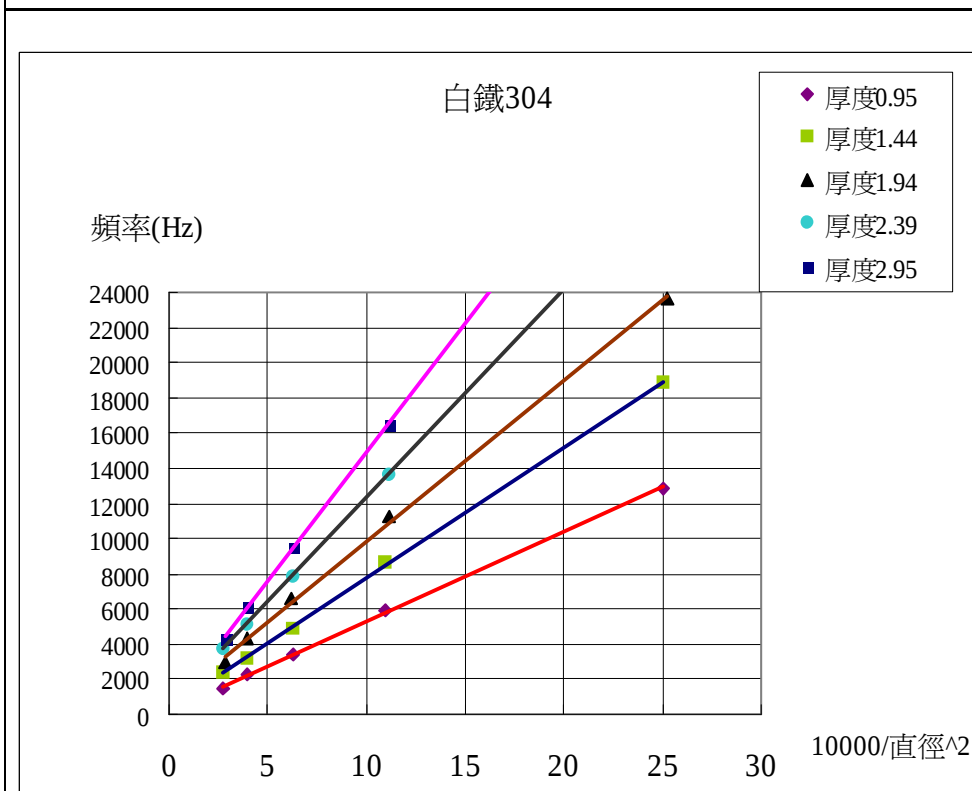
圖表 2B



三、經過 (分析二) 曲線擬合後，我們發現同種材質，以相同厚度、不同直徑比較時，頻率約與直徑平方成反比。利用 Excel 來呈現如下 (圖表 3)，分別將兩種材料取樣品直徑的倒數平方對主要頻率作圖，直接顯示這種與直徑平方成反比的趨勢，同時亦可觀察到厚度愈厚，圖形的斜率愈大，與 (分析一) 的結果相呼應。



圖表 3A

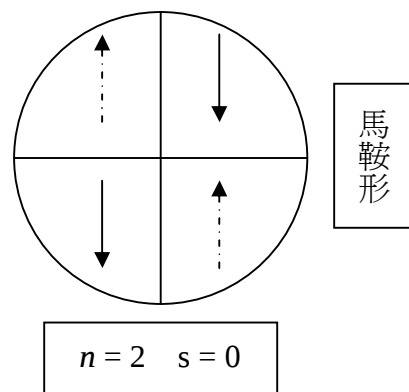
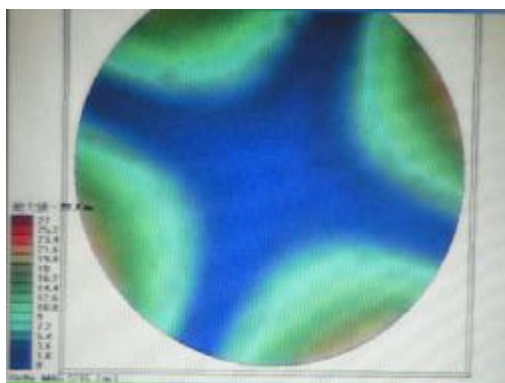


