

中華民國第四十六屆中小學科學展覽會
作品說明書

高中組 物理科

佳作

040114

當彈簧遇見滑鼠

學校名稱： 國立屏東女子高級中學

作者：	指導老師：
高二 李雨靜	鄭偉文
高二 林孟潔	黃再鴻
高一 林怡君	

關 鍵 詞：光學滑鼠、傅立葉分析、頻譜分析

壹、摘要

彈簧振盪是簡諧運動的形式之一，我們除了利用光學滑鼠和滑鼠路徑紀錄程式紀錄質點簡諧運動的軌跡外，還使用 EXCEL 中『傅立葉分析』的功能繪出『頻譜圖』，藉此找出振動質點 1 點的頻率。

我們更進一步將彈簧以不同的連接方式，如兩個耦合諧振子（Two coupled Harmonic Oscillators）以及二維的簡諧運動（Harmonic Oscillations in two Dimensions），再次利用光學滑鼠和滑鼠路徑紀錄程式將質點的運動軌跡重現『視覺化』外，還加以分析其運動模式。

貳、研究動機

彈簧振動是簡諧運動的形式之一，最大特性為其運動具『週期性』，測量其周期除了人工操作馬錶量測之外，是否還有其他更簡潔、還可獲更多資訊的測量方法呢？於是我們便著手開始進行研究。

參、研究目的

- 一、利用光學滑鼠紀錄單擺運動，使用 EXCEL『傅立葉分析』的功能，分析單擺運動的頻率
- 二、利用光學滑鼠紀錄彈簧簡諧振盪運動，使用 EXCEL『傅立葉分析』的功能，分析彈簧振盪運動的頻率
- 三、利用光學滑鼠紀錄彈簧二維的簡諧運動（Harmonic Oscillations in two Dimensions），並分析其運動特性。
- 四、利用光學滑鼠紀錄兩個耦合諧振子（Two coupled Harmonic Oscillators），並分析其運動特性。

肆、研究設備及器材

名稱	規格	數量
支架（附可移動水平平衡桿）	高度 $> 1\text{ m}$	2
雷射光學滑鼠	800dpi	2
鐵尺	30cm	4
白棉線	一般	1
輕彈簧	長 5cm，直徑 1cm	8
	長 8cm，直徑 1cm	8
	長 10cm，直徑 0.7cm	10
力桌	直徑 36cm	2
複寫紙	一般（深藍色）	1（張）
應用軟體	滑鼠記憶程式	
	滑鼠記憶程式 2 螢幕錄製程式	

透明硬墊板	一般	2
泡棉、透明膠帶、絕緣膠帶	一般	各 1
水平儀	一般	3
彈簧秤	量測範圍 < 1kg	1
	量測範圍 < 200g	1
剪刀、美工刀	一般	5
電子秤	最小刻度 0.01g	1
塑膠長尺	1m	2
棉花	一般	1 (盒)
小紙盒	3x3x1cm	4
定滑輪	一般	8
筆記型電腦	一般	2
厚紙板	一般	1
竹筷	一般	5 (雙)
砝碼掛鉤、砝碼	50 g	13

伍、研究過程或方法

生活中許多具有週期性的振動現象，像是單擺、鐘擺、彈簧的振動、聲波等，其振動組成皆是最基本的運動模式簡諧運動 simple harmonic motion (簡稱 S.H.M.)。

以單擺為例，單擺的週期為 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ， l 為擺長、 g 為重力加速度，所以其頻率為

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}；而彈簧的週期為 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ，所以其頻率為 $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$$

對於彈簧簡諧振子而言，其位置 x 與時間 t 的關係式可依虎克定律代入牛頓方程式求得，即 $x(t) = A\cos(\omega_0 t - \delta)$ ， A 為振幅、 ω_0 為角頻率、 δ 為起始相位對彈簧而言 $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 、對單

擺而言， $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$

對於兩個耦合諧振子 (Two coupled Harmonic

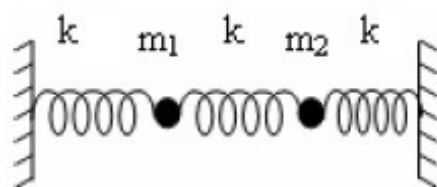
Oscillators)，如右圖所示，假設三個彈簧一樣，兩振子的質量也相同，則兩振子『同相』時(即 $x_1(0) = x_2(0)$ 、

$v_1(0) = v_2(0)$)，則兩振子的角振動頻率均為 $\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

；其兩振子位置 x 與時間 t 的關係式仍為 $x(t) = A\cos(\omega_2 t - \delta)$ 之形式；

兩振子『反相』時(即 $x_1(0) = -x_2(0)$ 、 $v_1(0) = v_2(0)$)，則兩振子的角振動頻率均為 $\omega_1 = \sqrt{\frac{3k}{m}}$ ；

其兩振子位置 x 與時間 t 的關係式分為 $x_1(t) = A\cos(\omega_1 t - \delta)$ 及 $x_2(t) = A\cos(\omega_1 t - \delta + \pi)$ ；



兩振子的一般情形應屬於

$$x_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 t - \delta_1) + A_2(\omega_2 t - \delta_2) \text{ 以及 } x_2(t) = B_1 \cos(\omega_1 t - \delta_1') + B_2(\omega_2 t - \delta_2')$$

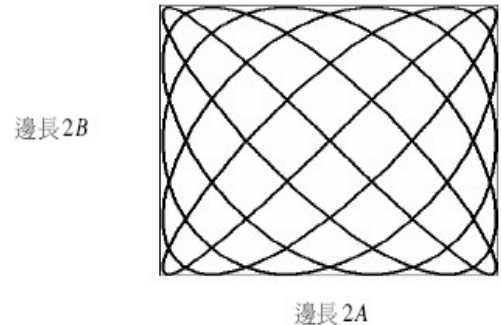
我們可以利用光學滑鼠紀錄彈簧彈簧振子的簡諧運動以及 EXCEL 中『傅立葉分析』的功能來加以驗證

對於彈簧二維的簡諧運動 (Harmonic Oscillations in two Dimensions)，兩垂直方向 x 及 y ，振子位置與時間之關係分別為 $x(t) = A \cos(\omega_x t - \alpha)$ 、 $y(t) = B \cos(\omega_y t - \beta)$ ，

而振子的運動軌跡變化就多囉，以 $\frac{\omega_x}{\omega_y}$ 為有理分

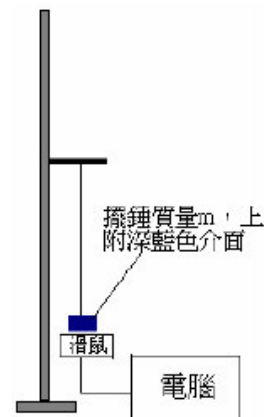
數為例，則此運動有一規律性，運動會在相同的時間間隔內會不斷重複，如右圖所示。

若頻率比不為有理分數，則質點永遠不會以相同速度通過同一點兩次，在經歷一段時間後，質點所行經的路就會佈滿整個 $2A \times 2B$ 大小的空間



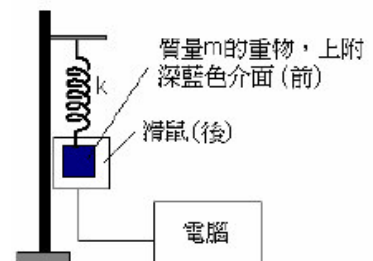
實驗方法（步驟）

- 一、以光學滑鼠紀錄單擺擺動位置的時間序列，其裝置實驗如圖一。將單擺拉至擺角 θ 約 1 至 2 度處，光學滑鼠需即盡可能的靠近單擺，這樣紀錄的效果才好，但不可讓擺錘和滑鼠碰觸到，重覆此步驟 4~5 次。再利用 EXCEL 中『傅立葉分析』的功能分析單擺運動的頻率



圖一為實驗一簡圖。擺角設定 1 至 2 度。以光學滑鼠紀錄單擺擺動位置的時間序列

- 二、以光學滑鼠紀錄彈簧振動時位置的時間序列
裝置如圖二。吊掛物質量 145 克，上附深藍色介面。實驗分別以長度 5 cm、10 cm、15 cm、20 cm 彈簧(直徑皆 1 cm)進行，輕拉彈簧使其做上下的振盪，注意滑鼠和介面的距離需極為靠近且不使彈簧晃動過於劇烈以免偵測不良。利用 EXCEL 計算其頻率並加以



