

中華民國第四十六屆中小學科學展覽會
作品說明書

高職組 機械科

最佳(鄉土)教材獎

090901

圓來如此---千變萬化橢圓切割器

學校名稱： 國立秀水高級工業職業學校

作者：	指導老師：
職二 許永勳	張漢佑
職一 謝承志	蘇義豐
職一 賴信佳	

關鍵詞：橢圓、機構、動態繪圖

研究題目：圓來如此一千變萬化橢圓切割器

一、 摘要

當一圓以圓心為原點作出座標軸，其兩軸長度是相同的，若兩軸長度不同時就會產生橢圓，而且因為長短軸的不同長度就會有不同的橢圓產生。在橢圓的畫法研究上，使用動態幾何繪圖軟體來模擬機構設計，並做可行性機構研究，最後以 SOLID WORKS 軟體完成機構零件設計與模擬。零件經機械加工，組合後試用，再針對試用上的缺點改善，最後完成本創作進行畫橢圓，也可以切割出任意橢圓的功能。成品完成後，將機構反置，以鉛筆繪製圖形，可以得到擺線的圖形。擺線圖形的基圓直徑與滾圓直徑大小會影響擺線外型，因此文中亦探討本作品各控制點位置對所繪出擺線曲線之影響。

二、 研究動機：

在創造發明社上課時，老師曾介紹機構設計的一些概念，機構設計不外乎是使用一些連桿、齒輪、皮帶、螺桿等機件來構成一個機構，達到我們所需要的動作出來。尤其設計機構時最好能夠有動作模擬，這樣比較容易判斷動作是否符合要求，以及零件加工組立的可行性。上課中老師介紹一個數學軟體的應用，那就是 GSP 軟體！回家後上網搜尋有關 GSP 的資料，也下載了試用版及一些繪圖的範例，很有趣！試著想想看有什麼圖形是可以應用的呢？

老師同時介紹第三屆旺宏科學獎有一個題目是『千變萬化橢圓盡在手中』，文中也是使用 GSP 軟體來設計出橢圓剪刀附件。我們想針對這個題目再作深入的討論及新機構的設計，從文中發現使用剪刀來剪切橢圓時，操作上必須要有相當好的熟練度，加上剪切過程是屬於以切線包絡方式構成的曲線，如果剪切次數不夠多的話，曲線會變成多邊形，同時其設計只能剪出半橢圓，所以仍然有許多可以改良的地方。

我們搜尋專利公告及市面上橢圓切割的設計，常使用靠模法及 XY 軸上兩點延伸線段外一點畫橢圓方式來作橢圓，由於機構的限制，要切割出小一點的橢圓似乎不容易，這一點是我們研究設計的目標，希望能夠製作出切割小橢圓的切割器。

三、 研究目的：

1. 利用橢圓的畫法，製作出一個『橢圓切割器』，能調整長短軸尺寸，並且可以畫出或切割出大小橢圓。
2. 將數學理論與機構設計結合應用，並且朝向商品化改良。
3. 機構可作為教學上之應用。
4. 可以從機構中引伸出許多機構的設計應用，例如幫浦機構的設計，又因為其具有速回特性，可以應用於一些傳動機構，達到省力或是省時的功效。

四、 研究設備與器材

(一) 研究設備:

1. 個人電腦。
2. 數位相機。
3. SolidWorks2004 3D 繪圖軟體。

利用 SolidWorks2004 軟體，繪出所需工件之 3D 立體圖形及工作圖。

(二) 加工機具：

1. M/C 切削加工中心機
2. 鑽床
3. 車床
4. 銑床

利用機械科工廠內設備加工零件，包含鉗工、車工、銑床工等相關加工設備。

(三) 材料：

1. 壓克力、鋁塊、鋁條…等為製作材料。
2. 切割刀片、鉛筆。

五、 研究過程與方法

(一) 搜尋橢圓相關畫法

在網路上介紹橢圓的網站以『閱讀橢圓』最清楚了，其中介紹好多橢圓的畫法，網站中的動態圖形是使用 CABRIJAVA 這個軟體來繪製。我們也搜尋了其他動態繪圖網站，清大數學系全任重老師的網頁中有好多動態幾何的介紹，其中也有橢圓的說明，除了 CABRIJAVA 軟體外，也有一些圖形是使用 GSP 軟體完成的，對我們的研究幫助相當大。因此我們投入相當多的時間來觀察所有橢圓做圖的方式，茲將比較可能成為機構的作圖方式介紹如下：

1. 拉線畫橢圓法

在國中時期就有老師教過我們這種方法，是最基本的畫法，如下圖 1 所示。如果我們要畫出預定長短軸的橢圓，就必須計算出兩焦點間距離及一條繩子的長度，繩子打結後總長扣除兩焦距長，就是橢圓的長軸長。

- (1) 取一細繩長度等於 AB，繩子一端固定於 F1 處，另一端固定於 F2 處
- (2) 將筆放在 P 處，拉直細繩，慢慢移動筆，即可描繪出橢圓！

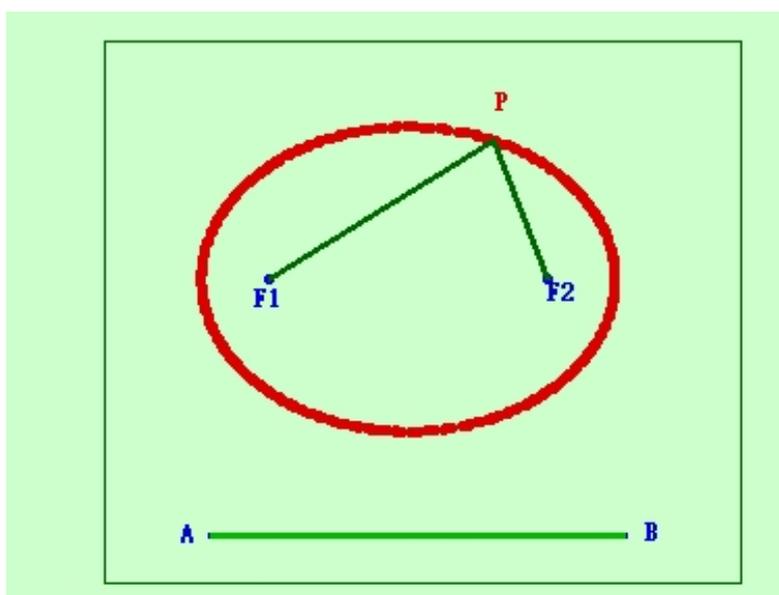


圖 1 拉線做橢圓法

2. 三角板畫橢圓法

其作圖方式如下說明：

- (1) 在圓內取異於圓心的一點 F (焦點)，圓上取一動點 P
- (2) 拿三角板將直角點放在圓上 (P 點)，三角板的一邊通過 F 點
- (3) 在三角板的另一邊畫一直線，移動 P 點，此直線即可包絡出橢圓！

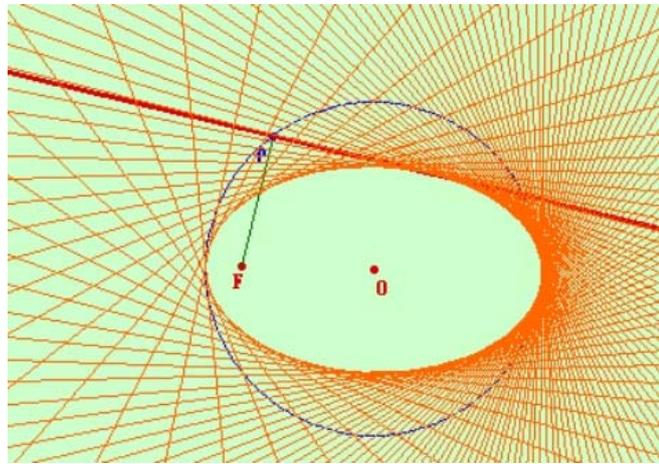
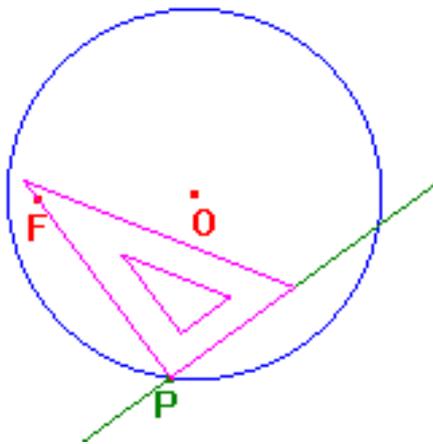


圖 2 三角版畫橢圓法

3. X、Y 軸上固定線段長內一點的軌跡作橢圓法

作圖方式如下說明：

- (1) 在圓上取一動點 M
- (2) 將 M 分別對 x -軸、 y -軸作垂足 A 及 B
- (3) 連接兩垂足 AB ， AB 將線段包絡出星狀線
- (4) AB 線段一點 P ，則 P 點之軌跡即為橢圓！

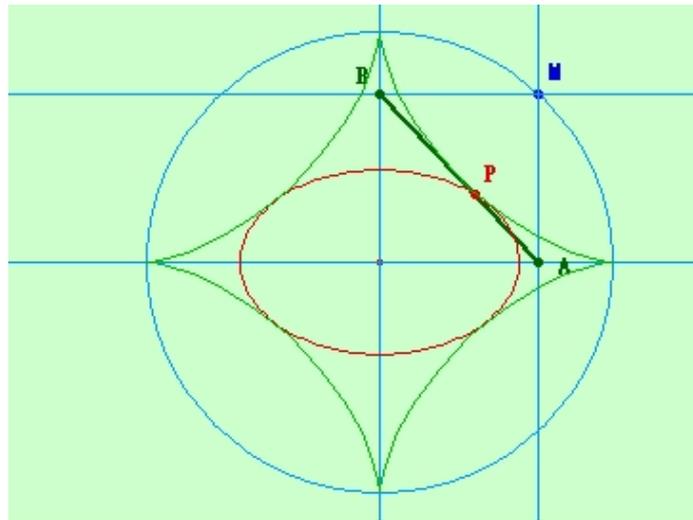


圖 3 X、Y 軸上固定線段長內一點的軌跡作橢圓法

4. X、Y 軸上固定線段長外一點之軌跡作橢圓法

作圖方式如下：

- (1) 在圓上取一動點 M
- (2) 將 M 分別對 x-軸、y-軸作垂足 A 及 B
- (3) 連接兩垂足 AB，AB 將線段包絡出星狀線
- (4) 延長 AB 線段一倍至點 P，則 P 點之軌跡即為橢圓！