圖表 3B

四、下表以鋼 ($a = 29.9$ 、 $h = 2.85$) 和白鐵 ($a=10$ 、 $h=1.94$) 為例，以我們所測量出的頻率逆算出 Ω_{ns} ，再查表 1 以確認模態類型：

	鋼	白鐵
楊氏係數 (N/m ²)	2.06E+11	1.93E+11
浦松比	0.21	0.29
密度 (kg/m ³)	7.91E+03	7786
厚度 h (mm)	2.85	1.94
半徑 a (mm)	29.9	10
D	4.16E+02	1.28E+02
測量頻率 (Hz)	4312	23620
測量出的 Ω_{ns} 值(模態)	5.64E+00	5.09E+00
查表判斷的 Ω_{ns} 值	5.253	5.253
理論頻率 (Hz)	4015.85976	24357.6885
頻率百分誤差 %	7.37426756	-3.02856527

經上列程序，分析本次測量的所有樣本，我們發現以圓心為支撐點，輕擊金屬板圓周的施力方式，在眾多圓形板的共振模態之中，呈現以十字交錯的馬鞍形振動為主要的振動模式。（其他樣本換算數據請參閱附件）



捌、實驗討論

一、龍銀是我們的出發點，所以在此先簡單介紹龍銀的發展沿革：林則徐是首先主張中國(清朝)需要自鑄銀幣的人，但道光皇帝不同意而做罷，但 50 年之後張之洞任職兩廣總督，認為外銀充斥，影響國內經濟甚鉅，重申當年林則徐之議，乃於光緒 15 年(1889)先委託英國伯明岡的喜敦造幣廠試鑄銀幣，剛鑄造的是廣東省造—光緒元寶—7 錢 3 分。後因不合乎市場需求而停止，於光緒 16 年再改制 7 錢 2 分的龍銀。後來張之洞改任湖廣總督，於光緒 19 年(1893)在湖北武昌改建造幣廠，隔年開始製造湖北龍銀。因龍銀使用成效良好，各省紛紛請求製造，直到清朝滅亡為止(1911 年；宣統三年)，民國初期因幣制尚未統一，仍沿用清朝龍銀約三年。

二、量測場地是我們一開始遇到的問題，雖然選了安靜之地，還是有雜音(可能是電燈、呼吸聲...)，導致量測結果似乎不太理想。我們發現縱使在晚上十一點，房裡的雜訊都還蠻大的，凌晨三、四點的雜訊強度則是一天當中最小的。空間大小也是問題，例如在客廳又比在書房裡吵雜。實驗之初我們曾製作一個隔音箱，用保麗龍箱加上大量的消音海綿貼在箱子的內外側，結果在隔音箱裡面的實驗結果雜訊反而更大！初步推斷，可能是狹小的隔音箱反而產生共鳴箱的效果，使雜訊音量變得更大。在遍尋適合量測場地時，意外的發現學校的演講廳所測得的雜訊音量特別小，可能是因為場地寬廣，再加上場地本身具隔音效果所造成，選在演講廳測量同時也解決了原先必須在家裡深夜量測的時間問題。