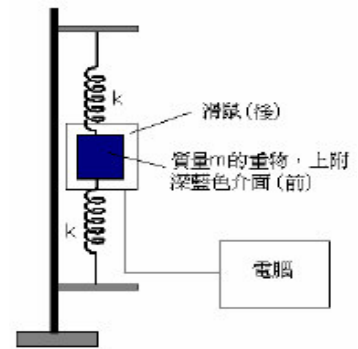
圖二為以光學滑鼠紀錄彈簧振動之簡圖

比較驗證 $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \propto \frac{1}{\sqrt{l}}$ ， l 為彈簧長度

三、以光學滑鼠紀錄彈簧並聯振動時位置的時間序列

實驗如圖三所示。懸吊物質量 145 公克，上附深藍色介面。實驗分別以長度 5 cm、20 cm 彈簧(直徑皆 1 cm) 並聯進行實驗，利用 EXCEL 計算其頻率並加以比較

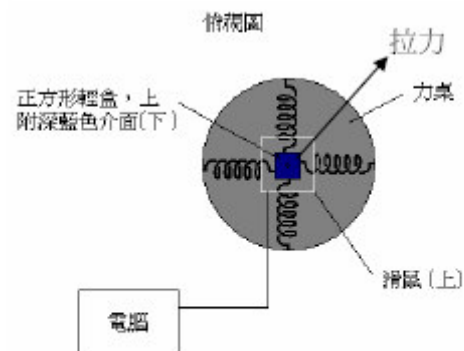
驗證 $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \propto \frac{1}{\sqrt{l}}$ ， l 為彈簧長度



圖三為光學滑鼠紀錄彈簧並聯振動之實驗簡圖

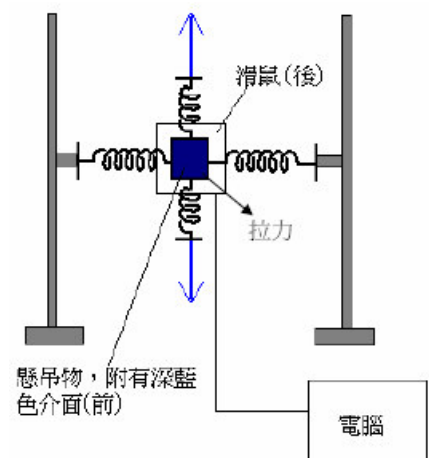
四、以光學滑鼠紀錄彈簧二維的簡諧運動 (Harmonic Oscillations in two Dimensions)，並分析其運動特性。

(一) 水平四彈簧實驗如圖。使用力桌，於刻度 0、90、180、270 處固定四支竹筷，將相同地四個五公分彈簧固定於竹筷上，中間以一正方形輕盒(上附深藍色介面)相連。利用 EXCEL 計算振子兩互相垂直方向的頻率以及繪出振子的運動軌跡



圖四為光學滑鼠紀錄彈簧二維的簡諧運動之實驗簡圖

(二) 垂直四彈簧實驗如圖五。使用三個鐵架，將四個 5 cm 彈簧(直徑 1 cm)互相垂直懸吊並固定在鐵架上。彈簧之間相連的懸吊物質量為 145 公克，以光學滑鼠紀錄運動軌跡，再利用 EXCEL 計算振子兩互相垂直方向的頻率以及繪出振子的運動軌跡



圖五為光學滑鼠紀錄彈簧二維的簡諧運動之實驗簡圖

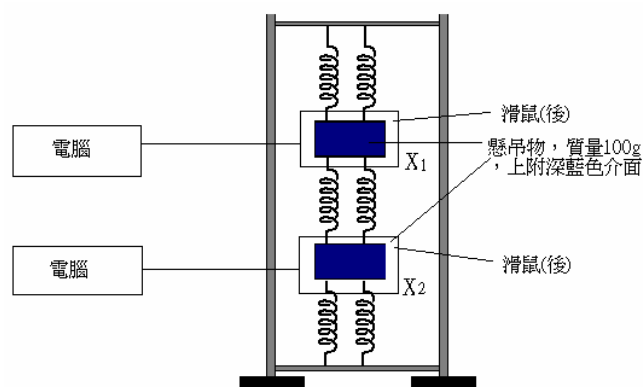


上圖為彈簧二維振動之實驗裝置圖

五、光學滑鼠紀錄兩個耦合諧振子

(Two coupled Harmonic Oscillators) 部分：

實驗裝置如右圖，以光學滑鼠紀錄兩振子 x_1 及 x_2 位置的時間序列，再利用 EXCEL 計算兩振子的頻率以及繪出振子的運動軌跡，並分析其運動特性。操作依序為



上圖為以光學滑鼠紀錄兩個耦合諧振子 (Two coupled Harmonic Oscillators) 之實驗簡圖

- (一) 同相：設定 $x_1(0) = x_2(0)$ 、 $v_1(0) = v_2(0)$
- (二) 反相：設定 $x_1(0) = -x_2(0)$ 、 $v_1(0) = v_2(0)$
- (三) 任意情形：設定 $x_1(0) = \text{端點處}$ 、 $x_2(0) = 0$ ； $v_1(0) = v_2(0)$
- (四) 比較測得頻率與理論值相比較

六、以滑鼠記憶程式 (圖 a) 配合上螢幕錄製程式 (圖 b)，便可以進行播放、停止的動作，使觀察振子的運動軌跡更為方便



圖 a 為滑鼠記憶程式使用介面

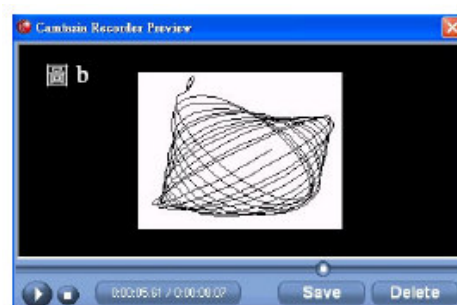
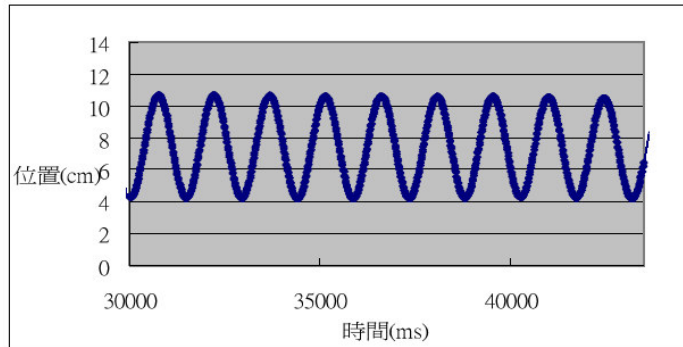


圖 b 為滑鼠記憶程式執行時顯示質點的運動軌跡

陸、研究結果

一、以光學滑鼠紀錄單擺擺動部分

我們可得位置時間序列圖如圖六，與理論 $x(t) = A \cos(\omega_0 t - \delta)$ 相符

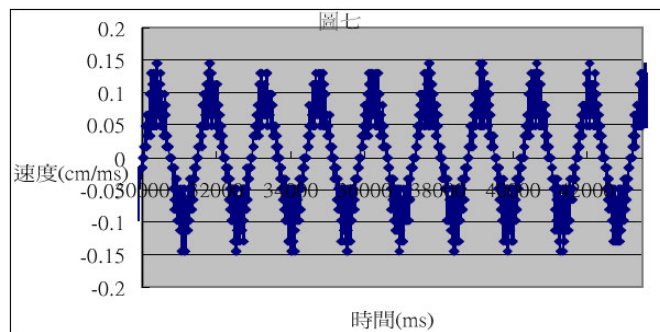


圖六為單擺擺錘位置之時間序列，由此圖可看出時間序列為一餘弦曲線

我們還可求出擺錘的速度與時間的關係圖如圖七，依理論可推得

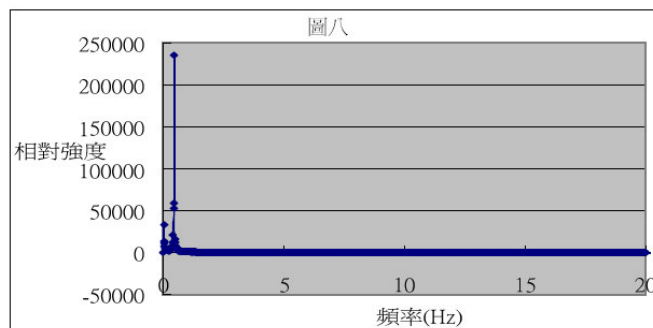
$$v_x(t) = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t - \delta)$$