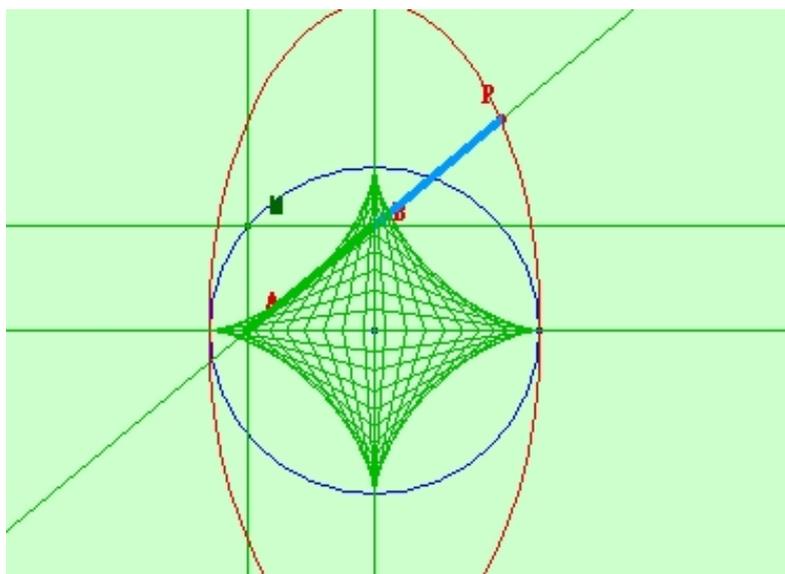


圖 4 線段外橢圓

5. 連桿做橢圓法

機械設計上亦常用連桿設計，橢圓亦可以使用多連桿機構畫出，如圖 5 所示。

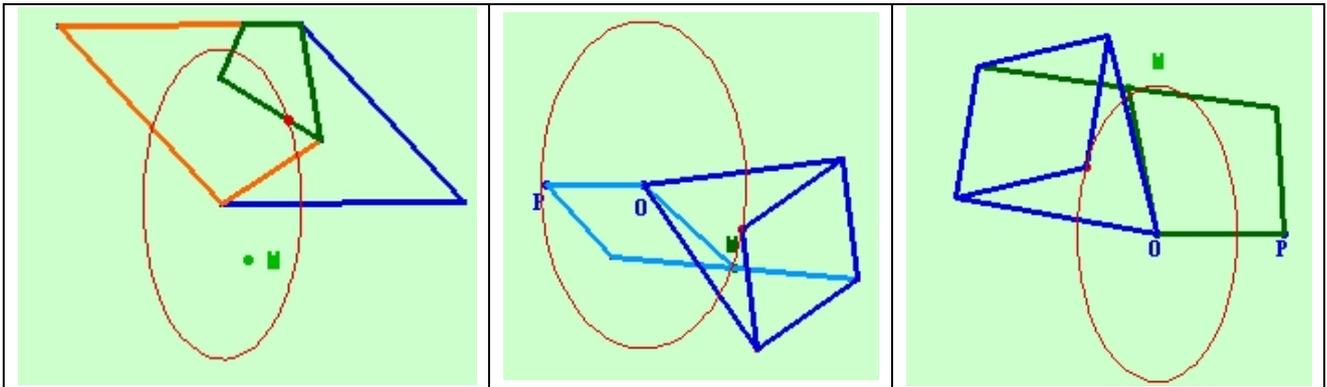


圖 5 連桿作橢圓法(參考清大數學系網站)

(二) 橢圓的認識

在數學課本中提到橢圓曲線是在平面上兩定點距離之和為一定值的所有點集合。

在座標平面上給定兩點 F' 和 F ，如果有一個以 F' 和 F 為兩焦點的橢圓，那麼所有在橢圓上的點 P ，都會滿足 P 到兩焦點距離的和恆為一定值的這個條件：

$$|PF'| + |PF| = \text{定值}$$

也就是說，所有的點 P 構成的集合，在座標平面上的圖形就是一個橢圓了。

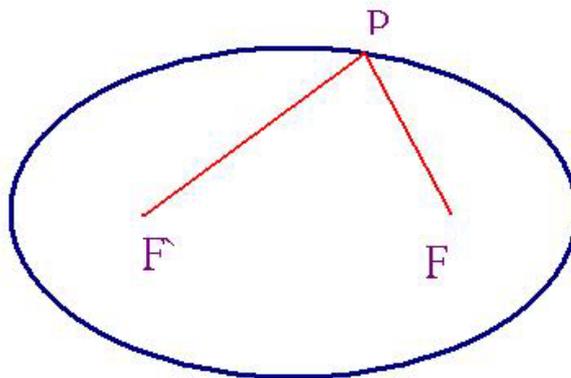


圖 6 橢圓定義

假設動點為 $P(x,y)$ ，兩個定點為 $F'(-c,0)$ 和 $F(c,0)$ ，根據定義，動點 P 的軌跡方程滿足

$$|PF'| + |PF| = 2a \quad (a > 0), \text{ 其中 } 2a \text{ 為定長。}$$

用兩點的距離公式可得： $|PF'| = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}$ ， $|PF| = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$ ，代入定義式中，

得

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a$$

整理上式，並化簡，得

$$(a^2 - c^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2 - c^2) \dots\dots\dots ①$$

當 $a > c$ 時，並設 $a^2 - c^2 = b^2$ ，則①式可以進一步化簡

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2 \dots\dots\dots ②$$

因為 $a^2b^2 > 0$ ，將②式兩邊同除以 a^2b^2 ，可得

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

則該方程即動點 P 的軌跡方程，即橢圓的方程。這個公式也是橢圓的標準方程式。橢圓的圖像如果在直角坐標系中表示，那麼上述定義中兩個定點被定義在 x 軸。若將兩個定點改在 y 軸，可以用相同方法求出另一個橢圓的標準方程式，橢圓的性質說明如下表一所示。

表一 橢圓基本性質

橢圓方程	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$	$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$
圖像		
範圍	$-a \leq x \leq a, -b \leq y \leq b$	$-a \leq y \leq a, -b \leq x \leq b$

在方程式中，所設的 $2a$ 稱為長軸長， $2b$ 稱為短軸長，而所設的定點稱為焦點，那麼 $2c$ 稱為焦距。在推出標準方程式時必須假設 $a > c$ ，如果不這樣假設，會發現得不到橢圓。當 $a = c$ 時，這個動點的軌跡是一個圓；當 $a < c$ 時，根本得不到實際存在的軌跡，而這時，其軌跡稱為虛橢圓。當橢圓的長軸等於短軸時，會產生一個正圓，因此通常認為圓是橢圓的一種特殊情形。常用橢圓表示方程式如下：

(1) 直角座標方程式

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

(2) 參數方程式

$$x = a \cos t, y = b \sin t, 0 \leq t < 2\pi$$

(三) 可行機構的設計

觀察各種畫法後，我們採用『由連接 x, y 軸上固定長度線段上的點所形成的軌跡作出橢圓』及『由連接 x, y 軸上固定長線段的延伸線上一點軌跡作橢圓』的方式，來作為橢圓切割器的機構設計。

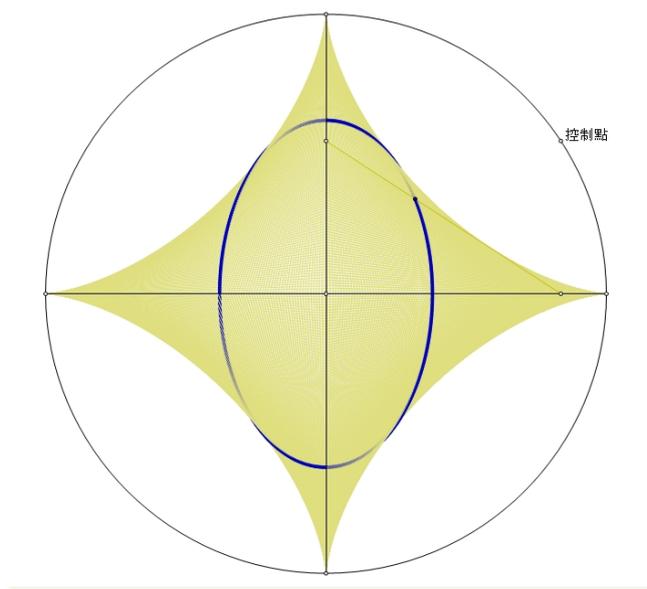


圖 6 機構設計(GSP 圖檔)

1.設計概念

參考『由 x, y 軸上固定長線段上點的軌跡作橢圓』作圖步驟，確定以下幾點機構設計的重要條件：

- (1) 使 A、B 點分別在座標軸上。
- (2) 有一連桿通過 A、B 兩點。
- (3) 在連桿上有一點 P(刀架)，可以在 AB 線段內外移動。

瞭解製作重點後，設計之連桿機構裝置如下：

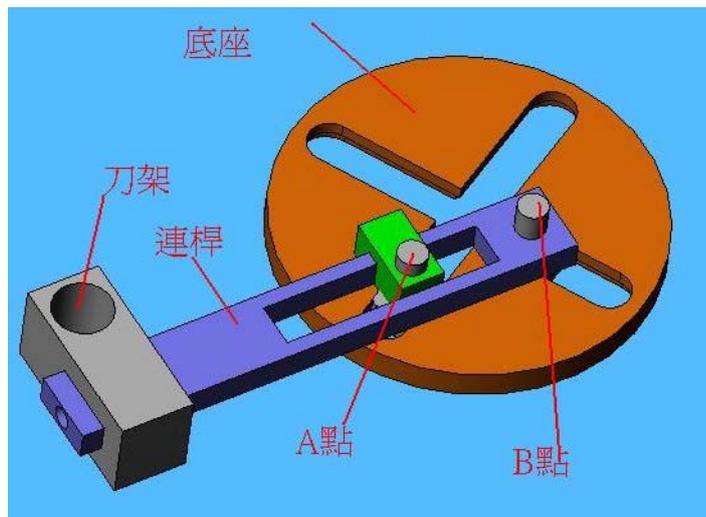


圖 7 初步機構設計

- (1) A 點、B 點為兩滑塊，其中 A 點可以調整位置。
- (2) 連桿連接 A、B 兩點，連桿上有一刀架(P 點)，刀架功能可以裝置筆，同時刀架亦可以調整位置。
- (3) 轉動連桿時，A、B 點沿其滑動方向移動，刀架點即可以畫出(割出)一個橢圓。
- (4) 上圖中 A 點與刀架距離為橢圓之半短軸，B 點與刀架距離為橢圓之半長軸。