圖 3

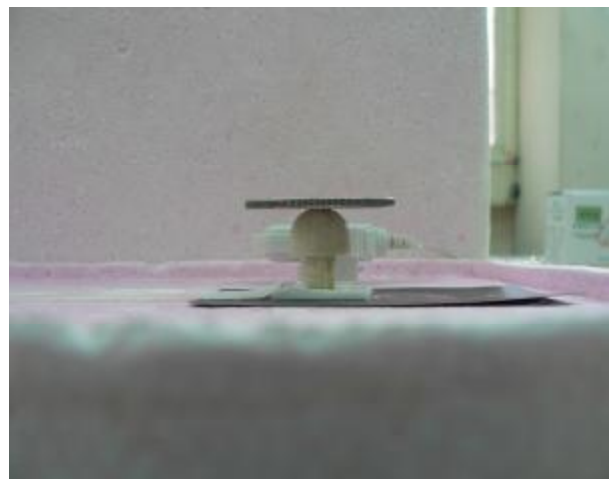


圖 4

三、關於敲擊方式，我們最初以快乾膠固定於樣品圓心（見上圖 3），在懸吊狀態敲擊樣品。為了縮小快乾膠面積並增強附著力，我們擷取一小段吸管固定在圓心，然後將棉線放入

吸管内滴入快乾膠，但測量出來的頻率明顯因快乾膠的厚度差異而差別很大。後來我們想到用夾座以兩根針由兩端夾圓板中心再敲擊，結果音量竟然小到幾乎測不出來！原來兩面圓心均受力，會嚴重干擾圓板的自由振動。最後，我們用木板先固定一個蘑菇狀的橡膠物體（敲擊座），再把樣品放在座上敲擊（見前頁圖 4），發現敲擊座對於待測樣品的干擾極小，因為圓盤狀的樣品與蘑菇狀的橡膠物體只有極小的面積接觸，而且很容易維持樣品的水平，終於我們找到了對樣品振動低干擾的支撐方式。而這種方式恰可適用於我們的理論分析架構。

四、最早我們曾經訂購一批鋁板，但是鋁對雷射光的反射率實在太高，不適用於雷射切割，後來便作罷。樣品以雷射切割的方式製作，誤差極小，且厚度一致，樣品的尺寸誤差問題並不大。但是在測量軟體的精密度上，還是有缺陷，例如用滑鼠找頻譜之主頻、次頻與參頻時，滑鼠稍微移動一點點，頻率平均差距大概就達到 10~160 Hz 不等，可能是軟體本身最初設定時，各點之間分析頻率的間隔並不是採取一定值的問題。麥克風的收訊敏感度良好，以及軟體能擷取細密而豐富的原始訊息，則是令人鼓舞之處。對於間隔敲擊之時間差方面，經過我們多次試敲之後，我們發現以 3~5 秒（視物體而定）來敲擊，是最恰當的時間間隔（確保物體不會再發出聲音，不會影響下次的敲擊），而且由於共振頻率幾乎固定在同一位置（主頻、次頻等出現在同一位置），所以就算聲音未消失就敲擊，結果還是一樣的。

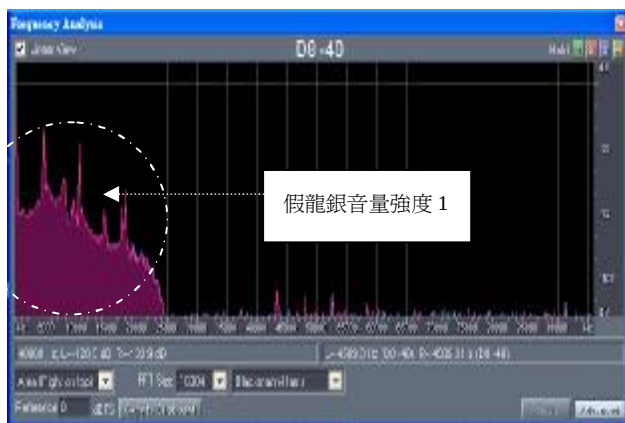
五、關於我們擷取主要頻率的方法，在此稍做補充說明：

剛完成敲擊的瞬間，樣品上所有質點因外力的影響而強迫振動，這個情況在物理學上定義為“暫態”，而此段時間為我們測量頻率時的緩衝期，因為此時的質點振動方式尚不是最穩定的狀態。我們合理的推測：在振動的過程中主要頻率的能量消耗速度為所有自然頻率中最慢的，為最穩定持久的一種頻率，因此我們所標定的主要頻率為數個振動頻率中存在時間最久者，未必是某一瞬時強度暫時最大者。