，比較可知頗為相符



圖七為單擺擺錘速度與時間之關係圖，由此圖可看出亦為一正弦曲線

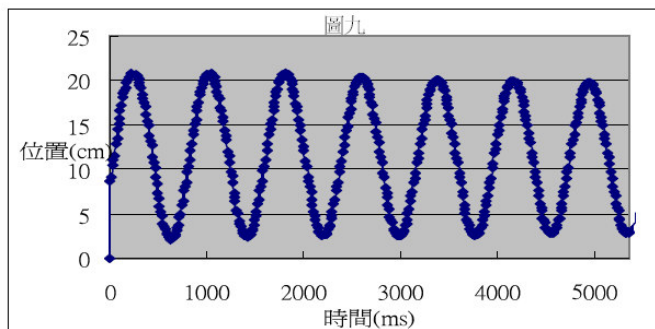
經 EXCEL 中『傅立葉分析』的功能分析單擺運動的頻率，所得之『頻譜圖』如下



圖八為單擺的頻譜圖，由圖可以看到在某個特定的頻率時，相對強度數值最大，此頻率即為單擺運動時的頻率，其值為 0.40。

二、彈簧振動時位置的時間序列（僅取 5 cm 長的彈簧為例）

我們可得位置時間序列圖如圖九，與理論 $x(t) = A \cos(\omega_0 t - \delta)$ 近似

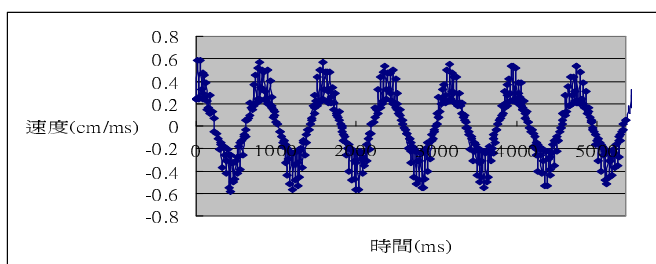


圖九為為彈簧振子位置的時間序列圖。可看出時間和位置的圖形近似為一餘弦曲線

我們還可求出彈簧振子的速度與時間的關係圖如圖十，依理論可推得

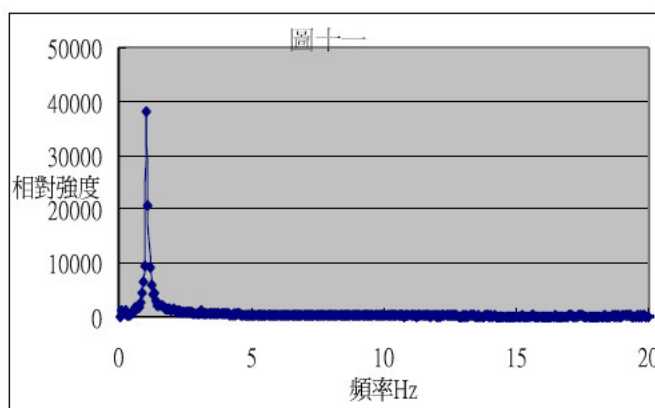
$$v_x(t) = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t - \delta)$$

，比較可知頗為相符



圖十為彈簧振子速度與時間之關係圖，由此圖可看出為一正弦曲線

經 EXCEL 中『傅立葉分析』的功能分析彈簧振子的頻率，所得之『頻譜圖』如下

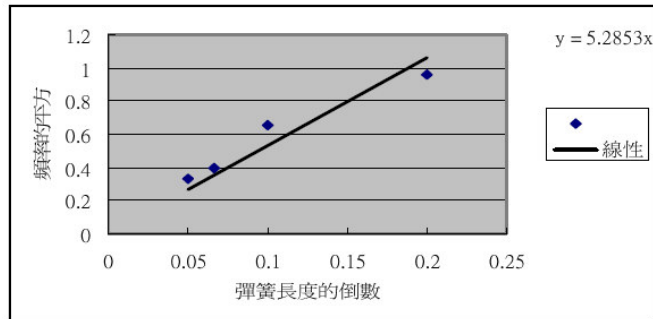


圖十一為彈簧振子的頻譜圖，由圖可以看到在某個特定的頻率時，相對強度數值最大，此頻率即為單擺運動時的頻率，其值為 0.98。

依相同的分析方法，我們可求得不同原長 l 彈簧、質量 m 相同的振子的振動頻率如下表所示

彈簧長度 $l(cm)$	頻率 $f(Hz)$	f^2	$\frac{1}{l}$
5	0.98	0.9604	0.2
10	0.81	0.6561	0.1
15	0.63	0.3969	0.066667
20	0.58	0.3364	0.05

我們分析 $f^2 - \frac{1}{l}$ 之關係，如圖十二。依彈簧頻率 $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$ 知， $f^2 \propto \frac{1}{l}$ ，由圖十二可得驗證，即 $f^2 = 5.2823 \cdot (\frac{1}{l})$

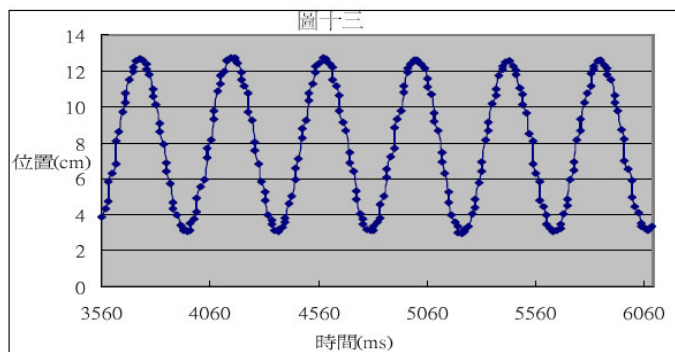


圖十二為彈簧振子頻率的平方與彈簧長度倒數之關係圖，由圖可看出兩者成正比

三、以光學滑鼠紀錄彈簧並聯振動時位置的時間序列

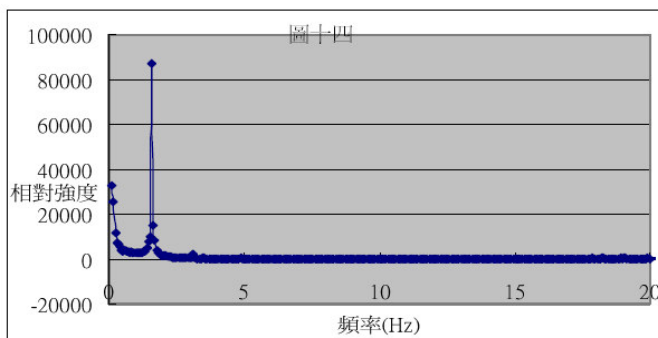
將長度 5 cm 的彈簧兩條並聯，測得振子位置的時間序列如下圖

我們可得位置時間序列圖如圖十三，與理論 $x(t) = A \cos(\omega_0 t - \delta)$ 相符



圖十三為為彈簧並聯時振子位置的時間序列圖。可看出時間和位置的圖形近似為一餘弦曲線

經由 EXCEL 計算得知長度 5 cm 的彈簧兩條並聯時，測得振子頻率為 1.50 ，其『頻譜圖』如圖十四



圖十四為為彈簧並聯時振子的頻譜圖。可看出頻率為 1.50

同理可量得兩條 20 cm 彈簧並聯時，振子的頻率為 0.81

根據彈簧振子頻率 $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \propto \sqrt{k} \propto \frac{1}{\sqrt{l}}$ 知：兩條 5 cm 的彈簧並聯與兩條 20 cm 並聯，

