

中華民國第四十六屆中小學科學展覽會
作品說明書

高中組 物理科

040110

似水非水—有趣的顆粒體

學校名稱： 國立花蓮高級中學

作者：	指導老師：
高二 彭泓元	莊文治
高二 林昀寬	
高二 陳松奇	
高二 陳奕旭	

關 鍵 詞：流量速率、壓力、堵塞

壹、摘要

選擇 BB 彈及鋼珠為研究的主體，經由簡單的實驗設計及數據處理，測量其在空心圓柱容器中水平底部的靜態鉛直壓力，分析其出底部水平孔口的流量速率，及流量速率與孔口半徑的關係，並觀察其堵塞和流動現象。發現雖然流動的 BB 彈(鋼珠)類似流動的水，但兩者間確有一些不同。

貳、研究動機

沙漏是常見的玩具，也是古老的計時工具，沙漏具有等時性嗎？看到沙漏中沙子的流動時，我們不禁聯想到水由容器下方洞口流出的現象，兩者有何差別呢？閱讀相關資料後，才知道沙子是屬於“顆粒體”的一種，我們選擇大小、形狀較為均勻的 BB 彈及鋼珠代替沙子，作為觀察研究的對象，希望能一探“顆粒體”的神秘世界。

參、研究目的

- 一、探討 BB 彈及鋼珠由容器底部水平孔口流出的流量速率是否為定值。
- 二、找出 BB 彈及鋼珠流量速率與孔口半徑的關係。
- 三、BB 彈在容器水平底部的靜態鉛直壓力隨堆積高度的變化。
- 四、觀察 BB 彈堵塞的發生及成拱的現象。
- 五、觀察 BB 彈流動時，上表面開始出現凹陷的高度與堆積起始高度的關係。

肆、研究器材

1.

顆粒種類	BB 彈	鋼珠 A	鋼珠 B
半徑(mm)	3.00	3.00	1.50

2.五段式光電計時器

3.電子天秤(2 台)

4.攝影機

5.數位相機

6.吹風機

7.游標尺(最小刻度 0.05mm)

8.水平儀

9.自製推車

10.燒杯

11.熱溶槍、熱溶膠

12.透明膠帶

13.電鑽

14.木製托板

15.紙製托板

16.三角架

17.電腦

18.玻璃管：內半徑 13.90、16.40、18.50mm 各一支

19.壓克力管：內半徑 13.00、47.50mm 各一支

20.光碟片：厚度 13.00mm，外半徑 60.00mm，共 12 片

21.空心 PVC 水管：內半徑 54.20mm，外半徑 57.00mm

伍、研究過程與方法

一、研究原理：

(一) 因次分析：

多個物理量間的正确關係以數學式表示時，等式兩邊的因次必然相同。因此可利用因次來初步判斷推論的關係是否正確。

(二) ”拱”的概念：

“拱”是很特別的力學構造，早期即被廣泛應用在建築方面，例如：拱橋、拱門、拱頂、拱壩等。其主要的作⽤是：向下的鉛直重力，藉由周圍接觸面的正向力及摩擦力所產生的向上分量，是可以大到平衡其所受的重力。

(三) 容器底部壓力推導：

由文獻記載：顆粒體在容器底部的鉛直壓力 P 與其堆積高度 h 之關係為

$$p \propto (1 - e^{-\frac{h}{h_0}}), \text{ 我們試著將此關係推導如下:}$$

(1) 假設：

(a) 在同一平面上鉛直壓力 P 均相等

(b) 水平壓力 $p_h \propto p$令 $\frac{p_h}{p} = C$

(c) μ ：BB彈與管壁之間之靜摩擦係數

(d) 平均密度 ρ ：BB彈與其空隙之平均密度，而非BB彈本身之密度

(2) 對右圖的綠色處區塊而言，因靜力平衡，故

$$\Rightarrow \Delta P \pi R^2 + \mu(CP)2\pi R \Delta h = \rho g (\pi R^2 \Delta h)$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta h} + \frac{P}{h_0} = \rho g \dots\dots\dots \text{其中 } h_0 = \frac{R}{2\mu C} \text{ (} h_0 \text{: 特徵長度)}$$

$$\text{寫成微分式: } \frac{dP}{dh} + \frac{P}{h_0} = \rho g$$

經由積分後可得

$$P = \rho g h_0 (1 - e^{-\frac{h}{h_0}}) = P_0 (1 - e^{-\frac{h}{h_0}}) \text{ (} P_0 \text{: 飽和壓力)} \dots\dots\dots \text{式(一)}$$

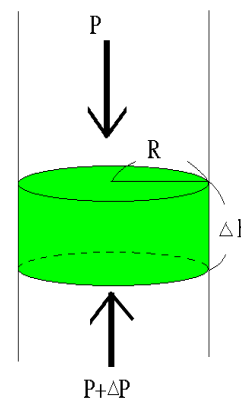
$$\text{將壓力改成重量: } P \pi R^2 = \rho g h_0 \pi R^2 (1 - e^{-\frac{h}{h_0}})$$

令：

$$\text{容器底部視重 } W_{\text{視}} = P \pi R^2$$

$$\text{飽和視重 } W_0 = \rho g h_0 \pi R^2 \Rightarrow \frac{h}{h_0} = \frac{W}{W_0} \Rightarrow W_{\text{視}} = W_0 (1 - e^{-\frac{W}{W_0}}) \dots\dots\dots \text{式(二)}$$

$$\text{顆粒體實重 } W = \rho g h \pi R^2$$



二、實驗方法：

實驗一：流量速率測量

- (1) 將 8 片光碟片中央分別以電鑽及砂紙磨出不同的孔口半徑(r)的光滑圓孔，如表(一)。
- (2) 自製推車：內分隔為 5 格，其前端固定感應光電閘的遮蔽物。
- (3) 固定表(一)中編號 3 之光碟片在三角架上並將內半徑(R)54.20mm 的空心 PVC 圓柱管放置在光碟片上，使兩者同圓心，並保持水平，標示高度 36 公分處的位置。
- (4) 架設光電閘的啟動組於三角架下，而五個停止組間隔與格子寬度相等。如圖(一)(a)
- (5) 以紙製托板擋住洞口，倒入 BB 彈直至標示高度 36 公分處，並將推車置於其下。
- (6) 移走托板，同時即啟動光電計時器的啟動組，開始計時，使 BB 彈流入推車的內格中，在某一時距內移動推車一格的距離，直至五格皆有 BB 彈，如圖(一)(b)
- (7) 記錄光電計時器上的時距及推車中對應各格內的 BB 彈質量。
- (8) 重複步驟 (5)、(6)、(7) 10 次。
- (9) 使表(一)中編號 4~8 之孔口半徑的光碟片皆完成上述實驗步驟(3)~(8)。
- (10) 操作鋼珠 A 及鋼珠 B 完成上述實驗步驟(3)~(9)。(鋼珠 A 以表(一)中編號 3~7 之光碟片，鋼珠 B 以表(一)中編號 1~5 之光碟片)。



圖(一)(a)



圖(一)(b)

表(一)

編號	1	2	3	4	5	6	7	8
孔口半徑 $r(\text{mm})$	12.00	13.50	15.00	16.50	18.00	19.50	21.00	22.50

實驗二：BB 彈的管底視重測量

- (1) 在電子天秤上架設木板，將表(二)內的圓柱管逐一固定於木板上，使其不與電子天秤接觸。(管重不影響天秤讀數)，如圖(二)(a)。
- (2) 在秤盤上放置一圓形托盤，托盤伸入管內，管內 BB 彈重量傳至秤盤上，托盤半徑略小於管內半徑。(托板不與管接觸，避免影響天秤讀數)。
- (3) 在管中倒入已知重量的 BB 彈，隔一段時間，記錄其天秤的最低讀數，如圖(二)(b)。
- (4) 重複步驟 (3)，逐漸增加管內 BB 彈重量，直至讀數趨近於一定值。
- (5) 使表(二)中各個圓柱管接完成上述實驗步驟。



圖(二)(a)

圖(二)(b)

表(二)

編號	A	B	C	D	E
管內半徑(mm)	13.90	16.40	18.50	13.00	47.50
材質	玻璃	玻璃	玻璃	壓克力	壓克力

實驗三：BB 彈的堵塞機率測量

- (1) 將光碟片磨出孔口半徑分別為 11.25、11.70、12.15、12.75、13.50、14.25mm 的不同光滑圓孔。
- (2) 取步驟(1)中的光碟片，將空心 PVC 圓柱管固定其上。
- (3) 在圓柱管內標示出高度 20 公分的位置。
- (4) 以紙製托板擋住洞口，倒入 BB 彈至標示高度 20 公分處，並將推車置於其下。
- (5) 移走托板，記錄 BB 彈是流完或堵塞，若堵塞則記錄堵塞前流出的 BB 彈質量。
- (6) 重複步驟(4)、(5)各 60 次。
- (7) 使步驟(1)中各個孔口半徑之光碟片皆完成上述實驗步驟。

實驗四：BB 彈的凹陷出現高度測量

- (1) 固定孔口半徑 15.00mm 光碟片在三角架上，保持水平，並將內半徑 47.50mm 的透明壓克力圓柱管放置在光碟片上。
- (2) 以紙製托板擋住洞口，分別倒入 BB 彈至不同的堆積起始高度 20、25、30、35、40 公分。
- (3) 移走托板，記錄 BB 彈表面凹陷出現的高度，同一起始高度重複 8 次。
- (4) 分別固定孔口半徑 18.00、21.00mm 光碟片在三角架上，重複步驟(2)、(3)。

三、數據處理方法

- (一)實驗一中：取推車的第一格所經過的時間間隔 Δt_1 為時間軸的第一點 t_1 ，第一格加第二格經過的累積時間 $\Delta t_1 + \Delta t_2$ 為時間軸的第二點 t_2 ，以此類推直到 t_5 ；第一格所測得的 BB 彈質量 Δm 為質量軸的第一點 m_1 ，第一格加第二格的 $\Delta m_1 + \Delta m_2$ 為質量軸的第二點 m_2 ，依此類推直到 m_5 。畫出 $m-t$ 圖，並利用線性迴歸法分析之，若 $m-t$ 曲線為通過原點的斜直線，則其斜率值即為該孔口的 BB 彈之流量速率 ($\Delta m / \Delta t$)。
- (二)實驗三中：堵塞機率=堵塞次數/放流次數。

