

中華民國第四十六屆中小學科學展覽會
作品說明書

國中組 數學科

030401

翻滾吧！線段

學校名稱： 新竹縣立仁愛國民中學

作者：	指導老師：
國二 陳于壹	劉鎮榮
國二 黃若筑	

關 鍵 詞：三面視圖、彈道攻擊

翻滾吧！線段。

摘要

老師所介紹的「三面視圖」引起了我們極大的興趣，因此決定更深入的研究。經過這次科展後，我們能以國中現階段的解題的方法，角度計算，像「彈道」等實際應用題目，皆可迎刃而解，實是一大收穫。

壹、研究動機

「三面視圖」是我們最早接觸立體轉換成平面的開始，數學老師的那堂課令我們印象十分深刻。後來，我們便時常向老師詢問相關問題：在空間中的線段該如何以平面表示？視圖的相關應用？…… 這個題目引起了我們熱烈的討論，於是便想利用這次科展製作的機會，深入探討。

貳、研究目的

- 1.介紹三面視圖。
- 2.利用三面視圖的線段翻轉，以平面表示複斜線段。
- 3.以模型解釋線段的翻轉。
- 4.利用三面視圖的線段翻轉，以平面表示並計算複斜面積，及相關的夾角角度。
- 5.利用線段投影的原理應用於彈道落點的計算。
- 6.實際應用

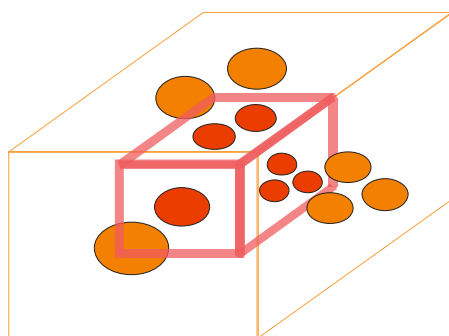
參、研究器材

紙、筆、電腦、壓克力板、壓克力黏著劑、鋼棒、相機。

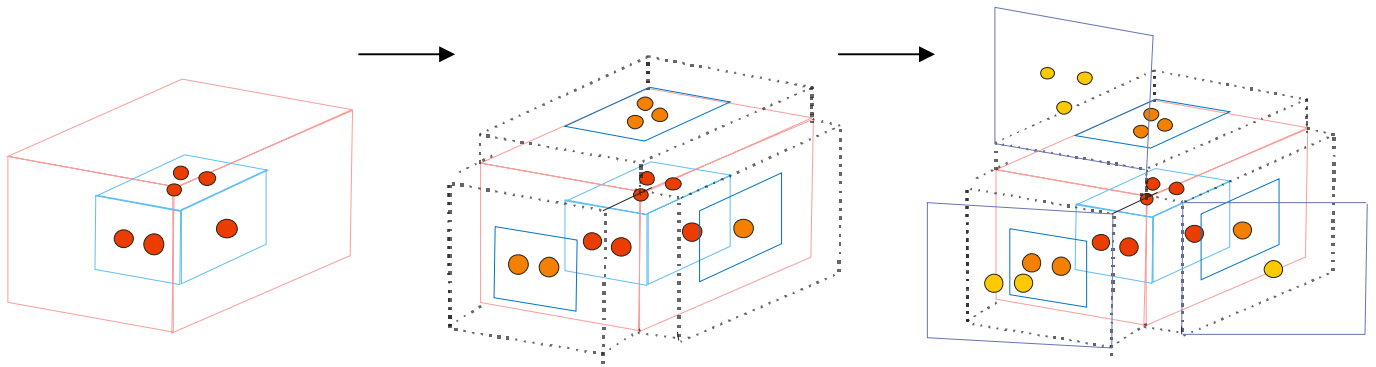
肆、研究過程

一、視圖

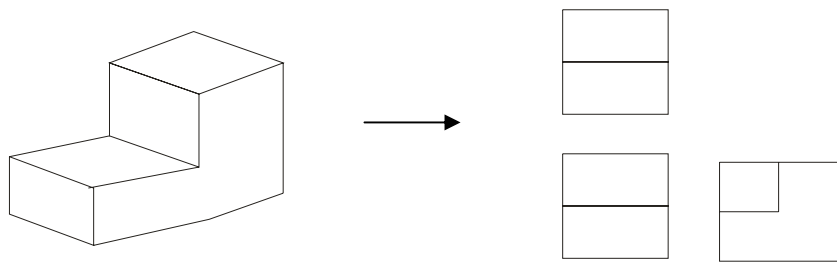
(一)第三角法：將物體擺放在三維座標上的第三象限，而表示出前視圖、俯視圖和側視圖，如圖：



1. 三 D → 二 D：將物體想像成六面可掀開透明的立體盒子，拉開後的面以平面表示，如圖：

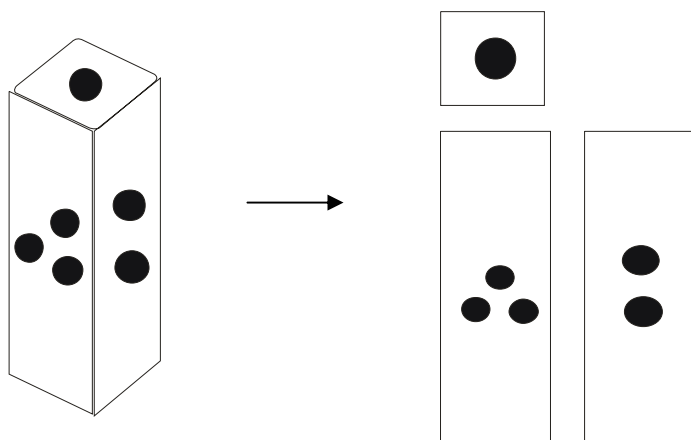


2. 例子：

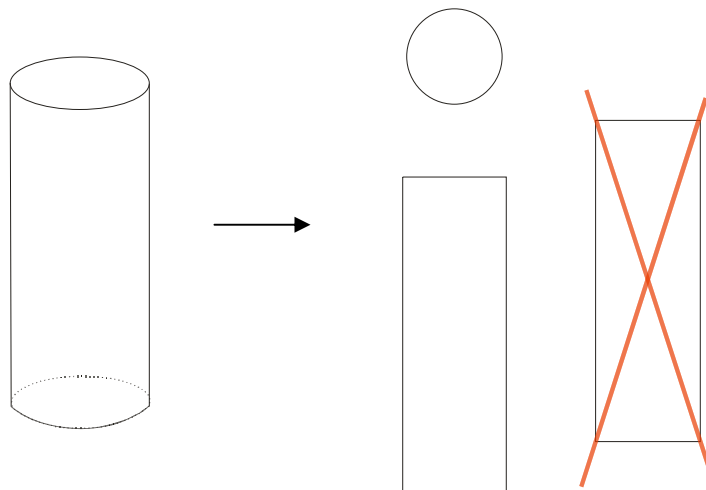


(二) 在特定的情況下，某些部分可省略

1. 三面皆呈現不同畫面，不可簡化，如圖：



2. 正視及側視相同，只取兩面即可，如圖：



二、線段

(一) 線段是直的

1. 沒有粗細之分

2. 以端視圖表示:



(二) 線段在空間中的位置

(三) 在立方體中的任兩點連線

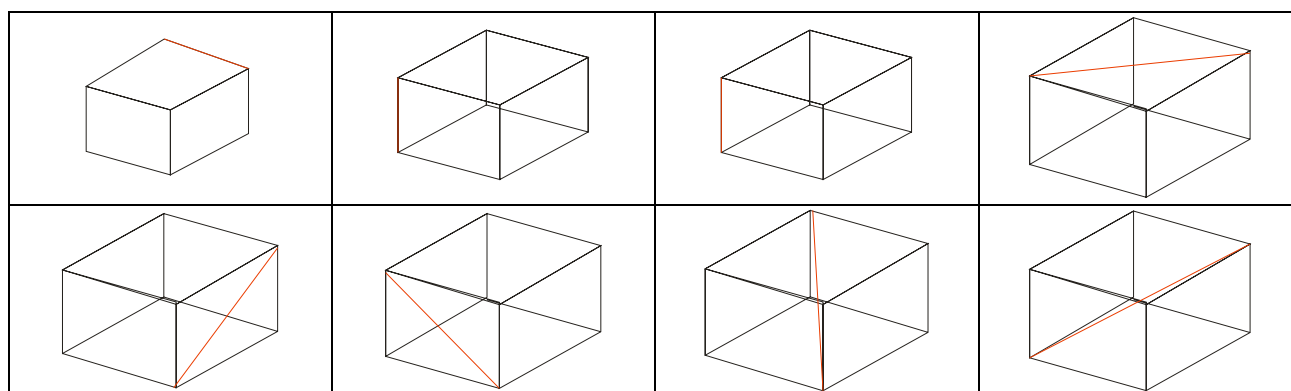
1. 構成一「線段」

2. 共有「28」種不同位置

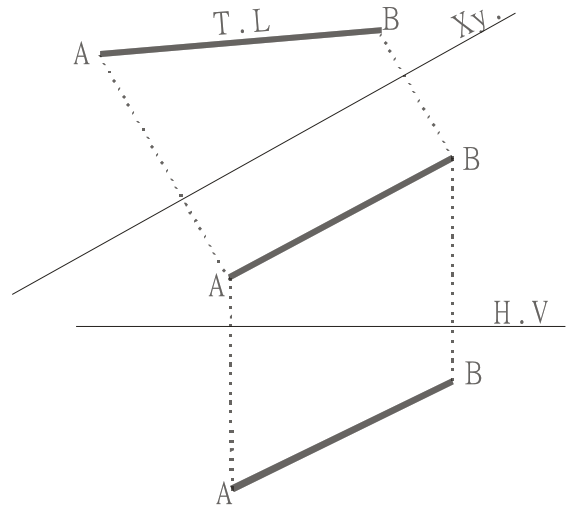
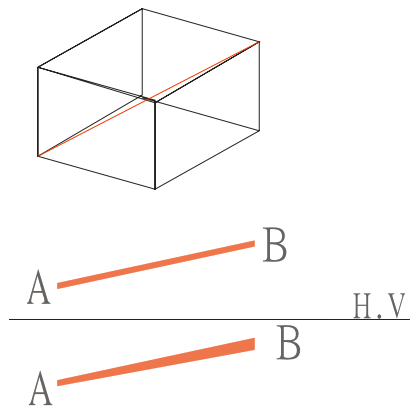
以立體圖表示	以三面視圖表示	以立體圖表示	以三面視圖表示
	$\begin{array}{c} A \text{ ————— } B \text{ H.V.} \\ \hline A \text{ ————— } B \end{array}$		$\begin{array}{c} A \text{ ————— } B \text{ H.V.} \\ \hline A \text{ ————— } B \end{array}$
	$\begin{array}{c} A \text{ ————— } B \text{ H.V.} \\ \hline A \text{ ————— } B \end{array}$		$\begin{array}{c} A \text{ ————— } B \text{ H.V.} \\ \hline A \text{ ————— } B \end{array}$
	$\begin{array}{c} A \ B \\ \hline A \text{ — } B \end{array} \text{ H.V.}$		$\begin{array}{c} A \ B \\ \hline A \text{ — } B \end{array} \text{ H.V.}$
	$\begin{array}{c} A \ B \\ \hline B \text{ — } A \end{array} \text{ H.V.}$		$\begin{array}{c} A \ B \\ \hline A \text{ — } B \end{array} \text{ H.V.}$
	$\begin{array}{c} A \ B \\ \hline A \text{ — } A \end{array} \text{ H.V.}$		$\begin{array}{c} A \ B \\ \hline A \text{ — } A \end{array} \text{ H.V.}$
	$\begin{array}{c} A \ B \\ \hline A \text{ — } A \end{array} \text{ H.V.}$		$\begin{array}{c} A \ B \\ \hline A \text{ — } A \end{array} \text{ H.V.}$
	$\begin{array}{c} A \ B \\ \hline A \text{ — } A \end{array} \text{ H.V.}$		$\begin{array}{c} A \ B \\ \hline A \text{ — } A \end{array} \text{ H.V.}$
	$\begin{array}{c} A \ B \\ \hline A \text{ — } A \end{array} \text{ H.V.}$		$\begin{array}{c} A \ B \\ \hline A \text{ — } A \end{array} \text{ H.V.}$
	$\begin{array}{c} A \text{ ————— } B \text{ H.V.} \\ \hline A \text{ ————— } B \end{array}$		$\begin{array}{c} A \text{ ————— } B \text{ H.V.} \\ \hline A \text{ ————— } B \end{array}$