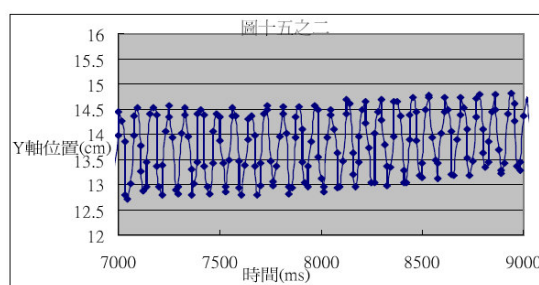
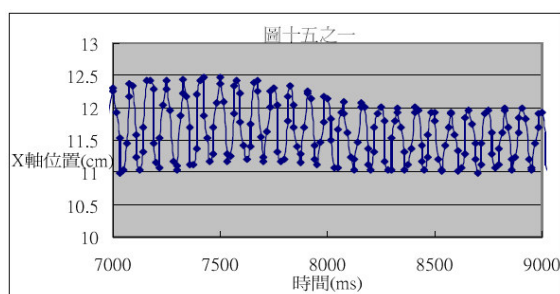
其頻率比值應為 $\frac{f_5}{f_{20}} = \sqrt{\frac{l_{20}}{l_5}} = \sqrt{\frac{20}{5}} = 2$ 。而實驗測得頻率比值為 $\frac{f'_5}{f'_{20}} = \frac{1.50}{0.81} \approx 1.85$ 。

誤差為 $\frac{2-1.85}{2} \times 100\% = 7.5\%$

四、彈簧振子二維的簡諧運動部分

(一) 水平振動情形：根據運動的獨立性，在 x 軸和 y 軸的運動可分開討論。

我們分別測得其位置之時間序列 $x(t)$ 及 $y(t)$



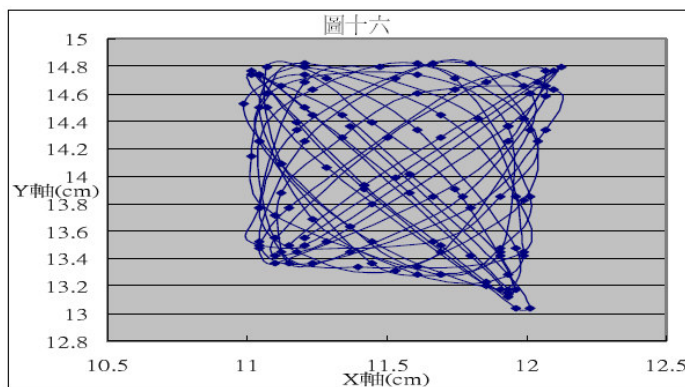
圖十五之一為 x 軸彈簧振子的位置時間序列

圖十五之二為 y 軸彈簧振子的位置時間序列

我們經由 EXCEL 計算得知頻率分別為 $\omega_x = 7.67$ 以及 $\omega_y = 7.89$ ，而所得彈簧振子的二維運動軌跡如圖十六。如果時間夠久，軌跡會填滿整個長方形的方形空間

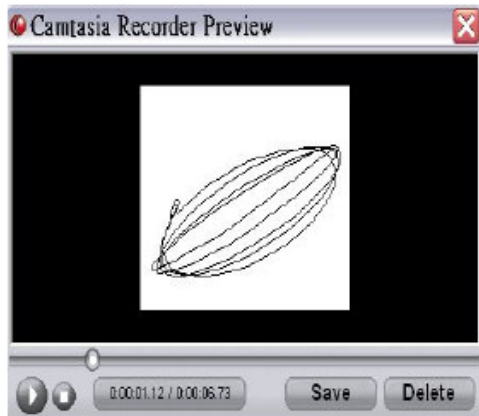
由理論知在 $\frac{\omega_x}{\omega_y}$ 為有理分數時，則此運動有一規律性，運動會在相同的時間間隔內會不

斷重複；若雖然彈簧振子的水平方向及垂直方向的振動頻率 ω_x 和 ω_y ，其理論比值 $\frac{\omega_x}{\omega_y}$ 為 1，可是實際上 $\frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{767}{789}$ ，無法整除，因此頻率比值不為有理分數，則質點永遠不會以相同速度通過同一點兩次，在經歷一段時間後，質點所行經的路就就會佈滿整個空間。

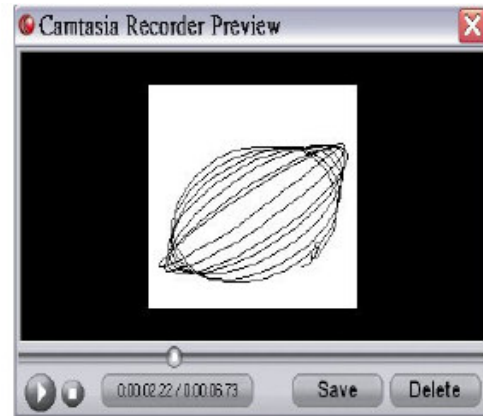


圖十六為彈簧振子二維的運動軌跡圖，因為兩垂直方向之頻率比值 $\frac{\omega_x}{\omega_y}$ 不為有理數，因此軌跡不為封閉曲線

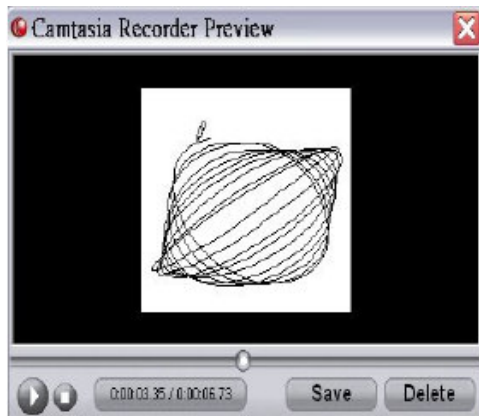
利用滑鼠路徑程式配合螢幕錄製程式，使得質點運動能清楚的以動畫方式呈現。將運動過程的時間六等分，並捕捉瞬間的圖形即可得到下列六張圖，質點在各時段的運動模式即能十分明瞭



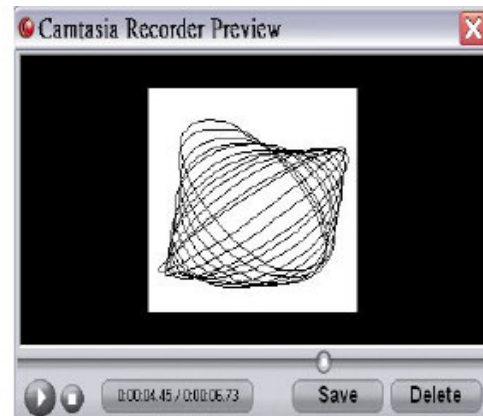
第一段



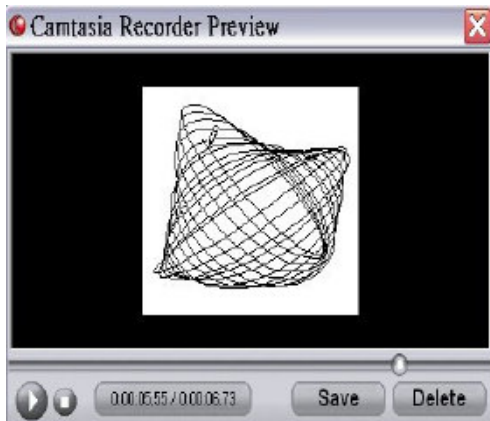
第二段



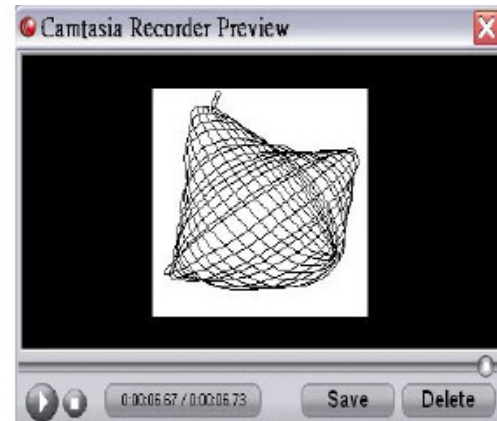
第三段



第四段



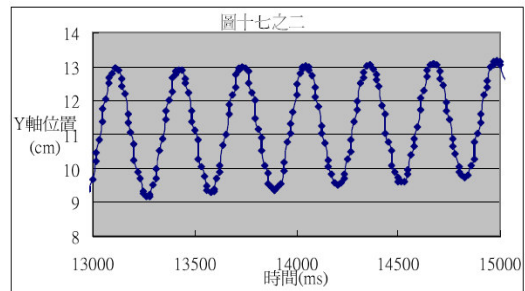
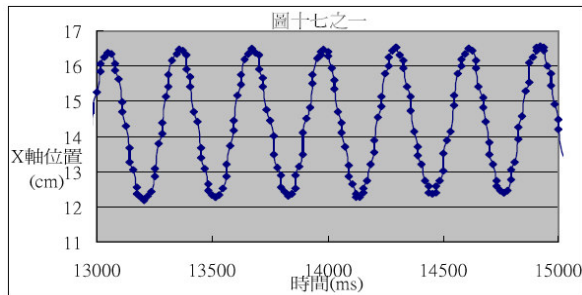
第五段