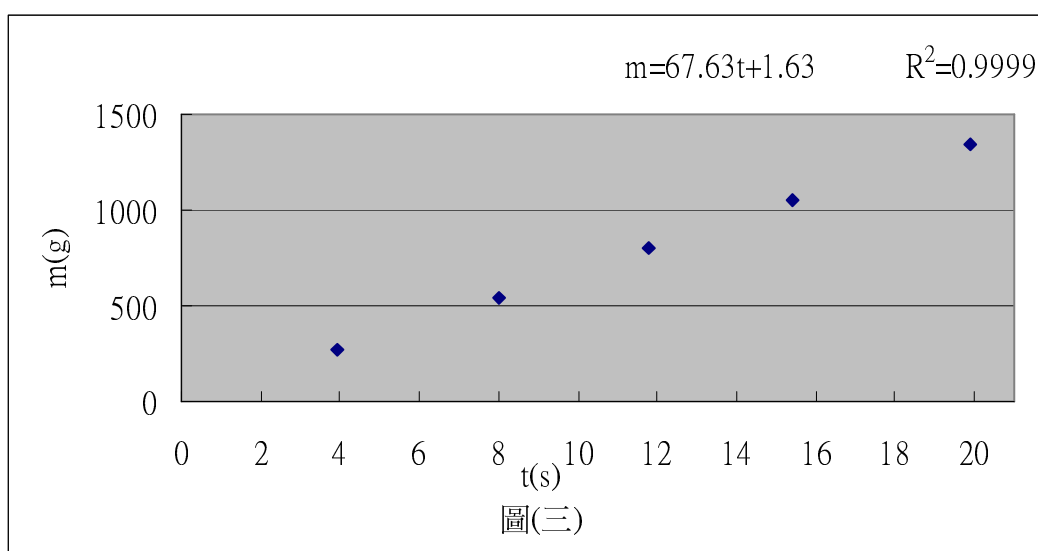
陸、實驗結果與討論

一、將**實驗一**的數據經由前述的數據處理方法處理，得出各個孔口半徑(r)流出的 BB 彈、鋼珠 A 及鋼珠 B 累積質量(m)與累積時間(t)之曲線均為一約略通過原點的斜直線，如表(三)~表(十八)、圖(三)~圖(十八)。對同一孔口半徑而言，此三者的流量速率($\Delta m/\Delta t$) 與其高度無關，亦非時間的函數，是一定值，即此三者的流出是有等時性的。

(一) BB 彈

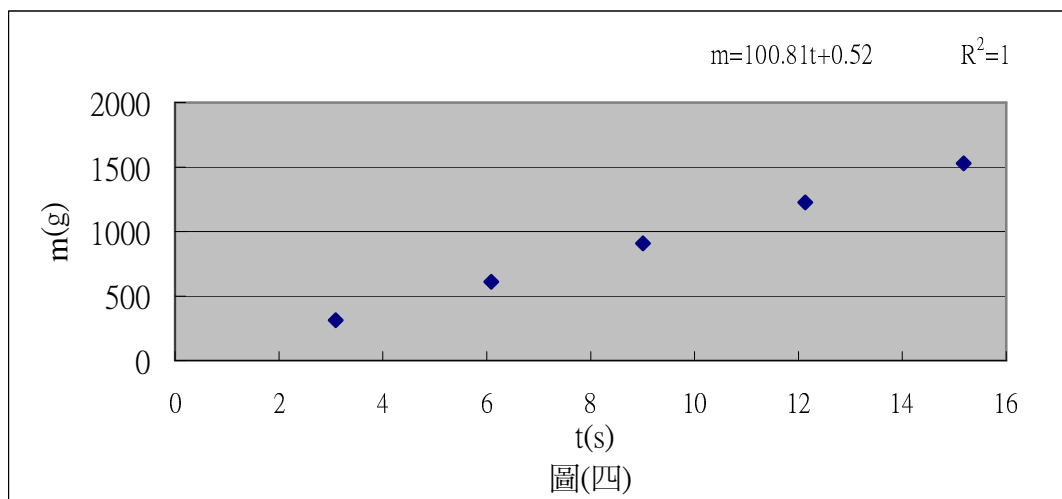
表(三)

r=15.0mm	1	1~2	1~3	1~4	1~5
m(g)	267.79	541.67	799.28	1047.88	1342.11
t(s)	3.9384	8.0152	11.7899	15.3889	19.8738



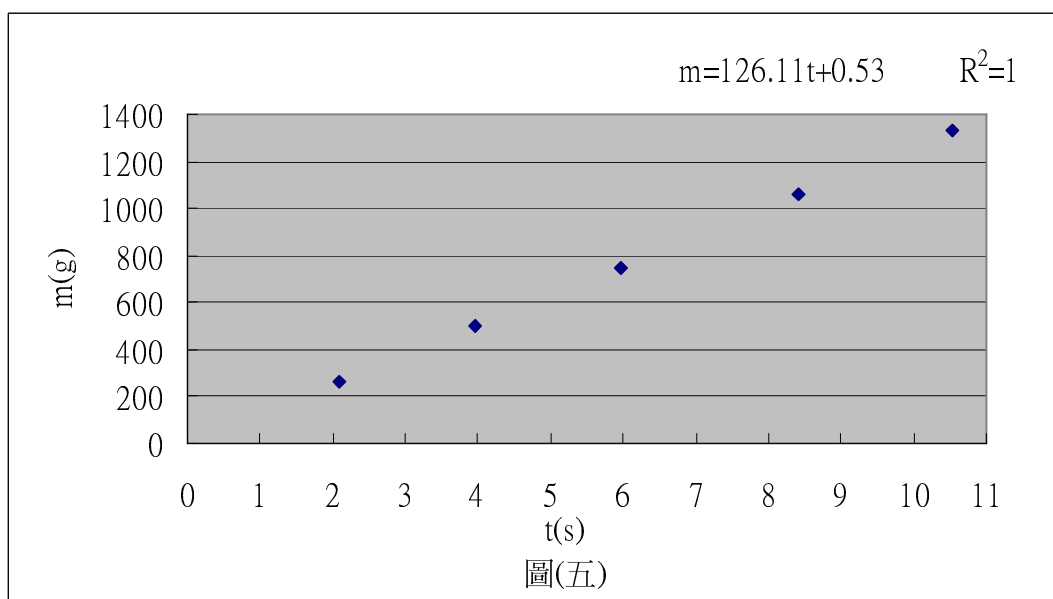
表(四)

r=16.5mm	1	1~2	1~3	1~4	1~5
m(g)	312.04	609.63	909.37	1225.18	1527.45
t(s)	3.0944	6.0853	9.0045	12.1308	15.1813



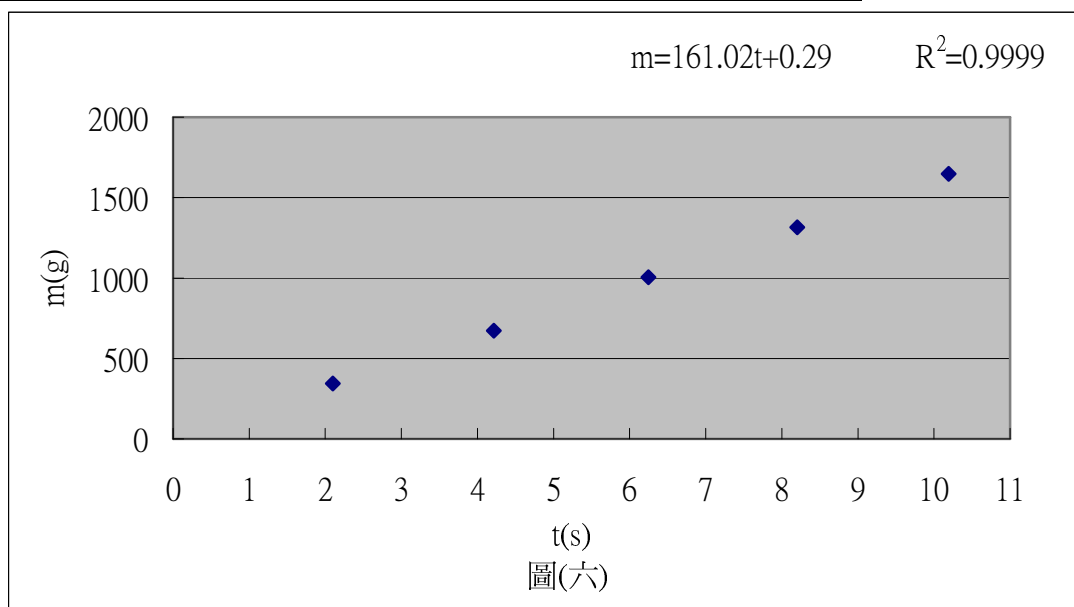
表(五)

r=18.0mm	1	1~2	1~3	1~4	1~5
m(g)	266.99	501.12	749.08	1061.18	1331.14
t(s)	2.1007	3.9633	5.9653	8.4148	10.5360