2.機構實體設計

在設計過程中，必須考慮使用者的方便性，及任何人皆可使用的想法，加上考慮大小橢圓皆可切割的因素，設計出如下圖 8 的成品。

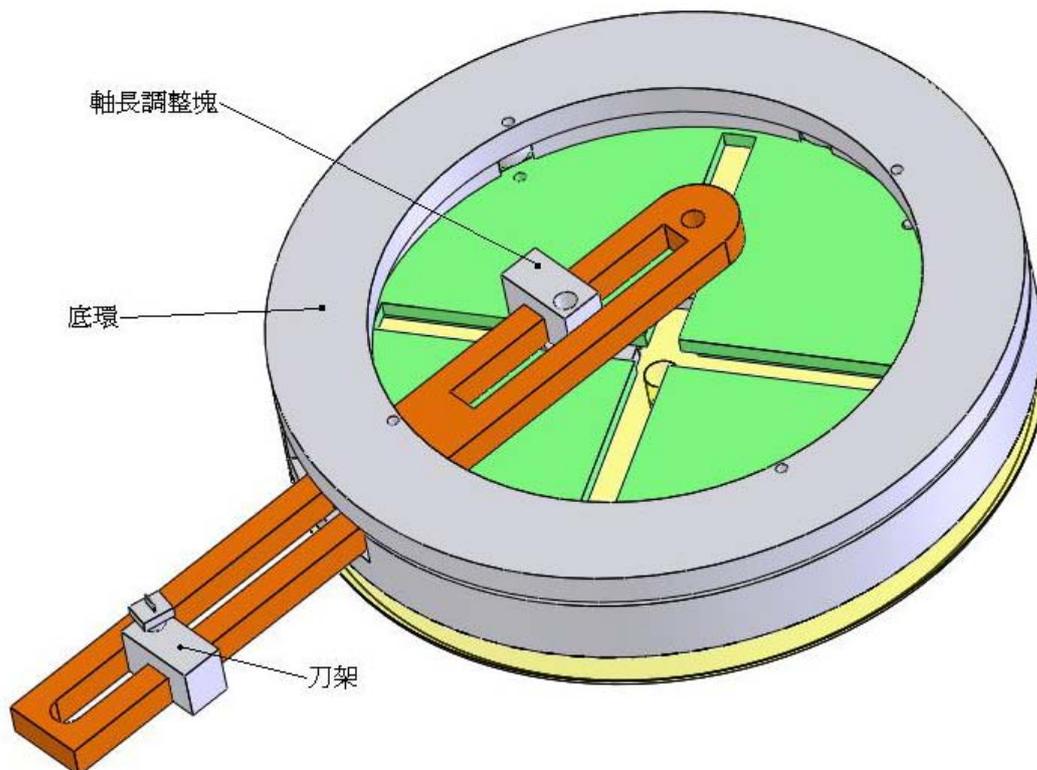


圖 8 成品設計完成

設計上考量的因素及設計的特點如下：

- (1) 使用壓克力材料，加工容易外形美觀，可以觀察到內部動作。
- (2) 可以固定連桿，就可以切割正圓了。
- (3) 可以切割或畫出大小橢圓。
- (4) 切割出來的橢圓外形美觀。

