

中華民國第四十六屆中小學科學展覽會
作品說明書

國中組 生活與應用科學科

佳作

030818

神奇魔術三角

學校名稱： 高雄市立民族國民中學

作者： 國三 萬信賢	指導老師： 王玉鳳 萬家睿
---------------	---------------------

關 鍵 詞：摺翻、方塊

摘 要

由於在夜市購買的俄羅斯魔術方塊，被同學摔壞了，而想到用紙板來操作，繼而發現了「魔術三角」。在教科書康軒版二下第七章「適才適用」及一上第七章「科技進步的推手」中，內容剛好與本主題有關聯。起初是想到由簡單的六塊三角形組成的 3-6 邊形，但只能摺出三個面，若要增加面數，就要增加長條紙。因而有 6-6、9-6 邊形。後來又想到若 360 度可被平分為四個直角所組成，因而發現了正方形方塊〈4-4 邊形〉，竟然，它比六邊形更好玩，更具挑戰性。從摺法中，又摺出了 8-4 邊形。甚至，最後完成了 12-6 與 12-4 邊形。不過，因為用太多層紙板，容易脫落又不好摺，所以未來想找出一種摺不破的紙來代替。這個題目是在生活中發現的題材，題目簡單，攜帶方便摔不破，材料成本低廉，製作容易，人人可做，可全面推廣。而且也是一個讓人愛不釋手，人見人愛的玩具，更是教學上的好幫手〈教具〉。

神奇魔術三角

壹、研究動機：

有一次，在夜市裏，無意間在玩具攤位上，發現一個叫俄羅斯魔術方塊的玩具，在操作中，絞盡腦汁，想要破解其關卡，卻還是一頭霧水，因此，它充滿了挑戰和神秘感。有一天，借給同學玩一玩，同學不小心摔壞了，說要買一個來賠償，我想；那就算了，為什麼不能做出一個摔不壞的魔術方塊？哪一種材料比較棒？啊！對了！用紙來做最棒，因為摔不破，又輕巧又便宜。在教科書康軒版二下第七章「適才適用」及一上第七章「科技進步的推手」中，內容剛好與本主題有關聯。最後，終於發明了一個神奇的魔術方塊。試試看！它是不是摔不破的益智玩具呢？

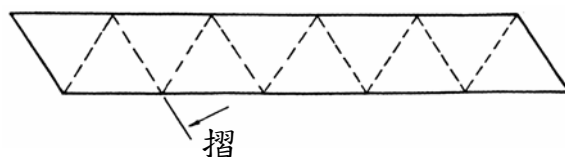
貳、研究目的：

- (一)想出一種用紙做成的，摔不破的魔術方塊玩具。
- (二)比較兩種形狀的魔術方塊的不同及共通性，並了解紙的層數及面數的關係。

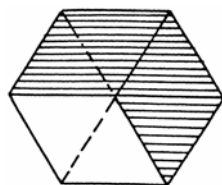
參、研究過程：

〔活動一〕怎樣摺出長條紙的摺線，和最簡單的六邊形魔術方塊？（3-6 邊形）

〔操作〕(1)以一張長條紙，按照向上摺、向下摺的順序，先摺出 10 個正三角形，如下圖。



(2)等距離摺三次，即完成最簡單的六邊形魔術方塊。

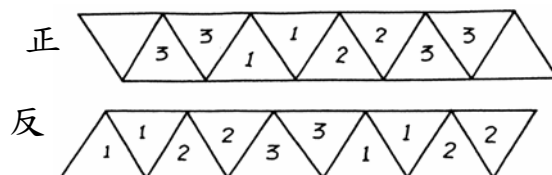


簡單的三面六邊形

〔摺法〕(1)上面（正面）先標上數字“1”，下面（反面）標上“2”，使出摺翻功夫，可轉出另外一個隱藏的面，即標上“3”。

(2)按照操作翻轉的方法，即可出現 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ 的循環次序。

(3)把六邊形魔術方塊拆開，即如下圖



〔發現〕(1)摺法有三種即斜右摺、斜左摺、對半摺。

(2)共摺出三個面，即1，2，3面。面的種類是1對2，3對1，2對3。

(3)由六個正三角形組成，每個三角形都由二層或一層組成。

(4)因為共可摺出三個面，又是六邊形，所以下圖稱做3-6邊形。

〔活動二〕增加長條紙，是否可以使六邊形魔術方塊摺出更多的面，並畫出翻轉路線圖？(6-6邊形)