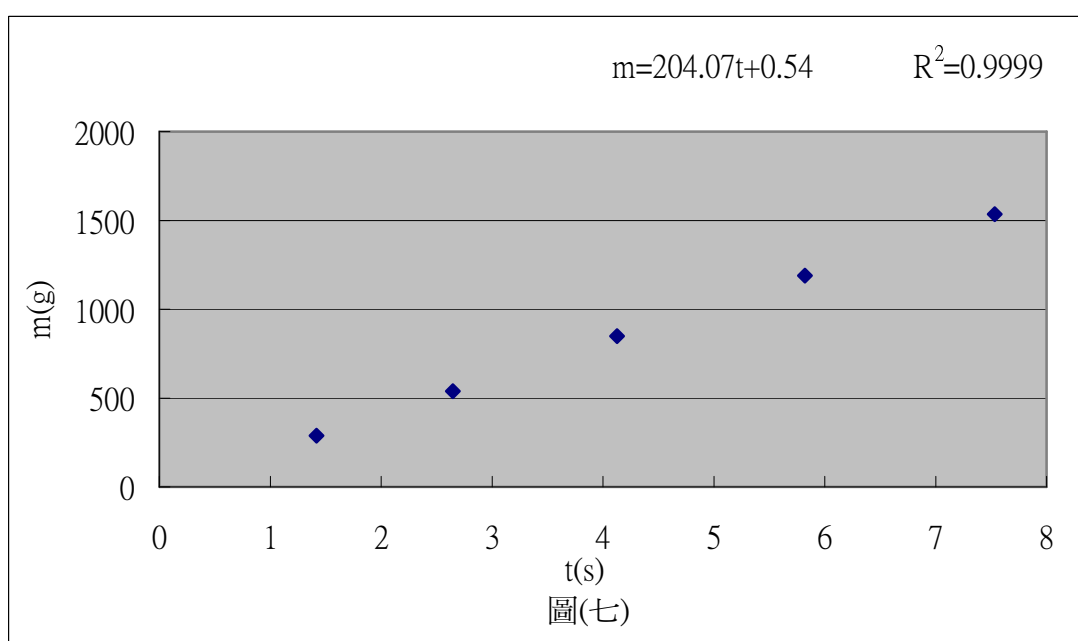
表(六)

r=19.5mm	1	1~2	1~3	1~4	1~5
m(g)	344.40	673.51	1004.71	1316.24	1647.45
t(s)	2.1007	4.2158	6.2461	8.2037	10.1936



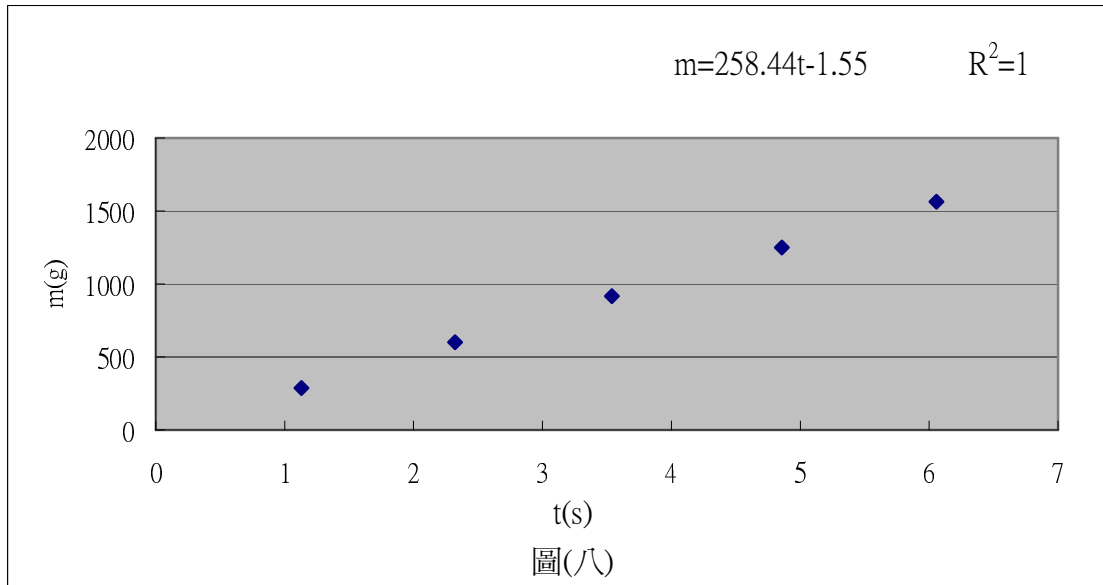
表(七)

r=21.0mm	1	1~2	1~3	1~4	1~5
m(g)	288.02	538.41	848.82	1189.72	1534.32
t(s)	1.4172	2.6475	4.1283	5.8203	7.5314



表(八)

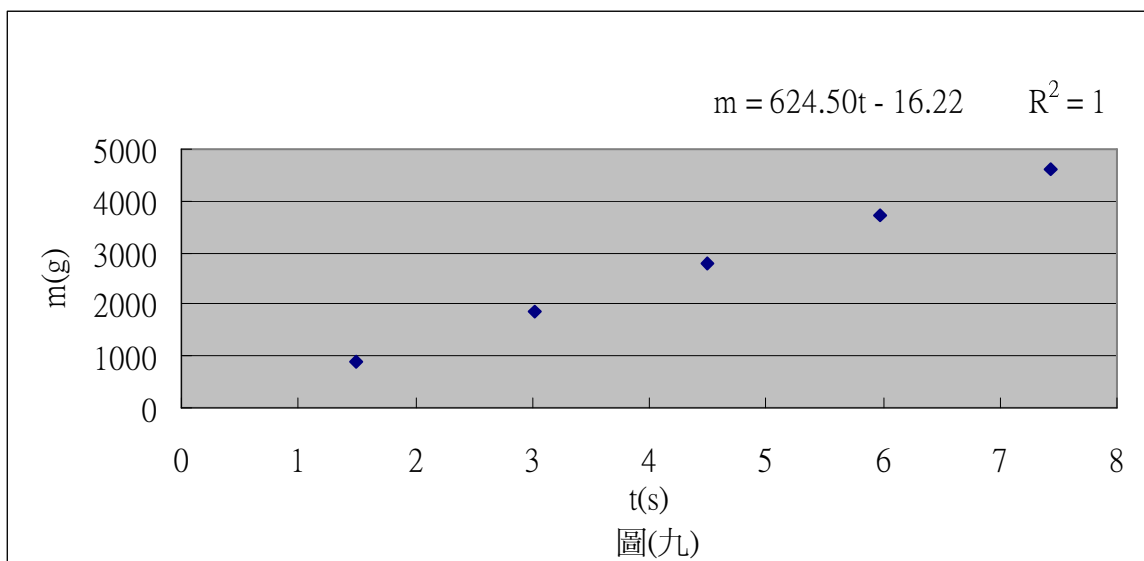
r=22.5mm		1	1~2	1~3	1~4	1~5
m(g)		287.75	600.95	915.94	1250.34	1563.99
t(s)		1.1293	2.3213	3.5394	4.8566	6.0556



(二) 鋼珠 A

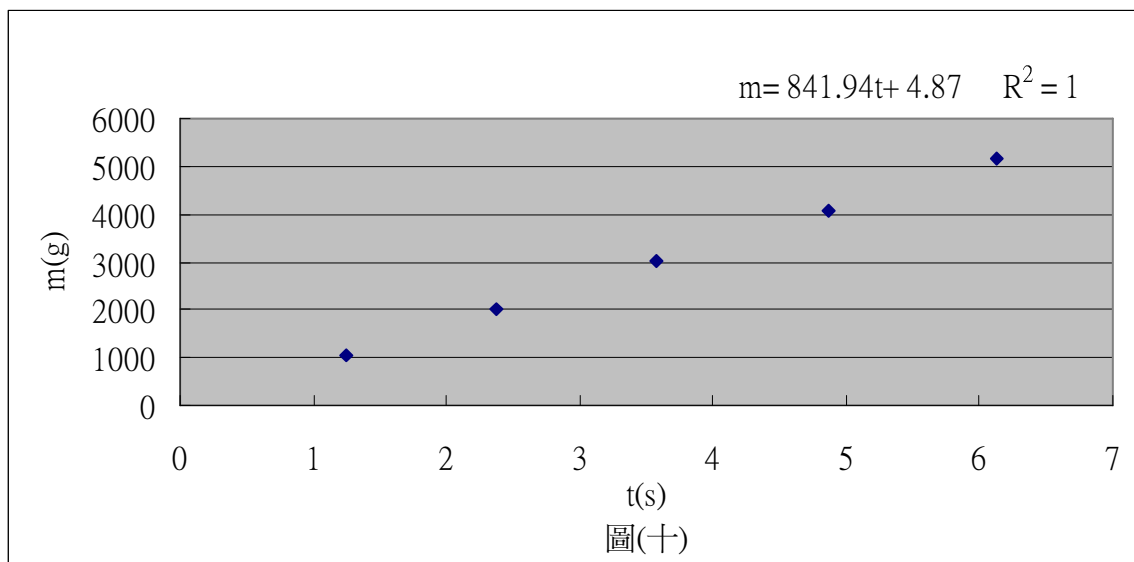
表(九)

r=15.0mm		1	1~2	1~3	1~4	1~5
m(g)		910.19	1875.41	2789.16	3716.26	4625.55
t(s)		1.4859	3.0172	4.5051	5.9768	7.4293



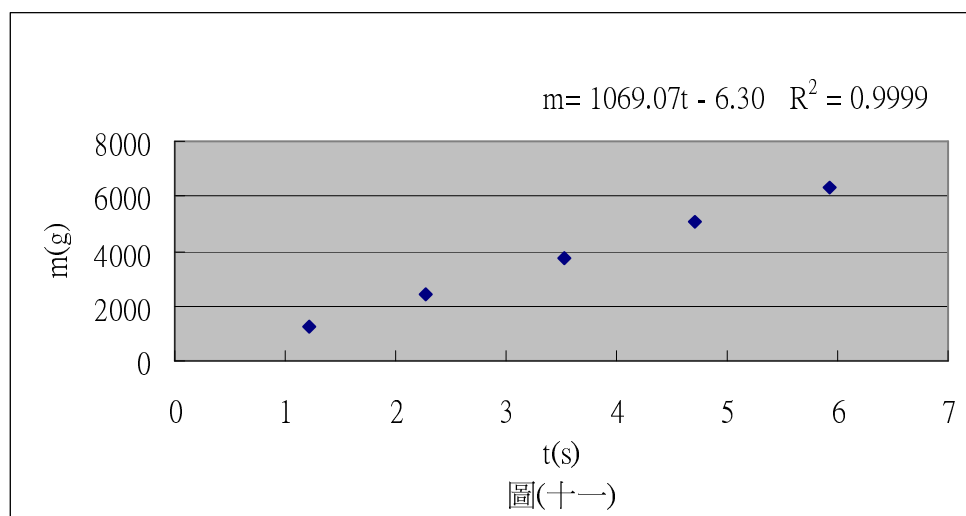
表(十)

r=16.5mm		1	1~2	1~3	1~4	1~5
m(g)		1045.21	2018.46	3021.84	4088.28	5168.94
t(s)		1.2495	2.3738	3.5768	4.8627	6.1314