(四) 加工與組立

各零件經過尺寸設計後，以機械加工，分別使用了銑床、車床、鑽床等加工機具。零件完成後組立如圖 9~11。

加工組立完成後的成品



圖 9 成品上視圖

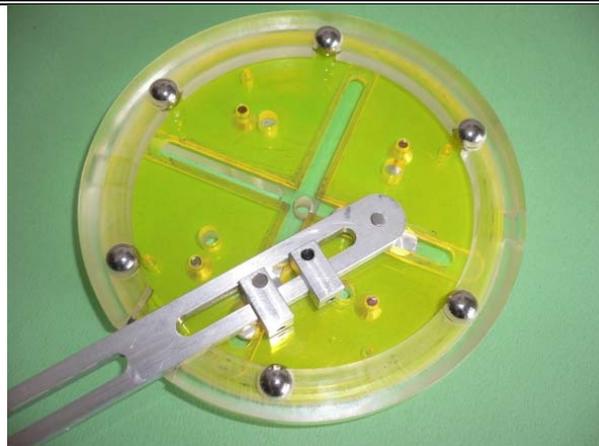


圖 10 成品內部機構

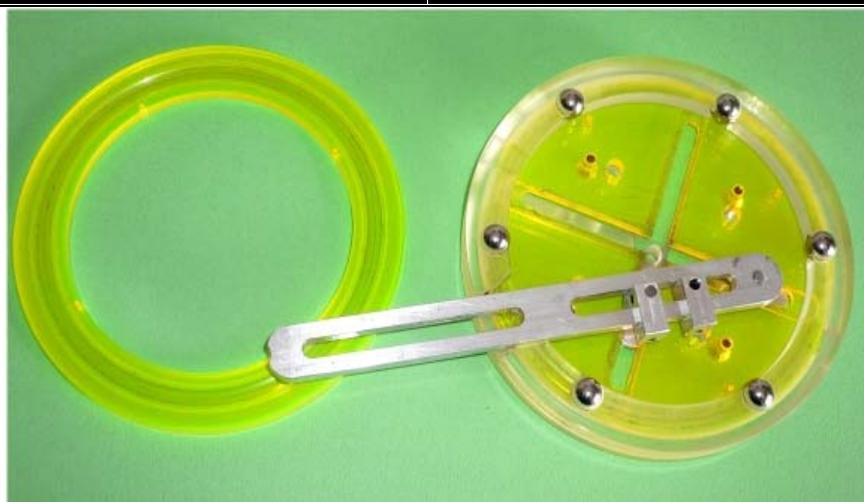


圖 11 成品本體與底環

(五) 試用與改良

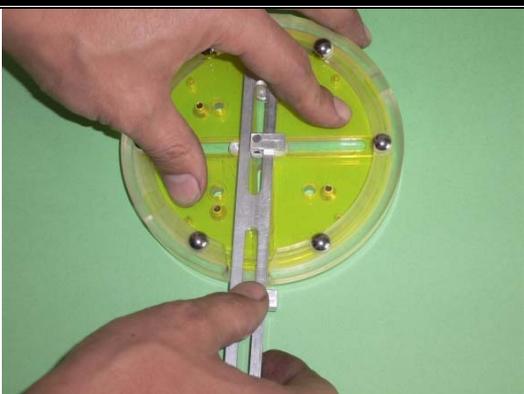


圖 12 試用過程一



圖 13 試用過程二

上圖 12~13 為大橢圓的切割過程，大致上切割方便，至於小橢圓就有較多問題，下列是幾個需要改善的地方：

1. 如何讓『橢圓切割器』更精確得切割出所需之『長、短軸』橢圓呢？

能準確切割出所需長度，而擁有精度是成功作品的要素之一。故其校正及調整方式如下

表二，說明如下：

a. 首先，將 A 點滑塊固定螺絲放鬆。

線段 AP 為『半短軸長』。

線段 BP 為『半長軸長』。

壓克力製鋼珠環為長、短軸最大長度限制。

b. 由上知

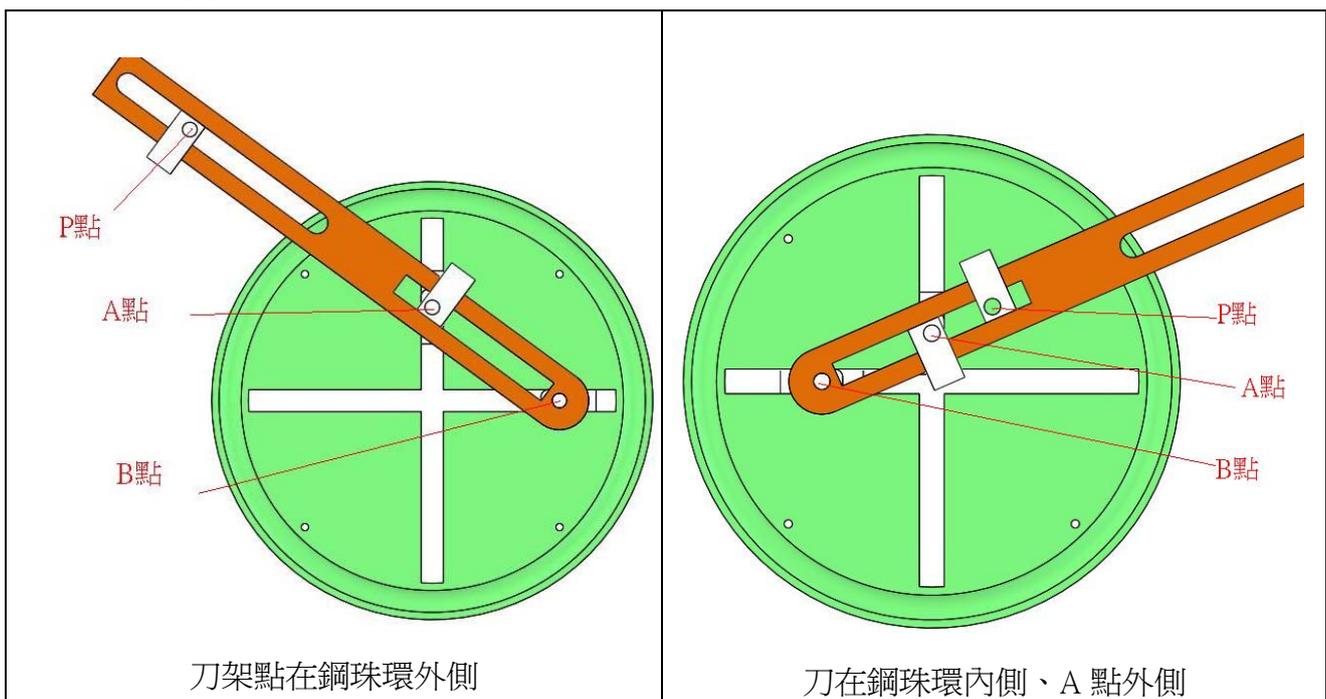
調整『A 點』即為調整『半短軸長』。

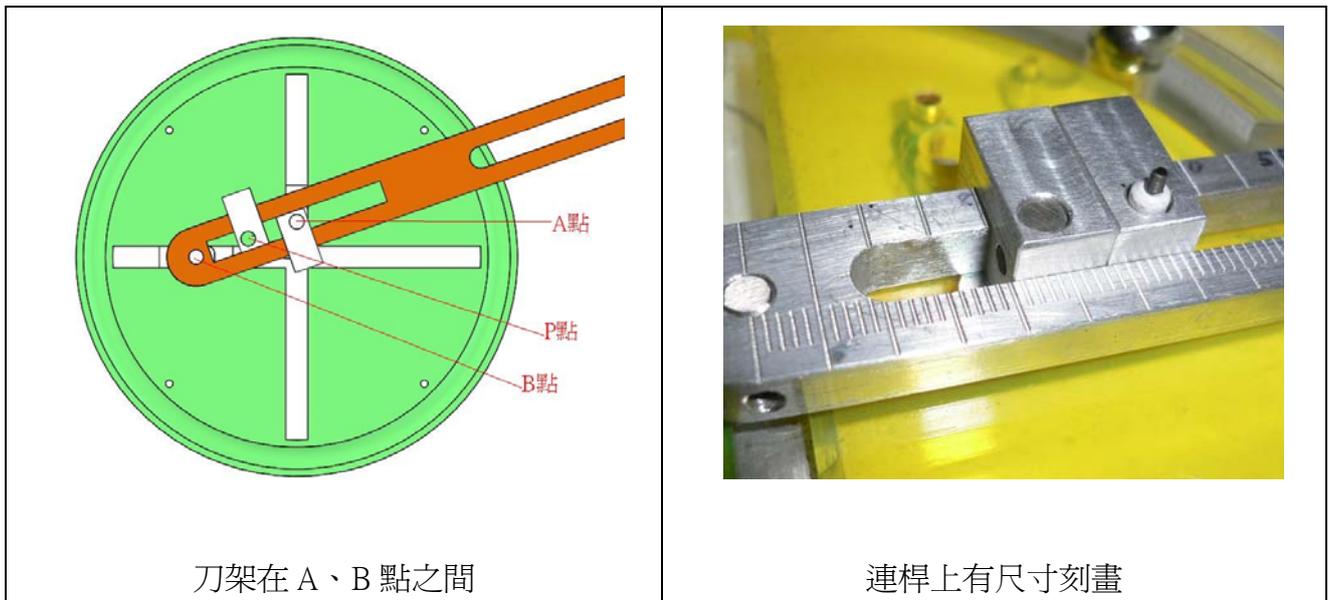
調整『P 點』即為調整『半長軸長』。

調整時應先調整長軸長度(P 點)，再調整短軸長度(A 點)。

針對上述的設計，連桿上必須要有尺寸刻畫。

表二





2. 小橢圓的切割設計上需要再改良

在橢圓的切割上，大橢圓的切割比較沒有問題，我們使用筆刀刀片切割，利用刀片切割位置偏置，使得切割時，刀片可以順著切割方向自己轉動，切割較平順。可是當在切割小圓時，由於橢圓的曲率半徑較小，相對其刀片偏轉力量需要較大，切割時常發生刀片不會沿曲線轉動，切割無法完成。

由於切割小橢圓上問題較多，研究解決方式，希望將其中切割刀片的轉動由被動改為主動，我們同樣觀察 GSP 畫橢圓的方式，發現其中三角形畫橢圓方式(圖 2 所示)，有些性質好像可以應用(如同橢圓剪刀附件的設計)。

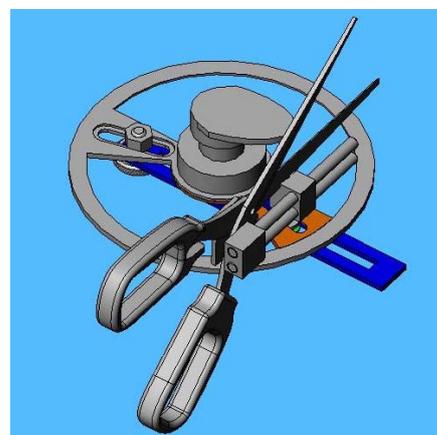
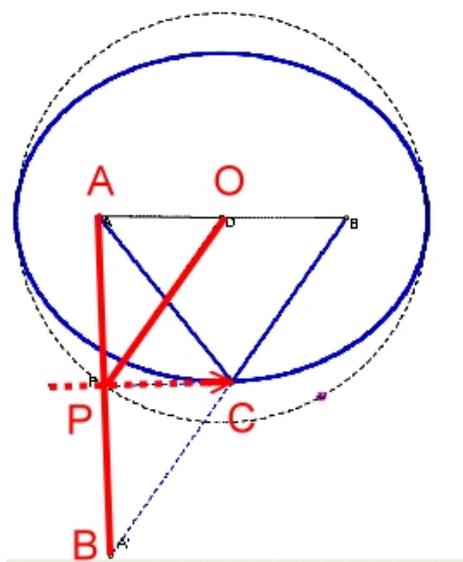


圖 14 三角板畫橢圓機構設計及橢圓剪刀附件

將其機構以連桿、搖桿等配件完成如圖 14 說明，C 點為橢圓上一點，表示為刀片切割點，PC 方向為橢圓上一點的切線方向。若於切割時，刀片能隨時保持在 PC 方向，就可以順利切割出小圓，而不會因為曲率半徑太小，產生的偏心力量不夠使刀片自行偏轉。針對這樣的構想，我們設計出如下圖 15 的機構，作為改良的方向。

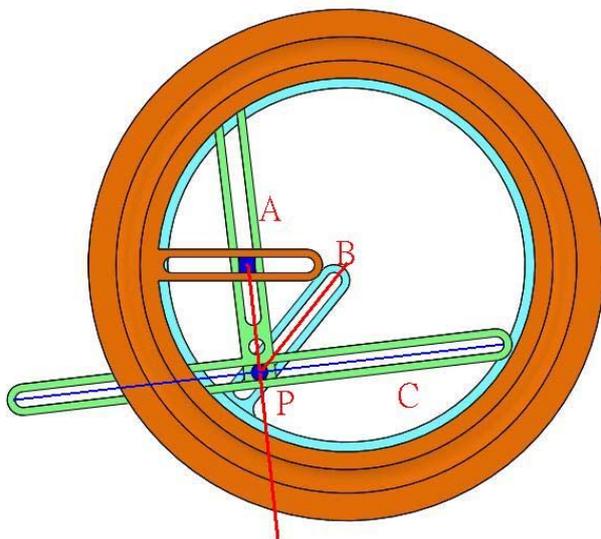
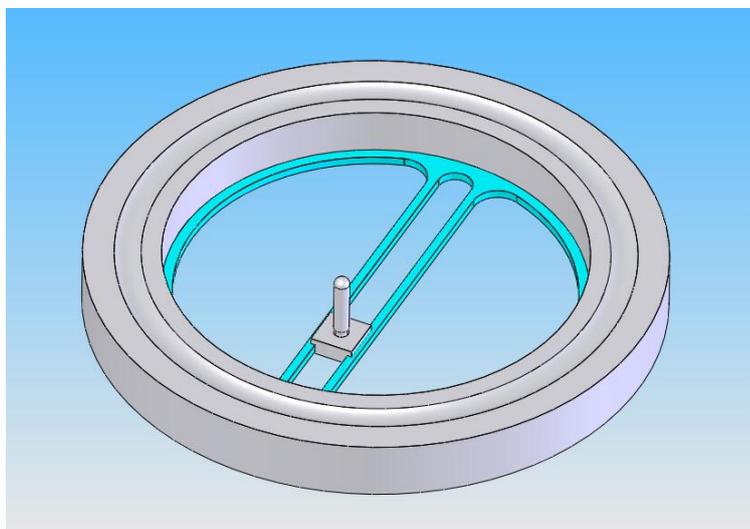


圖 15 機構修正設計

以三角形畫橢圓法來處理上述問題時，發現機構設計有太多的干涉，因此退而求其次，就是將刀片轉動的阻力減少到最少。做法上有兩個設計的方向，第一是使用一個迴轉環，使刀片轉動到 X 軸向或 Y 軸向時，可以使刀片與 X、Y 軸垂直。第二是在刀架上裝置滾珠軸承，使刀片旋轉的阻力降到最低，因此我們做了如下的修正。



