

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會
作品說明書

高中組 物理科

佳作

040116

動流體間阻力探討

國立花蓮高級中學

作者姓名：

高二 羅輯 高二 古晏承 高二 郭家辰

指導老師：

林恆毅

第 45 屆中小學科學展覽會 作品說明書

科別：物理科

組別：高中組

作品名稱：動流體間阻力探討

關鍵辭：阻力、有效截面積、下落終端速

編號

目次

壹、研究動機.....	2
貳、研究目的.....	2
參、研究藥品與器材.....	3
肆、理論.....	4
伍、研究步驟與結果討論.....	5
【實驗一】不同質量水滴在蔬菜油中下落 探討其面積速度之關係.....	5
【實驗二】醬油在蔬菜油中下落的形狀及速度.....	11
【實驗三】烏醋在蔬菜油中下落的形狀及與速度.....	12
【實驗四】空氣在水中上升之形狀及速度.....	14
陸、結論.....	16
柒、檢討與改進.....	18
捌、參考資料.....	19

壹、研究動機：

在某一次的打掃時間，不小心將水桶打翻，所有的水都從四樓落下，看到這天雨散花的一刻，我們對這些液滴有很大的好奇：在空氣阻力的作用下，她是否為圓形呢？大小不同的她們是否同時落地呢？這些是否抵觸伽利略在比薩斜塔上所做的實驗結果：不論輕物重物皆同時落地？

在一個偶然的機會，物理老師林老師在課堂上表演了一次「**油水實驗※**」，我們因此做了聯想，可以用油水互不相容的特性來做我們的實驗，一方面可以滿足我們的好奇心，另一方面也解決了下落(終端)速度過快的困難，展開了重重困難的科展旅程！

※油水實驗：首先知道酒精、油、水的密度分別不同，又因為油與水、酒精不相溶，但酒精又可以溶於水中，於是一開始放滿油，在調整水：酒精的質量比，調至與油近似後，倒入油中後，再微量加入酒精或水，使得水酒精混和液滴在油中上上下下，因而觀察到他的形狀非標準的球型。

貳、研究目的與問題：

- 一、觀察不同質量的水滴在油中下落的形狀
- 二、計算出水滴終端速度、有效截面積與阻力方程式
- 三、觀察醬油、烏醋在油管中下落情形
- 四、帶入方程式比較其結果

參、研究器材及藥品：

一、器材：

滴管、玻璃管、架子、數位像機、燒杯、寶特瓶、針筒、電腦、夾子、攝影機、量筒、特製滴管(以 A4 紙捲成筒狀前端覆蓋衛生紙)

二、藥品：

蔬菜油、莎拉托、清水、烏醋、醬油、紅墨水、黑墨水〔墨汁〕



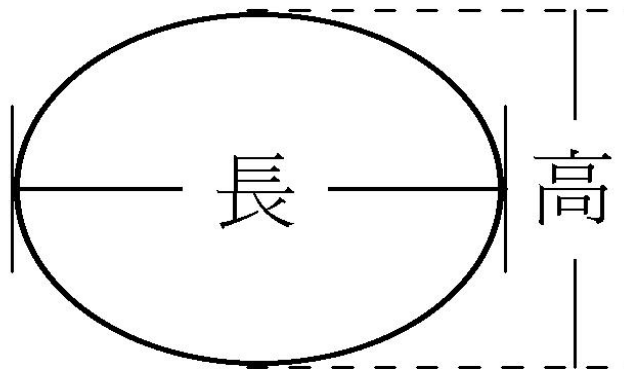
圖一 特製滴管(製造大顆型)

肆、原理

原理一：利用密度相差並非非常大的情況下，可以使液滴緩速下降，容易觀察其下落之變化，並利用攝影的方式完整紀錄。

原理二：當流體下落的時候，阻力 $f = cA\rho v^2/2$ 〔 c 為黏滯係數， A 為有效截面積， ρ 則為背景流體的密度〕，而當流體達到終端速度時， $f = mg - B$ （ B 為浮力）即 $mg(1 - D_{\text{物}}/D_{\text{背景流體}}) = cA\rho v^2/2$ 。但是以上所推導是將液滴視為圓球型，而且是一個理論值，實際上液滴的形狀是會因其所受的阻力改變的，也因此改變了其下落之終端速度。

原理三：利用微積分公式，原本的橢圓面積公式體積 $V = 4\pi abc/3$ ， a 為其長， b 為其寬， c 為其高，我們視其投影在水平面上是一個正圓，所以 $a=b$ ，測量時量其直徑，所以帶入上列公式，得其體積 $V = \pi b^2 c/6$ ，在乘以密度 ρ 得其質量。



圖二 測量示意圖

原理四：有關有效截面積的部份，根據做功、或單位時間所走的面積兩方面來討論，公式： $Work = F \cdot s$ ，又 $F = PA$ ， A 要取垂直分量，所以是 $A = \pi r^2$ ，再者單位時間化過的面積 $= A \cdot v$ ，其體積也是取 $A = \pi r^2$ ，所以我們認為