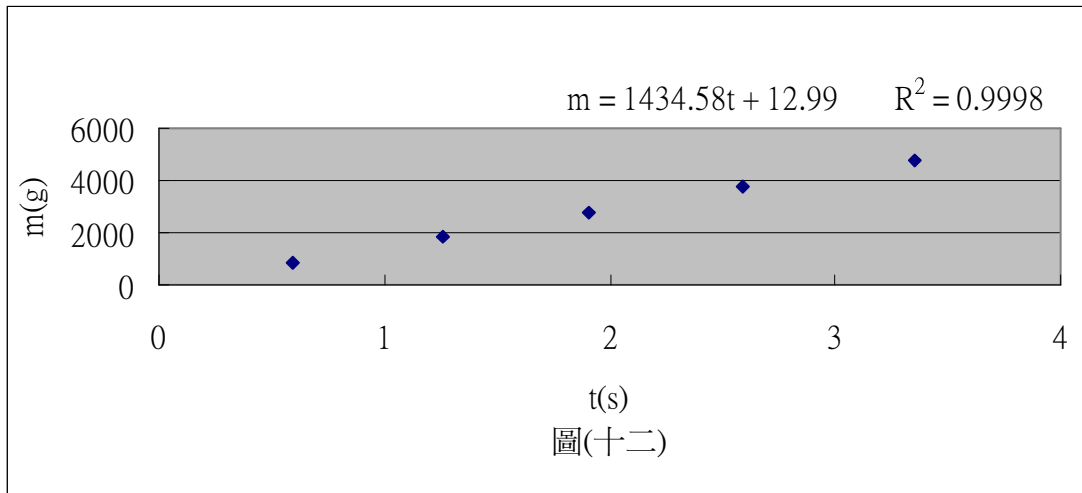
表(十一)

r=18.0mm		1	1~2	1~3	1~4	1~5
m(g)		1276.98	2451.69	3759.73	5033.99	6312.68
t(s)		1.2213	2.2748	3.5263	4.7000	5.9253



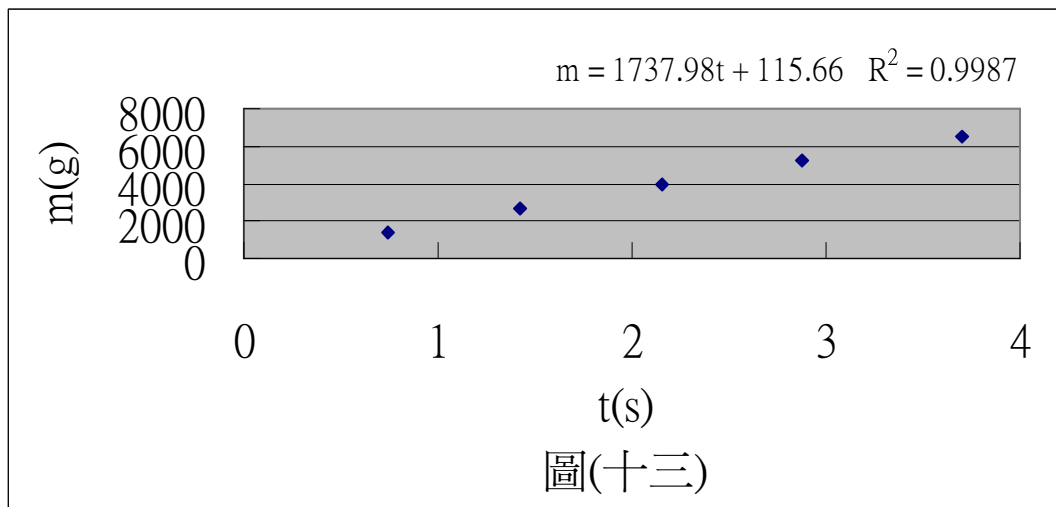
表(十二)

r=19.5mm		1	1~2	1~3	1~4	1~5
m(g)		848.05	1826.66	2767.95	3744.78	4794.46
t(s)		0.5974	1.2560	1.9095	2.5893	3.3489



表(十三)

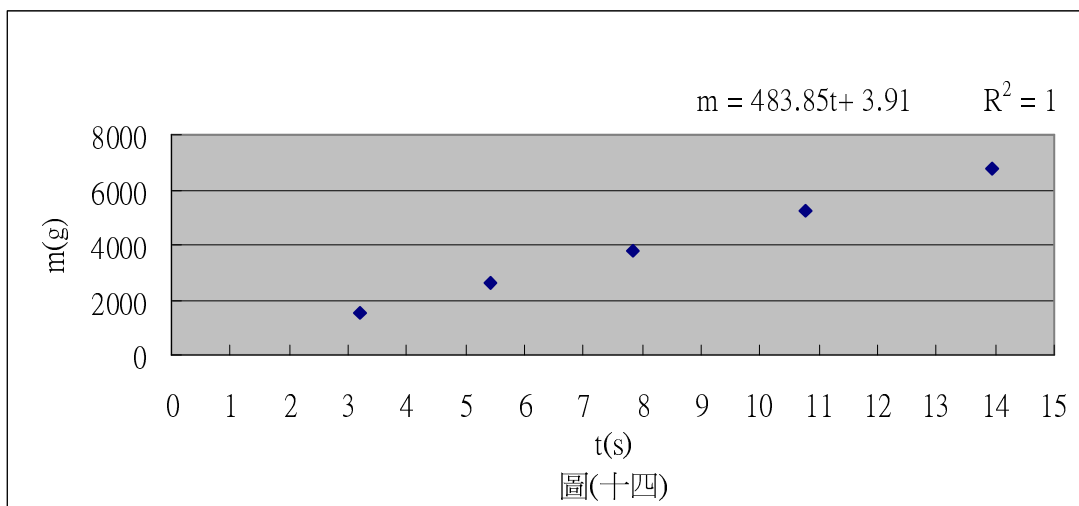
r=21.0mm		1	1~2	1~3	1~4	1~5
m(g)		1335.56	2636.48	3901.81	5187.69	6464.61
t(s)		0.7435	1.4263	2.1576	2.8748	3.7000



(三) 鋼珠 B

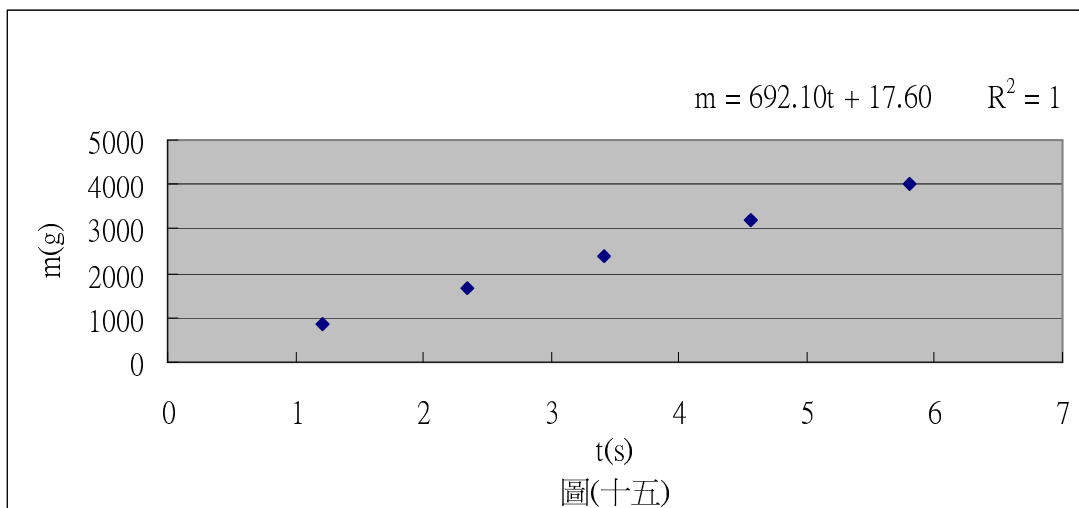
表(十四)

r=12.0mm	1	1~2	1~3	1~4	1~5
m(g)	1544.45	2627.55	3798.8	5217.18	6748.70
t(s)	3.1994	5.4065	7.8388	10.7732	13.9459



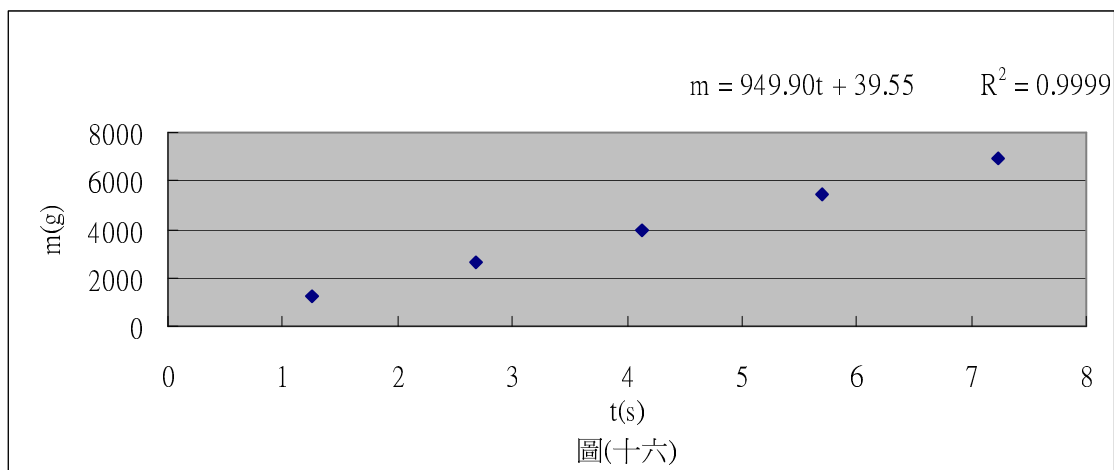
表(十五)

r=13.5mm	1	1~2	1~3	1~4	1~5
m(g)	842.90	1648.91	2386.47	3180.23	4030.17
t(s)	1.2087	2.3401	3.4168	4.5683	5.8057