第六段

(二) 垂直振動情形：根據運動的獨立性，在 x 軸和 y 軸的運動可分開討論。

我們分別測得其位置之時間序列 $x(t)$ 及 $y(t)$

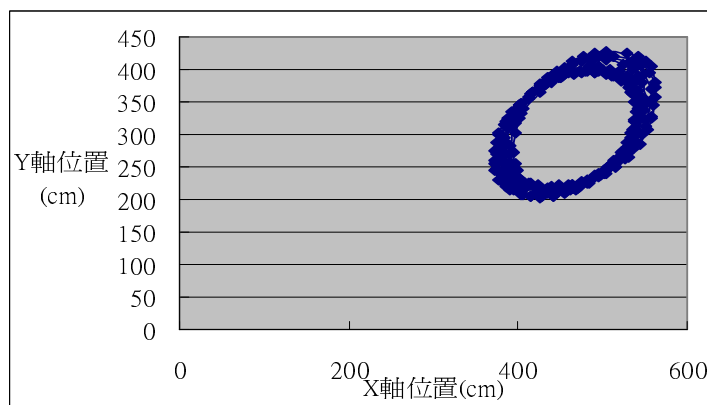


圖十七之一為 x 軸彈簧振子的位置時間序列

圖十七之二為 y 軸彈簧振子的位置時間序列

經由 EXCEL 計算得知頻率分爲 $\omega_x = \omega_y = 1.56$ 。我們將 x 軸與 y 軸位置的時間序列合成，

得到振子二維位的運動軌跡如圖十八。因爲兩頻率比值正好爲 $\frac{\omega_x}{\omega_y} = 1$ ，依理論知，其軌跡應爲一封閉曲線，實驗所得之軌跡，已相當接近一橢圓形

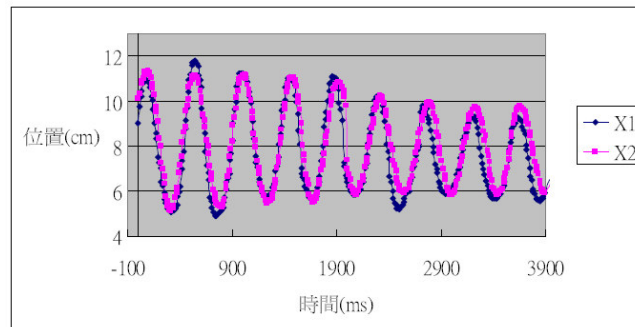


圖十八爲彈簧振子二維的運動軌跡圖，因爲兩垂直方向之頻率比值 $\frac{\omega_x}{\omega_y} = 1$

爲有理數，因此軌跡以已極近似一封閉曲線（橢圓形）

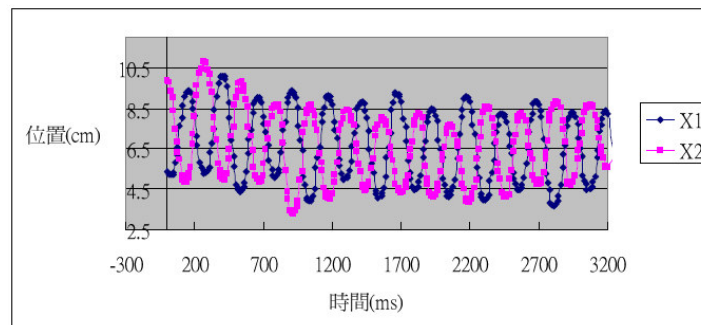
五、兩個耦合諧振子（Two coupled Harmonic Oscillators）部分：

（一）同相：我們將兩振子的時間序列合併 $x_1(t)$ 及 $x_2(t)$ ，所得如圖十九，經由 EXCEL 計算得知頻率均為 $\omega_2 = 1.44$



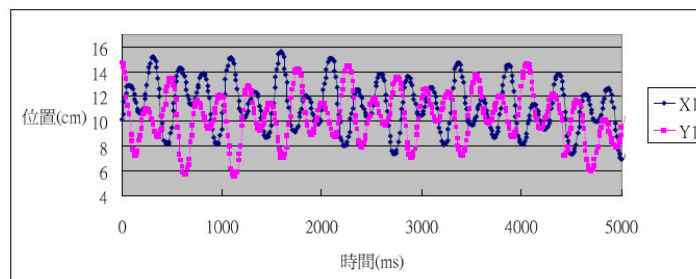
圖十九為兩個耦合諧振子同相之時間序列分別為藍色曲線部分為 $x_1(t)$ 以及紅色曲線 $x_2(t)$

（二）反相：我們將兩振子的時間序列合併 $x_1(t)$ 及 $x_2(t)$ ，所得如圖二十，經由 EXCEL 計算得知頻率極為接近， $x_1(t)$ 的頻率為 $\omega_1 = 2.535$ 以及 $x_2(t)$ 的頻率為 $\omega_1 = 2.419$
其平均值為 $\bar{\omega}_1 = 2.48$



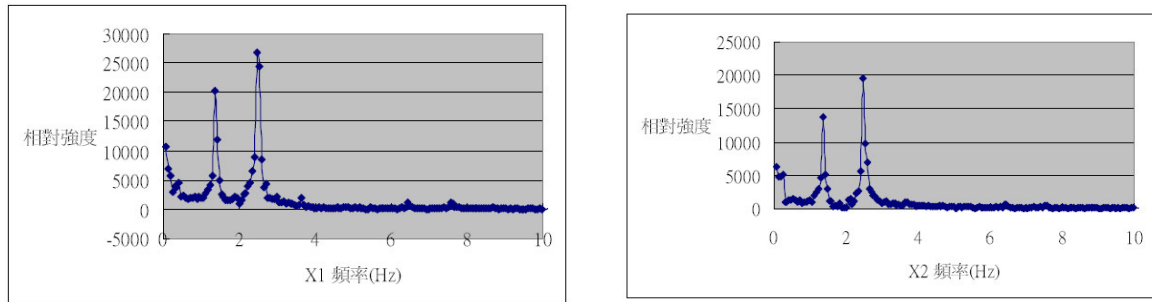
圖二十為兩個耦合諧振子反相之時間序列分別為藍色曲線部分為 $x_1(t)$ 以及紅色曲線 $x_2(t)$

（三）任意：我們將兩振子的時間序列合併 $x_1(t)$ 及 $x_2(t)$ ，所得如圖二十一，經由 EXCEL 計算得知， $x_1(t)$ 及 $x_2(t)$ 的振動頻率均主要由為 ω_1 及 ω_2 所組合而成，
 $x_1(t)$ 所得之 $\omega_1 = 2.4775$ 及 $\omega_2 = 1.3828$ ；
 $x_2(t)$ 所得之 $\omega_1 = 2.4775$ 及 $\omega_2 = 1.3828$ ；



圖二十一為兩個耦合諧振子『任意』相之時間序列分別為藍色曲線部分為 $x_1(t)$ 以及紅色曲線 $x_2(t)$

兩振子之頻譜圖如圖二十二



圖二十二為兩個耦合諧振子『任意』時頻譜分析圖，左上圖 $x_1(t)$ 之頻譜圖；右上圖 $x_2(t)$ 之頻譜圖；兩振子的前兩大相對強度值所對應之頻率均為 $\omega_1 = 2.4775$ 及 $\omega_2 = 1.3828$