他的有效面積應該要取 $A = \pi r^2$ 。

原理五：前面所談論的阻力公式，主要是對於鋼體在流體內下落所做的探討，根據此公式 $f = cA\rho v^2/2$ ，我們認為，阻力確實和其有效截面積與下落終端速度有關係，因此我們設阻力 $F = k \cdot A^n \cdot v^m$ ，設計出下面的實驗設法求出流體間實際的阻力方程式。

伍、研究步驟及結果討論：

【實驗一】不同質量水滴在蔬菜油中下落探討其面積速度之關係

一、 步驟：

1. 將玻璃管內至滿蔬菜油，並靜置使其中空氣浮出。
2. 再以不同質量的清水染色後〔紅色、黑色〕，滴滴入油管內，拍下下落情形。
3. 在電腦中，利用比例法，得知其長、高，相除得比例，並利用體積 = $abc\pi/3$ 〔理論二〕估得其 7 體積，並比較不同質量的水滴在油中的形狀、長高比例變化。



圖三 實際操作中



圖四 下落液滴 水

※此張照片模糊乃因拍照時不易對焦，數位向機功能有限，攝影時使用 DV 十分的清晰，在會場會有影片展示。

二、 數據及結果：

表 5-1-1 水在油管中下落之數據

編號	視長	實長	實高	體積(質量)	截面積	終端速度 (cm/s)
343	0.09	0.06	0.07	0.0003	0.007	0.20
cap1 013	0.21	0.15	0.11	0.0026	0.036	0.55
cap2 001'	0.19	0.13	0.19	0.0037	0.029	0.24

342	0.21	0.14	0.17	0.0038	0.034	0.35
編號	視長	實長	實高	體積(質量)	截面積	終端速度 (cm/s)
338	0.24	0.16	0.15	0.0044	0.044	0.40
cap1 005	0.25	0.18	0.18	0.0062	0.051	0.38
341	0.31	0.21	0.22	0.0109	0.075	0.45
333	0.34	0.23	0.27	0.0166	0.091	0.35
331	0.39	0.27	0.24	0.0193	0.122	0.60
294	0.38	0.26	0.29	0.0223	0.116	0.70
330	0.51	0.35	0.30	0.0414	0.206	1.00
339	0.53	0.37	0.42	0.0622	0.223	0.90
cap2 018	0.6	0.41	0.37	0.0691	0.283	1.10
cap2 001"	0.59	0.41	0.55	0.0997	0.274	0.62
323	0.71	0.49	0.62	0.1654	0.401	1.50
cap4 030	0.77	0.53	0.59	0.1847	0.469	2.45
cap3 016"	0.81	0.55	0.58	0.1982	0.510	2.65
337	0.86	0.59	0.52	0.2033	0.583	2.20
340	0.84	0.58	0.57	0.2108	0.553	1.80
cap4 022	1.09	0.75	0.38	0.2366	0.941	2.35
Cap4 029"	0.86	0.59	0.63	0.2418	0.577	2.85
335	0.96	0.66	0.56	0.2752	0.731	2.60
Cap3 021"	0.9	0.62	0.69	0.2926	0.636	3.05
336	1.00	0.69	0.63	0.3288	0.785	2.60
cap1 004	1.00	0.69	0.63	0.3291	0.785	2.79
cap3 013	1.00	0.69	0.68	0.3538	0.785	3.25
cap3 029	1.02	0.69	0.70	0.3774	0.811	3.25
cap4 019	1.00	0.69	0.74	0.3858	0.785	2.80
cap3 024	1.06	0.73	0.69	0.4064	0.887	3.55
cap2 028	1.08	0.75	0.67	0.4097	0.922	2.90
cap2 010'	1.09	0.75	0.70	0.4364	0.938	2.80
cap1 001	1.24	0.85	0.70	0.5700	1.209	2.76
cap4 034	1.21	0.83	0.79	0.6100	1.154	3.35
cap4 004	1.25	0.86	0.81	0.6600	1.227	3.35
cap4 003	1.29	0.89	0.82	0.7200	1.315	3.50
329	1.34	0.92	0.84	0.7900	1.417	2.70
328	1.31	0.9	0.92	0.8300	1.343	2.65
cap1 011	1.44	0.99	0.81	0.8900	1.639	3.51

cap4 009	1.44	0.99	0.96	1.0423	1.629	3.60
編號	視長	實長	實高	體積(質量)	截面積	終端速度 (cm/s)
cap2 005	1.48	1.02	0.92	1.0551	1.720	1.65
cap2 006	1.46	1.00	1.04	1.1591	1.666	1.57
325	1.69	1.16	0.78	1.1598	2.242	2.80
332	1.58	1.09	0.96	1.2579	1.969	3.10
cap2 013	1.68	1.15	0.94	1.3782	2.210	3.40
cap2 014	1.74	1.2	0.95	1.5033	2.372	3.37
cap2 019	1.83	1.26	1.02	1.7904	2.630	3.50
cap2 009	1.96	1.35	0.90	1.7989	3.012	3.40
cap1 007	1.85	1.28	1.00	1.7991	2.699	3.42
344	1.76	1.21	1.11	1.8006	2.431	3.00
cap2 007	1.82	1.25	1.05	1.8096	2.596	3.20
cap4 001	1.84	1.27	1.11	1.9638	2.665	3.65
251	1.83	1.26	1.17	2.0500	2.630	2.90
cap1 012	1.96	1.35	1.06	2.1302	3.024	3.47
cap2 011	1.95	1.34	1.12	2.2305	2.997	3.30
cap1 010	2.08	1.43	1.13	2.5566	3.409	3.44
246	2.00	1.38	1.22	2.5600	3.142	3.00
cap2 024"	2.20	1.51	1.16	2.9397	3.801	3.25
cap2 010"	2.26	1.55	1.18	3.1443	3.999	3.30
247	2.11	1.45	1.38	3.2200	3.497	3.00
324	2.32	1.60	1.21	3.4153	4.224	3.00
cap1 006	2.85	2.00	1.50	6.3794	6.379	3.65
cap2 024'	2.86	1.97	1.55	6.6358	6.441	3.20