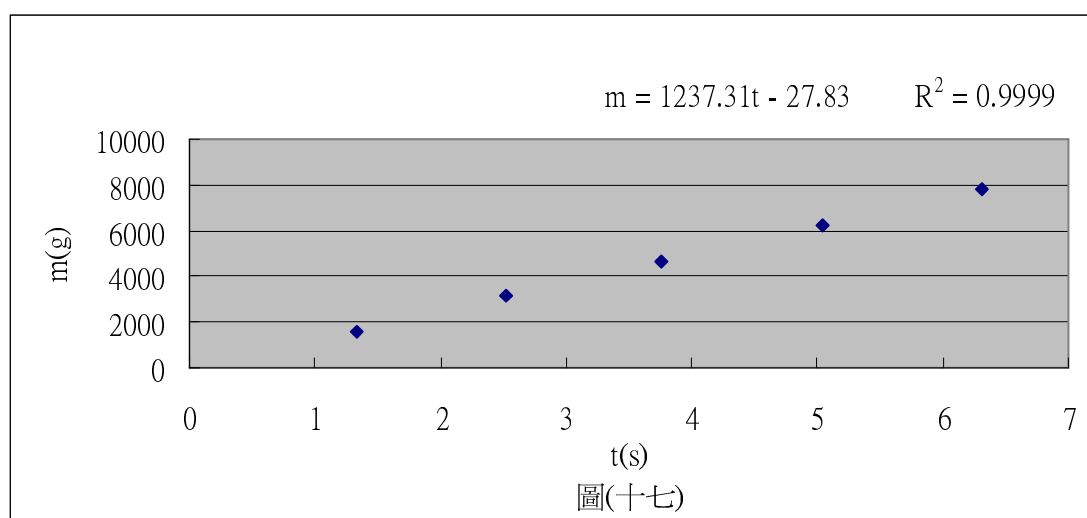
表(十六)

r=15.0mm	1	1~2	1~3	1~4	1~5
m(g)	1204.63	2616.26	3972.71	5472.78	6893.89
t(s)	1.2556	2.6819	4.1364	5.7061	7.2354



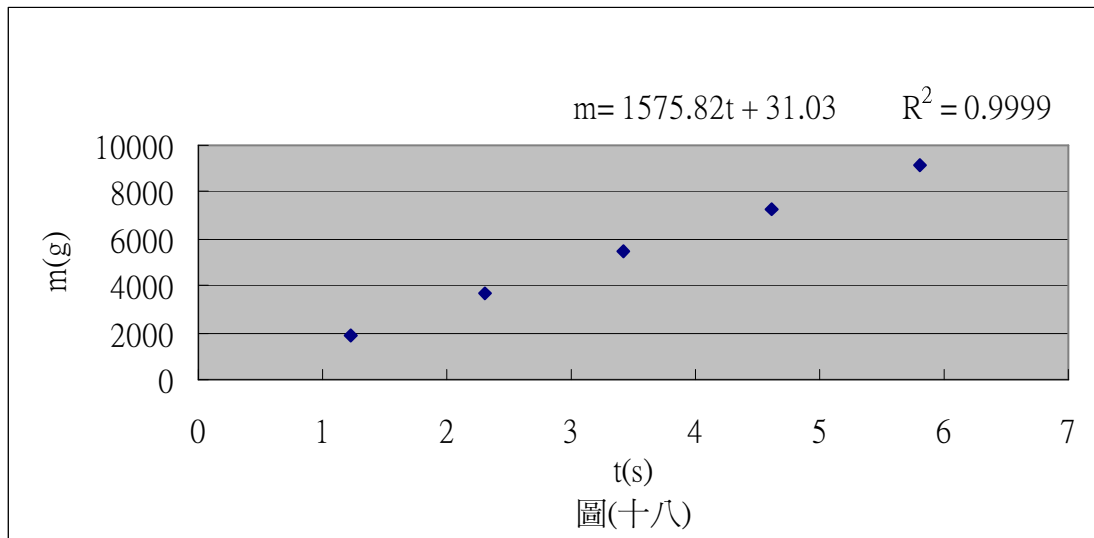
表(十七)

r=16.5mm	1	1~2	1~3	1~4	1~5
m(g)	1585.86	3116.18	4640.90	6213.97	7773.13
t(s)	1.3283	2.5203	3.7556	5.0475	6.3162



表(十八)

r=18.0mm	1	1~2	1~3	1~4	1~5
m(g)	1919.21	3701.97	5449.69	7292.94	9158.33
t(s)	1.2192	2.3101	3.4233	4.6152	5.7990



二、討論：

對水而言，由底部水平孔口流出的流量速率會隨水的高度下降而減小，但 BB 彈和鋼珠卻不然。因此我們推測：

(一) 流量速率($\Delta m / \Delta t$)與孔口半徑(r)的關係

(1)水：

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho A v = \rho \pi r^2 \sqrt{2gh}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta m}{\Delta t} \propto r^2$$

ρ ：水的密度
 h ：水的高度
 g ：重力加速度

(2)BB 彈和鋼珠：

因為其流量速率與高度無關，我們假設僅與其 ρ (平均密度)、 g 、 r 有

關，即 $\frac{\Delta m}{\Delta t} = F(\rho, g, r)$

由因次分析：

$$MT^{-1} = (ML^{-3})^x (LT^{-2})^y (L)^z$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ -3x + y + z = 0 \\ -2y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2} \\ z = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta m}{\Delta t} = C \rho g^{\frac{1}{2}} r^{\frac{5}{2}} \dots\dots\dots \text{式(三)} \quad C : \text{常數(由實驗決定)}$$

(二) 水壓會隨深度增加而增大，因此水位越高，水在底部孔口的流量速率越大，但 BB 彈和鋼珠的流量速率卻與高度無關，暗示著其底層壓力不會如水一般隨深度作線性遞增。

三、不同孔口半徑的平均流量速率如表(十九)、表(二十)、表(二十一)

BB 彈

表(十九)

孔口半徑(mm)	15.00	16.50	18.00	19.50	21.00	22.50
流量速率(g/s)	67.73	100.41	124.67	162.96	204.82	259.76

鋼珠 A

表(二十)

孔口半徑(mm)	15.00	16.50	18.00	19.50	21.00
流量速率(g/s)	620.73	841.68	1076.38	1433.45	1729.80

鋼珠 B

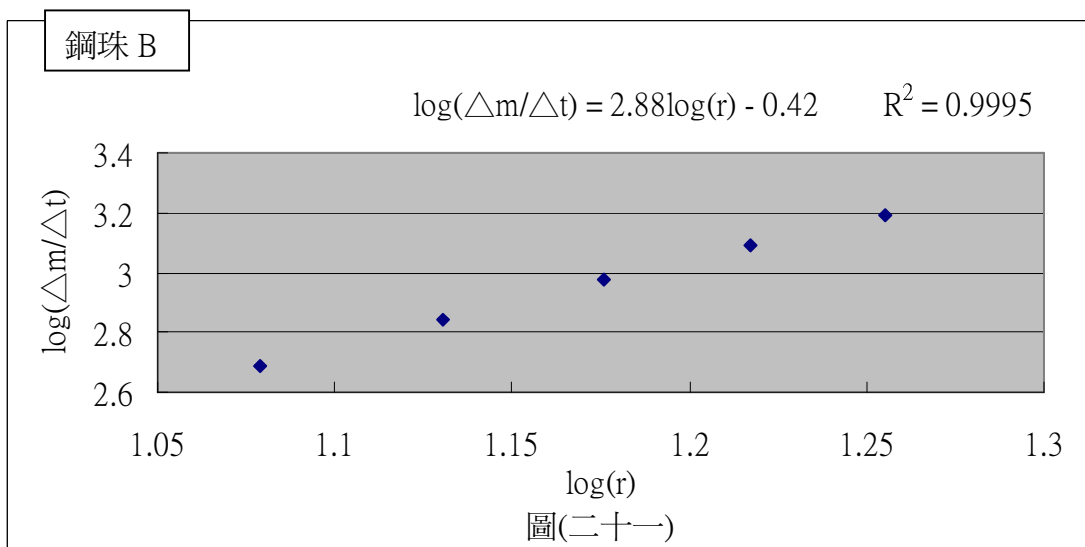
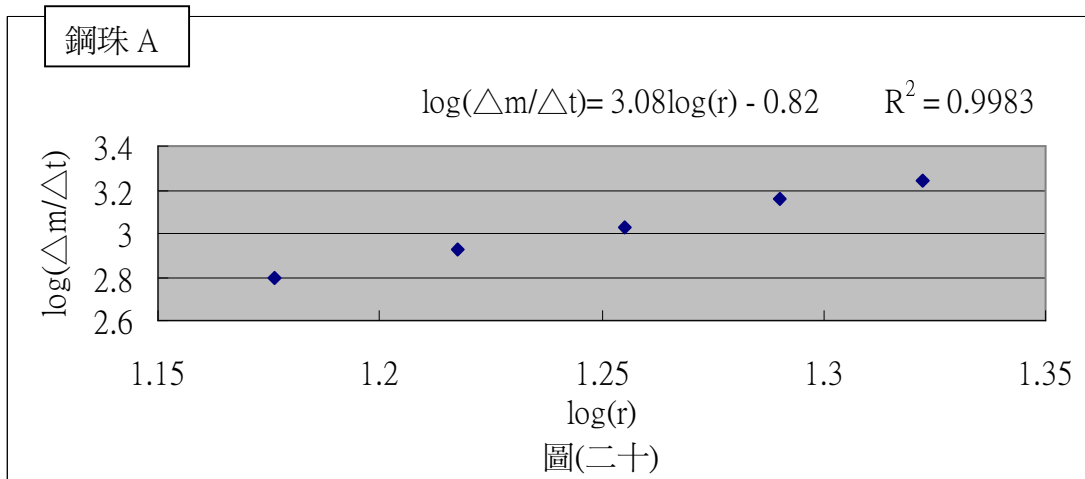
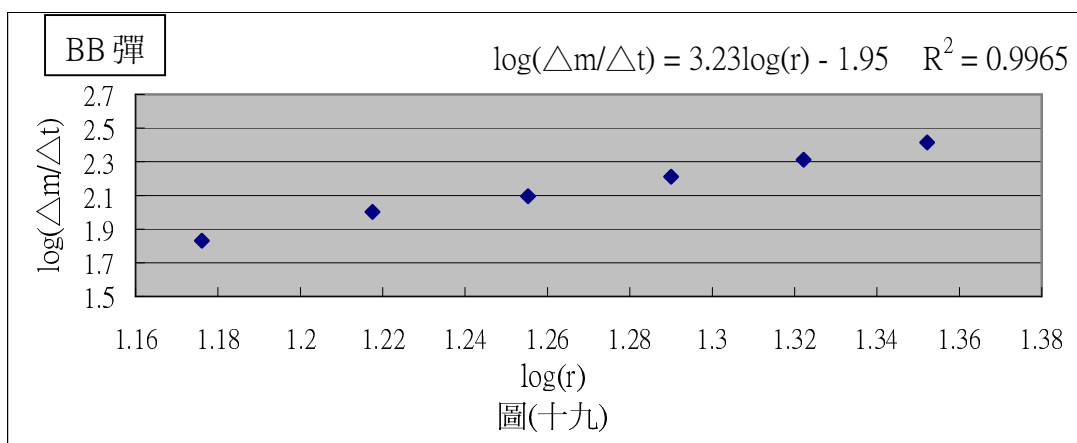
表(二十一)