〔操作〕(1)以一張長條紙，按照向上摺、向下摺的順序，摺出19個正三角形。

(2)把19個三角形排列的長條紙，翻轉重疊，縮成排列成10個三角形的長條紙。

(3)再使出摺翻功夫，如前面所述的方法，就可摺出一個新的六邊形魔術方塊。

〔摺法〕(1)按照三種摺翻方法，找出空白的面，再標上數字，卻發現有6個面。即面1、2、3、4、5、6。

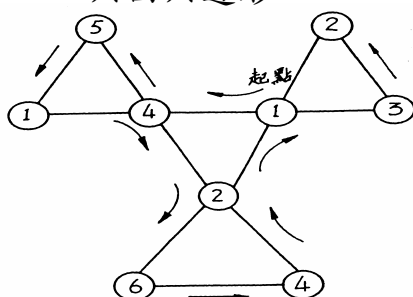
〔發現〕(1)三角形層數是2和4層，經過摺翻旋轉，可摺出1和5層。

(2)摺出相對面的種類是1對2，1對3，1對4，1對5，2對4，2對6，2對3，4對6。

(3)三角形層數無法摺出3和3層。

(4)畫出循環路線圖，如下圖。

(5)相鄰兩三角形層數的和等於面數。即 $2+4=1+5=6$ ，即六面六邊形。



6-6 邊形循環路線圖

〔活動三〕怎樣做出九面的六邊形魔術方塊？（9-6 邊形）

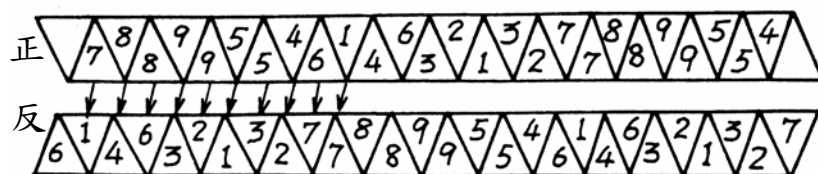
〔操作〕以長條紙摺出 28 個正三角形，再參照前述 $1+5=6$ 面的摺法，拆開和觀察 5 層的結構，摺出 5 層+4 層=9 面的六邊形魔術方塊。

〔摺法〕操作三種方法，即斜右摺、斜左摺、對半摺，加以鎖定，就可全部地摺出來了。

〔發現〕(1)面的種類共有 15 種相對的面。

(2)出現三角形的層數是 4 和 5 層，經過摺翻後，可轉出 2 和 7 或 1 和 8 層，但是卻無法摺出 3 和 6 層。

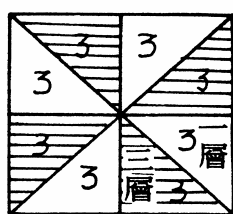
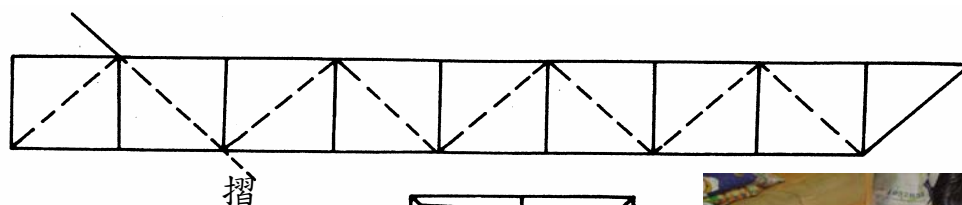
(3)把 9-6 邊形全部拆開，數字的數列如下圖：