有效截面積 1.08 次方 * 終端速度 1.17 次方

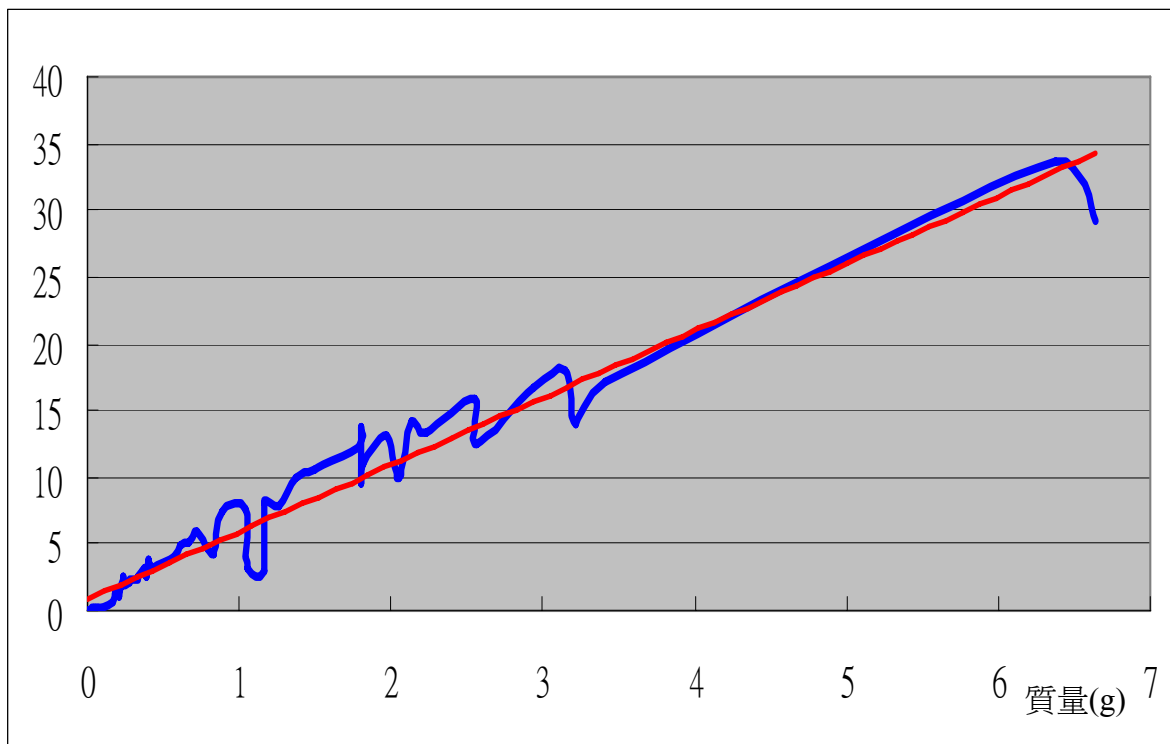


圖 5-1-1

有效截面積 1.08 次方 * 終端速度 1.17 次方和質量的關係圖

※ 紅色的直線為趨勢線，藍色的曲線為實際的數據點連線圖

三、 實驗討論：

爲了減少誤差，我們做了近 70 組的實驗數據，經過多組的數據分析以後，除了體驗到實驗誤差的巨大，並且也發現了半圓形的玻璃管的確有折射的現象，“視長”和“實長”是呈現 1 比 1.453 的比例，但是高的方面確實沒有被圓柱狀的玻璃管所影響，因此雖然運用了多種方法，但是這個變數仍增加了我們的誤差。

我們發覺有效截面積和其下落終端速度確實有密切的關係，由實驗數值得到， $\text{阻力} = k * A^{1.08} * v^{1.17}$ ，在後面會和原本的理論值做一些討論。

詳細計算過程如下：

由數據可以得到如下的方程式：

$$m_1 g = k A_1^m v_1^n \text{-----}(1)$$

$$m_2 g = k A_2^m v_2^n \text{-----}(2)$$

$$m_3 g = k A_3^m v_3^n \text{-----}(3)$$

$$m_4 g = k A_4^m v_4^n \text{-----}(4)$$

⋮
⋮
⋮
⋮

接著

$$(1)/(2) \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^m \times \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^n, \text{取 } \log \rightarrow \log \left(\frac{m_1}{m_2} \right) = m \log \left(\frac{A_1}{A_2} \right) + n \log \left(\frac{v_1}{v_2} \right) \text{-----}(a)$$

$$(3)/(4) \rightarrow \frac{m_3}{m_4} = \left(\frac{A_3}{A_4} \right)^m \times \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^n, \text{取 } \log \rightarrow \log \left(\frac{m_3}{m_4} \right) = m \log \left(\frac{A_3}{A_4} \right) + n \log \left(\frac{v_3}{v_4} \right) \text{-----}(b)$$