(四) 振動頻率 ω_1 及 ω_2 與理論值相比較：整理如下表

兩振子 振動模式	理論值的頻率	實驗所得
同相	兩振子僅有 $\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	兩振子僅有 $\omega_2 = 1.44$
反相	兩振子僅有 $\omega_1 = \sqrt{\frac{3k}{m}}$	兩振子頻率極為接近，可視為僅有 $\bar{\omega}_1 = 2.48$
任意	兩振子的頻率均有 $\omega_1 = \sqrt{\frac{3k}{m}}$ 及 $\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 的成分 兩組成頻率之比值為 $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{3}$	兩振子的頻率均有 $\omega_1 = 2.4775$ 及 $\omega_2 = 1.3828$ 的成分 兩組成頻率之比值為 $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 1.79$
	比較誤差 $= \frac{1.79 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \times 100\% = 3\%$	

柒、討論

- 一、由光學滑鼠紀錄單擺與彈簧的振動現象，其運動軌跡與理論相符
- 二、彈簧二維的簡諧運動（Harmonic Oscillations in two Dimensions）部分

雖然我們所用的彈簧原長均為一致，然『水平擺設』的振動情形與『垂直擺設』時的振動情形卻略有差異。『水平擺設』時， $\frac{\omega_x}{\omega_y}$ 比值不為 1，可能將彈簧架設於力桌時，彈簧對中心質點的施力不對稱所致，不過，反而『因誤得福』，讓我們測量到振子的運動軌跡為『開口的』（Open）的曲線

二維的簡諧運動的軌跡圖像，常見於電路中兩電子訊號的合成，此現象在彈簧的二維簡諧振動，再次得到驗證，且其呈現的圖像，更為『具體』。

三、兩個耦合諧振子（Two coupled Harmonic Oscillators）部分：

當兩振子是否為同相或反相振動模式，很容易直接觀察看出；經頻譜圖分析結果也的確如此，可是當兩振子振動模式為任意時，兩振子振動模式看似無任何關聯，即使從兩振子的時間序列 $x_1(t)$ 及 $x_2(t)$ 也看不出來，僅有經頻譜分析之後，才看得出兩振子的關聯性

捌、結論

利用光學滑鼠來紀錄質點運動軌跡確實是一個便捷的方法，配合上滑鼠路徑記錄程式和螢幕錄製程式，即能以動畫的方式將運動過程重現。利用 EXCEL 可計算出簡諧運動的頻率，並且可用圖表方式清楚呈現質點運動時位置的時間序列、質點速度和位置的關係，並可從頻譜圖找出振子的頻率。

玖、參考資料及其他

- 一、T.W.Ng and K.T.Ang(2005)， “The optical mouse for harmonic oscillator experimentation.” ， American Association of Physics Teachers， August， Vol.73， NO.8， P793～795
- 二、林明瑞 高級中學物質科學物理篇（上冊） （再版）臺南市、南一書局。P155~161、94年8月。
- 三、冉長壽 質點和系統的古典動力學（增訂本） （再版九刷）新店市、財團法人徐氏基金會。P91~96、P380~384。80年1月。

附錄

下表為實驗一光學滑鼠紀錄單擺運動時之

原始數據（A、B 欄）

傅立葉分析數據（D、E 及 F 欄）

Microsoft Excel - 單擺						
檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 插入(I) 格式(O) 工具(T) 資料(D) 視窗(W) 說明(H)						
新細明體 12 B I U \$ % , .00 .00 100%						
中華神捕 1.63						
I30 448						
	A	B	C	D	E	F
1	時間	Y軸	Y軸(單位調整後)	傅立葉分析	相對強度	頻率
2	0	447	12.069	1196830	0	0.014646
3	16	447	12.069	1406.5019843664-33070.4433773833i	33100.34	0.029292
4	16	447	12.069	8488.49557453816-11400.6993379931i	14213.74	0.043938
5	32	447	12.069	2320.48028572565-10886.351896583i	11130.92	0.058584
6	47	446	12.042	1898.54109530811-7794.53398142466i	8022.42	0.07323
7	47	446	12.042	1397.63465464351-5998.6320248836i	6159.299	0.087876
8	63	446	12.042	1627.64630466132-5199.76701019556i	5448.56	0.102522
9	79	445	12.015	1103.05448397166-4025.62046425798i	4174.009	0.117168
10	79	443	11.961	1723.09374468472-3520.14275923548i	3919.242	0.131814
11	94	442	11.934	2834.26113896489-2147.7696933819i	3556.115	0.14646
12	110	441	11.907	2403.98221123235-2800.17427032105i	3690.543	0.161106
13	110	437	11.799	2309.64811656369-2429.74847467376i	3352.335	0.175752
14	125	435	11.745	2613.50433148473-2099.80620107429i	3352.55	0.190398
15	141	432	11.664	2041.27492175244-1522.16008407656i	2546.326	0.205044
16	141	426	11.502	2632.74699089485-1661.8067039951i	3113.352	0.21969
17	157	424	11.448	1652.83355679538-1098.49801392203i	1984.58	0.234336
18	172	421	11.367	2688.84480432148-866.677305667858i	2825.069	0.248982
19	188	414	11.178	3078.39695317401-154.845810040901i	3082.289	0.263628
20	188	411	11.097	3500.40547774159-1296.59973230669i	3732.829	0.278274
21	204	408	11.016	4221.24282482205-1129.41255585173i	4369.721	0.29292
22	219	402	10.854	3607.18896634037-821.46162296283i	3699.542	0.307566
23	219	398	10.746	3359.25674248616+267.949048029398i	3369.926	0.322212
24	235	395	10.665	3669.92614029879+844.361282716976i	3765.807	0.336858

下表為實驗二光學滑鼠紀錄彈簧振動時（5 cm 長彈簧）之
原始數據（A、B 欄）
傅立葉分析數據（D、E 欄）

Microsoft Excel - 單彈簧5cm					
檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 插入(I) 格式(O) 工具(T) 資料(D) 視窗(W) 說明(H)					
新細明體 12 B I U \$ % , .00 .00 100%					
中華神捕 1.63 OK					
I36 fx					
	A	B	C	D	E
1	時間	Y軸	傅立葉分析	相對強度	頻率
2	0	112	258648	0	0.058582
3	15	112	-655.941953989638+1156.39220302247i	1329.475	0.117164
4	31	113	-682.904088676873-240.189460608308i	723.9123	0.175746
5	47	116	-1275.43720121111-119.516193043648i	1281.025	0.234328
6	47	119	-148.134640365858+398.270213848845i	424.9271	0.29291
7	62	123	-10.6976382684798+323.242598628817i	323.4196	0.351492
8	78	134	-230.146657712514-186.179666718023i	296.0242	0.410074
9	93	140	-367.690151000608-377.776167452958i	527.1725	0.468656
10	93	156	160.862759869739-791.883056554035i	808.0567	0.527238
11	109	163	-111.78200746282-1014.10371898675i	1020.246	0.58582
12	125	173	-549.352688487998-1552.98020946937i	1647.281	0.644402
13	125	189	-1120.14336748512-1290.52311796039i	1708.851	0.702984
14	140	200	-1044.3169909541-1375.62504871338i	1727.12	0.761566
15	156	218	318.709168129161-2773.56035053618i	2791.812	0.820148
16	172	230	-691.771447441412-4380.08100452461i	4434.372	0.87873
17	172	239	-1143.07799294275-6433.23111826715i	6533.995	0.937312
18	187	261	-3058.20943186599-8912.92380400455i	9422.996	0.995894
19	203	271	-34077.7969366865-17362.3698699003i	38245.89	1.054476
20	203	280	9162.16714343219+18703.7562507029i	20827.29	1.113058
21	218	300	3300.19942753367+8470.12369174759i	9090.342	1.17164
22	234	308	645.840702441034+5916.09331438037i	5951.241	1.230222
23	234	319	-261.644812866514+4091.50269884858i	4099.86	1.288804
24	250	332	21.7577774350204+4417.49824263718i	4417.552	1.347386