(4)只要在長條紙兩面的三角形，就能摺出相對的面。

〔活動四〕怎樣摺出正方形魔術方塊？（4-4 邊形）是否可摺出其他的圖形和其他的面？

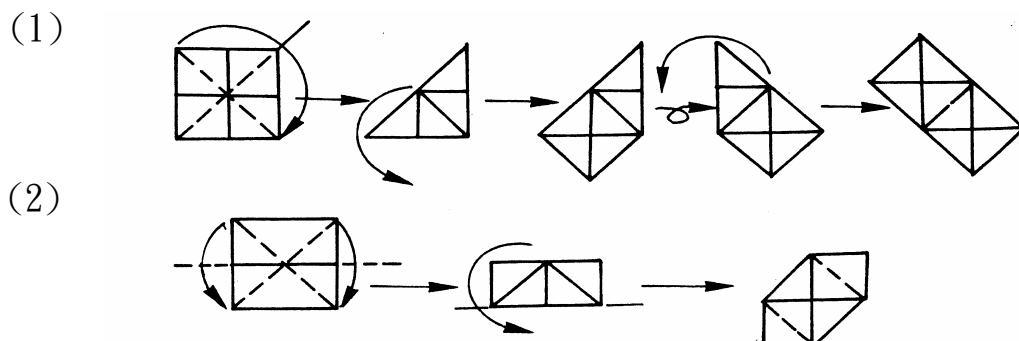
〔操作〕先摺出下面的長條紙摺線，使出摺翻，祇要 17 塊等腰直角三角形，即可摺出正方形魔術方塊。如下圖並標上數字。



四面四邊形



〔摺法〕使出摺翻，可摺出二種圖形。



(3)使出摺翻的招式，可摺出四個面。即面 1、2、3、4。

(4)摺出的圖形種類比較多，變化大。

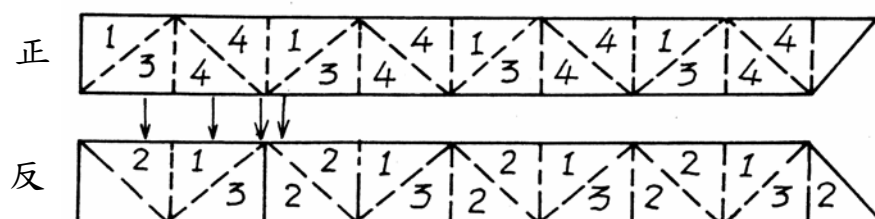
〔發現〕(1)摺出相對面的種類有 4 種。即 3 對 2，1 對 2，3 對 4，1 對 4。

(2)三角形層數是 1 和 3 層。無法摺出 2 和 2 層。

(3)使出摺翻招式，可完成路線循環圖。即 1 上反 4 下反 2 背半 3 上反 4 下反 2 背半 1。

(4)把四邊形拆開，如下圖所示。

(5)只要同時在長條紙兩面的三角形，就能摺出相對的面。



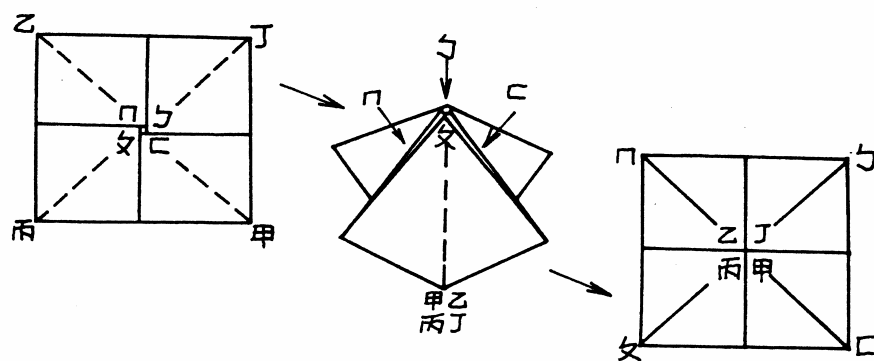
〔活動五〕增加長條紙，是否可使正方形魔術方塊摺出更多的面？(8-4 邊形) 有那些常用的招式？