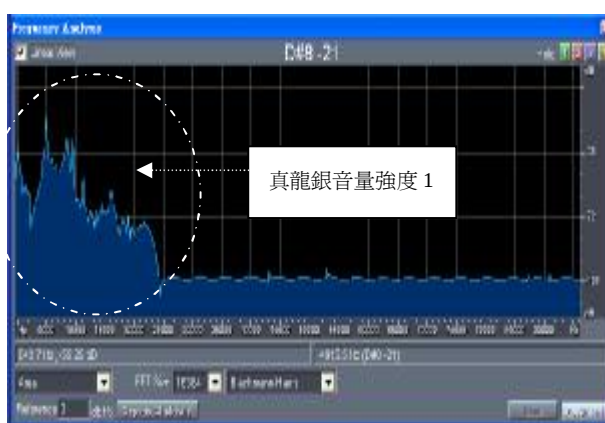
六、這次的實驗，我們發現背景雜訊對於尋找主頻頻率並不影響，因為背景雜音的音量強度低於前幾個主要頻率的音量強度。至於共振頻率在 25000Hz 以上的模態，則因為高頻的音量強度小於背景音，而無法測量到。當然這也讓我們學習到，背景雜訊的大小關係到我們能夠辨識的模態數量多寡。

七、在彙整手邊的實驗數據並粗略繪圖後，我們懷疑相關物理量之間是否有整數次方的關係，於是向鄰近大學尋求協助，取得 MATLAB 軟體來分析實驗數據並求證我們的想法。在前述實驗分析中，可以看到樣本厚度或直徑對頻率均大約存在整數次方的關係。

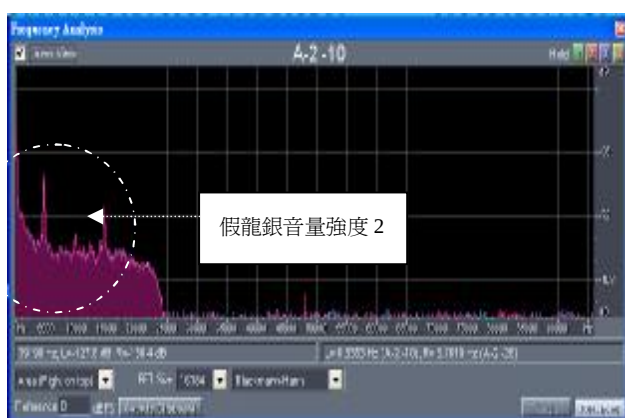
八、在實驗步驟二中，我們發現真、假龍銀的主要頻率衰減時間差異很大！下列左邊三張圖為假龍銀，右邊三張圖為真龍銀。下列為時間間隔約 0.868 秒的頻譜連續變化圖，其中第一張圖為剛敲擊瞬間之頻譜圖。假龍銀在經過約 1.736 秒之後，其主頻率強度已大幅衰減；然而，右邊的真龍銀在經過同樣時間後，主頻率相對於最高的強度仍維持相當的比例。