下表為實驗三光學滑鼠紀錄彈簧並聯振動時（兩條 5 cm 長彈簧並聯）之原始數據（A、B 欄）
傅立葉分析數據（D、E 及 F 欄）

Microsoft Excel - 雙彈簧5cm並聯						
檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 插入(I) 格式(O) 工具(T) 資料(D) 視窗(W) 說明(H)						
新細明體 12 B I U \$ % , .00 .00 100%						
中華神捕 1.63 OK						
J39 fx						
	A	B	C	D	E	F
1	時間	Y軸	Y軸(單位調整後)	傅立葉分析	相對強度	頻率
2	0	296	7.992	318158		0.058582
3	15	277	7.479	7365.5810113325+32126.7687190005i	32960.3	0.117164
4	31	248	6.696	752.894819863722+25476.0795920833i	25487.2	0.175746
5	47	206	5.562	3460.22466509917+11319.4682192099i	11836.53	0.234328
6	47	180	4.86	1480.69214593012+7217.34007989193i	7367.662	0.29291
7	62	144	3.888	113.09029354402+6932.03719576305i	6932.96	0.351492
8	78	123	3.321	126.026068307174+5282.75972199692i	5284.263	0.410074
9	78	108	2.916	-199.627158094517+4140.86364083409i	4145.673	0.468656
10	93	82	2.214	-234.218568166985+3537.12209600491i	3544.868	0.527238
11	109	74	1.998	-749.348217749934+3728.22457983671i	3802.786	0.58582
12	125	62	1.674	-710.359268228538+3385.55975941591i	3459.281	0.644402
13	125	61	1.647	-626.806572971203+3186.33969665327i	3247.406	0.702984
14	140	65	1.755	-469.687929225582+2887.33028005649i	2925.283	0.761566
15	156	72	1.944	-540.744041341836+3086.97197061812i	3133.975	0.820148
16	156	80	2.16	-406.180918088228+2960.61324099361i	2988.346	0.87873
17	172	107	2.889	-1276.1307548802+2768.13130588056i	3048.124	0.937312
18	187	122	3.294	-1045.91536149768+2329.01093054728i	2553.083	0.995894
19	203	143	3.861	-1360.02778243813+2623.12272839345i	2954.733	1.054476
20	203	179	4.833	-892.893817313331+2788.32997288683i	2927.805	1.113058
21	218	203	5.481	-864.720894905143+2731.42308916063i	2865.033	1.17164
22	234	243	6.561	-1503.52796638165+2328.86707810597i	2772.042	1.230222
23	250	269	7.263	-848.499640453571+3174.81383061103i	3286.243	1.288804
24	250	304	8.208	-2165.92006152692+2789.72758042828i	3531.825	1.347386

下表為實驗四之一彈簧振子二維的簡諧運動之水平振動情形部分：

光學滑鼠紀錄彈簧振動時之

原始數據（A、B 欄）

傅立葉分析數據（D、E、F、I、J、K 欄）

Microsoft Excel - 水平四彈簧5cm											
檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 插入(I) 格式(O) 工具(T) 資料(D) 視窗(W) 說明(H)											輸入需要解答的問題
新細明體 12 B I U \$ % , . 0.00 100%											
中華神捕 1.63											
W64 fx											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	時間	X軸	X軸(單位調整後)	傅立葉分析	相對強度	頻率	Y軸	Y軸(單位調整後)	傅立葉分析	相對強度	頻率
2	0	403	10.881	23737.293		0.029291	322	8.694	28321.38		0.029291
3	0	491	13.257	71.9434401051554-133.73	151.86	0.058582	418	11.286	-695.813849584042+1274.530754	0.058582	
4	16	528	14.256	-12.9774677217707-37.083	39.28855	0.087873	432	11.664	-173.350503900816+787	806.398	0.087873
5	32	542	14.634	-6.58839515131416+1.889	6.853986	0.117164	377	10.179	-129.355309544192+582	596.761	0.117164
6	47	514	13.878	12.7520915178158+12.020	17.52436	0.146455	332	8.964	-109.3194614375+407.9	422.382	0.146455
7	47	470	12.69	41.8092547705481+34.585	54.26047	0.175746	293	7.911	-38.4204752412543+345	347.935	0.175746
8	63	394	10.638	30.3632054735517+40.398	50.5371	0.205037	283	7.641	-44.7541510679658+295	299.087	0.205037
9	78	394	10.638	26.1375377870899+47.386	54.11741	0.234328	320	8.64	-77.9002727888648+232	245.359	0.234328
10	94	468	12.636	76.6074357282831+64.112	99.89532	0.263619	418	11.286	-47.4517421972285+250	254.472	0.263619
11	94	508	13.716	187.878385551659-15.0110	188.4771	0.29291	433	11.691	-60.3401186695723+235	243.307	0.29291
12	110	544	14.688	72.9946991787726-65.996	98.40606	0.322201	385	10.395	3.31288678375158+167	167.322	0.322201
13	125	525	14.175	46.7825137100398-65.6118	80.58239	0.351492	340	9.18	-22.6279228659911+165	166.852	0.351492
14	125	473	12.771	24.2590224323651-62.0814	66.6529	0.380783	291	7.857	-10.7479511895579+181	181.339	0.380783
15	141	400	10.8	16.2406650487113-54.763	57.12131	0.410074	284	7.668	-23.4182097868746+165	167.285	0.410074
16	157	390	10.53	11.0199114792461-33.335	35.10967	0.439365	333	8.991	-11.2829697953933+136	137.159	0.439365
17	172	442	11.934	21.2601899099635-42.9319	47.9077	0.468656	417	11.259	-1.21946138195244+141	141.433	0.468656
18	172	483	13.041	16.9390107187743-34.382	38.32863	0.497947	438	11.826	-24.5717175182645+123	126.311	0.497947
19	188	537	14.499	4.91694480356811-35.3239	35.66456	0.527238	396	10.692	-11.3117732268263+123	123.978	0.527238
20	203	529	14.283	6.00600979250748-42.876	43.29476	0.556529	351	9.477	11.6474586691866+132	132.677	0.556529
21	219	487	13.149	-9.52130085563014-26.453	28.11486	0.58582	300	8.1	11.6255406549966+101	102.22	0.58582
22	219	409	11.043	-3.65349722546809-19.704	20.04016	0.615111	287	7.749	2.97618201976246+89.7	89.8278	0.615111
23	235	385	10.395	-2.70004743538407-20.363	20.54145	0.644402	332	8.964	4.69205530899095+91.8	91.9211	0.644402
24	250	417	11.259	-3.351938585242-18.28258	18.58732	0.673693	417	11.259	-1.78323982858157+97.	97.6316	0.673693

下表為實驗四之二彈簧振子二維的簡諧運動之垂直振動情形部分：

光學滑鼠紀錄彈簧振動時之

原始數據（A、B 欄）

傅立葉分析數據（D、E、F、I、J、K 欄）

Microsoft Excel - 垂直四彈簧5cm											
檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 插入(I) 格式(O) 工具(T) 資料(D) 視窗(W) 說明(H)										輸入需要解答的問題	
新細明體 12 B I U \$ % , .00 100%											
中華神捕 1.63											
M57 fx =(G58-G57)*0.027											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	時間	X軸	X軸(單位調整後)	傅立葉分析	相對強度	頻率	Y軸	Y軸(單位調整後)	傅立葉分析	相對強度	頻率
2	0	624	16.848	1220273		0.029291	348	9.396	709731		0.029291
3	0	632	17.064	-2734.49439551154+17669	17879.66	0.058582	338	9.126	5945.10418836605+24	6447.656	0.058582
4	16	635	17.145	7433.35221508626+7602.1	10632.36	0.087873	332	8.964	2020.36586321238-518	5563.544	0.087873
5	32	636	17.172	-2822.72712295169+10140	10525.65	0.117164	324	8.748	4622.38922403724+17	4948.698	0.117164
6	47	635	17.145	-676.151663526377+8091.4	8119.678	0.146455	320	8.64	3473.1545622319+176	3477.635	0.146455
7	47	631	17.037	-1110.08919962187+6167.8	6266.798	0.175746	316	8.532	738.162626590459-246	2577.125	0.175746
8	63	625	16.875	-923.513543374539+5133.0	5215.451	0.205037	316	8.532	312.450543737016+55	317.4275	0.205037
9	78	619	16.713	474.628421061372+4946.4	4968.986	0.234328	314	8.478	493.839373826033-11	1248.076	0.234328
10	78	603	16.281	-80.9403428370743+3808.8	3809.741	0.263619	314	8.478	22.2923025142095-471	471.6335	0.263619
11	94	596	16.092	43.80976172198+3415.584	3415.866	0.29291	317	8.559	-571.28504911996-118	1314.118	0.29291
12	110	586	15.822	-339.218367956212+2802.5	2823.224	0.322201	319	8.613	84.6970289676884-42	94.74613	0.322201
13	110	565	15.255	-316.205638748122+2736.1	2754.597	0.351492	325	8.775	-892.315073478112-31	944.998	0.351492
14	125	555	14.985	33.1083643867928+2160.7	2160.973	0.380783	330	8.91	-843.906084719218-82	1180.086	0.380783
15	141	533	14.391	-317.095453067584+2115.2	2138.907	0.410074	340	9.18	-593.454734227327-27	654.5657	0.410074
16	157	523	14.121	-264.000544960187+1971.8	1989.451	0.439365	345	9.315	-918.573333250525-66	920.9943	0.439365
17	157	512	13.824	-228.838144974946+2077.1	2089.955	0.468656	352	9.504	-326.660719726091-62	332.4985	0.468656
18	172	495	13.365	10.8216839753793+1938.0	1938.122	0.497947	363	9.801	451.024421968532-12	467.7836	0.497947
19	188	486	13.122	-10.1739883755777+1663.1	1663.195	0.527238	370	9.99	-338.2544372803-38.06	340.3897	0.527238
20	188	474	12.798	9.18051026429839+1752.2	1752.286	0.556529	380	10.26	-324.266779192708-20	384.7779	0.556529
21	203	468	12.636	-57.7242519375923+1587.5	1588.788	0.58582	387	10.449	-271.506036715344-43	274.9394	0.58582
22	219	462	12.474	126.386149779368+1705.3	1710.045	0.615111	395	10.665	402.151634756735-12	420.2573	0.615111
23	235	462	12.474	-134.620022275392+1349.8	1356.568	0.644402	400	10.8	-588.180664856667-23	633.7008	0.644402
24	235	462	12.474	40.6278924704601+1469.2	1469.797	0.673693	403	10.881	-531.161957751038-10	541.6991	0.673693