孔口半徑(mm)	12.00	13.50	15.00	16.50	18.00
流量速率(g/s)	485.86	692.92	943.67	1236.13	1560.18

根據式(三)，將兩邊取對數，得

$$\log\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right) = \frac{5}{2} \log(r) + \log(C \rho g^{\frac{1}{2}}) \dots\dots\dots \text{式(四)}$$

根據式(四)，分別將表(十九)~表(二十一)的流量速率 $\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)$ 與孔口半徑(r)，作出其對數關係圖，發現均為一斜直線如圖(十九)~圖(二十一)，但 BB 彈、鋼珠 A、鋼珠 B 斜率分別為 3.23、3.08、2.88，並非預測的 5/2。



四、討論：

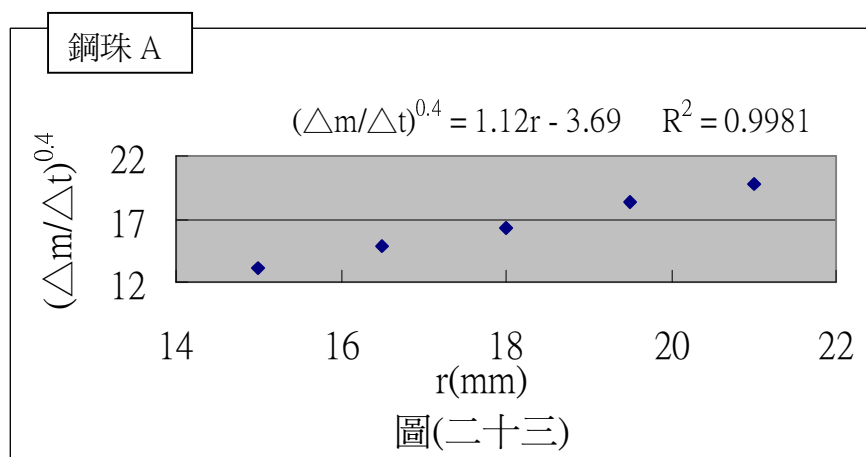
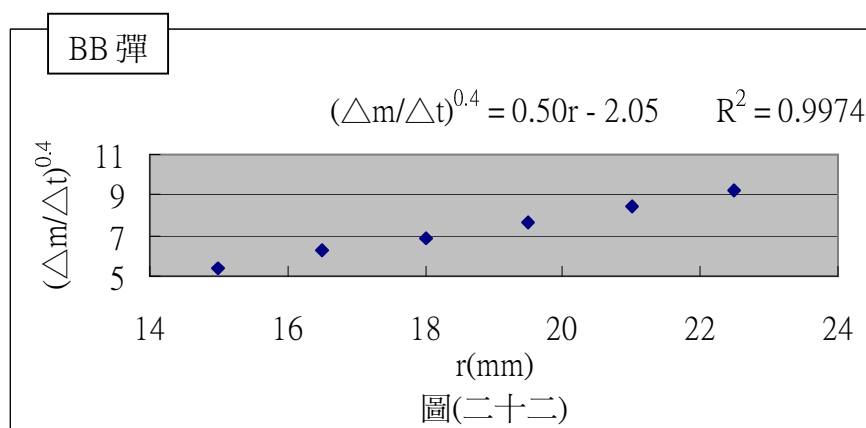
由於 BB 彈和鋼珠本身具有體積，加上其在孔口處會有碰撞發生，因此孔口半徑可能不是 BB 彈和鋼珠流出時實際的有效半徑。推測其有效半徑為 $r_e = (r - kd)$ ，即

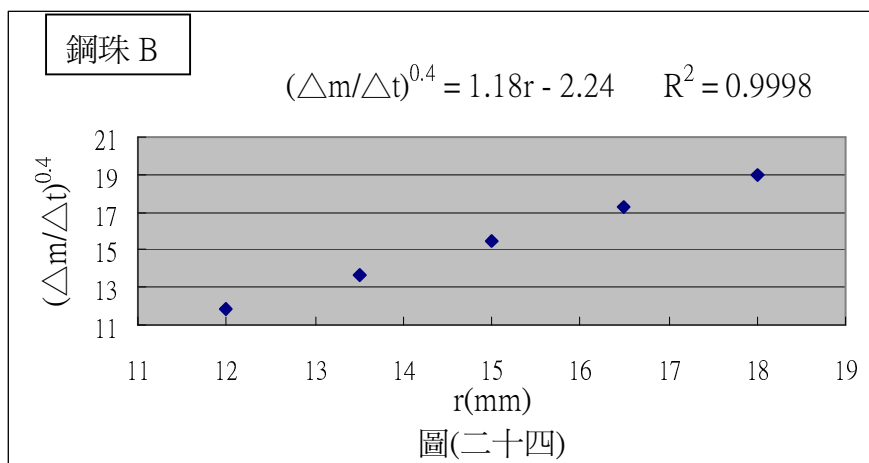
$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = C \rho g^{\frac{1}{2}} (r - kd)^{\frac{5}{2}} \dots\dots\dots \text{式(五)} \quad d: \text{BB 彈或鋼珠的半徑} \quad k: \text{由實驗求得。}$$

(一)

$$\text{將式(五)作處理得} \left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right)^{\frac{2}{5}} = C^{\frac{2}{5}} \rho^{\frac{2}{5}} g^{\frac{1}{5}} r - C^{\frac{2}{5}} \rho^{\frac{2}{5}} g^{\frac{1}{5}} kd \dots\dots\dots \text{式(六)}$$

再根據式(六)，分別將表(十九)~表(二十一)的數據做出 $(\Delta m / \Delta t)^{0.4}$ 與 r 的關係圖，如圖(二十二)~(二十四)，發現均確為一斜直線，可見式(五)的推測是正確的。





(二)由圖(二十二)~圖(二十四)中的斜率及截距配合式(六)，並經由我們在前置實驗中得出之 BB 彈和鋼珠的平均密度 ρ 值，如表(二十二)，可求 C 值及 k 值，如表(二十三)。

表(二十二)

顆粒種類	BB 彈	鋼珠 A	鋼珠 B
$\rho (\text{g/mm}^3)$	0.63×10^{-3}	4.76×10^{-3}	4.42×10^{-3}

表(二十三)

顆粒種類	BB 彈	鋼珠 A	鋼珠 B
C	2.84	2.81	3.45
k	1.37	1.10	1.27

五、由**實驗二**，我們發現：

(一)管底的視重(壓力)，即天秤讀數，開始時會隨著倒入 BB 彈的增加而同步遞增，接著管內 BB 彈的實重(W)(高度)雖然逐漸增大，但視重($W_{\text{視}}$)的增加卻趨緩，最後即使再倒入更多的 BB 彈，視重卻趨近於一定值，此定值稱為”飽和視重”(飽和壓力)，此結果與文獻記載的一致，我們利用所推導出的式(二)(P.3)，所畫出的理論曲線亦與實驗結果相當吻合，如表(二十五)~表(二十九)及圖(二十五)~圖(二十九)。