左圖 16 保留圖 15 中 PB 的作用，使刀片可以在 X 軸及 Y 軸上時轉正。

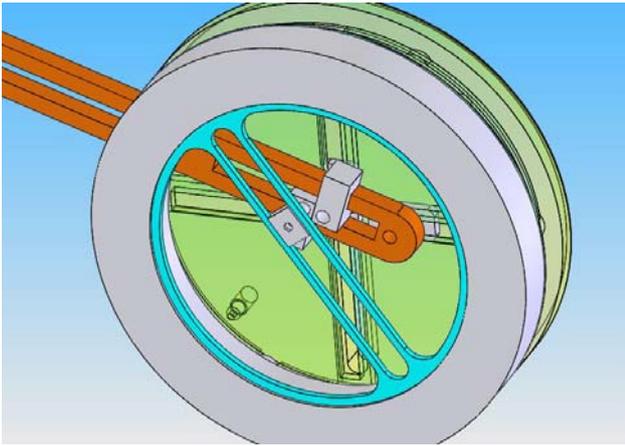


圖 17 整體設計構造，在刀片的固定上使用軸承來使刀片容易轉動，容易因為偏心而使刀片自動轉向依附橢圓曲線。

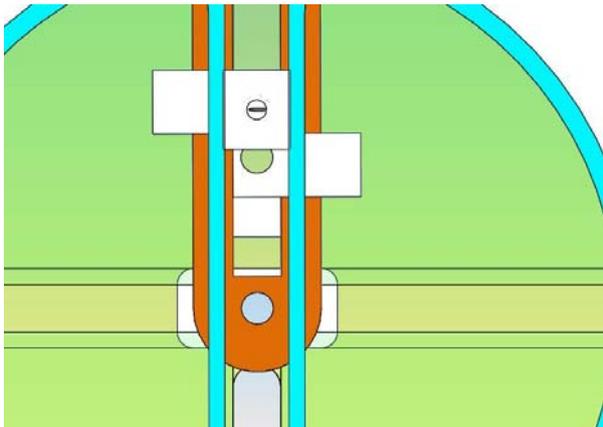


圖 18 在 Y 軸上時，刀片方向與 Y 軸垂直。

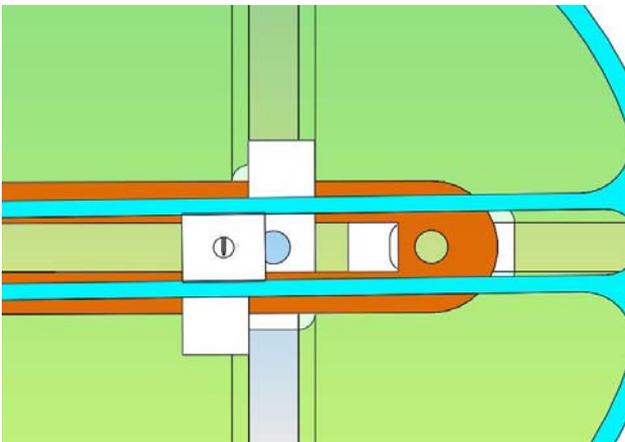


圖 19 刀片在 X 軸上與 X 軸垂直。

六、 研究結果

(一) 橢圓及正圓切割結果

1. 橢圓切割

橢圓切割部分的結果，大橢圓的切割及畫線，大致上良好，但是小橢圓的部分切割還是不好，這部分還需要很多研究改善的地方。

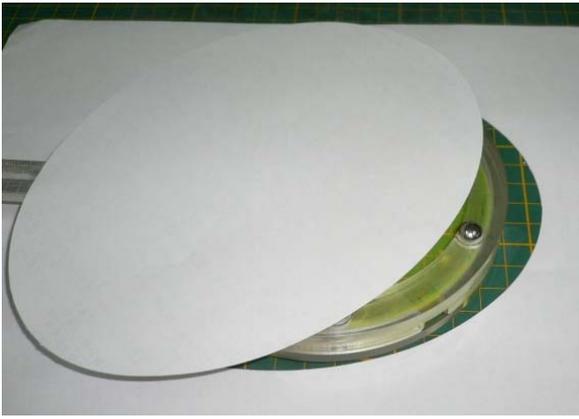


圖 20 大橢圓切割

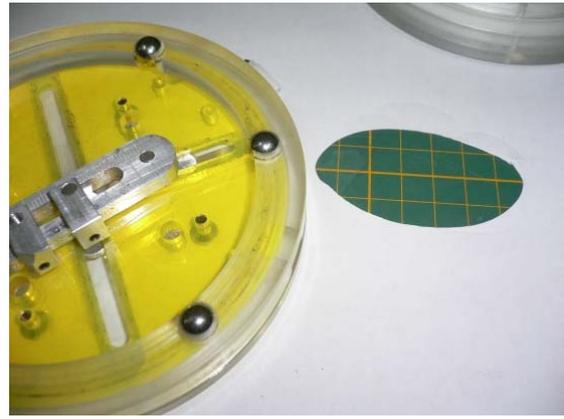


圖 21 小橢圓切割(刀片不太會轉)

2. 畫橢圓

畫橢圓部分比較沒有問題，如右圖 22 所示，大小橢圓的繪製良好。

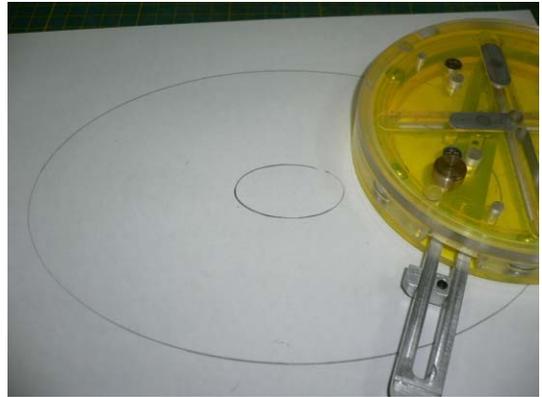


圖 22

3. 正圓切割

切割正圓時候必須使用一個固定螺絲，如圖 23 所示，將切割器的 B 點固定在圓心處，以固定螺絲鎖緊固定，再調整 P 點切割位置，切割時將本體壓緊紙張，旋轉一週就可以切割出正圓了。



圖 23 固定螺絲位置

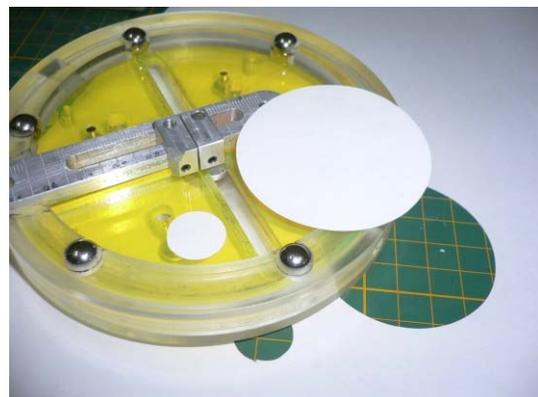


圖 24 正圓切割

(二) 機構動作分析

機構經過組立後，除了切割橢圓、正圓外，我們還使用鉛筆來畫曲線，將機構反置，就是讓 X、Y 軸轉動，畫出的曲線有各種樣式，搜尋相關的 GSP 或其他動態繪圖軟體，都沒有發現類似的圖形，觀察後有點像擺線，有時候繪圖又會有規律的變化產生，有時候又會頭尾相接，討論後認為也許是零件加工組立上的誤差，這些問題都值得去探討。

機構調整位置

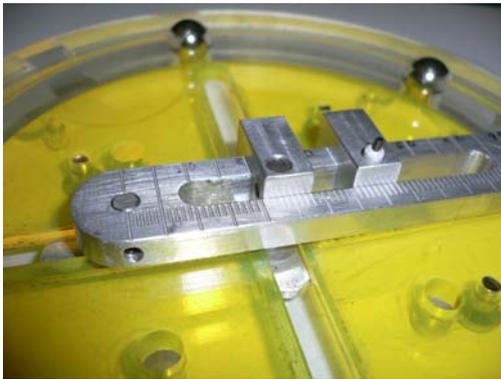


圖 25 P 點在 AB 線段外較遠距離 $PA < AB$

繪製出來的曲線

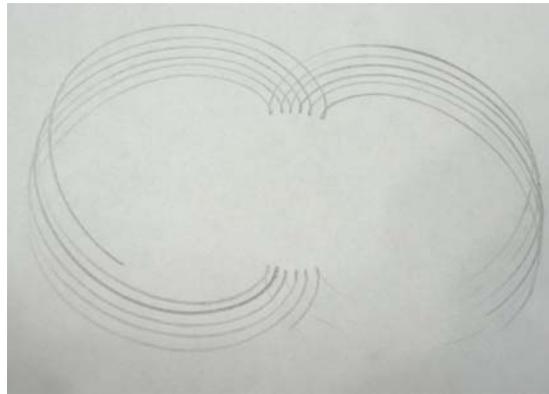


圖 26 P 點在 AB 線段外較近距離 $PA \ll AB$

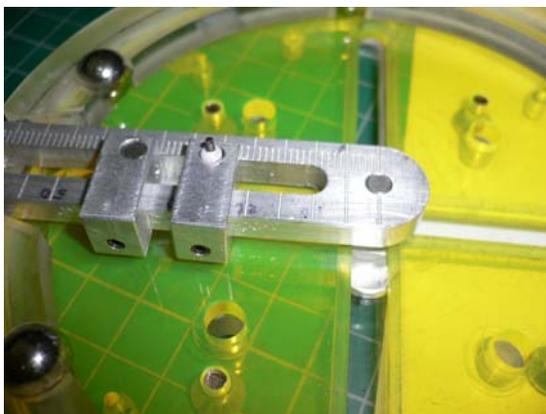
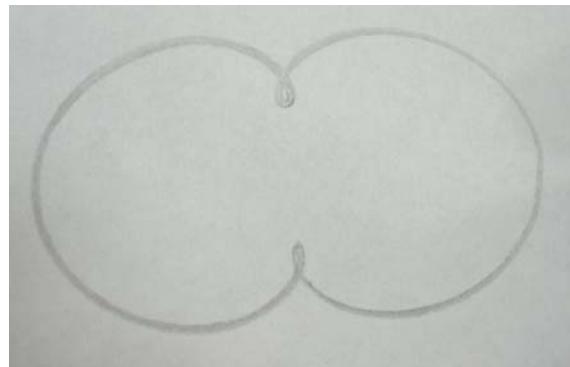
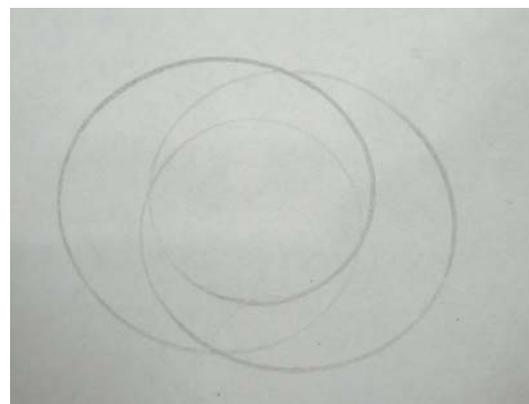