	$\frac{A \text{ --- } B}{A \text{ --- } B} \text{ H.V.}$		$\frac{A \text{ --- } B}{A \text{ --- } B} \text{ H.V.}$
	$\frac{A \text{ --- } B}{A \text{ --- } B} \text{ H.V.}$		$\frac{A \text{ --- } B}{A \text{ --- } B} \text{ H.V.}$
	$\frac{A \text{ --- } B}{A \text{ --- } B} \text{ H.V.}$		$\frac{A \text{ --- } B}{A \text{ --- } B} \text{ H.V.}$
	$\frac{A \text{ --- } B}{A \text{ --- } B} \text{ H.V.}$		$\frac{A \text{ --- } B}{A \text{ --- } B} \text{ H.V.}$
	$\frac{A \text{ --- } B}{A \text{ --- } B} \text{ H.V.}$		$\frac{A \text{ --- } B}{A \text{ --- } B} \text{ H.V.}$
	$\frac{A \text{ --- } B}{A \text{ --- } B} \text{ H.V.}$		$\frac{A \text{ --- } B}{A \text{ --- } B} \text{ H.V.}$
	$\frac{A \text{ --- } B}{A \text{ --- } B} \text{ H.V.}$		$\frac{A \text{ --- } B}{A \text{ --- } B} \text{ H.V.}$
	$\frac{A \text{ --- } B}{A \text{ --- } B} \text{ H.V.}$		$\frac{A \text{ --- } B}{A \text{ --- } B} \text{ H.V.}$

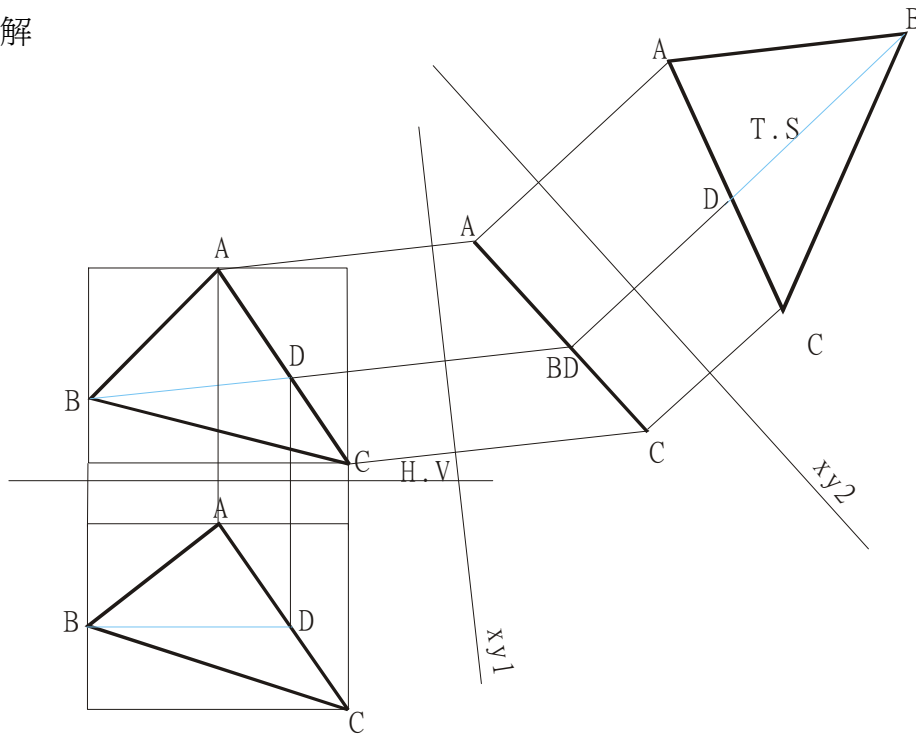
(四)歸納出 8 種類型不同但本質相同的線段：



(五)複斜線段：利用投影幾何繪出實長



(六)複斜實際面積計算
求 T.S 解



三、模型

(一)以(二-4)的歸納結果製作

(二)作法

1.



我們的材料及工具：

(1)壓克力黏著劑。

(2)針筒。

(3)裁切好的壓克力版。

2.



以針筒吸取黏著劑。

3.



將壓克力板靠在牆腳等直角處黏著，以保持其垂直。

4.



加上鋼棒→完成。

(三)斜線的線段翻轉

1.



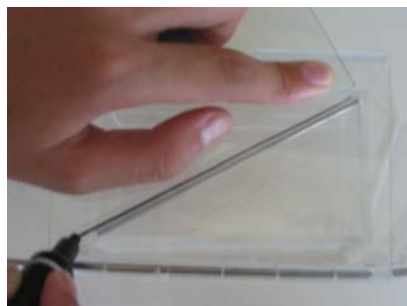
此為一斜線

2.



放入一透明可翻轉的壓克力盒子

4.





在各面畫出所見線段

5.



將畫面展開，呈現出三面視圖

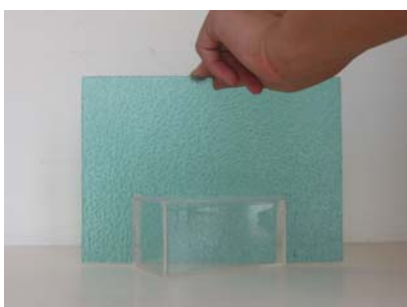
(三)複斜線段

1.



此為一複斜的線段

2.



以一有色薄片切開

3.



將長方體切成 2 個三角柱體

4.



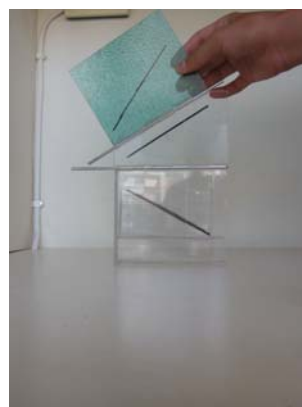
放入透明，後方有薄片的盒子內
貼再有色薄片上的線段恰好為實長

5.



在各面描繪出所見線段

6.



展開後為翻轉 2 次的三面視圖

三、彈道計算

(一) 基本彈道

飛彈由 A 出發

攔截飛彈由 B 發射

飛彈至 C 點時，被偵測到，攔截飛彈發射。

已知飛彈 300m/sec

以下為已知條件：

25km=25000m

攔截飛彈速率：1250m/sec

$$\cos \theta = \frac{25^2 + 50^2 - 42^2}{2 \times 25 \times 50}$$

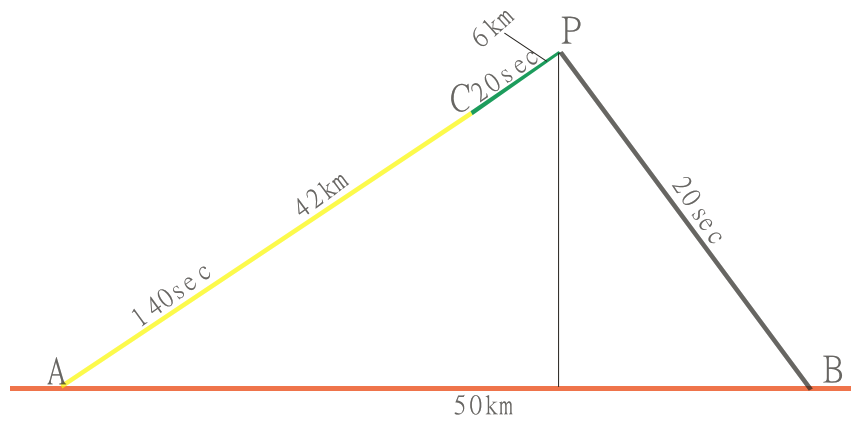
$$\theta = \cos^{-1} \frac{25^2 + 50^2 - 42^2}{2 \times 25 \times 50}$$

$$\theta = 54^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{48^2 + 50^2 - c^2}{4800}$$