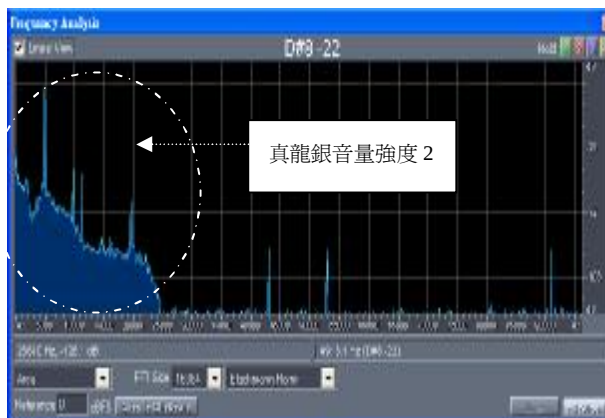
0:03.595



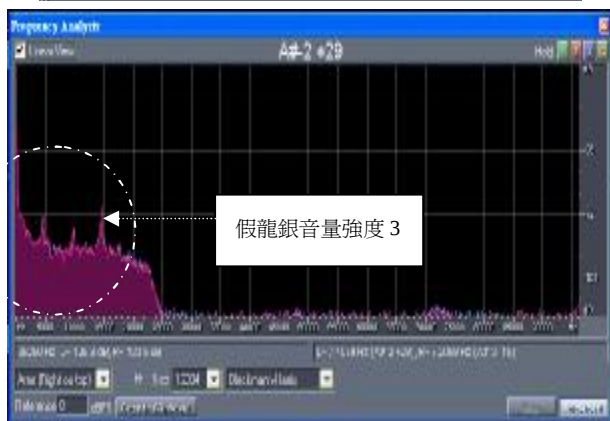
0:03.169



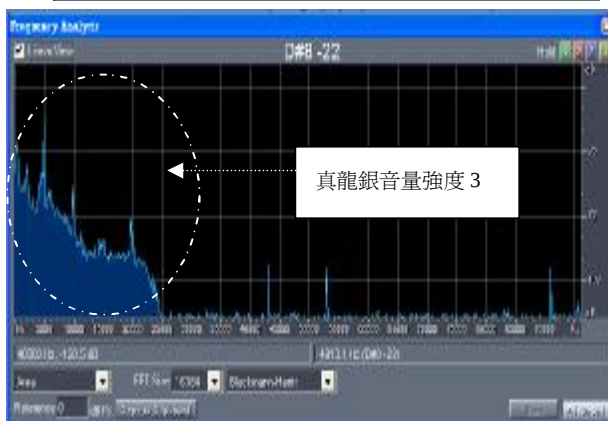
0:04.461



0:04.037

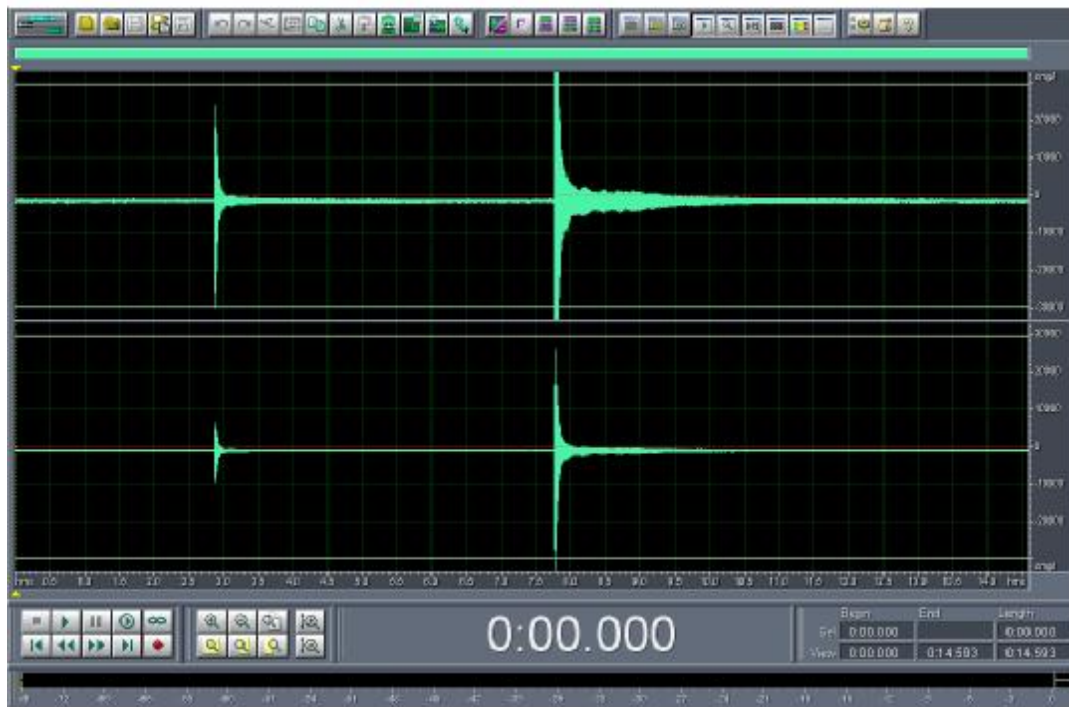


0:05.289



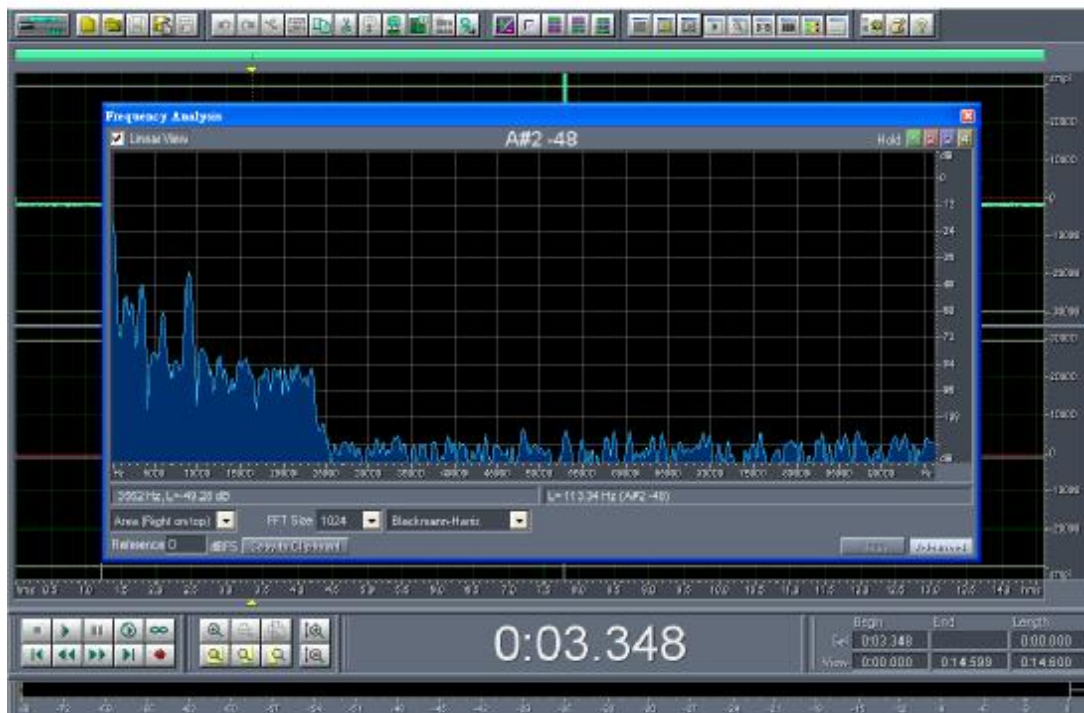
0:04.905

九、另外我們也發現敲擊力道的大小不會影響主頻的高低，只會影響音量強度的大小。以下藉由實驗結果證明：



上面這張圖為兩次敲擊力道大小差異極大的情況，

接下來我們選取單一聲道來仔細判別



這是前者敲擊力道較強的頻譜圖，主頻為 3562 Hz



這是後者敲擊力道較弱的頻譜圖，主頻為 3562Hz。其值與重擊時並無差異。

十、最後我們發現：當我們敲擊一個圓盤狀的物體時，會同時出現不同的模態。我們這次所測到的主頻頻率則恰好都是馬鞍形模態 ($n = 2, s = 0$) (用逆算法推回得之)，初步推斷，可能是因為我們在測量時，把樣品放置在敲擊座上，這個動作可能已經固定了樣品的中心區域，至於為何呈現十字型，關於這點我們目前尚未能了解。