圖 27 P 點在 AB 線段內 ($PA \ll PB$, AB 較長)



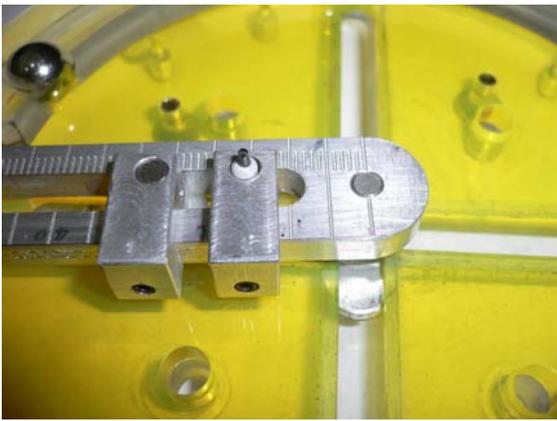


圖 28 P 點在 AB 線段內($PA < PB$)

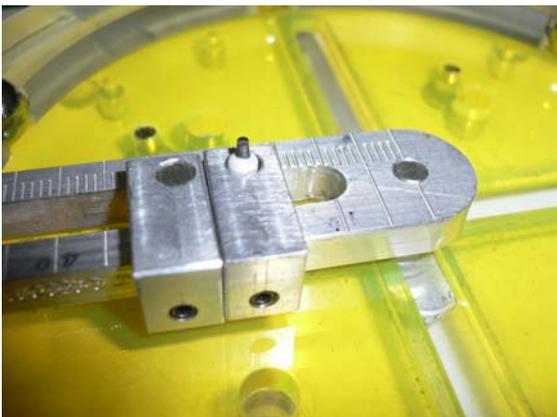
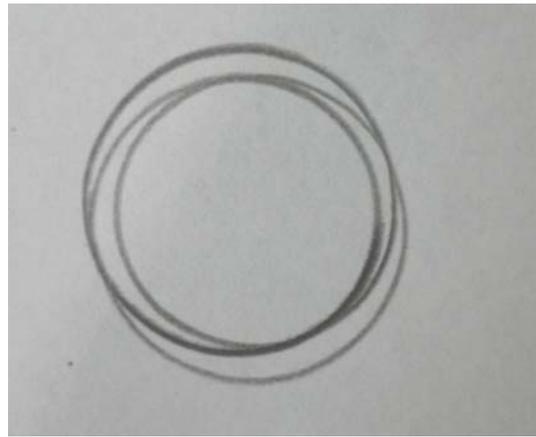


圖 29 P 點在 AB 線段內($PA \ll PB$, AB 較短)

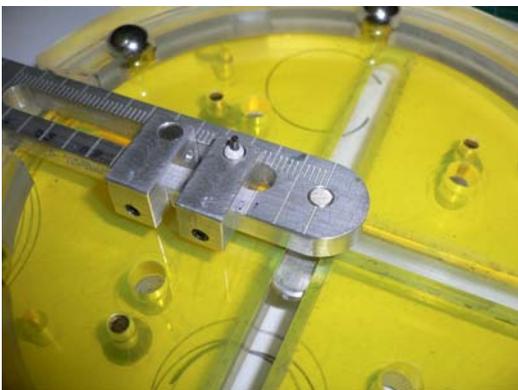
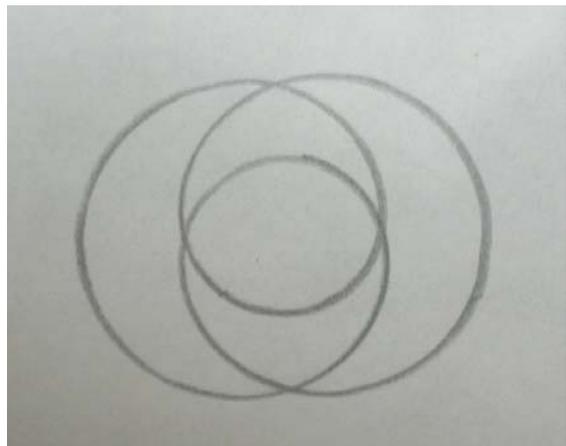
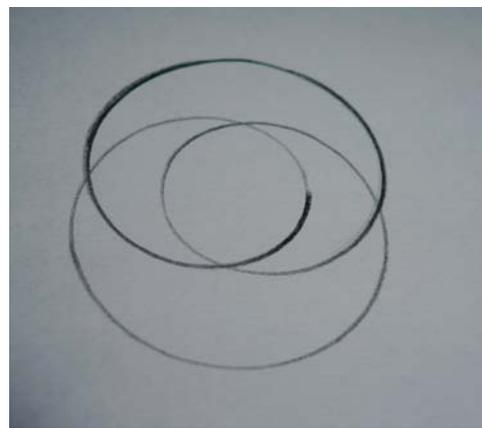


圖 30 P 點在 AB 線段內



有時候亦會有下列圖 31~32 的曲線產生，我們希望能從機構部分、理論分析部分、及 CABRIJAVA 繪圖部分來做這方面的分析。

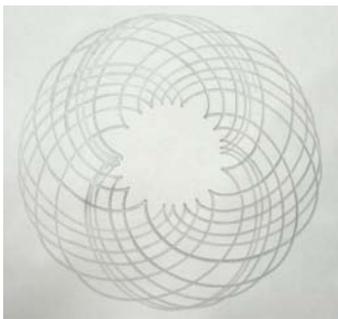


圖 31 切割器畫出的曲線一

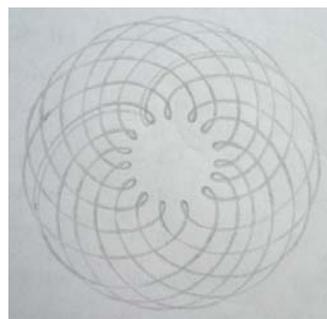
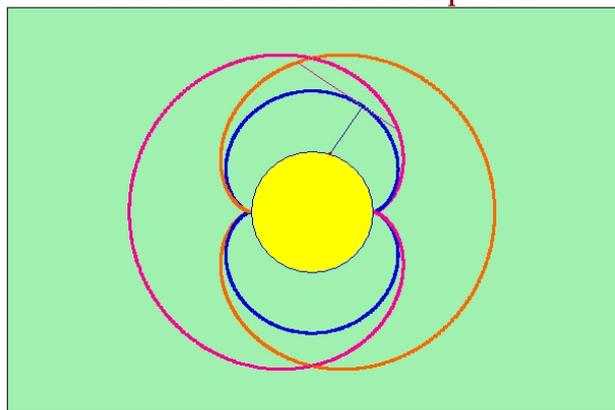


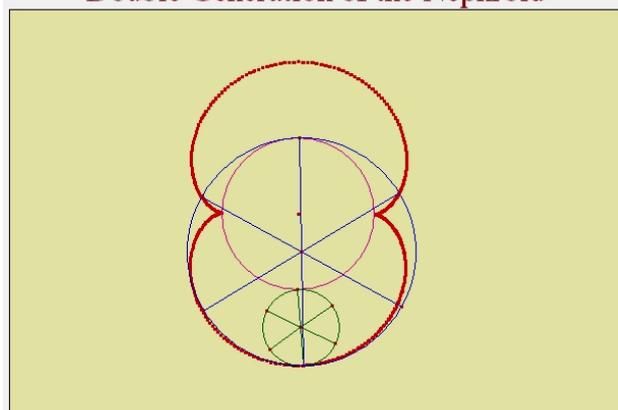
圖 32 切割器畫出的曲線二

Two Cardioids and One Nephroid



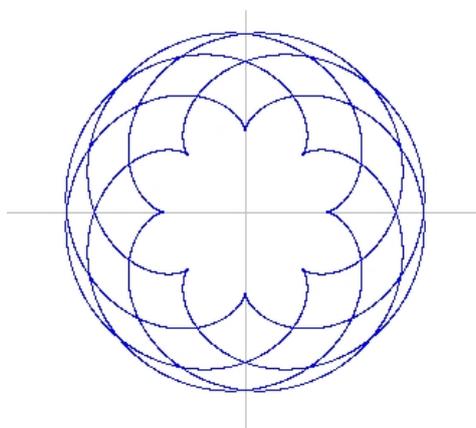
a. 兩個心臟線與腎臟線

Double Generation of the Nephroid



b. 腎臟線(外擺線基圓直徑為滾圓直徑兩倍)

Epicycloid



c. 擺線構成的重覆性曲線

圖 33 清大數學系網頁搜尋類似圖形

七、 討論

橢圓機構反置後，以鉛筆畫出曲線，經觀察動態幾何繪圖比較後，發現其曲線接近擺線，因此在此討論擺線的一些性質，作為切割器繪出曲線性質的研究，我們研究的方法是將公式代入 MICROSOFT EXCEL 軟體來計算，計算出各點的座標值後，以圖形表示出來如下說明。

(一) 擺線定義

一個活動圓(滾圓或發生圓)沿著另一固定圓(基圓)做滾動，活動圓周上一點 P 所得到的路徑曲線就稱為擺線，若是 P 點在活動圓內時，得到的曲線稱為短幅擺線，若 P 點是在滾圓直徑延伸線外時，得到的曲線稱為長幅擺線。擺線又可分為外擺線、內擺線及平擺線、當基圓直徑無窮大時，擺線就轉化成為圓的漸開線。