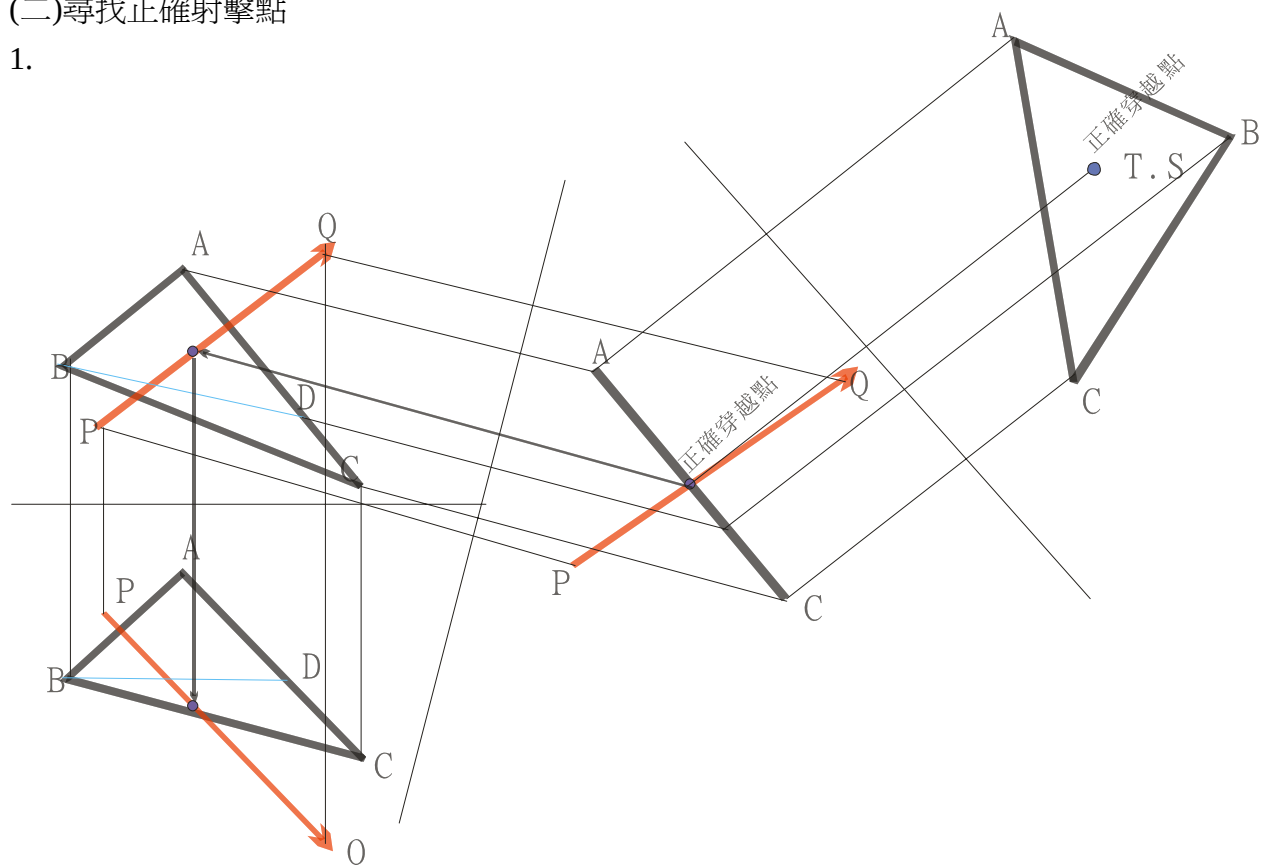
$$\beta = 30^\circ$$

$$\cos 30 \times 4800 = 4804 + c^2$$



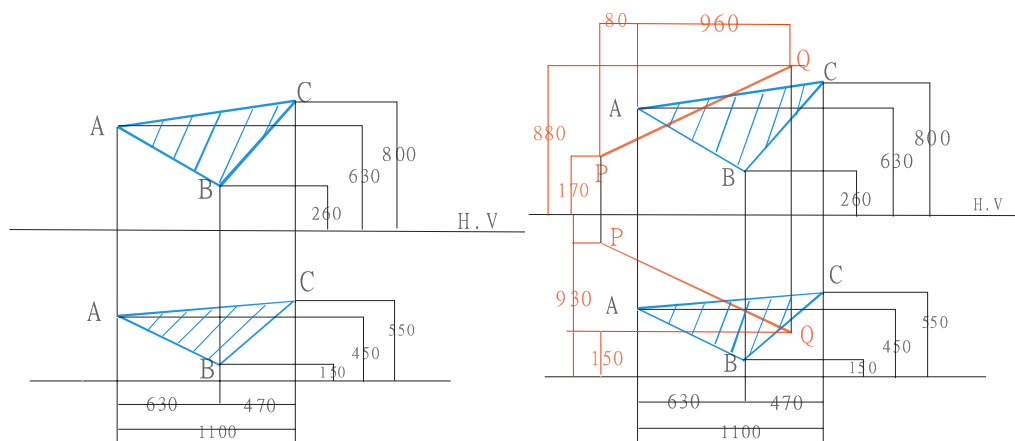
(二) 尋找正確射擊點

1.



2.進階彈道

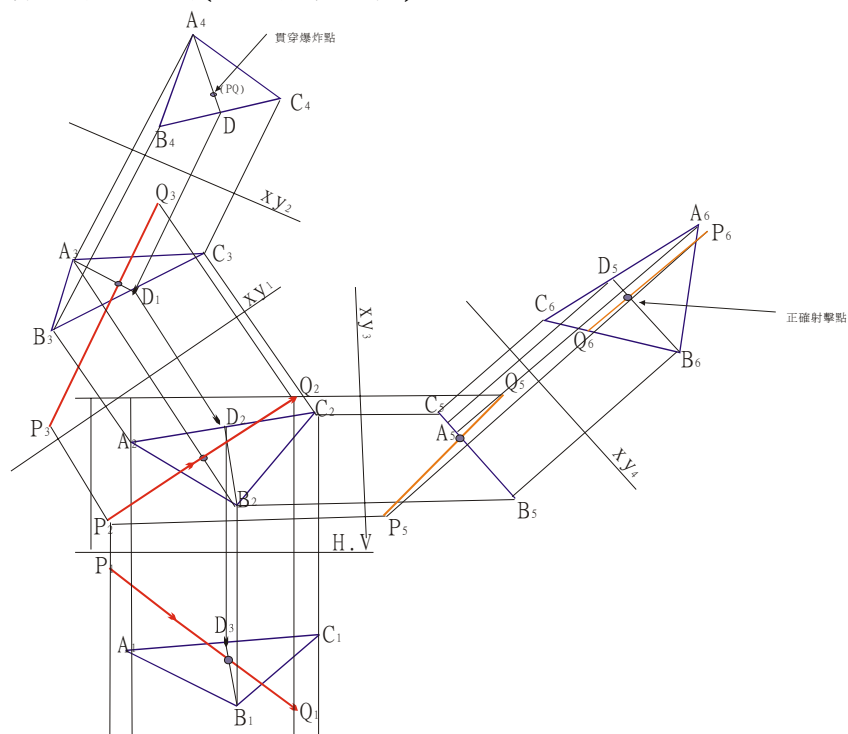
一、設已知 A,B,C 三地位置,如下圖所示



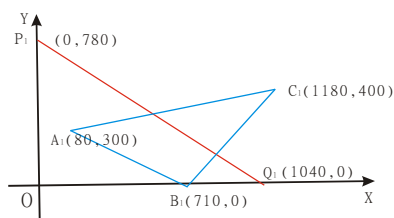
二、題意

今有一飛彈經雷達與衛星測知，由 P 飛向 Q 試求出爆炸點與 A,B,C 三地相關位置。註:我們設計了這題。藉以將線段，平面在空間各角度的表現方法，屬於幾何的部份，又藉著計算的方法將代數學中，座標以及商高定理，相似形的應用，綜合起來。有關三角函數的部份，我們請教老師以及學長，也找了許多相關書籍。使我們的計算工作能以順利，這也是一項大收穫。

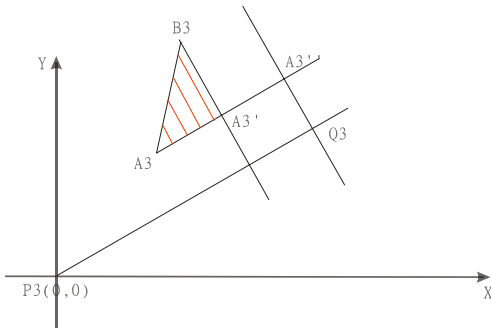
二、幾何作圖求正確解(又稱投影幾何)



三、在第一視圖，依給定尺度建立第 1 座標圖



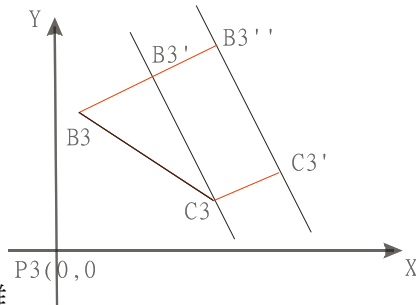
9.求 $\overline{B_3A_3'}$ 距離



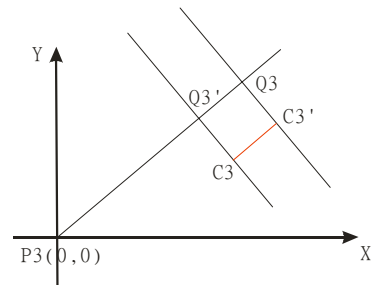
(1)過 A_3 $\overline{A_3A_3'}$ $\perp xy(B)$ 交 $xy(B)$ 於 A_3' [交 $xy(Q)$ 於 A_3'] $\Rightarrow \overline{A_3A_3'}: y = 0.619418382x + 278.4208868$

(2)求 A_3' 座標 $\Rightarrow A_3'(x, y) = (684.9960342, 702.720022)$

(3) $\overline{B_3A_3'} = 90.90435423$



10.求 $\overline{B_3'C_3}$ 距離



(1)過 B_3 作 $\overline{B_3B_3'} \perp xy(C)$ 交 $xy(C)$ 於 B_3' (2)求 B_3' 座 $\Rightarrow B_3'(x, y) = (958.6394867, 9791504997)$

(3)求距離 $\Rightarrow \overline{B_3'C_3} = 704.7800814$

11.求 $\overline{A_3''C_3'}$ 距離 $\Rightarrow \overline{A_3''C_3'} = 613.8757272$

12.求 $\overline{Q_3C_3'}$ 距離

(1)過 C_3 作 $\overline{C_3C_3'} \perp xy(Q)$ 交 $xy(Q)$ 於 C_3' , $\overline{P_3Q_3}$ 交 $xy(C)$ 於 Q_3'

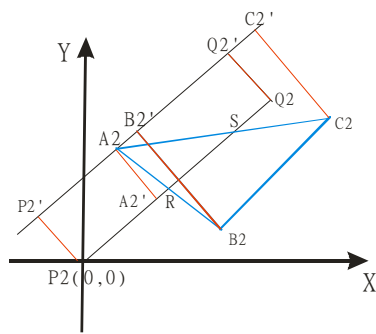
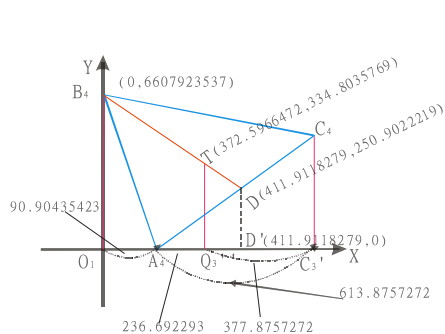
(2)求 $Q_3'(x, y)$ 座標 $\Rightarrow Q_3'(x, y) = (1131.146137, 700656271)$

(3)求 $\overline{Q_3'C_3}$ 距離 $\Rightarrow \overline{Q_3'C_3} = 377.1834342$

13.在 $xy(Q)$ 上縱何各相關尺度

$\overline{B_3''A_3''} = 90.90435423$, $\overline{B_3''C_3} = 704.7800814$, $\overline{A_3''Q_3} = 236.623393$, $\overline{Q_3''C_3'} = 377.1834342$