玖、實驗結論

一、由圖表 1A、1B，可推得圓形金屬板近似自由態的振動，在相同材質、直徑但厚度不同的條件下所發出聲音的主頻率大小約與厚度成正比關係，即：

$$\omega \propto h。$$

二、由圖表 2A、2B、3A、3B，可推得圓形金屬板近似自由態的振動，在相同材質、厚度但直徑不同的條件下所發出聲音的主頻率大小約與直徑成平方反比關係，即：

$$\omega \propto \frac{1}{L^2} \quad (L = \text{直徑})。$$

三、敲擊力道的大小並不會影響共振頻率值；環境的吵雜與否，即背景雜訊不會影響頻率在 25000 (Hz) 以下的觀察。

四、本實驗所運用的材質：鋼 SS400、白鐵 304 其楊氏係數、浦松比、密度都相當接近，所以相同厚度、直徑下的待測物其主頻率都差異不大。

五、真龍銀與假龍銀的頻譜訊號差異相當明顯，其主頻音量強度滯留時間，在相同大小規格及大約相同敲擊強度下，真龍銀的主頻音量強度滯留時間比假龍銀長很多。

六、主頻的滯留時間與可聞聲的強度無關，有時聲響似乎已消失(或說低到人耳聽不見)，但主頻卻仍然存在。

七、以圓心為支撐點，輕擊金屬板圓周的施力方式，在眾多圓形板的共振模態之中，以十字交錯的馬鞍形振動 ($n = 2, s = 0$ 用逆算法推得) 為主要的振動模式，詳細原因則有待進一步探究。