1. 外擺線(滾圓在基圓外側相切)

$$X = (a + b) \cos \theta - l \cos\left(\frac{a+b}{b} \theta\right)$$

$$Y = (a + b) \sin \theta - l \sin\left(\frac{a+b}{b} \theta\right)$$

方程式中 a 值為基圓半徑

b 值為滾圓半徑

P 點為軌跡點

當 $l=b$ 值時為普通擺線

$l>b$ 值時為長幅擺線

$l<b$ 值時為短幅擺線

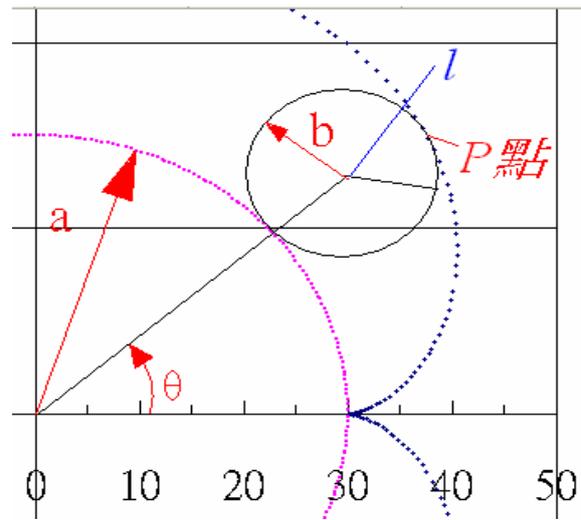
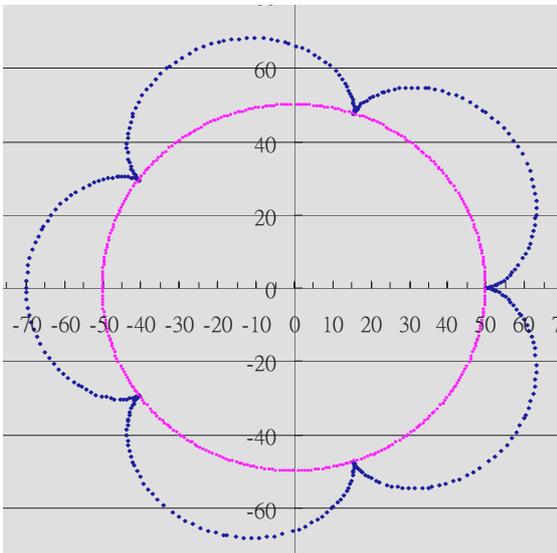
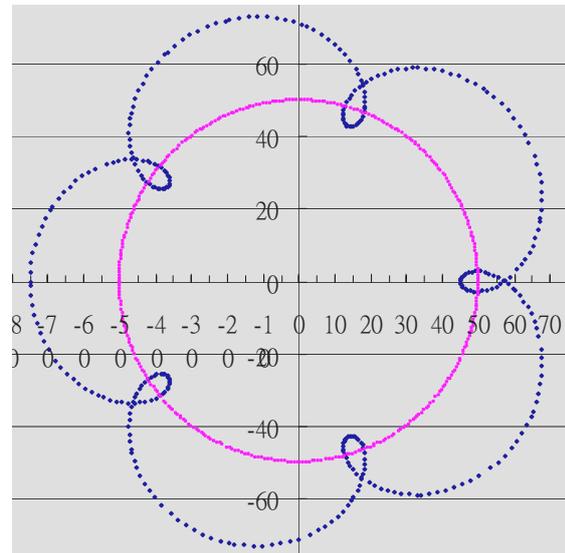


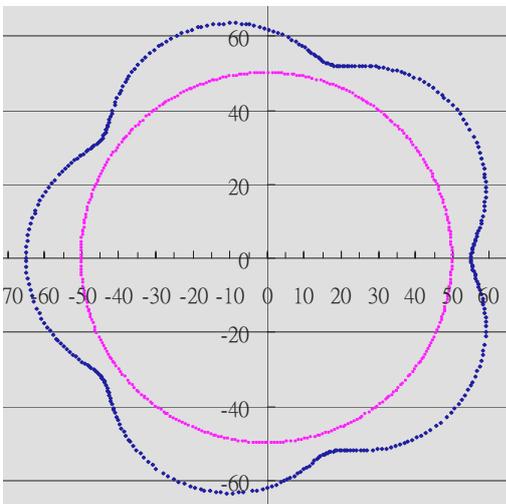
圖 34 擺線定義



基圓直徑 100，滾圓直徑 20，軌跡點位置 10



基圓直徑 100，滾圓直徑 20，軌跡點位置 15



基圓直徑 100，滾圓直徑 20，軌跡點位置 5

從外擺線繪製的圖中發現，基圓直徑為滾圓直徑 N 倍時，外擺線會產生 N 個重覆曲線，圖中粉紅色圓為基圓。

2. 外擺線(基圓在滾圓內側相切)

$$X = (a - b) \cos \theta + l \cos\left(\frac{b - a}{b} \theta\right)$$

$$Y = (a - b) \sin \theta + l \sin\left(\frac{b - a}{b} \theta\right)$$

方程式中 a 值為基圓半徑

b 值為滾圓半徑

P 點為軌跡點

當 $l=b$ 值時為普通擺線

$l < b$ 值時為長幅擺線

$l > b$ 值時為短幅擺線

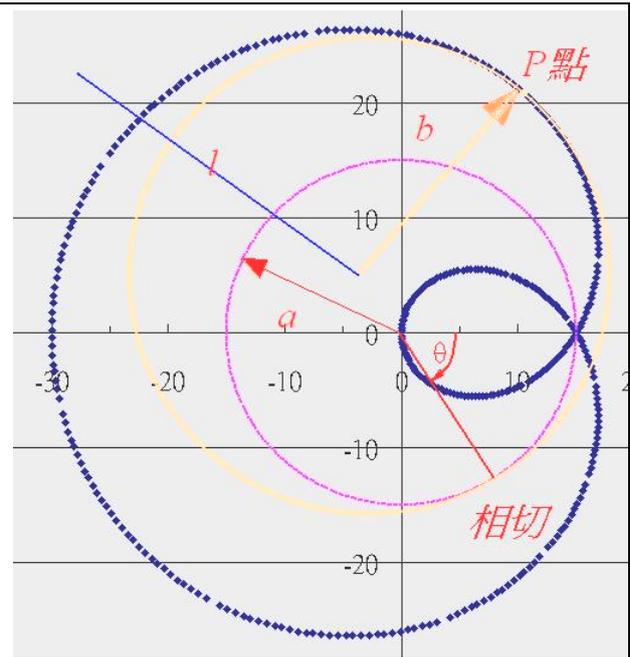


圖 35 滾圓內側與基圓相切

3. 內擺線(滾圓只能在基圓內側相切)

$$X = (a - b) \cos \theta + l \cos\left(\frac{b - a}{b} \theta\right)$$

$$Y = (a - b) \sin \theta + l \sin\left(\frac{b - a}{b} \theta\right)$$

方程式中 a 值為基圓半徑

b 值為滾圓半徑

P 點為軌跡點

當 $l=b$ 值時為普通擺線

$l > b$ 值時為長幅擺線

$l < b$ 值時為短幅擺線

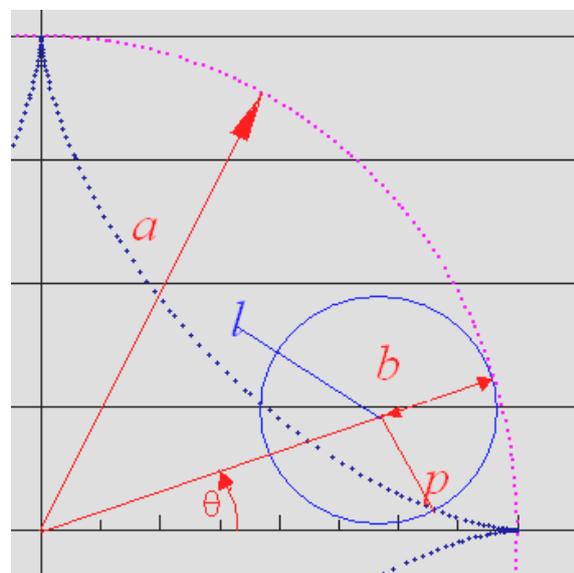
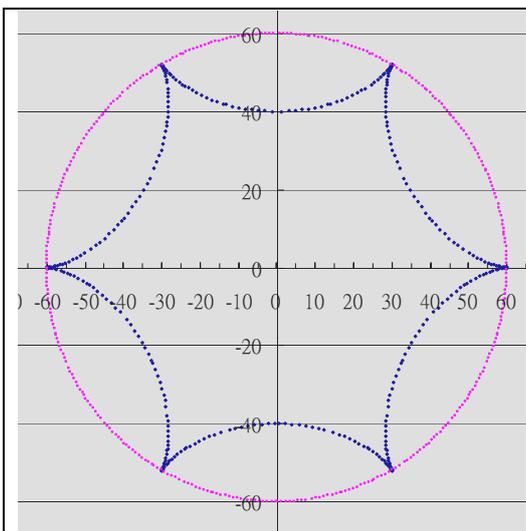
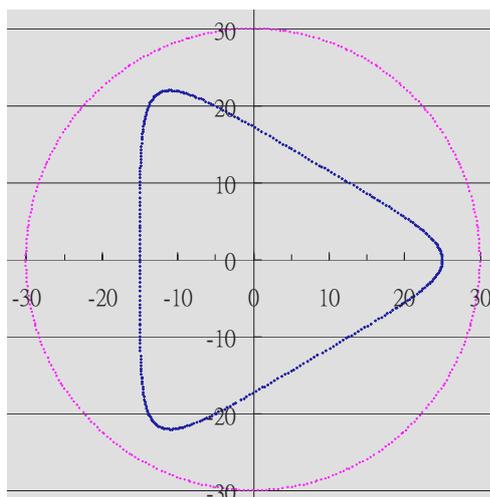