十、在第四視圖上,建立第 4 座標圖



1.取用第 2 座標圖資料即八-(14) 各相關尺度

2.求 $\overline{P_2P_2'}, \overline{B_2B_2'}, \overline{C_2C_2'}$ 距離

(1)求 $\overline{C_2C_2'}$ 方程式 $\Rightarrow \overline{C_2C_2'}: y = -\frac{104}{71}x + \frac{167450}{71}$

(2)求 C_2' 座標 $\Rightarrow C_2'(x, y) = (909.4683736, 1026271678)$ (3)求 $\overline{C_2C_2'}$ 距離 $\Rightarrow \overline{C_2C_2'} = \overline{C_3'C_4}$

(4)求 $\overline{A_2A_2'}$ 距離 $\Rightarrow \overline{A_2A_2'} = 334.8035769$

(5)求 $\overline{B_2B_2'}$ 距離 $\Rightarrow \overline{B_2B_2'} = 660.7923537$

3.綜合第 4 視圖上各相關尺度

$\overline{OB_4} = 660.7923537$, $A_4(x, y) = (90.90435423, 0)$, $\overline{Q_3''T} = 334.8035769$, $\overline{C_3'C_4} = 479.8105862$

$\overline{OA_4} = 90.90435423$, $\overline{A_4Q_3''} = 236.682293$, $\overline{Q_3''C_3'} = 377.18344342$, $\overline{A_4C_3'} = 613.8757273$

$\overline{OQ_3''} = 327.5966472$, $\overline{OC_3'} = 704.7800814$

4.求 D 座標

(1)連 $\overline{B_4T}$, 延伸線交 $\overline{A_4C_4}$ 於 D

(2)過 D, 做 $\overline{DD'} \perp \overline{OC_3'}$ 交於 D'

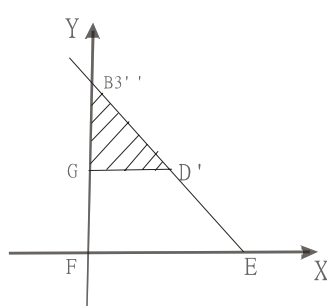
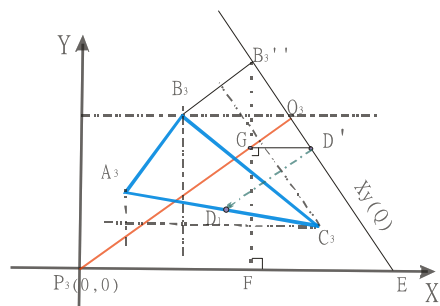
(3)求 $\overline{B_4D}$ 方程式 $\Rightarrow \overline{B_4D}: y = -0.99509192x + 660.7923537$

(4)求 $\overline{A_4C_4}$ 方程式 $\Rightarrow \overline{A_4C_4}: y = 0.781608662x - 71.05163075$

(5)求 D 座標

(6) $D(x, y) = (411.9118279, 250.9022219) \Rightarrow \overline{OD'} = 411.9118279$

十一、依第 3 座標圖,建立 3-1 座標圖



1.依十-4(16) $\overline{OD'} = 411.9118279$ $\overline{OD'} = \overline{B_3''D'}$ $\overline{B_3''D'} = 411.9118279$

2.求 B_3'' 座標 $\Rightarrow B_3''(x, y) = (1086.739156, 1058.49779)$ 3.求 E 座標 $\Rightarrow E(x, y) = (1742.392144, 0)$

4.求 D' 座標

(1)求 $\overline{B_3''E}$ 距離

(2)a.過 B_3'' 作 $\overline{B_3''F} \perp x$ 軸交 x 軸於 F

b.過 D' 作 $\overline{D'G}$ 平行 $\overline{EF}$ 交 $\overline{B_3''F}$ 於

c. $\triangle B_3''EF$ 中, $\overline{B_3''F} = 1058.49779$, $\overline{EF} = 655.652994$

(3)求 $\overline{D'G}$ & $\overline{B_3''G}$, $\overline{D'G} = 216.9055479$, $\overline{B_3''G} = 350.176153$

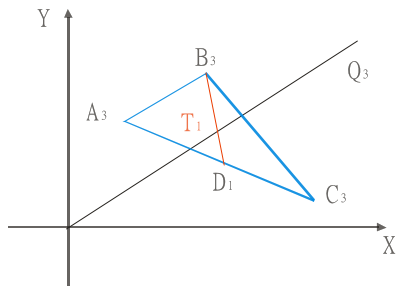
(4)依 $\overline{D'G}$ & $\overline{B_3''G}$ 得 $D'(x, y) = (1303.644704, 708.321637)$

5.求 D 座標 $\Rightarrow \overline{D'D_1} : y = 0.619418382x - 99.17985625$

(1)求 $\overline{A_3C_3}$ 方程式 $\Rightarrow \overline{A_3C_3} : y = -0.09568724x + 512.4029377$

(2)求 D_1 座標 $\Rightarrow D_1(x, y) = (850.6171931, 427.7080692)$

6.求 T_1 座標

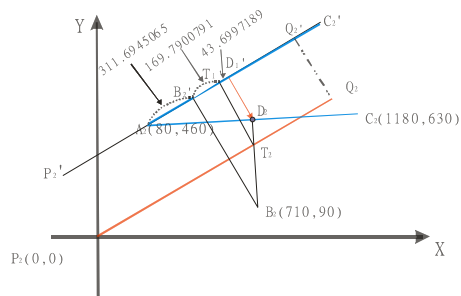
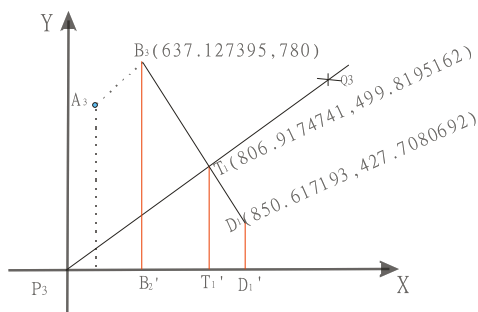


(1)連 $\overline{B_3D_1}$ 交 $\overline{P_3Q_3}$ 於 T

(2)求 $\overline{B_3D_1}$ 方程式 $\Rightarrow \overline{B_3D_1} : y = -1.650158153x + 1831.360965$

(3)求 T_1 座標 $\Rightarrow T_1(x, y) = (806.9174741, 499.8195162)$

7.綜合相關尺度



$$\overline{B_2'T_1'} = 169.7900791, \overline{T_1'D_1'} = 43.6997189, \overline{A_2B_2'} = 311.6945065$$

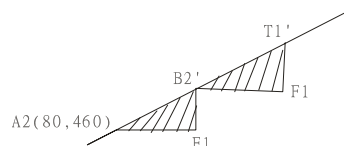
十二、依第 2 座標圖,建立第 2-2 座標圖

相關資料

$$\overline{A_2C_2}: y = \frac{17}{110}x + \frac{4924}{11}, \overline{B_2B_2'}: y = -\frac{104}{71}x + 1130, \overline{P_2'Q_2'}: y = \frac{71}{104}x + \frac{5270}{13}$$

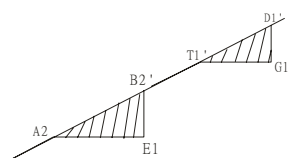
$$A_2(80,460), B_2(710,90), C_2(1180,630), B_2'(337.4257426,635.7425743)$$

1.求 T_1 座標



$$\Rightarrow T_1'(x, y) = (477.6538707, 731.4752169)$$

2.求 D_1' 座標



$$\Rightarrow D_1'(x, y) = (513.7450829, 756.1144043)$$

3.求 $\overline{D'D_2}$ 方程式 $\Rightarrow \overline{D_1'D_2}: y = -\frac{104}{71}x + 1508.642413 = -1.464788732x + 1508.642413$

4.求 D_2 座標 $\Rightarrow D_2(x, y) = (655.211295, 548.896211)$

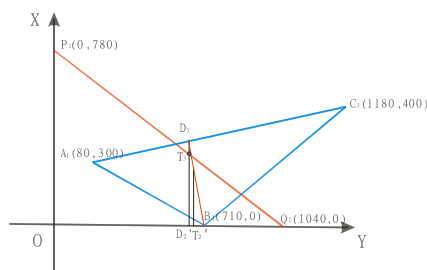
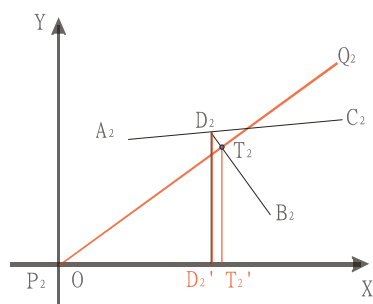
5.求 $\overline{T_1'T_2}$ 方程式 $\Rightarrow \overline{T_1'T_2}: y = -1.464788732x + 1431.137224$

6.求 $\overline{B_2C_2}$ 方程式 $\Rightarrow \overline{B_2C_2}: 6036.779846$

7.求 T_2 座標 $\Rightarrow T_2(x, y) = (666.4261214, 454.9637507)$

8.綜合第 2-2 座標圖相同的尺度

$$T_2 = (666.4261214, 454.9637507), D_2 = (655.211295, 548.896211)$$



過 D_2, T_2 做 $\overline{D_2D_2'}, \overline{T_2T_2'} \perp X$ 軸, 交於 D_2'

$$\Rightarrow \overline{P_2D_2'} = 655.211295 \quad \overline{P_2T_2'} = 666.4261214 \quad \overline{D_2T_2'} = 11.2148264$$

十三、依第 1 座標圖,建立第 1-1 座標圖

依十二-8,得 $\overline{OD_2'} = 655.211295$ $\overline{OT_2'} = 666.4261214$ $\overline{D_2'T_2'} = 11.2148264$

1.求 D_3 座標

$$(1) \overline{D_2'D_3} : x = 655.211295 \quad (2) \text{求 } \overline{A_1C_1} \text{ 方程式 } \Rightarrow \overline{A_1C_1} : y = \frac{1}{11}x + \frac{3220}{11}$$

$$(3) \text{求 } D_3 \text{ 座標 } \Rightarrow D_3(x, y) = (655.211295, 352.2829955)$$

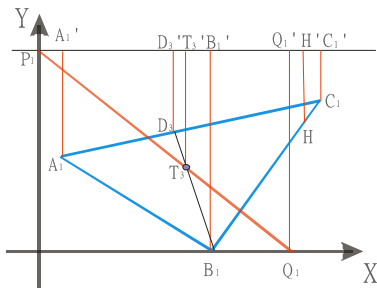
$$2. (1) \text{求 } \overline{P_1Q_1} \text{ 方程式 } \Rightarrow \overline{P_1Q_1} : y = -0.75x + 780 \quad (2) T_3(x, y) = (666.2461214, 280.180409)$$