⋮
⋮
⋮
⋮

再將(a)(b)……(n)兩兩聯立求解即可得多組 m、n，再求各組 m、n 之平均值，即為所求。再將 m、n 帶入即可得 k。

【實驗二】醬油在蔬菜油中下落的形狀及速度

一、 步驟：

1. 將共鳴管內至滿蔬菜油，並靜置使其中空氣浮出。
2. 將醬油滴滴入油管內，拍下下落情形。
3. 在電腦中，利用比例法，得知其長、高，相除得比例，並利用體積 $=abc\pi^4/3$ 估得其體積〔原理二〕，並比較不同質量的水滴在油中的形狀、長高比例變化。

二、 實驗數據結果

表 5-2-1 醬油在油管中下落數據

編號	視長	實長	實高	體積	質量	有效截面積	終端速度
5	0.609	0.419	0.304	0.0280	0.0313	0.1378	4.400
9	0.684	0.471	0.368	0.0428	0.0479	0.1742	4.500
4	0.833	0.574	0.417	0.0718	0.0804	0.2583	6.000
6	0.909	0.626	0.455	0.0932	0.1043	0.3074	6.700
12	0.970	0.667	0.500	0.1166	0.1326	0.3499	6.849
2	1.000	0.688	0.500	0.1240	0.1389	0.3720	6.500
3	1.150	0.791	0.389	0.1275	0.1429	0.4920	3.900
1	1.118	0.769	0.471	0.1458	0.1633	0.4647	6.300
10	1.000	0.688	0.580	0.1437	0.1657	0.3718	7.143
7	1.174	0.808	0.478	0.1635	0.1831	0.5126	7.400
8	1.222	0.841	0.500	0.1852	0.2075	0.5557	7.000
11	1.390	0.956	0.560	0.2681	0.3077	0.7184	8.333

有效截面積 1.08 次方 * 終端速度 1.17 次方

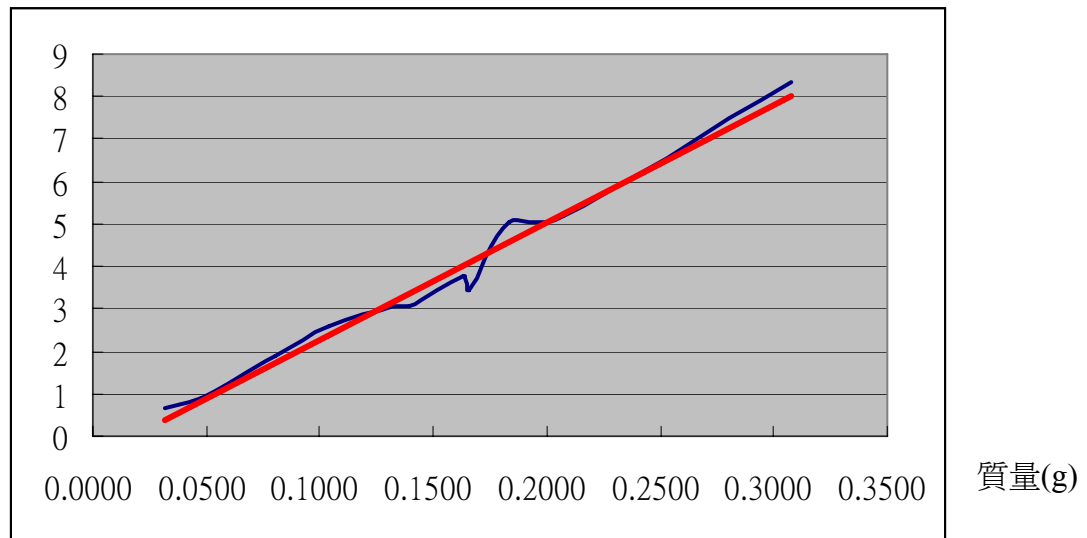


圖 5-2-1 醬油

有效截面積 1.08 次方 * 終端速度 1.17 次方和質量的關係圖

【實驗三】烏醋在蔬菜油中下落的形狀及速度

一、 步驟：

1. 將共鳴管內至滿蔬菜油，並靜置使其中空氣浮出。
2. 將烏醋滴滴入油管內，拍下下落情形。
3. 在電腦中，利用比例法，得知其長、高，相除得比例，並利用體積= $\frac{abc\pi}{4/3}$ 估得其體積〔原理二〕，並比較不同質量的水滴在油中的形狀、長高比例變化。