八、龍銀與硬幣等合金的頻譜圖，往往比單一材質的頻譜來得複雜，雖然還是能清楚比較出主要頻率的大小，但次頻以後則相當複雜，多峰齊並，可能是合金成份的多樣性所致，詳細原因亦有待進一步探索。

拾、感想與展望

從一開始純粹對於龍銀的著迷，以及它那種古老而神秘的鑑別方法作為起點，我們開啓了探索金屬固體振動頻率的大門：先測量一般硬幣再進入鋼 ss400 樣品及白鐵 304 樣品，我們發現厚度、直徑、材質...等等隱藏在金屬振動頻率的奧秘。龍銀的辨識方法似乎不再是那樣地神秘而不可褻玩，這項看似深不可測的技法逐漸被我們套上科學與理論的大衣。相信有朝一日，這技法的聲學理論及定律若能被進一步的論證，屆時將不只能夠應用在龍銀的辨識，連真偽幣的分辨方法也將進入一個全新的領域，想必到時候偽幣在市場的流動量將會大幅降低，甚至從此銷聲匿跡！



其實我們在實驗的過程中，也曾經積極尋求更靈敏的偵測軟體，透過上網搜尋、訪查儀器套件、或是向鄰近的大學求助；特別是大學教授們多能在學理上給予我們有力的後援，不過在新的測量模組方面，目前還暫時找不到比 Cool Edit Pro 2.1 數位音樂編輯軟體更實用的器材。更高靈敏度的實驗數據意謂著我們可以更細膩的檢視聲音的頻譜，說不定我們真的可以利用像拍音這類微小的訊息來檢視錢幣的真偽，也說不定我們可以進一步探究合金比例對聲音頻譜的影響等方式，因而創造出一種利用聲音頻譜以分析材料的策略！這一切除了有賴更精密儀器的奧援，更有賴我們繼續探索科學的熱情。



拾壹、參考文獻

- 一、高級中學基礎物理 南一書局 P.122~P.128 民國 94 年 8 月再版
高級中學基礎物理 龍騰文化出版社 P.89~P.98 民國 94 年 8 月再版
- 二、高級中學物質科學物理篇下冊 南一書局 P.233~P.250 民國 91 年 8 月再版
高級中學物質科學物理篇下冊 龍騰文化出版社 P.186~P.194 民國 94 年 8 月再版
- 三、高級中學物理上冊 南一書局 P.1~P.13 民國 94 年 8 月再版
高級中學物理上冊 龍騰文化出版社 P.1~P.14 民國 94 年 8 月再版
- 四、高級中學物理上冊 教師手冊 南一書局 P.1~P.15 民國 94 年 8 月再版
高級中學物理上冊 教師手冊 龍騰文化出版社 P.1~P.35 民國 94 年 8 月再版
- 五、機械製造圖表名詞大辭典. 復漢出版社
- 六、蔡泊濂 大學物理力學教學研究 亞東書局印行 P.129~P.159 民國 79 年 10 月出版
- 七、潘家發 物理學總整理(1)力學部分 台大圖書公司經銷商 P.513~P.556 民國 75 年 6 月
- 八、陳錫桓 熱學聲學—大學物理學之二 中央圖書出版社 P.241~P.294 民國 71 年 12 月
- 九、D.Abalos (1989) The Influence Of Poisson's Ratio On The Natural Frequencies Of Free Circular Plates. ； Journal Of Sounds And Vibrations ； 132 期； P.341~P.345

評語

040102 龍銀的秘密~圓形金屬板振動頻率的探討

1. 利用小麥克風及軟體程式成功讀取圓盤振動頻譜與模式，且能分析頻率與直徑與厚度函數關係，為本作品之優點。
2. 唯數據點未標示誤差範圍；實驗裝置打擊點對頻率影響未見討論；另外未先對同厚度同半徑但不同材質之圓盤先做頻譜探討，即用以研判真假龍銀，過程不夠嚴謹。