3.過 A_1 作 $\overline{A_1H}$ 平行 X 軸, 交 $\overline{B_1C_1}$ 於 H

$$(1) \text{求 } \overline{B_1C_1} \text{ 方程式 } \Rightarrow \overline{B_1C_1} : y = 0.851063829x - 604.2553191$$

$$(2) \text{求 } H \text{ 座標 } \Rightarrow H(x, y) = (1062.5, 300)$$

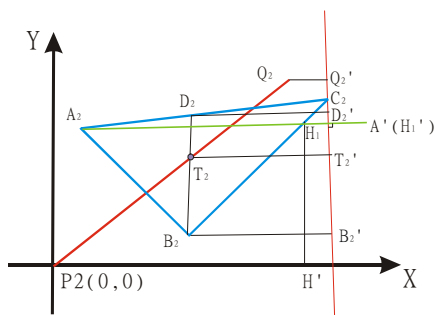
4.綜合 1-1 座標圖各相關尺度



$$(1) \text{過 } P_1, \text{做 } \overline{P_1C_1'} \text{ 平行 } x \text{ 軸} \quad (2) \text{過 } A_1, D_3, T_3, B_1, Q_1, C_1, \text{做平行 } Y \text{ 軸的線段}$$

$$(3) \begin{array}{l} \overline{A_1A_1'} = 480 \quad \overline{D_3D_3'} = 427.7170045 \quad \overline{T_3T_3'} = 499.819591 \\ \overline{B_1B_1'} = 780 \quad \overline{Q_1Q_1'} = 780 \quad \overline{C_1C_1'} = 380 \quad \overline{HH'} = 480 \end{array}$$

十四、依建立第 2 座標圖, 建立第 2-3 座標圖



1.依十三~3, 得 $H'(x, y) = (1062.5, 0)$ 過 H' 作 $\overline{H'H_1} \perp X$ 軸 交 $\overline{B_2C_2}$ 於 H

2.求 H' 座標

$$(1) \Rightarrow \overline{B_2C_2} : y = 1.14893617x - 725.7446808$$

$$(2) H'(x, y) = (1062.5, 495) \cdot \overline{A_2H_1} : y = 0.035623409x + 457.1501272$$

$$xy(C_2): y = -28.0714291x + 33754.28634 \quad \overline{Q_2Q_2'}: y = 0.035623409x + 672.9516546$$

$$\overline{D_2D_2'}: y = 0.035623409x + 525.5554312 \quad \overline{T_2T_2'}: y = 0.035623409x + 431.2233804$$

$$\overline{B_2B_2'}: y = 0.035623409x + 64.70737961 \quad \overline{P_2P_2'}: y = 0.035623409x$$

十四—3

$$1. \overline{A_2H_1}: \text{方程式} \Rightarrow \overline{A_2H_1}: y = 0.035623409x + 457.1501272$$

$$2. \overline{xy(c)}: y = -28.0714291x + 33754.28634$$

$$(1) \text{求} \overline{Q_2Q_2'} \text{方程式} \Rightarrow \overline{Q_2Q_2'}: y = 0.035623409x + 672.9516546$$

$$(2) \text{求} \overline{Q_2Q_2'} \text{座標} \Rightarrow Q_2'(x, y) = (1176.9763, 714.8795627)$$

$$(3) \text{求} \overline{D_2D_2'} \text{方程式} \Rightarrow \overline{D_2D_2'}: Y = 0.035623409x + 525.5554312$$

$$(4) \text{求} \overline{D_2D_2'} \text{座標} \Rightarrow D_2'(x, y) = (1182.20402, 567.6701521)$$

$$(5) \text{求} \overline{A_2A_2'} \text{座標} \Rightarrow A_2'(x, y) = (1184.654143, 499.3515463)$$

$$(6) \text{求} \overline{T_2T_2'} \text{方程式} \Rightarrow \overline{T_2T_2'}: y = 0.035623409x + 431.2233804$$

$$(7) \text{求} \overline{T_2T_2'} \text{座標} \Rightarrow T_2'(x, y) = (1185.576572, 473.4576595)$$

$$(8) \text{求} \overline{B_2B_2'} \text{方程式} \Rightarrow \overline{B_2B_2'}: y = 0.035623409x + 64.70737961$$

$$(9) \text{求} \overline{B_2B_2'} \text{座標} \Rightarrow B_2'(x, y) = (1198.616573, 107.406188)$$

$$(10) \text{求} \overline{P_2P_2'} \text{座標} \Rightarrow P_2'(x, y) = (1200.918749, 42.78081977)$$

3. 求 $xy(C_2)$ 上之相關尺度

$$(1) \overline{Q_2'C_2} = 84.93340289 \quad (2) \overline{Q_2'D_2'} = 215.6491729 \quad (3) \overline{Q_2'T_2'} = 241.5750401$$

$$(4) \overline{Q_2'B_2'} = 607.8587026 \quad (5) \overline{Q_2'P_2'} = 686.3499678 \quad (6) \overline{C_2D_2'} = 62.36880345$$

$$(7) \overline{C_2A_2'} = 130.7313256 \quad (8) \overline{C_2T_2'} = 156.6416373 \quad (9) \overline{C_2B_2'} = 522.9252998$$

$$(10) \overline{C_2P_2'} = 587.5916607 \quad (11) \overline{A_2'B_2'} = 392.1939741$$

4. 求 $\overline{Q_2Q_2'}$ 、 $\overline{D_2D_2'}$ 、 $\overline{A_2A_2'}$ 、 $\overline{T_2T_2'}$ 、 $\overline{B_2B_2'}$ 、 $\overline{P_2P_2'}$ 距離

$$(1) \overline{Q_2Q_2'} = 137.0631858 \quad (2) \overline{D_2D_2'} = 527.3270238 \quad (3) \overline{A_2A_2'} = 1105.354839$$

$$(4) \overline{T_2T_2'} = 519.4797542 \quad (5) \overline{B_2B_2'} = 488.9265086 \quad (6) \overline{P_2P_2'} = 1201.680507$$

1.依第1-1座標圖(十三 - 4)

得： $\overline{OQ_5} = 780$ 、 $\overline{C_2C_5'} = 380$ 、 $\overline{D_2'D_5} = 427.7170045$ 、 $\overline{A_2'A_5} = 480$ 、 $\overline{T_2'T_4} = 499.819591$ 、

$$\overline{B_2'B_5} = 780$$

2.依第2-3座標圖上

得： $\overline{OC_2} = 84.93340289$ 、 $\overline{OD_2'} = 147.3022051$ 、 $\overline{OA_2'} = 215.6491729$ 、 $\overline{OT_2'} = 241.5750401$ 、

$$\overline{OB_2'} = 607.8587026$$
、 $\overline{Q'P_2'} = 686.3499678$

3.各相關座標

$Q_5(0,780)$ 、 $C_5(84.93340289,380)$ 、 $D_5(147.3022051, 427.7170045)$ 、 $A_5(215.6491729,480)$
 $T_4(241.5750401,499.819591)$ 、 $B_5(607.8587026,780)$ 、 $P_5(686.3499678,0)$

4.求 $\overline{C_5D_5A_5T_4B_5}$ 方程式

$$\Rightarrow \overline{C_5B_5} : y = 0.76492761x + 315.0320951 \quad \overline{D_5B_5} : y = 0.76490723x + 315.0444826$$

$$\Rightarrow \overline{D_5T_4} : y = 0.764828876x + 315.0560244$$

5.依第 3 項計算所得方程式

$$(1) \begin{cases} \overline{C_5B_5} : y = 0.76492761x + 315.0320951 \\ \overline{D_5T_4} : y = 0.764828876x + 315.0560244 \end{cases} \quad \overline{D_5B_5} : y = 0.764907231x + 315.0444826$$

$$(2) D_5(147.3144771,427.7170045) (3) \Rightarrow A_5(215.6647308,480) (4) T_4(241.575145,499.8195911)$$

(5)綜合各點修正後的座標

$Q_5(0,780)$ $C_5(84.93340289,380)$ $D_5(147.3144771,427.7170045)$ $A_5(215.6647308,480)$
 $T_4(241.575145,499.8195911)$ $B_5(607.8587026,780)$ $P_5(686.3499678,0)$

6.

(1)過 Q_5 作 $xy(Q_5)$ 平行 $\overline{C_5B_5}$

(2)過 $O, C_5, D_5, A_5, T_4, P_5, B_5$ 作 $\perp xy(Q_5)$,交於 $O', C_5', D_5', A_5', T_4', P_5', B_5'$

(3)求 $xy(Q_5)$ 方程式 $\Rightarrow xy(Q_5) : y = 0.76492761 x + 780$

(4)求 $\overline{C_5C_5'}$ 方程式 $\Rightarrow \overline{C_5C_5'} : y = -1.30731325x + 491.034563$

(5)求 C_5' 座標 $\Rightarrow C_5'(-139.4458736, 673.3340012)$

(6)求 $\overline{D_5D_5'}$ 方程式 $\Rightarrow \overline{D_5D_5'} : y = -1.30731325x + 620.3031723$

(7)求 D_5' 座標 $\Rightarrow D_5'(x, y) = (-77.06480013, 721.0510068)$

$$(8) \text{求 } \overline{A_5 A_5'} \text{ 方程式 } \Rightarrow \overline{A_5 A_5'}: y = -1.30731325x + 761.9413601$$

$$(9) \text{求 } A_5' \text{ 座標 } \Rightarrow A_5'(-8.714546773, 773.3340026)$$

$$(10) \text{求 } \overline{T_4 T_4'} \text{ 方程式 } \Rightarrow \overline{T_4 T_4'}: y = -1.30731325x + 815.6339789$$

$$(11) \text{求 } T_4' \text{ 座標 } \Rightarrow T_4'(17.19586733, 793.1535937)$$

$$(12) \text{求 } \overline{P_5 P_5'} \text{ 方程式 } \Rightarrow \overline{P_5 P_5'}: y = -1.30731325x + 897.274407$$

$$(13) \text{求 } P_5' \text{ 座標 } \Rightarrow P_5'(56.59303861, 823.28961409)$$

$$(14) \text{求 } \overline{B_5 B_5'} \text{ 方程式 } \Rightarrow \overline{B_5 B_5'}: y = -1.30731325x + 1574.661736$$

$$(15) \text{求 } B_5' \text{ 座標 } \Rightarrow B_5'(383.4794262, 1073.334001)$$

7. 綜合 xy(Q5) 上各相關尺度

$$(1) \overline{C_5' D_5'} = 78.53859529 \quad (2) \overline{C_5' A_5'} = 164.5924667 \quad (3) \overline{C_5' Q_5} = 175.5641961$$

$$(4) \overline{C_5' T_4'} = 197.2140202 \quad (5) \overline{C_5' P_5'} = 246.815601 \quad (6) \overline{C_5' B_5'} = 658.3698574$$