二、 實驗數據結果

表 5-3-1 醬油在油管中下落數據

編號	視長	實長	實高	體積	質量	有效截面積	終端速度
5	0.889	0.612	0.481	0.094	0.1010	0.2939	4.400
6	0.875	0.602	0.563	0.107	0.1143	0.2848	4.000
7	1.067	0.734	0.467	0.132	0.1409	0.4233	5.100
1	1.200	0.826	0.520	0.186	0.1987	0.5357	5.000
2	1.136	0.782	0.591	0.189	0.2025	0.4804	5.100
4	1.429	0.983	0.619	0.313	0.3352	0.7592	6.100
3	1.524	1.049	0.667	0.384	0.4108	0.8638	6.300

有效截面積 1.08 次方 * 終端速度 1.17 次方

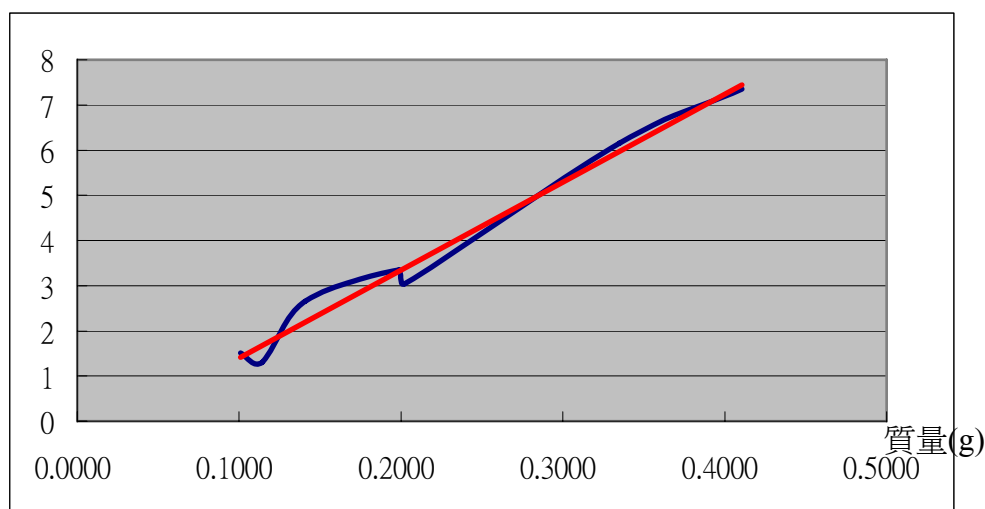


圖 5-3-1 烏醋

有效截面積 1.08 次方 * 終端速度 1.17 次方和質量的關係圖

三、 實驗三、實驗四之討論

我們將兩種日常生活中所用到的水溶液，醬油以及烏醋分別滴入油管内並測量其下落情形之數據，結果發現，帶入水的次方 $(m,n)=(1.08,1.17)$ 之後，所畫出來的圖形仍然略呈現一個線性關係，我們認為她們的指數可以通用，會在後面

做進一步的討論。

【實驗四】空氣在水中上升之形狀及速度

一、 步驟：

- 1． 使玻璃管內滿水。
- 2． 倒掉適量的水，並留下些許空氣。
- 3． 將玻璃管倒立使其中氣泡上升。
- 4． 利用像機拍下，並紀錄其寬高比例。

二、 實驗討論：

由於空氣的密度比水小很多，導致空氣在水中上升時移動快速，因此難以拍攝並測量其速度，所以在此我們僅能以照片呈現。其上升情形和速度有關，頭部呈現彈頭型，速度越快者，頭部越尖，也就是說形變較嚴重；尾部則呈現一水平面，在底部圓面上有不穩定的現象，空氣體上升時，因為速度過快，週邊的流速都不盡相等，當水在補進空氣走過之後留下的空隙時會相互撞擊，而在尾部產生不穩定擾動的現象。



圖 5－4－1 大顆氣泡在水中上升



圖 5－4－2 氣泡在水中上升



圖 5 - 4 - 3 氣泡在水中上升

陸、結論：

1. $F=k \cdot A^m \cdot v^n$ ：

由於液滴是非理想流體，而且原方程式 $f=cA\rho v^2/2$ 乃敘述剛體在空氣(稀薄流體)中下落，我們將原方程式改設為 $f=(c\rho/2)A^m v^n$ 或著寫成 $f=k \cdot A^m v^n$ 。因為黏滯係數固定，且背景流體固定，所以 k 理論上成定值，而將實驗一得到之數據帶入，求得 $f=k \cdot A^{1.08} \cdot v^{1.17}$ ，($k=17.253$ ， $m=1.08$ ， $n=1.17$)。

從這個地方做進一步的討論， $f=mg=kA^m v^n$ ，當在同一個背景流體其 k 會相等， k 的物理意義是一個係數，他隨著該背景流體的密度以及黏滯力所影響，($k=c \cdot \rho$ ， ρ 為背景流體密度， c 為背景流體之黏滯係數)，由此得知，同一種背景的 k 會相等。

當現在同質量同一種液體，在同一種背景流體下落時， $f_i=mg=kA^m v^n$

$f_z = kA^m v^n$ ，舉水在油管內下落當例子，其 mn 會唯一個值(由實驗求出： $m=n=1$)，因為有兩個變因影響→ A 和 v ，當 A 大的時候， v 就會小；當 A 小的時候， v 就會大。換句話說，當液滴非常扁的時候，其的速度會很慢；相反的當液滴非常尖的時候，其下落速度會很快。但是他的形狀一定有一個上、下限值，因為當他太尖或太扁的時候，就會散成兩顆液滴了。