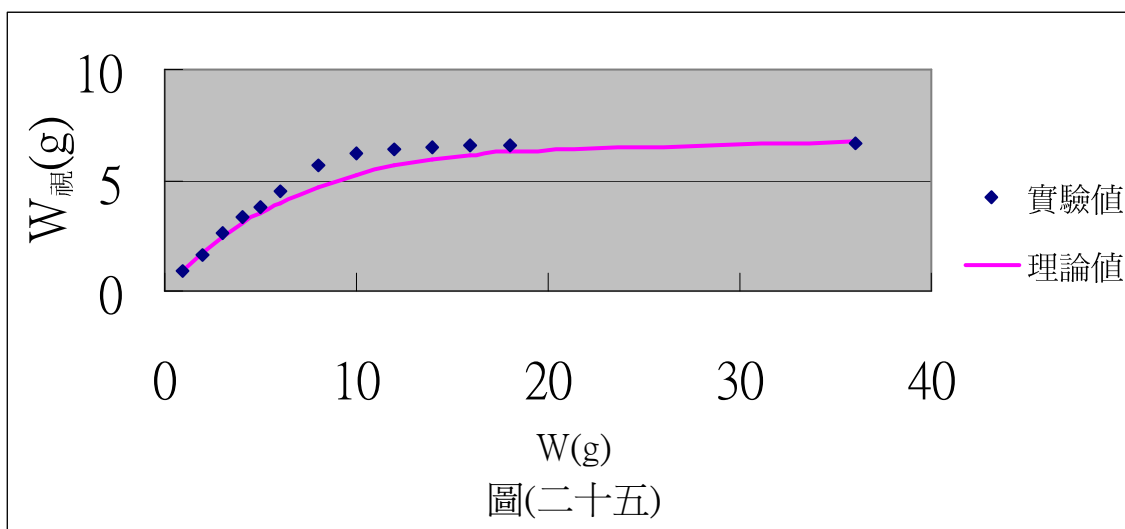
表(二十四)

	玻璃管			壓克力管	
	A 管	B 管	C 管	D 管	E 管
內半徑(mm)	13.90	16.40	18.50	13.00	47.50
飽和視重(g)	6.67	14.07	18.90	5.85	860

A 管

表(二十五)

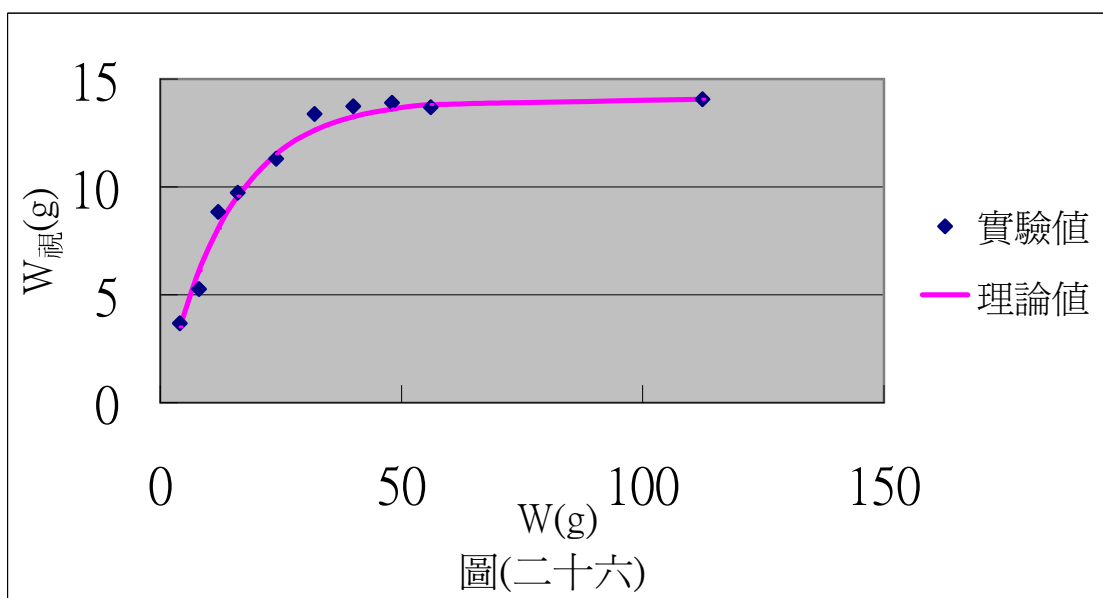
W(g)	0.96	2.00	3.03	4.06	4.97	6.00	7.97	9.99	12.01	13.99	15.98	17.97	36.01
W _視 (g)	0.94	1.62	2.60	3.36	3.79	4.51	5.68	6.19	6.38	6.53	6.59	6.61	6.67



B 管

表(二十六)

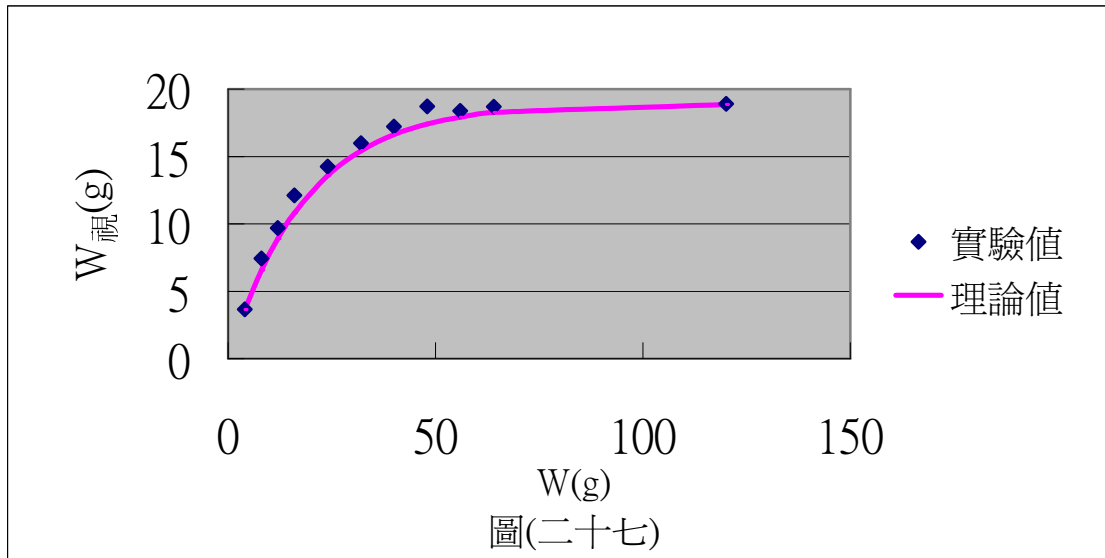
W(g)	4.03	8.03	11.99	16.04	24.04	31.99	39.98	48.02	56.06	112.40
W _視 (g)	3.68	5.27	8.84	9.74	11.30	13.39	13.74	13.90	13.70	14.07



C 管

表(二十七)

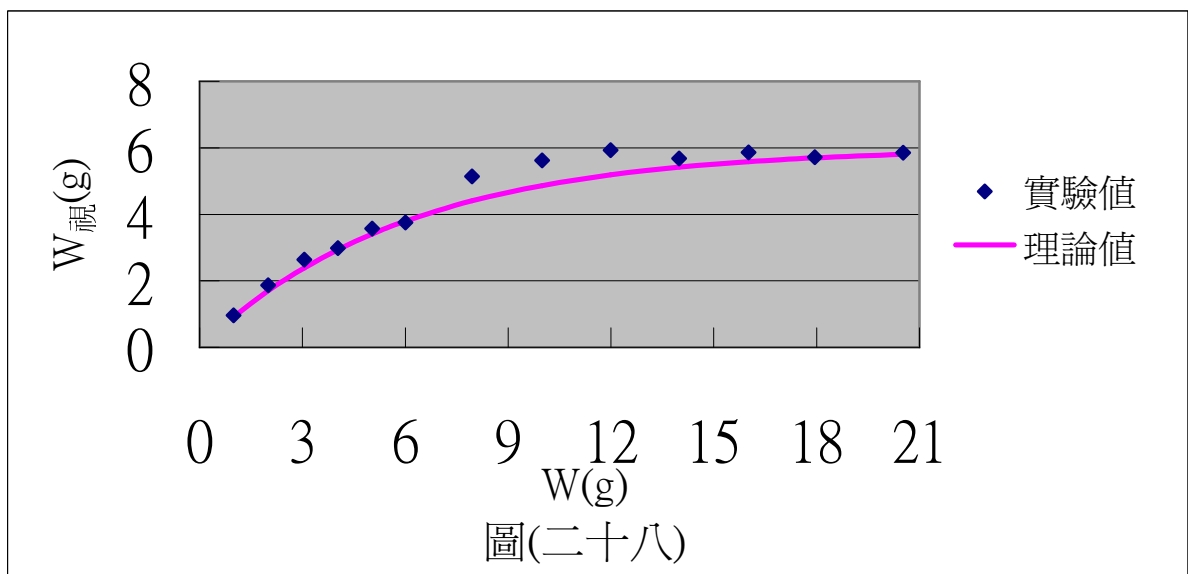
W(g)	4.04	8.05	11.98	16.01	23.97	32.02	40.00	47.97	55.94	64.05	120.07
W _視 (g)	3.66	7.43	9.68	12.11	14.24	15.98	17.21	18.71	18.39	18.70	18.90



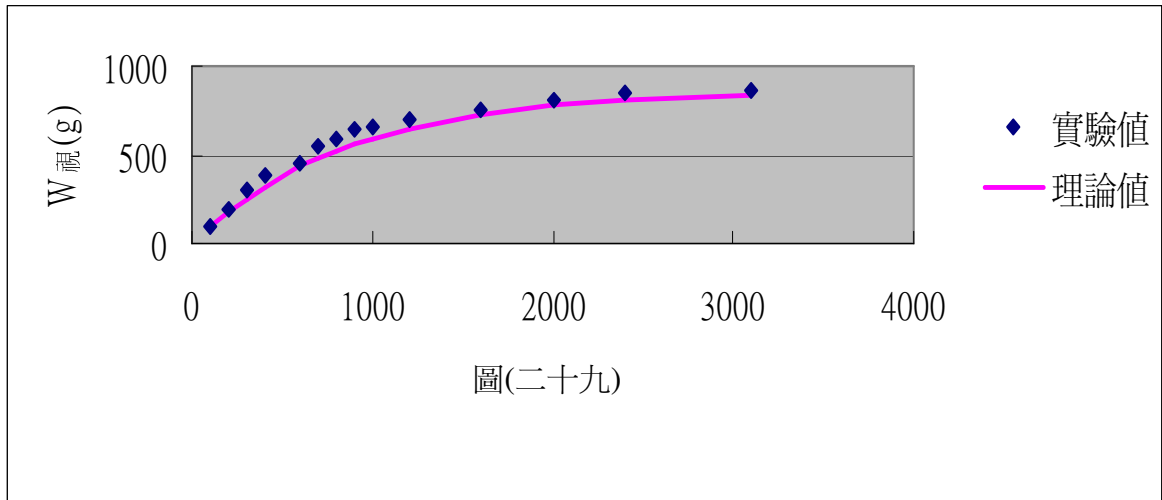
D 管

表(二十八)