十六、依第 6 視圖, 建立第 6 座標圖

1. 依十五-7 資料, 得

$$\overline{C_6 T_4'} = \overline{C_5' T_4'} = 197.2140202 \quad \overline{C_6 P_5'} = \overline{C_5' P_5'} = 246.815601 \quad \overline{C_6 B_5'} = \overline{C_5' B_5'} = 658.3698574$$

2. 依十四-7 資料, 得

$$\overline{D_5' D_6} = \overline{D_2 D_2'} = 527.3270238 \quad \overline{A_5' A_6} = \overline{A_2 A_2'} = 1105.354839 \quad \overline{Q_5 Q_6} = \overline{Q_2 Q_2'} = 137.0631858$$

$$\overline{T_4' T_5} = \overline{T_2 T_2'} = 519.4797542 \quad \overline{P_5' P_6} = \overline{P_2 P_2'} = 1201.680507 \quad \overline{B_5' B_6} = \overline{B_2 B_2'} = 488.9265086$$

3. 各相關點座標

$$C_2(0,0) \quad D_6(78.53859529, 527.3270238) \quad A_6(164.5924667, 1105.354839) \quad Q_6(175.5641961, 137.0631858)$$

$$T_5(197.21402102, 519.4797542) \quad P_6(246.815601, 1201.680507) \quad B_6(658.3698574, 488.9265086)$$

4. 計算 $\triangle A_6 B_6 C_6$ 及 $P_6 Q_6$ 之相關

$$\overline{A_6 B_6} = 789.810102, \quad \overline{B_6 C_6} = 820.0609732, \quad \overline{A_6 C_6} = 1117.541945, \quad S = 1363.70651$$

$$\overline{P_6 Q_6} = 1006.9985345, \quad \overline{A_6 B_6 C_6} = 594652.88302, \quad \overline{A_6 T_5} = 586.7825656$$

$$\overline{C_6 T_5} = 555.6550951, \quad \overline{B_6 T_5} = 462.1452227, \quad \angle A_6 = 47.165141^\circ$$

1. 相關資料

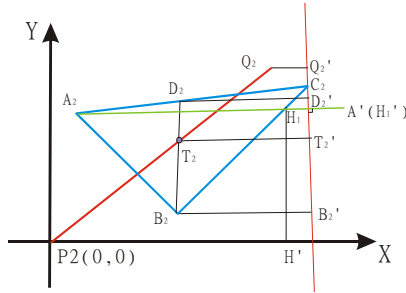
$$A_4(90.904354, 0), \quad B_4(0, 660.7923537), \quad C_4(704.7800814, 479.8105862)$$

$$C_4(704.7800814, 479.8105862), \quad T(327.5966472, 334.8035769)$$

$$2. \overline{A_4B_4} = 667.0158441 \text{ 、 } \overline{B_4C_4} = 727.6464549 \text{ 、 } \overline{A_4C_4} = 779.1415834 \text{ 、 } \overline{A_4T} = 410.0203369$$

$$\overline{B_4T} = 462.7560838 \text{ 、 } \overline{C_4T} = 404.096988 \text{ 、 } \theta_1' = 43.09167278^\circ$$

$$\theta_2' = 30.45714165^\circ \text{ 、 } \theta_3' = 16.98238926^\circ$$



$$\overline{A_2H_1} : y = 0.035623409x + 457.1501272$$

$$xy(C_2) : y = -28.0714291x + 33754.28634 \text{ , } \overline{Q_2Q_2'} : y = 0.035623409x + 672.9516546$$

$$\overline{D_2D_2'} : y = 0.035623409x + 525.5554312 \text{ , } \overline{T_2T_2'} : y = 0.035623409x + 431.2233804$$

$$\overline{B_2B_2'} : y = 0.035623409x + 64.70737961 \text{ , } \overline{P_2P_2'} : y = 0.035623409x$$

$$3. \text{求} \overline{A_2H_1} : \text{方程式} \Rightarrow \overline{A_2H_1} : y = 0.035623409x + 457.1501272$$

4.

(1) 連 $\overline{A_2H_1}$

(2) 作 $xy(C_2) \perp \overline{A_2H_1}$, 交 $\overline{A_2H_1}$ 於 C_2 作 $\overline{Q_2'B_2'} \perp \overline{A_2H_1}$ 交 $\overline{A_2H_1}$ 的延伸線於 A_2' (此點亦是 H_1')

(3) 過 Q_2 、 D_2 、 T_2 、 B_2 作垂直 $\overline{Q_2'B_2'}$ 的線段 $\overline{Q_2Q_2'}$ 、 $\overline{D_2D_2'}$ 、 $\overline{T_2T_2'}$ 、 $\overline{B_2B_2'}$; 交 $\overline{Q_2'B_2'}$ 於 Q_2' 、 D_2' 、 T_2' 、 B_2' 。

$$(4) \text{求} xy(C_2) \text{方程式} \Rightarrow xy(c) : y = -28.0714291x + 33754.28634$$

$$(5) \text{求} \overline{Q_2Q_2'} \text{方程式} \Rightarrow \overline{Q_2Q_2'} : y = 0.035623409x + 672.9516546$$

$$(6) \text{求} Q_2Q_2' \text{座標} \Rightarrow Q_2'(x, y) = (1176.9763, 714.8795627)$$

$$(7) \text{求} \overline{D_2D_2'} \text{方程式} \Rightarrow \overline{D_2D_2'} : Y = 0.035623409x + 525.5554312$$

$$(8) \text{求} D_2' \text{座標} \Rightarrow D_2'(x, y) = (1182.20402, 567.6701521)$$

$$(9) \text{求} A_2' \text{座標} \Rightarrow A_2'(x, y) = (1184.654143, 499.3515463)$$

$$\Rightarrow \overline{T_2T_2'} : y = 0.035623409x + 431.2233804$$

$$(10) \text{求} T_2' \text{座標} \Rightarrow T_2'(x, y) = (1185.576572, 473.4576595)$$

$$(11) \text{求} \overline{B_2 B_2'} \text{方程式} \Rightarrow \overline{B_2 B_2'}: y = 0.035623409x + 64.70737961$$

$$(12) \text{求} B_2' \text{座標} \Rightarrow B_2'(x, y) = (1198.616573, 107.406188)$$

$$(13) \text{求} P_2' \text{座標} \Rightarrow P_2'(x, y) = (1200.918749, 42.78081977)$$

6. 求 $xy(C_2)$ 上之相關尺度

$$(1) \overline{Q_2' C_2} = 84.93340289 \quad (2) \overline{Q_2' D_2'} = 215.6491729 \quad (3) \overline{Q_2' T_2'} = 241.5750401$$

$$(4) \overline{Q_2' B_2'} = 607.8587026 \quad (5) \overline{Q_2' P_2'} = 686.3499678 \quad (6) \overline{C_2 D_2'} = 62.36880345$$

$$(7) \overline{C_2 A_2'} = 130.7313256 \quad (8) \overline{C_2 T_2'} = 156.6416373 \quad (9) \overline{C_2' B_2'} = 522.9252998$$

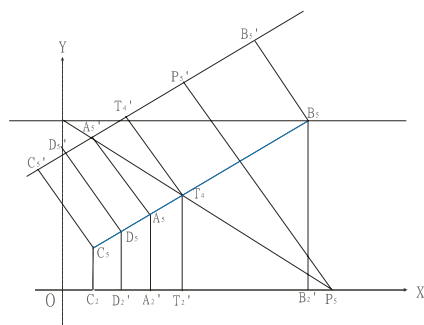
$$(10) \overline{C_2 P_2'} = 587.5916607 \quad (11) \overline{A_2' B_2'} = 392.1939741$$

7. 求 $\overline{Q_2 Q_2'}$ 、 $\overline{D_2 D_2'}$ 、 $\overline{A_2 A_2'}$ 、 $\overline{A_2 H_1'}$ 、 $\overline{T_2 T_2'}$ 、 $\overline{B_2 B_2'}$ 、 $\overline{P_2 P_2'}$ 距離

$$(1) \overline{Q_2 Q_2'} = 137.0631858 \quad (2) \overline{D_2 D_2'} = 527.3270238 \quad (3) \overline{A_2 A_2'} = 1105.354839$$

$$(4) \overline{T_2 T_2'} = 519.4797542 \quad (5) \overline{B_2 B_2'} = 488.9265086 \quad (6) \overline{P_2 P_2'} = 1201.680507$$

十五、



1. 依第1-1座標圖(十三-4)

$$\text{得: } \overline{OQ_5} = 780, \overline{D_2' D_5} = 427.7170045, \overline{A_2' A_5} = 480, \overline{T_2' T_4} = 499.819591, \overline{B_2' B_5} = 780$$

2. 依第2-3座標圖上 $xy(C_2)$ 之相關尺度

$$\text{得: } \overline{OC_2} = 84.93340289, \overline{OD_2'} = 147.3022051, \overline{OT_2'} = 241.5750401$$

$$\overline{OB_2'} = 607.8587026, \overline{Q' P_2'} = 686.3499678$$

3. 各相關座標

$$Q_5(0, 780), C_5(84.93340289, 380), D_5(147.3022051, 427.7170045), A_5(215.6491729, 480)$$

$$T_4(241.5750401, 499.819591), B_5(607.8587026, 780), P_5(686.3499678, 0)$$

4.求 $\overline{C_5D_5A_5T_4B_5}$ 方程式

$$\Rightarrow \overline{C_5B_5}: y = 0.76492761x + 315.0320951 \quad \overline{D_5B_5}: y = 0.76490723x + 315.0444826$$

$$\text{求}\overline{C_5D_5A_5T_4B_5} \text{ 方程式} \Rightarrow \overline{D_5T_4}: y = 0.764828876x + 315.0560244$$

5.依第 3 項計算所得方程式

$$(1) \overline{C_5B_5}: y = 0.76492761x + 315.0320951, \overline{D_5B_5}: y = 0.764907231x + 315.0444826 \\ \overline{D_5T_4}: y = 0.764828876x + 315.0560244$$

$$(2) D_5(147.3144771, 427.7170045) (3) \Rightarrow A_5(215.6647308, 480) (4) T_4(241.575145, 499.8195911)$$

(5)綜合各點修正後的座標

$$Q_5(0,780) \quad C_5(84.93340289,380) \quad D_5(147.3144771,427.7170045) \quad A_5(215.6647308,480)$$

$$T_4(241.575145,499.8195911) \quad B_5(607.8587026,780) \quad P_5(686.3499678,0)$$

6.