當現在同質量同一種液體，再不同背景流體下落時，假設他的面積一樣的時候，他的 k 會影響到 v 的指數 n 值，舉個例子來講，當水滴由空氣中下落時，其 k 值非常的小，由已知理論知道， v 的指數 $n=2$ ；又當其在油管中下降時，由實驗得知其 v 的指數 $n=1.17$ ，所以我們由這裡得知，其實 k 越大，其 v 的指數 n 越小，在這裡我們做一個推測，密度在某個範圍內的下落流體，應該都適用我們這個公式，然而密度超出一個臨界值後，其次方指數 m 、 n 會改變，但並非無限制的改變，而是趨近一個極限值。但這裡出現了一個問題，為什麼 k 不會影響他的 A 值呢？因為這個方程式事實上是一個求 v 的方程式，當一顆下落液滴達到終端速度時，他的 A 和質量全部都已經固定了，而前面提到了 k 取決於背景流體的特性，當背景流體不同時也不會影響到 A 的指數 n 。再從另一個角度看這個問題，在從能量做功看起來，單位時間所走過的面積也只跟 A 的一次方有關係，所以我們認為 k 的變化會影響的只有 v 上面的指數 n 。最後，事實上我們經過長期的觀察，剛體在流體中下落，和流體在流體中下落，最大的不同是，下落的流體(液滴)本身自己在轉動，所以下降的位能有一部分必須分攤給轉動動能，所以下降的線動能就變小了。

第四個理由：我們比較水滴在空氣和油管中下落， v 的指數由原本理論值得 2 變成了 1.17，然而 A 的指數從 1 變成 1.08，只能說是微幅上升，從頭到尾計算，無論 v 的指數誤差有多少變動，幾乎 A 上面的指數幾乎都呈現 1 次方，所以我們認為 k 的改變對 v 的指數影響較大。

2. 液體下落初速決定了大部份的形狀(長高比例)，其餘變因則掌握在其本身內聚力以及液體本身特色：

不同液滴在背景流體中由實驗二、實驗三可發現不同種類的流體滴入油中時，隨著質量的增大，其長高比並不一定會隨之增大，初速一樣會決定其形狀。

推測其原因是因為當流體一開始下落時受到不同阻力的影響，使得她產生形變，形變的結果就會造成其有效截面積的不同，進而影響到它的長寬比，至於質量和長高比是否存在著一些關係，根據實驗我們推測其有效截面積佔的影響因素很大，當然流體本身的黏滯力和內聚力也是影響因素之一，總之不同的流體有不同的性質，而每一種流體在下落時也會出現不同的狀況，但大體而言在其達到終端速之後形狀就會固定了。

我們將兩種水溶液也做相同的實驗，我們發現我將 $(m,n)=(1.08,1.17)$ 帶入的話，由圖 5-2-1 以及 5-3-1 得知，其結果仍幾乎會成一個線性關係，因此我們認為，不同的水溶液(下液體)，密度在一個範圍內，她的 (m,n) 仍會相同，所影響的只有他的係數 k 值，我們將數據帶入之後，去極平均所求得 k 值分別為 $(17.25, 27.41, 33.89)$ (水,烏醋,醬油)

3. 氣體泡在液體內上浮，呈現不穩定的現象，呈子彈形：

由於空氣的密度比水小很多，導致空氣在水中上升時移動快速，因此難以拍攝並測量其速度，所以在此我們僅能以照片呈現。其上升情形和速度有關，頭部呈現彈頭型，速度越快者，頭部越尖，也就是說形變較嚴重；尾部則呈現一水平面，在底部圓面上有不穩定的現象，空氣體上升時，因為速度過快，週邊的流速都不盡相等，當水在補進空氣走過之後留下的空隙時會相互撞擊，而在尾部產生不穩定擾動的現象。

上面的現象是出現在共鳴管中上升（有邊界條件）的情況下，但如果邊界

條件沒有，或著大到不影響氣泡的時候，我們任爲應該會像我們實驗一二三所得的結果，但是形狀上下顛倒，變成上凸下凹，這就是我們認爲雨滴下落實的反狀況，然而會看到細絲狀的雨滴，推測應該是視覺暫留的問題。

柒、實驗檢討與改進

- 一、 在用熱水洗管子和器材時，突然想到，如果控制水溫的話，或許會有不一樣的結果！
- 二、 在觀看攝影時，發現有時候兩個液滴會黏在一起下落，因爲流速的關係，使得通常都是下大上小的情況，下面那顆較大的液滴帶動小的液滴，同時下落，但是在落下的時候，她們又有機會分開，這引起我的興趣，可能在以後可以增加一項：雙液滴下落同行比例！
- 三、 原本就有構想，後來因爲攝影器材造成太大的誤差，只好先暫時取消的變因：上下短軸比例與質量的關係，因爲流體附近的流速不一，造成了壓力不同而影響了液滴形狀，因此並非純橢圓球，而是下凸上平的情況，如照片一、照片二，我們想利用這個變因來探討其下落附近的壓力及流速。