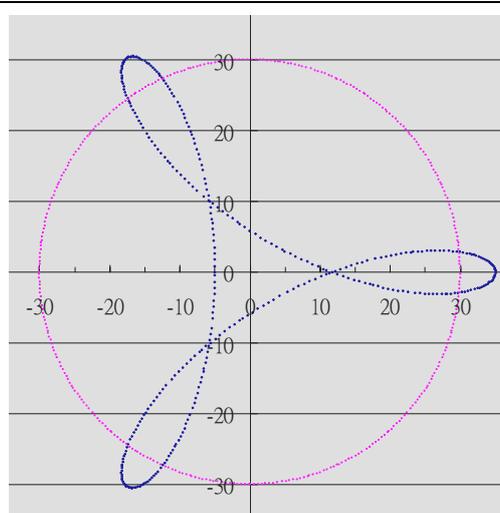
圖 36 內擺線定義



基圓直徑 120，滾圓直徑 20，軌跡點位置 10



基圓直徑 60，滾圓直徑 20，軌跡點位置 5



基圓直徑 60，滾圓直徑 20，軌跡點位置 15

從內擺線繪製的圖中發現，基圓直徑為滾圓直徑 N 倍時，外擺線會產生 N 個重覆曲線，圖中粉紅色圓為基圓。

(二) 擺線繪圖關係

1. 心臟線

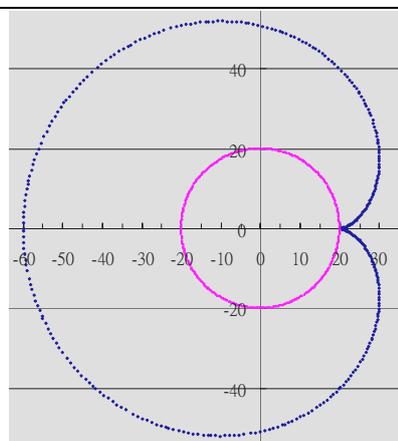
當外擺線中

$$l = a = b$$

時得到心臟線

圖中的基圓半徑 a 為 20，滾圓半徑 b 亦為 20

圖 37



2. 雙弧外擺線

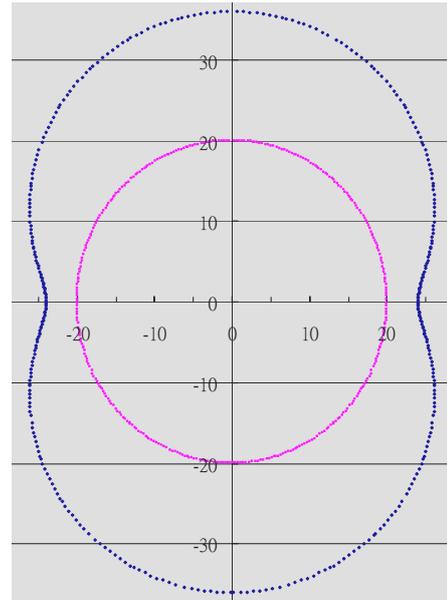
外擺線中

$$a = 2b, l < b$$

所得為雙弧外擺線

雙弧外擺線為三角活塞旋轉式發動機缸體的理論曲線，實際製作時為其外等距曲線。

圖 38



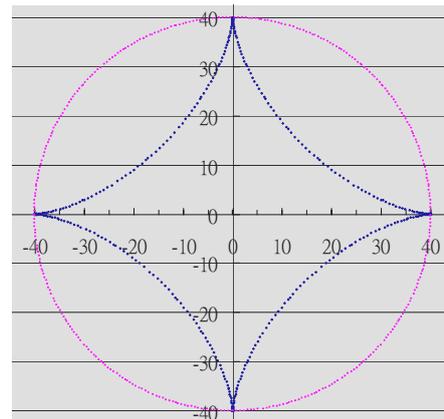
3. 星形線

內擺線中

$$a = 4b = 4l$$

從關係式中發現 a 值是 b 值得 N 倍時，就可以得到 N 個角的星形線圖形。

圖 39



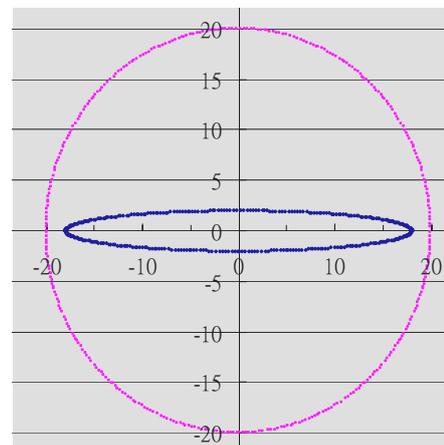
4. 橢圓

內擺線中

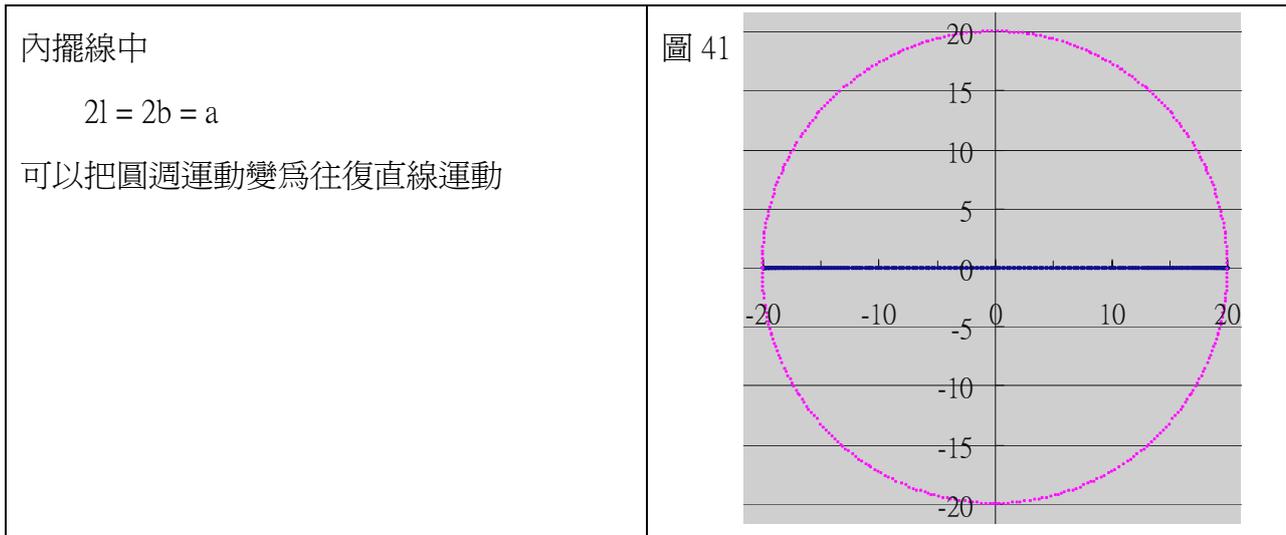
$$a = 2b, l \neq b$$

可以把圓週運動變為橢圓運動。

圖 40



5. 卡爾丹圓



(三) 切割器的曲線關係

首先觀察圖 31 發現，其完成的曲線都具有 22 個重複性的圖形，研究最早機構設計時的尺寸大小，鋼珠環的滾珠處直徑為 110mm 而鋼珠設計的直徑為 10mm，如果沒有滑動情況下，十字環轉動與鋼珠的速比為 1:11，十字環與鋼珠環的速比亦為 1:1/11，由於鋼珠環限制連桿的動作，因此當十字環轉動 2 圈時，鋼珠環剛好轉動 1 又 1/11 轉，所以形成有 22 個重複的圖形。可是圖 32 卻只有 15 個重複的曲線，在經過幾次的繪製曲線發現，鉛筆在紙上的阻力會使速比有誤差，操作人員的轉動方式也會影響結果曲線。經過大家討論後結論為十字環的直徑大小及滾珠大小會影響畫出曲線的樣式。

八、 結論

在作美工勞作小卡片或是教室佈置時，常會使用到各種形狀的曲線，最常用的是圓形、橢圓等幾何圖形。我們從基本的橢圓畫法中去尋求橢圓切割器的設計方向，觀察其他人作過的相關研究，發現動態幾何繪圖是一個很好的工具，雖然不太會使用 GSP 軟體或是 CABRIJAVA 軟體，但是從網路中可以查詢到很多曲線的畫法，其中有些方式更可以機構的方式來實現。

數學曲線應用於機械機構化，可以有很多研究的方向，如本次橢圓切割器的研究，除了了解機構設計的概念外，組立完成後更發現可以應用生活化。除了切割橢圓外，其機構的動作方式也許可以設計成幫浦的壓縮迴轉機構，這樣在一個迴圈內就可以有兩個壓縮缸的行程動作。再則經由鋼珠環與連桿的連動，機構上形成急回效果以及具有不同的力臂長度，據此方向可以讓我們思考應用在傳動機構的設計上。

橢圓切割器除了切割橢圓或是畫出橢圓外，更可以從機構反置的方向，畫出不同的曲線，從曲線的觀察研究中發現，我們所繪出的曲線比較接近擺線，從分析擺線的過程中，學習到擺線的一些特性，並且了解到只要改變內外擺線的參數，就可以畫出不同的曲線。擺線轉化出來的曲線，還有一些已經應用在實際的例子如雙弧外擺線應用於三角活塞旋轉式發動機缸體的設計。

最後我們想說的是『圓來如此----千變萬化橢圓切割器』真是千變萬化啊！一圓在手變化無窮。

九、 參考資料：

1. Cabri Java Applets

<http://www.math.ntnu.edu.tw/~jcchuan/demo/cabrijava/index.htm>

2. 橢圓的幾何做圖

[http://steiner.math.nthu.edu.tw/ne01/whw/Ellipse1/part2\(chinese\).htm](http://steiner.math.nthu.edu.tw/ne01/whw/Ellipse1/part2(chinese).htm)

3. 橢圓的其他做圖方法與應用

<http://steiner.math.nthu.edu.tw/ne01/whw/Ellipse1/part3.htm>

(1~3 爲清大全任重老師網頁連結)

4. 閱讀橢圓

<http://steiner.math.nthu.edu.tw/ne01/tjy/edu-ellipse/index.htm>

5. GSP

<http://myweb.ltsh.ilc.edu.tw/~longlife/gsp/gsp.htm>

6. 圓錐曲線的介紹

http://www.math.ntnu.edu.tw/~cyc/_private/gspst/89101/100.htm

7. 機械工程手冊基礎理論 五南書局

評 語

090901 圓來如此-千變萬化橢圓切割器

1. 本作品係利用已有的橢圓機構原理，再行加工組裝一個可描繪橢圓軌跡，之切割器模型，並未具學術價值。
2. 本作品亦無明確的解決問題之創意性，在實務應用上還有發揮之空間。
3. 可作為輔助機械課程之教學模型。