(1)過 Q_5 作 $xy(Q_5)$ 平行 $\overline{C_5B_5}$

(2)過 $O, C_5, D_5, A_5, T_4, P_5, B_5$ 作 $\perp xy(Q_5)$ ，交於 $O', C_5', D_5', A_5', T_4', P_5', B_5'$

(3)求 $xy(Q_5)$ 方程式 $\Rightarrow xy(Q_5): y = 0.76492761x + 780$

(4)求 $\overline{C_5C_5'}$ 方程式 $\Rightarrow \overline{C_5C_5'}: y = -1.30731325x + 491.034563$

(5)求 C_5' 座標 $\Rightarrow C_5'(-139.4458736, 673.3340012)$

(6)求 $\overline{D_5D_5'}$ 方程式 $\Rightarrow \overline{D_5D_5'}: y = -1.30731325x + 620.3031723$

(7)求 D_5' 座標 $\Rightarrow D_5'(x, y) = (-77.06480013, 721.0510068)$

(8)求 $\overline{A_5A_5'}$ 方程式 $\Rightarrow \overline{A_5A_5'}: y = -1.30731325x + 761.9413601$

(9)求 A_5' 座標 $\Rightarrow A_5'(-8.714546773, 773.3340026)$

(10)求 $\overline{T_4T_4'}$ 方程式 $\Rightarrow \overline{T_4T_4'}: y = -1.30731325x + 815.6339789$

(11)求 T_4' 座標 $\Rightarrow T_4'(17.19586733, 793.1535937)$

(12)求 $\overline{P_5P_5'}$ 方程式 $\Rightarrow \overline{P_5P_5'}: y = -1.30731325x + 897.274407$

(13)求 P_5' 座標 $\Rightarrow P_5'(56.59303861, 823.28961409)$

(14)求 $\overline{B_5B_5'}$ 方程式 $\Rightarrow \overline{B_5B_5'}: y = -1.30731325x + 1574.661736$

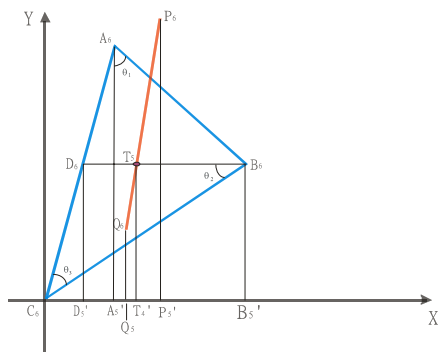
(15)求 B_5' 座標 $\Rightarrow B_5'(383.4794262, 1073.334001)$

7.綜合 $xy(Q_5)$ 上各相關尺度

$$(1) \overline{C_5'D_5'} = 78.53859529 \quad (2) \overline{C_5'A_5'} = 164.5924667 \quad (3) \overline{C_5'Q_5} = 175.5641961$$

$$(4) \overline{C_5'T_4'} = 197.2140202 \quad (5) \overline{C_5'P_5'} = 246.815601 \quad (6) \overline{C_5'B_5'} = 658.3698574$$

十六.依第 6 視圖,建立第 6 座標圖



1.依十五-7 資料,得

$$\overline{C_6T_4'} = \overline{C_5'T_4'} = 197.2140202 \quad \overline{C_6P_5'} = \overline{C_5'P_5'} = 246.815601 \quad \overline{C_6B_5'} = \overline{C_5'B_5'} = 658.3698574$$

2.依十四-7 資料,得

$$\overline{D_5'D_6} = \overline{D_2D_2'} = 527.3270238 \quad \overline{A_5'A_6} = \overline{A_2A_2'} = 1105.354839 \quad \overline{Q_5Q_6} = \overline{Q_2Q_2'} = 137.063185$$

$$\overline{T_4'T_5} = \overline{T_2T_2'} = 519.4797542 \quad \overline{P_5'P_6} = \overline{P_2P_2'} = 1201.680507 \quad \overline{B_5'B_6} = \overline{B_2B_2'} = 488.9265086$$

3.各相關點座標

$$C_2(0,0) \quad D_6(78.53859529, 527.3270238) \quad A_6(164.5924667, 1105.354839) \quad Q_6(175.5641961, 137.0631858)$$

$$T_5(197.21402102, 519.4797542) \quad P_6(246.815601, 1201.680507) \quad B_6(658.3698574, 488.9265086)$$

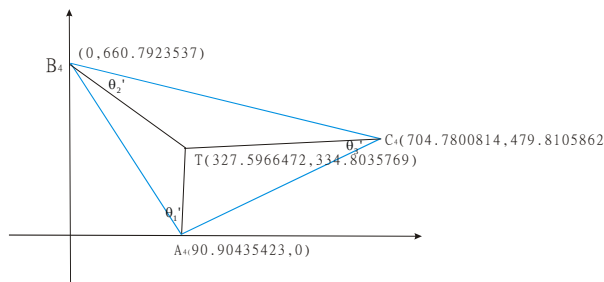
4.計算 $\triangle A_6B_6C_6$ 及 P_6Q_6 之相關尺度

$$\overline{A_6B_6} = 789.810102 \quad \overline{B_6C_6} = 820.0609732 \quad \overline{A_6C_6} = 1117.541945 \quad \overline{P_6Q_6} = 1006.9985345 \quad ,$$

$$S = 1363.70651 \quad , \quad \Delta A_6B_6C_6 = 594652.88302 \quad , \quad A_6T_5 = 586.7825656 \quad , \quad B_6T_5 = 462.1452227 \quad ,$$

$$C_6T_5 = 555.6550951 \quad , \quad \angle A_6 = 47.165141^\circ$$

十七、依第 4 座標圖(PQ 端視圖)資料整理



1.相關資料

$A_4(90.904354,0)$, $B_4(0,660.7923537)$, $C_4(704.7800814,479.8105862)$

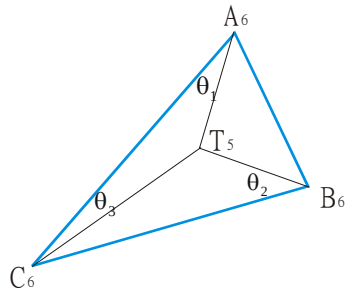
$C_4(704.7800814,479.8105862)$, $T(327.5966472,334.8035769)$

$$2. \overline{A_4B_4} = 667.0158441 \text{ 、 } \overline{B_4C_4} = 727.6464549 \text{ 、 } \overline{A_4C_4} = 779.1415834 \text{ 、 } \overline{B_4C_4} = 727.6464549 \text{ 、}$$

$$\overline{A_4T} = 410.0203369 \text{ 、 } \overline{B_4T} = 462.1560838 \text{ 、 } \overline{C_4T} = 404.096988 \text{ 、 } \theta_1' = 43.09167278^\circ \text{ 、}$$

$$\theta_2' = 30.45714165^\circ \text{ 、 } \theta_3' = 16.98238926^\circ$$

十八、



$$\overline{A_6T_5} = 586.7825656$$

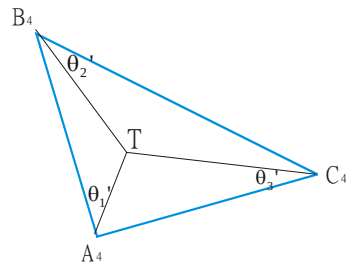
$$\overline{B_6T_5} = 462.1452227$$

$$\overline{C_6T_5} = 555.6550951$$

$$\theta_1 = 41.993251$$

$$\theta_2 = 40.388453$$

$$\theta_3 = 44.931862$$



$$\overline{A_4T} = 410.0203369$$

$$\overline{B_4T} = 462.1560838$$

$$\overline{C_4T} = 404.096988$$

$$\theta_1' = 43.09167278^\circ$$

$$\theta_2' = 30.45714165^\circ$$

$$\theta_3' = 16.98238926^\circ$$

十九、分析

爆炸點 T 的位置計算完成了，我們開始做以下的分析。

1.在第四視圖中，呈現 $\overline{PQ}$ 的端視圖(將 $\overline{PQ}$ 呈現為一點)這就是確實的爆炸點。

以此為圓心，即可估算出爆炸的影響範圍(面積)。

2.在第 6 視圖中，呈現的是 $\triangle ABC$ 的實際平面，在這平面上呈現實際面積與 A、B、C 三點的確實相關位置。

3.因為投影幾何的關係，第 4 及第 6 視圖都呈現仰視的圖示，因此，我們可再以基準線 xy_{2A} ， xy_{4A} 為線對稱軸將第 4 及第 6 視圖做鏡射投影，得到第 4A 及第 6A 視圖。此即俯視所呈現的圖形。如圖 15-A 所示。

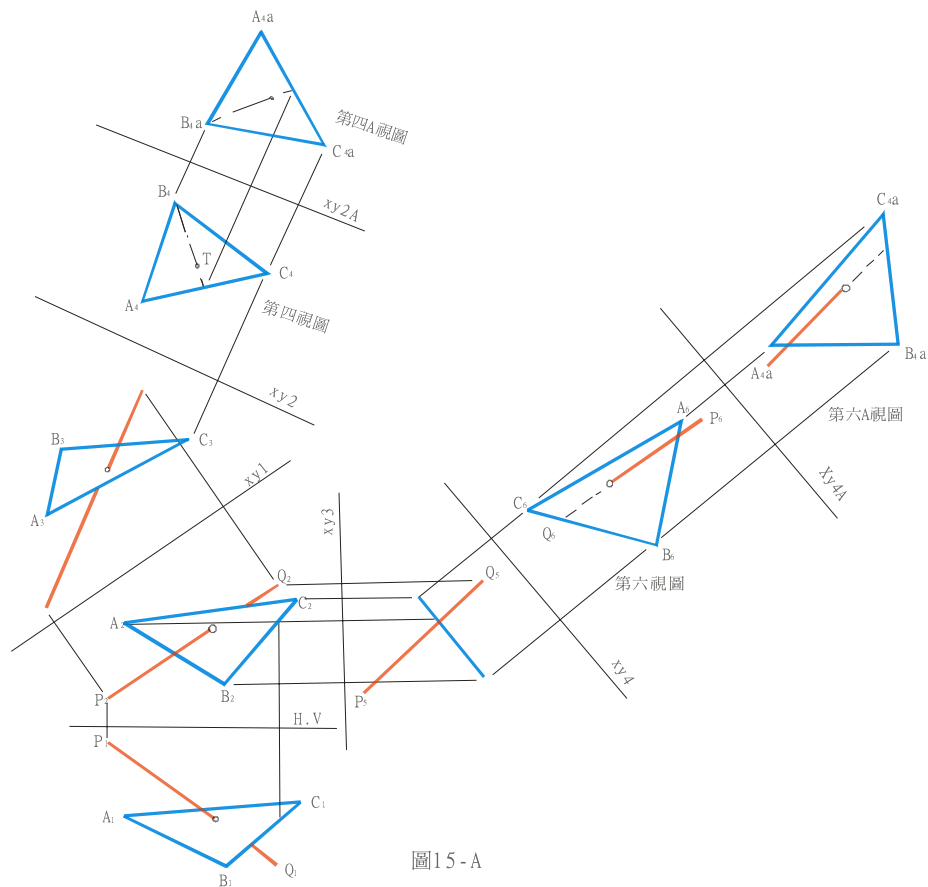


圖15-A

4.飛彈的飛行方向及方位角，A、B、C 三地是事先建構(選定)的三基地，三基地內所包含的城鎮、重要建設、利用雷達網監控三地所包含面積內的高度關係，(即第 1 視圖)；利用衛星俯視監控三地所含面積內的平面關係(即第 2 視圖)。因此，第 1、第 2 及第 5、第 6 視圖的△ABC 相關位置是不變的。