捌、參考資料：

- 1.物理(上) Halliday 著 全華科技出版。
2. 物理(下) Halliday 著 全華科技出版。
3. 高中物質科學物理篇第二冊 龍騰出版。

附錄：阻力 $F=k*A^n*v^m$ ，N、M 之計算過程

m_1/m_2	$(a_1/a_2)^m$	$(v_1/v_2)^n$	$\log(m_1/m_2)$	$m*\log(a_1/a_2)$	$n*\log(v_1/v_2)$
0.1281	0.1875	0.3636	-0.8924	-0.7271	-0.4393
0.9826	0.8521	0.6857	-0.0076	-0.0695	-0.1639
0.7085	0.8720	1.0526	-0.1497	-0.0595	0.0223
0.6572	0.8220	1.2857	-0.1823	-0.0851	0.1091
0.8648	1.0533	0.8571	-0.0631	0.0226	-0.0669
0.6662	0.9240	1.1111	-0.1764	-0.0343	0.0458
0.6931	1.0310	1.7742	-0.1592	0.0133	0.2490
0.8951	0.8545	0.6122	-0.0481	-0.0683	-0.2131
0.9750	0.8743	1.2045	-0.0110	-0.0584	0.0808
0.8907	0.5882	0.7660	-0.0503	-0.2305	-0.1158
0.9403	1.1490	0.8525	-0.0267	0.0603	-0.0693
0.9989	1.0000	0.9319	-0.0005	0.0000	-0.0306

0.9374	0.9690	1.0000	-0.0281	-0.0137	0.0000
0.9494	0.8858	0.7887	-0.0226	-0.0527	-0.1031
0.9387	0.9823	1.0357	-0.0275	-0.0077	0.0152
0.9358	1.0478	0.8239	-0.0288	0.0203	-0.0841
0.9205	0.9330	0.9571	-0.0360	-0.0301	-0.0190
0.9118	0.9403	1.0000	-0.0401	-0.0267	0.0000
0.9554	1.0552	1.0189	-0.0198	0.0233	0.0081
0.8540	1.0062	0.9750	-0.0685	0.0027	-0.0110
0.9103	1.0325	1.0510	-0.0408	0.0139	0.0216
0.9220	1.1388	0.9032	-0.0353	0.0565	-0.0442
0.9168	0.9318	1.0089	-0.0377	-0.0307	0.0038
0.9999	1.1161	0.9942	-0.0001	0.0477	-0.0025
0.9950	0.9362	0.9375	-0.0022	-0.0286	-0.0280
0.9579	1.0133	1.2586	-0.0187	0.0057	0.0999
0.9551	1.0090	1.0515	-0.0200	0.0039	0.0218
0.9987	1.0851	1.1467	-0.0006	0.0355	0.0594
0.9349	0.9506	0.9848	-0.0292	-0.0220	-0.0066
0.9428	0.8278	1.0000	-0.0256	-0.0821	0.0000
0.9614	0.9905	1.1406	-0.0171	-0.0041	0.0571

$\log(m1/m2)$	$m \cdot \log(a1/a2)$	$n \cdot \log(v1/v2)$	$\log(m3/m4)$	$m \cdot \log(a3/a4)$	$n \cdot \log(v3/v4)$	m	n
-0.0110	-0.0584	0.0808	-0.0481	-0.0683	-0.2131	0.3472	0.1145
-0.0481	-0.0683	-0.2131	-0.0256	-0.0821	0.0000	0.3116	0.1259
-0.0503	-0.2305	-0.1158	-0.0226	-0.0527	-0.1031	0.1455	0.1445
-0.0481	-0.0683	-0.2131	-0.0503	-0.2305	-0.1158	0.1247	0.1858
-0.1497	-0.0595	0.0223	-0.1823	-0.0851	0.1091	2.6715	0.4132
-0.0288	0.0203	-0.0841	-0.0256	-0.0821	0.0000	0.3116	0.4174
-0.0110	-0.0584	0.0808	-0.0360	-0.0301	-0.0190	0.8794	0.4988
-0.8924	-0.7271	-0.4393	-0.0110	-0.0584	0.0808	0.9119	0.5222
-0.0360	-0.0301	-0.0190	-0.0288	0.0203	-0.0841	0.8491	0.5469
-0.8924	-0.7271	-0.4393	-0.0288	0.0203	-0.0841	0.8909	0.5569
-0.0110	-0.0584	0.0808	-0.0288	0.0203	-0.0841	0.9945	0.5819
-0.0292	-0.0220	-0.0066	-0.0288	0.0203	-0.0841	1.1428	0.6176
-0.0267	0.0603	-0.0693	-0.0256	-0.0821	0.0000	0.3116	0.6564