〔操作〕操作長條紙，按照前面方法，摺出 33 個直角三角形，再使用摺翻招式，可摺出八個面，即八面四邊形。

〔摺法〕常使用的方法有「八招」。

(1)向上反旋轉。

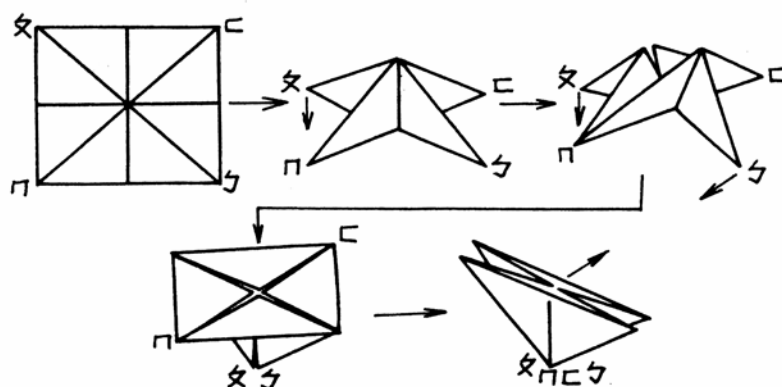
(2)背面對半。如下圖。



(3)倒立旋轉。如照片。

(4)正面對半 (向外對半)，如照片。

(5)花開富貴。如下圖。



(6)向內對半。

(7)向下反旋轉。

(8)鎖定法。

〔發現〕(1)摺出相對的面，種類有 10 種。

(2)三角形層數是 3 和 5 層，經過摺翻旋轉，可變出 1 和 7 層。但是卻無法摺出 2 和 6 層或 4 和 4 層。

(3)有一個隱藏的面，很難摺出來。但使出摺八招，卻可摺出來。

(4)我們嚐試完成 12-4 邊形及 12-6 邊形，但因紙層太厚，不易翻轉且紙張易破，所以要找循環路線路，很難完成。

肆、討論：

一、我把研究六邊形魔術方塊的結果，列出一個統計表。

○：可完成

魔術方塊形狀名稱	正三角形數	摺出相對的面種類	面的個數	三角形層數	循環路線圖	摺法
3-6	10	3	3	2+1 層	○	3
6-6	19	9	6	2+4, 5+1	○	3
9-6	28	15	9	2+7, 1+8 5+4	○	3
12-6	37	21	12	10+2, 4+8 5+7, 1+11	○	3

二、我把研究正方形魔術方塊的結果，列出一個統計表。

○：可完成

魔術方塊 形狀名稱	等腰直 角三角 形數	摺出相 對的 面種 類	面數	三角形層數	循環路線圖	摺法
4-4	17	4	4	1+3 層	○	7
8-4	33	10	8	3+5, 7+1 層	○	8 種 以上
12-4	49	16	12	5+7, 9+3 11+1 層	○	8 種 以上

三、只要了解層數與層數之間的構造，當翻轉時是彼此互相嵌合在一起。雖然變亂了，你仍然會翻轉回來。

四、比較六邊形與正方形魔術方塊的相同性和相異性：

(1)相同點

ㄅ. 都可變化摺翻出不同的面，並採用鎖定的方法，找出隱藏在裏面的神秘面。

ㄆ. 只要同時在長條紙兩面（正反面）的三角形，就能摺出相對的面。

ㄇ. 相鄰兩個三角形的層數「和」等於面數，例如九—六邊形的三角形層數是 $5+4=9$ 層面。

ㄨ. 兩者都要多加 1 塊三角形，以便固定迴紋針，就可摺翻。

ㄣ. 兩者都可找出循環路線圖。

(2)相異點

六邊形魔術方塊 	(ㄅ)摺法三種，比較容易摺出不同的面，摺法比較單調。 (ㄆ)摺出的面數有 3、6、9 面，是 3 的倍數。 (ㄇ)由六塊正三角形組成。 (ㄨ)公式不同，即長條紙上三角形的總數是面數(ㄅ)$\times 3 + 1$。 (ㄣ)小三角形層數經過摺翻，無法摺出 3 和 3 層或 3 和 6 層，即是 3 的倍數。 (ㄤ)摺翻循環路線比較容易找出來，因為摺法較簡單。
--	---