W(g)	0.99	2.00	3.05	4.03	5.03	6.00	7.95	9.99	11.99	13.99	16.01	17.95	20.52
W _視 (g)	0.96	1.87	2.64	2.98	3.57	3.75	5.14	5.62	5.93	5.68	5.86	5.72	5.85



W(g)	100	200	300	400	600	700	800	900	1000	1200	1600	2000	2400	3100
W _視 (g)	94	198	299	377	446	547	595	641	659	698	756	805	853	860



圖(二十九)

(二)倒入的 BB 彈高度固定時，外觀看似靜止，但天秤讀數卻不固定，會不斷跳動。因此我們採計的數據為其一定時間內的最低讀數。

六、討論：

(一)對於靜止流體而言，其壓力會與液體深度成線性關係，但 BB 彈卻不然。隨著 BB 彈堆積高度的增加，容器底部的鉛直壓力的增加卻趨緩，最後趨近一定值。

根據文獻顯示：靜止的顆粒體之間會有”拱”的形成。顆粒體藉由與周圍接觸的顆粒體間之正向力及摩擦力，將鉛直壓力轉換成水平壓力，最後由管壁產生的向上摩擦力，承受大部分的顆粒體重量，因此管底的顆粒體視重才會趨近一定值(管底的鉛直壓力亦然)。

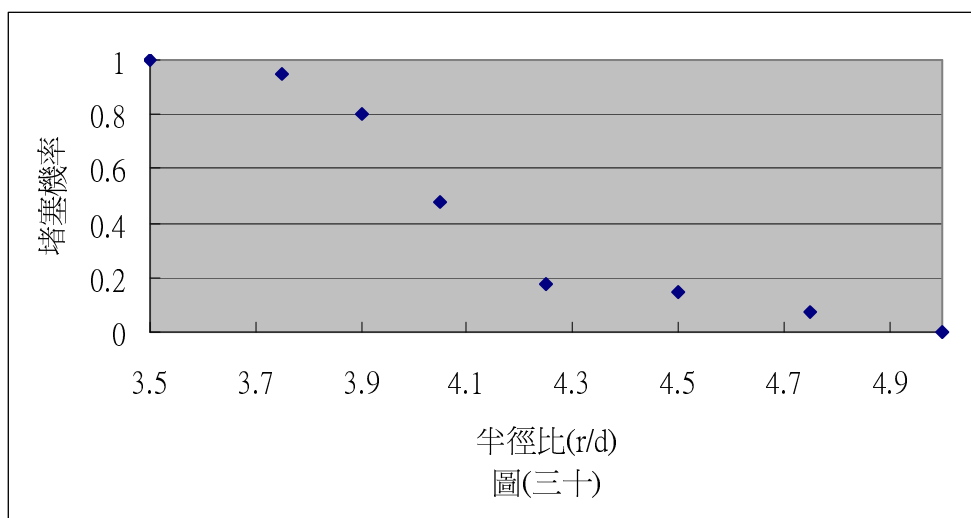
(二)BB 彈之間”拱”的形成是隨機、無規律性的，而且是不穩定平衡，我們推測，管內的 BB 彈可能有細微的滑動，而內部的”拱”也隨之破壞與建立。因此才會觀察到天秤讀數不斷跳動的現象。

七、在實驗三中：

(一)由孔口半徑與 BB 彈半徑的比值(r/d)和堵塞機率的比較，發現當(r/d)值從 3.5 增加到 5，其堵塞機率從約 1 減到近 0，如表(三十)、圖(三十)

表(三十)

半徑比(r/d)	3.50	3.75	3.90	4.05	4.25	4.50	4.75	5.00
堵塞機率	1	0.95	0.80	0.48	0.18	0.15	0.07	0



(二)堵塞時，孔口上方的 BB 彈呈現半圓拱頂的圖像，如圖(三十一)、圖(三十二)。



圖(三十一)



圖(三十二)

八、討論：

BB 彈堵塞的發生，主要是因為在孔口上方產生穩定的半圓拱頂之結果。BB 彈在堆疊時內部形成的拱我們無法觀察到，而藉由孔口堵塞的情形，推論其內部確有”拱”的堆疊情形。

九、由實驗四：

(一) 管內 BB 彈開始流動的前期，BB 彈上表面保持水平下降，一段時間後，管壁邊緣第二層以內的 BB 彈開始下陷，亦即管壁上會留下一層 BB 彈，再過一段時間，靠中央內圈的 BB 彈下陷相對明顯，才有「凹陷」的情形發生，而其凹陷曲面的傾斜程度，也會隨時間愈來愈大。

(二)凹陷的出現高度與孔口半徑無關，而與堆積的起始高度有關。在本實驗中，對不同的孔口半徑和堆積的起始高度而言，凹陷出現高度約為起始高度的 85%，為一定值。如表(三十一)、表(三十二)、表(三十三)。

表(三十一)

孔口半徑:15.00mm					
堆積起始高度(cm)	20.00	25.00	30.00	35.00	40.00
凹陷出現高度(cm)	16.82	20.87	25.65	30.20	34.60
凹陷出現高度/堆積起始高度	0.84	0.83	0.86	0.86	0.87

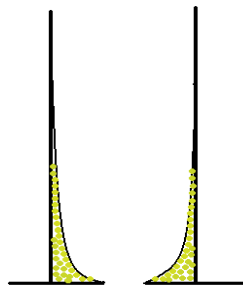
表(三十二)

孔口半徑:18.00mm					
堆積起始高度(cm)	20.00	25.00	30.00	35.00	40.00
凹陷出現高度(cm)	16.99	21.16	25.69	30.68	33.65
凹陷出現高度/堆積起始高度	0.85	0.85	0.86	0.88	0.84

表(三十三)

孔口半徑:21.00mm					
堆積起始高度(cm)	20.00	25.00	30.00	35.00	40.00
凹陷出現高度(cm)	16.58	20.83	25.55	29.40	33.37
凹陷出現高度/堆積起始高度	0.83	0.83	0.85	0.84	0.83

(三) 在 BB 彈停止流出後，管內仍有剩餘之 BB 彈。我們發現將剩餘 BB 彈表面連成曲面，會呈現由管壁至管中心愈來愈低，而邊緣一圈特別高的圖樣，如圖(三十三)(剖面



圖(三十三)

(四)在 BB 彈流出過程中，管底靠近管壁角落處 BB 彈，一直靜止不動。

十、討論：

- (一)BB 彈由孔口流出後，在其上表面會有凹陷的情形發生，由孔口流出的水上表面亦有類似的下凹現象，但卻是以漩渦方式呈現。
- (二)在實驗四中，我們發現 BB 彈在管壁會有殘留堆積的現象，此種現象是水所沒有的。推測是因 BB 彈之間及其與管壁間的摩擦力和正向力，使 BB 彈能承受切力，但水卻不能承受切力。

柒、結論

從容器底部水平孔口流出的 BB 彈（鋼珠）和水，外觀現象雖然相似但經實驗檢視後，卻發現兩者有諸多差異。

- 一、BB 彈及鋼珠的流量速率不隨時間及高度變化。（水的流量速率隨時間及水位高度而變化）
- 二、BB 彈及鋼珠流動時，其流量速率($\Delta m/\Delta t$)與孔口半徑(r)和 BB 彈(鋼珠)半

$$\text{徑}(d)\text{的關係爲 } \frac{\Delta m}{\Delta t} = C\rho g^{\frac{1}{2}}(r - kd)^{\frac{5}{2}}。 \quad \left(\text{水：} \frac{\Delta m}{\Delta t} \propto r^2 \right)$$

其中的 C 值與顆粒的材質無關，會隨其半徑減小而增加；而 k 值約在 1.0~1.5 之間。

- 三、不同材質、半徑的圓球形顆粒體、不同幾何形狀的顆粒體及不同幾何形狀的孔口半徑對式(五)的影響，是未來可以繼續研究的方向。

- 四、靜止的 BB 彈在水平管底的鉛直壓力 (p) 與堆積高度呈指數型關係

$$p = p_0(1 - e^{-\frac{h}{h_0}})。 \quad (\text{水：壓力與深度成線性關係})。$$

- 五、對 BB 彈而言，當 $r/d \leq 3.5$ 時，堵塞機率為 1； $r/d \geq 5$ 時，堵塞機率為 0。（ r/d =孔口半徑/BB 彈半徑）（水：流動後一般不會堵塞）。

BB 彈堵塞的發生，主要是因為在孔口上方產生穩定的半圓拱頂之結果。

- 六、BB 彈流出後，其上表面凹陷的出現高度與孔口半徑無關，只與堆積的起始高度有關；對不同的孔口半徑和堆積的起始高度而言，其凹陷出現高度與起始高度的比值，約為一定值 0.85。

捌、參考資料

褚德三 高中物質科學物理篇上冊，第三章，台北縣，龍騰出版社。

褚德三 高中物質科學物理篇下冊，第十章，台北縣，龍騰出版社。

賈魯強、黎璧賢 (民 90)，漫談顆粒體物理，物理雙月刊，廿三卷四期，p.503

鮑德松、張訓生 (2003)，顆粒物質與顆粒流，浙江大學學報，三十卷五期，p.514

D.Hirshfeld D. C. Rapapret (2001), Granular flow from a silo: Discrete-particle simulations in three dimensions, THE EUROPEAN PHYSICAL JOURNAL E, 4, p.193

評語

040110 似水非水-有趣的顆粒體

實驗器材與過程之設計尚屬有趣，唯針對實驗中較關鍵之部份並未能詳加探討，建議可對實驗中之部份再重新研究。