下表為實驗五之一兩彈簧振子同相耦合情形：

原始數據（A、B、C 欄）

單位調整後數據（D、E 欄）

Microsoft Excel - 耦合同相總覽					
檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 插入(I) 格式(O) 工具(T) 資料(D) 視窗(W)					
新細明體 12 B I U \$ % ,					
中華神捕 1.63 OK					
	H2				
	A	B	C	D	E
1	時間	x1	x2	x1(單位調整後)	x2(單位調整後)
2	0	335	376	9.045	10.152
3	15	362	383	9.774	10.341
4	31	379	399	10.233	10.773
5	31	387	404	10.449	10.908
6	47	401	409	10.827	11.043
7	62	403	417	10.881	11.259
8	62	405	419	10.935	11.313
9	78	405	420	10.935	11.34
10	94	402	421	10.854	11.367
11	109	399	418	10.773	11.286
12	109	394	415	10.638	11.205
13	125	379	411	10.233	11.097
14	140	372	399	10.044	10.773
15	140	357	392	9.639	10.584
16	156	335	381	9.045	10.287
17	172	318	362	8.586	9.774
18	172	308	352	8.316	9.504
19	187	279	337	7.533	9.099
20	203	269	309	7.263	8.343
21	219	260	297	7.02	8.019
22	219	237	269	6.399	7.263
23	234	231	258	6.237	6.966
24	250	220	246	5.94	6.642

下表為實驗五之二兩彈簧振子反相耦合情形：

原始數據（A、B、C 欄）

單位調整後數據（D、E 欄）

Microsoft Excel - 耦合反相總覽					
檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 插入(I) 格式(O) 工具(T) 資料(D) 視窗(W)					
新細明體 12 B I U \$ % , .00					
中華神捕 1.63 OK					
K39 fx					
	A	B	C	D	E
1	時間	x1	x2	X1(單位調整後)	X2(單位調整後)
2	0	199	337	5.373	9.882
3	15	194	322	5.238	9.801
4	31	193	319	5.211	9.3555
5	46	194	317	5.238	9.0315
6	46	197	319	5.319	8.3835
7	62	216	323	5.832	7.4925
8	78	228	333	6.156	6.804
9	78	243	357	6.561	6.318
10	93	282	379	7.614	5.9535
11	109	297	411	8.019	5.1435
12	109	319	432	8.613	4.9815
13	125	337	446	9.099	4.86
14	140	344	473	9.288	4.86
15	156	347	479	9.369	5.0625
16	156	346	483	9.342	5.265
17	171	344	485	9.288	5.589
18	187	328	483	8.856	6.723
19	187	315	478	8.505	7.2495
20	203	302	465	8.154	8.0595
21	218	264	449	7.128	9.153
22	218	248	439	6.696	9.639
23	234	215	417	5.805	10.2465
24	250	206	398	5.562	10.449

下表為實驗五之三兩彈簧振子任意耦合情形：

原始數據（A、B、C 欄）

單位調整後數據（D、E 欄）

振子 1 的傅立葉分析數據（F、G）；振子 2 的傅立葉分析數據（I、J、K）；

Microsoft Excel - Book1											
檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 插入(I) 格式(O) 工具(T) 資料(D) 視窗(W) 說明(H)											
新細明體 12 B I U \$ % , .00 100%											
N45 fx											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	時間	x1	x2	X1(單位調整後)	X2(單位調整後)	X1傅立葉分析	X1相對強度	X1頻率	X2傅立葉分析	X2相對強度	X2頻率
2	0	175	430	10.125	14.715	185736			362776		
3	16	191	429	10.557	14.6745	176.4695445402	0	0	-1377.51035332611	15225.9875	
4	16	229	422	11.583	14.391	103.0127459566	10706.2289	0.058582	-372.424895972827	6283.27021	0.058582
5	31	242	411	11.934	13.9455	1214.531402659	7008.6294	0.117164	478.66051110568+	4796.78776	0.117164
6	47	254	399	12.258	13.4595	504.1986884572	5728.20398	0.175746	972.839349004092	4866.47813	0.175746
7	47	273	362	12.771	11.961	-1451.07734698	2964.27138	0.234328	2455.97085802361	5197.08229	0.234328
8	63	276	344	12.852	11.232	-621.362464680	3884.19206	0.29291	-196.333226683198	984.830668	0.29291
9	78	278	328	12.906	10.584	-15.5801294539	3714.54492	0.351492	-69.1397415338923	1067.33644	0.351492
10	94	276	287	12.852	8.9235	-1557.11343598	4518.70788	0.410074	350.490138685068	1283.76962	0.410074
11	94	271	274	12.717	8.397	287.3691917113	2169.3677	0.468656	363.522055686452	1298.86159	0.468656
12	109	266	258	12.582	7.749	159.9554133253	2388.43522	0.527238	175.602720448659	1531.02222	0.527238
13	125	251	247	12.177	7.3035	164.7655459898	1987.72591	0.58582	222.622822171291	1391.04465	0.58582
14	125	236	244	11.772	7.182	120.1461357634	1843.87779	0.644402	363.259308588008	1038.49351	0.644402
15	141	227	246	11.529	7.263	173.6089696614	1922.38747	0.702984	120.552742219641	1361.24603	0.702984
16	156	206	250	10.962	7.425	599.6981311424	2023.6094	0.761566	446.266057268828	834.736835	0.761566
17	156	201	255	10.827	7.6275	-126.279217619	2209.48888	0.820148	443.501019772255	1043.67108	0.820148
18	172	196	275	10.692	8.4375	67.49826012193	1851.90303	0.87873	246.274950926082	1026.89837	0.87873
19	188	194	284	10.638	8.802	-96.8998675330	2069.18609	0.937312	61.9076568412391	1223.33535	0.937312
20	203	197	299	10.719	9.4095	-14.9795647079	1951.44235	0.995894	269.047186336299	1403.75751	0.995894
21	203	202	316	10.854	10.098	-1082.52304641	2025.18685	1.054476	-299.895386168857	982.860175	1.054476
22	219	209	327	11.043	10.5435	757.8692017867	2810.6759	1.113058	128.095967774403	1952.55452	1.113058
23	234	238	331	11.826	10.7055	937.7140175091	3313.77715	1.17164	24.66628782049+2	2551.74745	1.17164
24	234	252	337	12.204	10.9485	-1236.38131049	4088.02554	1.230222	500.173451776827	2927.9776	1.230222

評語

040114 當彈簧遇見滑鼠

能夠將先學滑鼠利用到實驗設計頗有新意，也能結合課程內容重新測量獲得更多訊息，唯在各種彈簧形態組合之設計開創性不足，宜拓展更多組合與狀況。