正方形魔術方塊 	(ㄣ)摺法有八種以上，能摺出變化的圖形，較具挑戰性。 (ㄣ)摺出的面數有 4、8、12 面，是 4 的倍數。 (ㄣ)由八塊等腰直角三角形組成。 (ㄣ)公式不同，即所有三角形數是面數(甲)$\times 4 + 1$。 (ㄣ)小三角形層數經過摺翻，無法摺出 2 和 2 層，2 和 6 層，4 和 4 層，即是 2 的倍數。 (ㄣ)摺翻循環路線比較難找出，因為摺法較繁雜。
--	--

五、由於方塊是由紙做成的，因此玩久了，就容易撕裂折損。若能 用一種摺不破的材料，來代替紙片，那就更能持久不壞。

六、若能搜集「摺法」的共通性，一定能找相同的規則及方法。最後，我完成了六邊形 12-6 與正方形 12-4 的方塊。

七、為了有環保的概念，用紙板來當材料，更應珍惜寶貴的森林資源。

伍、結論：

- 一、從舊有的立體「俄羅斯魔術方塊」產生聯想，並且突破思考的瓶頸，設計出一種平面的魔術方塊。共有三、六、九（正六邊形）及四、八（正方形）個圖形。
- 二、方塊可以翻轉或對摺，玩法特性與「俄羅斯魔術方塊」一樣。可以把圖形變亂了，再運用靈活的頭腦及技巧，翻轉回原來的圖形，而不須要把圖形拆解。
- 三、方塊具有趣味性和挑戰性，如魔術方塊一樣，其中有一個「面」最難找出來。而最高段的趣味是變亂法，想辦法再變回原來的模樣。
- 四、材質輕巧，容易取得。攜帶方便，材料成本低廉，製作容易，人人可做，可全面推廣。

陸、設計效用：

- 一、它是玩具也是教具，教師可當做閃示卡，如生字卡、注音符號、英語字母、九九乘法表等，加上磁鐵，貼在黑板上，更能方便使用，所以教學上是個好幫手。
- 二、在教學上，可當做數學領域的教具。如幾個圖形的認識與分解，或從圖形的切割，來學習分數的概念。
- 三、適合各種年齡，安全、輕便、便宜、簡單又具挑戰性，人人可操作，可製作，是一個人見人愛，愛不釋手的益智玩具。
- 四、它可當做一種文宣、教育或商業的宣傳品，也可以當做桌上的隔熱墊。
- 五、學生可以自行設計圖案，配合藝術人文學科來學習，更會珍惜而永久保存。另外，它是一本簡易的「圖畫書」，適合幼兒來閱讀。

柒、操作方法：如現場拍攝 VCR

捌、心得與展望：

一、這個主題是想要找一個摔不破的魔術方塊，無意間想到用紙來操作，但是「紙」用久了，就會破損，但總比用壓克力或塑膠材質〈石化工業〉來的環保，又不會破壞地球資源，我想；長大後來發明一種摺不破材質的魔術方塊，價錢低廉又人人可操作。

二、剛開始遇到的難題是「紙」的材質〈厚度〉要恰恰好，太厚不好摺，太薄又容易破損。而在摺三角形時，要保留一些空隙，方塊的外觀才能保持方正又美觀，否則在操作時會很難翻轉，因為牽一髮而動全身。

三、我嘗試用長條紙設計正八邊形及圓形，卻無法成功，未來，我會繼續研究下去，雖然過程會遇到挫折也很辛苦，但是我覺得很甜美也很有意義。此次能幸運的通過初選，證明「肯努力就會有成功的一天」，感謝師長的指導與鼓勵，更要感謝爸媽的關心及精神上的激勵，下次複審我要更努力、更打拼。最後希望評審老師及同學，給予晚輩指導及指正。

玖、參考資料：

- 一、李千野 怎樣教學生摺紙 武陵出版社 72.5 p1-p40
- 二、李清庭 數學迷惘 復漢出版社 60.8 p1-p11
- 三、摺紙藝術 輔新書局出版 75 p20-30

評	語
---	---

030818 神奇魔術三角

折紙遊戲創意性不錯，以最節省的經費製作出易於賞遊之器具。其應用於教學上，易吸引學習者之興趣，應有助於提升教學效果。