以國防安全而言，在監控的後端螢幕上，出現第 1 及第 2 視圖的小圖示，主要畫面則以第 6A 視圖為主。

註：第 4 視圖，隨 $\overline{PQ}$ 的方向及方位角而改變。

5.我們將此一主題，假想為我方監控下，某一對方國家飛彈發射基地所發動對我方 A、B、C 三地內的飛彈攻擊事件。

當飛(導)彈發射升空，立刻由衛星及雷達網偵測出，依飛(導)彈的方位角、飛行方向、速度計算、分析。

當然，行進中的飛彈，其所飛行的高度(垂直面的移動)可能是以拋物線或不規則區現行進；方位角的改變亦是如此。但是，以飛彈的飛行速度(數倍音速)輔以時間，其所呈現的距離，可以用「線段」來表示。

將每一特定時間內的距離，都以「線段」來表示，此一線段可依本主題的計算方法，設計電腦計算程式，分析出「該線段」爆炸點的確實位置。

PC 邏輯快速正確的計算出每一特定線段的正確爆炸點，多次「線段」行進資料的累加，即可推估出下一「線段」的行進模式，以達到主要預警、次要預警、安全區域及反飛彈的功能。

6.當監測系統發現對方飛(導)彈發射後，我們以 P 為定點，作 Q 的方向，方位角改變的假設

討論。

6-(1)，以第 2 視圖中的方位角不變(β 角度不變)，飛彈的飛行方向(依本主題為 P 高度向地面俯衝的情形)可以由圖 15-B 中的 α_1 角度來表示爆炸點即在第 6 視圖中的 $\overline{D_3D_3'}$ 上。

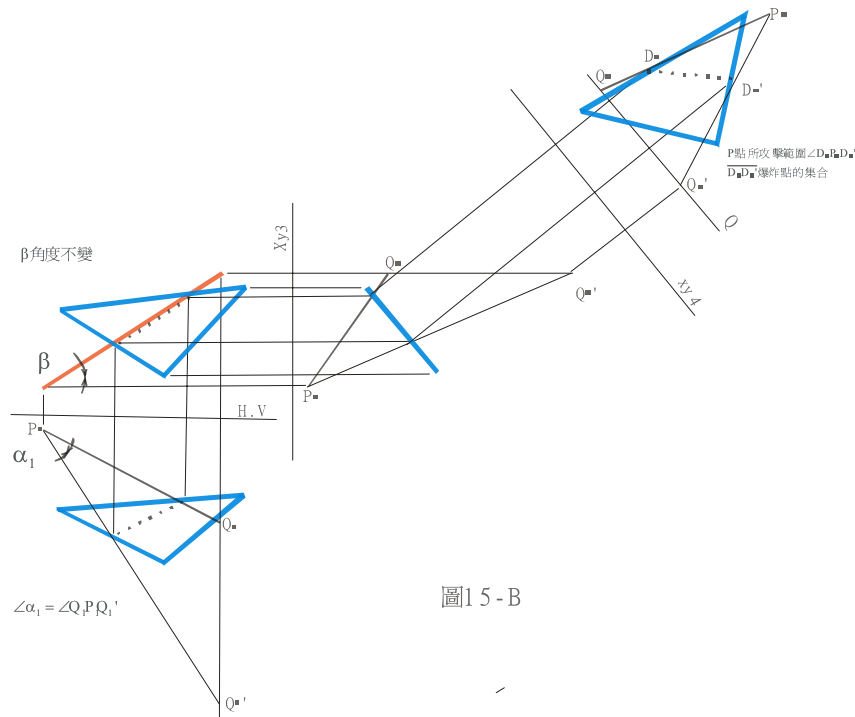


圖15-B

6-(2)，以第 1 視圖，飛彈的飛行方向(俯衝)不變時，(α 角度不變)，方位角 β_1 所夾的角度內，在第 6 視圖的 $\overline{D_6D_6'}$ 爆炸點可能位置。

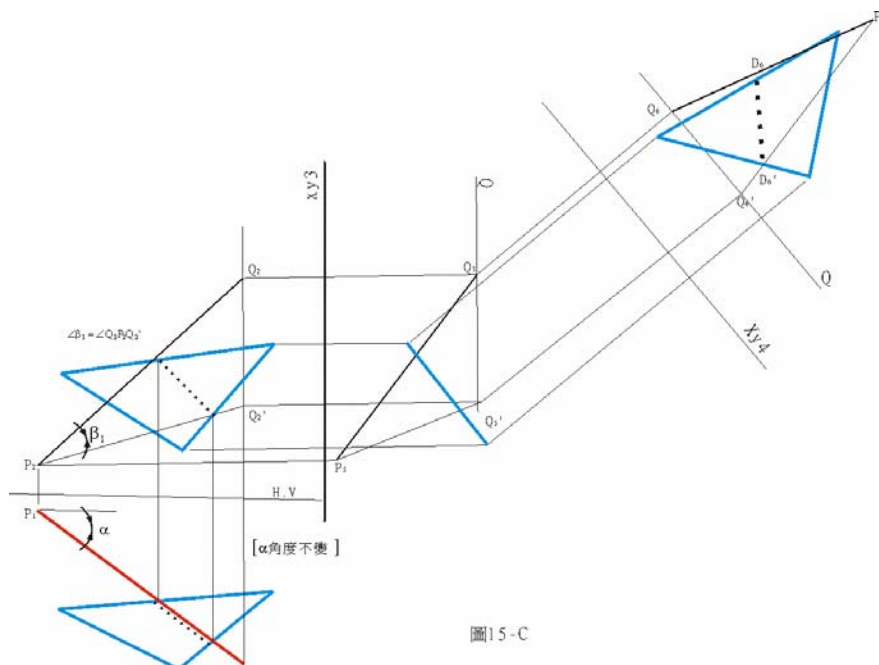


圖15-C

6-(3)，以 P 為定點，方向角 α_1 即方向角 β_1 之內，如圖 15-D 所示中，所包含四邊形(細斜線面積)即為主要警報地區，(四邊形為主要爆炸點區域，尚未加入爆炸半徑)

在 α_1 、 β_1 角度以外，對 A、B、C 三定點所包含的區域而言，則是次級的警報地區。

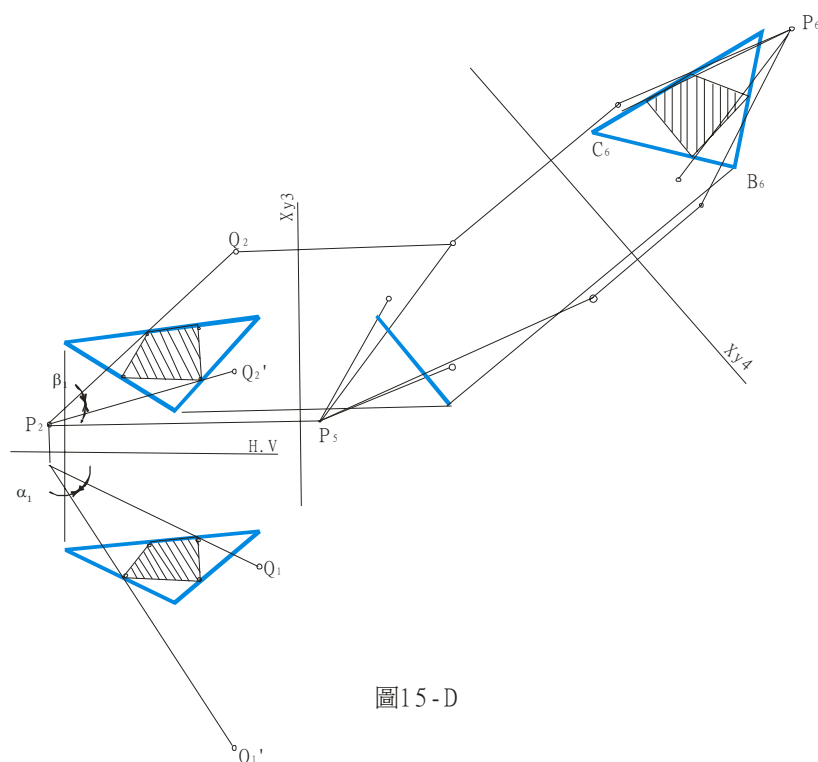


圖15-D

7.我們只是國中生，精深複雜的國防知是我們不懂，我們只是喜歡數學，喜愛投影幾何，進而想藉著以「時間、速度所產生的距離」當作「線段」為基本，作為「初步的彈道、彈著點」的研究。

我們相信，國家擁有強大的雷達網及衛星監測系統，輔以正確的軟體、大型的電腦運算能力，即能達到有效預警，甚或反飛彈的制空能力，而且，必定強過以千百子彈交織的大網攔截更為有效。

一顆子彈的爆炸，必傷及生靈，「地球村」需要的是「和平」；絕對的防衛能力，就是國家生命財產的最大保障。

伍、討論：

- 1.其中的許多計算部分，並不是目前的國中範圍，像是「海龍公式」、「三角函數」…，請教老師後，面對此般從沒接觸過的數學，一開始是很畏懼的，但我們一塊兒查書、查資料，討論，最後倒也能進行基本運用。
- 2.第十五之3、4、5的數據修正，在十五之4的計算過程中，我們發現了方程式的不精確，討論了許久且驗算過許多遍，往前面相關座標圖再計算，計算值都是正確的，這讓我們感到非常疑惑，只好去請教老師，老師說：那是計算機在作小尾數修正時所造成的些微誤差，因此必須在適當(可檢驗)位置作修正。修正時，我們也討論了應修正x軸或y軸的數據？最後，我們決定修正x軸數據，告訴老師後，老師說那是正確的決定。
原因： $C_2(x,380)$ 、 $A_5(x,480)$ 、 $B_5(X,780)$ 可確知y軸數值是正確的。

陸、研究結果

- 1.這次的科展，其中包含了許多空間概念上轉換的難題，多次思考、推敲後，答案才能浮現，這也讓我們的空间概念接提升了不少。
- 2.對於平常很少有機會練習詳細列出計算過程的我們，一開始寫出的式子並不能讓老師

滿意，不是雜亂無章、就是毫無條理，但因為計算部分佔了很大份量，反覆練習後，倒也是進步許多。

3.目前以我們的能立即程度，無法進入一元二次式的計算，日後能再進行拋物線之相關彈道應用。

4.除彈道外，也可應用至太空方面。

柒、參考資料

1.展開圖與素線實長量測—劉鎮榮

評	語
---	---

030401 翻滾吧!線段

1. 有愛國情操及細微的觀察力、耐心的計算能力。
2. 應可以用更周全的探討方式加以討論，如地對地拋物線的彈道情形又利用三度空間坐標化求距離。