-0.0110	-0.0584	0.0808	-0.0292	-0.0220	-0.0066	1.1251	0.6762
-0.0288	0.0203	-0.0841	-0.0401	-0.0267	0.0000	1.5000	0.7037
-0.0110	-0.0584	0.0808	-0.0377	-0.0307	0.0038	1.3341	0.8271
-0.0281	-0.0137	0.0000	-0.0288	0.0203	-0.0841	2.0508	0.8364
-0.0267	0.0603	-0.0693	-0.0360	-0.0301	-0.0190	0.6139	0.9194
-0.0110	-0.0584	0.0808	-0.0401	-0.0267	0.0000	1.5000	0.9469
-0.8924	-0.7271	-0.4393	-0.0267	0.0603	-0.0693	0.6519	0.9525
-0.0631	0.0226	-0.0669	-0.0353	0.0565	-0.0442	0.1532	0.9938
-0.1497	-0.0595	0.0223	-0.0288	0.0203	-0.0841	2.9073	1.0427
-0.0631	0.0226	-0.0669	-0.0256	-0.0821	0.0000	0.3116	1.0472
-0.0631	0.0226	-0.0669	-0.0360	-0.0301	-0.0190	0.4943	1.1087
-0.8924	-0.7271	-0.4393	-0.0631	0.0226	-0.0669	0.5468	1.1264
-0.0353	0.0565	-0.0442	-0.0256	-0.0821	0.0000	0.3116	1.1961
-0.0267	0.0603	-0.0693	-0.0292	-0.0220	-0.0066	0.9608	1.2212
-0.1823	-0.0851	0.1091	-0.0288	0.0203	-0.0841	3.7343	1.2420
-0.0631	0.0226	-0.0669	-0.0292	-0.0220	-0.0066	0.9486	1.2618
-0.0360	-0.0301	-0.0190	-0.0353	0.0565	-0.0442	0.3822	1.2863
-0.0631	0.0226	-0.0669	-0.0267	0.0603	-0.0693	1.0447	1.2942
-0.8924	-0.7271	-0.4393	-0.0353	0.0565	-0.0442	0.4206	1.3353
-0.0110	-0.0584	0.0808	-0.0281	-0.0137	0.0000	2.0508	1.3446
-0.0360	-0.0301	-0.0190	-0.0256	-0.0821	0.0000	0.3116	1.3981
-0.0631	0.0226	-0.0669	-0.0377	-0.0307	0.0038	1.4080	1.4166
-0.0631	0.0226	-0.0669	-0.0401	-0.0267	0.0000	1.5000	1.4476
-0.8924	-0.7271	-0.4393	-0.0256	-0.0821	0.0000	0.3116	1.5157
-0.0631	0.0226	-0.0669	-0.0281	-0.0137	0.0000	2.0508	1.6332
-0.0267	0.0603	-0.0693	-0.0377	-0.0307	0.0038	1.4353	1.6340
-0.0267	0.0603	-0.0693	-0.0401	-0.0267	0.0000	1.5000	1.6902
-0.0292	-0.0220	-0.0066	-0.0353	0.0565	-0.0442	0.7858	1.8017
-0.0631	0.0226	-0.0669	-0.0110	-0.0584	0.0808	2.8000	1.8856
-0.1497	-0.0595	0.0223	-0.0631	0.0226	-0.0669	3.2842	2.0487
-0.0267	0.0603	-0.0693	-0.0281	-0.0137	0.0000	2.0508	2.1694
-0.1497	-0.0595	0.0223	-0.0110	-0.0584	0.0808	3.3799	2.3044
-0.0401	-0.0267	0.0000	-0.0353	0.0565	-0.0442	1.5000	2.7139
-0.0292	-0.0220	-0.0066	-0.0256	-0.0821	0.0000	0.3116	3.3745
-0.0281	-0.0137	0.0000	-0.0353	0.0565	-0.0442	2.0508	3.4174
-0.0292	-0.0220	-0.0066	-0.0001	0.0477	-0.0025	0.1989	3.7482

-0.1497	-0.0595	0.0223	-0.0267	0.0603	-0.0693	3.9474	3.8193
					去極值平均	1.0894	1.1676

附錄：帶回 nm 求 k 值

這裡的K是未考慮浮力的K值，當達到終端速度，考慮浮力， $f+B=mg$ ， $b=Dv$ ，

所以 $f= mg(1-D \text{ 物}/D \text{ 背景流體})= cA \rho v^2/2$ ，再將原本計算個K值 $\times (1-D \text{ 物}/D$

背景流體)，帶入不同的密度值，就可以求出不同的 k 值

體積(質量)	mg	截面積	m	終端速度(cm/s)	n	k
0.0003	0.3234	0.0068	1.0800	0.2000	1.1700	468.9463
0.0026	2.5245	0.0361	1.0800	0.5500	1.1700	183.7840
0.0037	3.6495	0.0290	1.0800	0.2400	1.1700	885.6362
0.0038	3.7142	0.0341	1.0800	0.3500	1.1700	487.6518
0.0044	4.2826	0.0444	1.0800	0.4000	1.1700	361.7240
0.0062	6.0446	0.0509	1.0800	0.3800	1.1700	467.6049
0.0109	10.6918	0.0750	1.0800	0.4500	1.1700	446.1834
0.0166	16.2680	0.0913	1.0800	0.3500	1.1700	737.1808

0.0193	18.9336	0.1224	1.0800	0.6000	1.1700	332.7124
0.0223	21.8932	0.1162	1.0800	0.7000	1.1700	339.7648
0.0414	40.6112	0.2056	1.0800	1.0000	1.1700	224.1835
0.0622	60.9560	0.2225	1.0800	0.9000	1.1700	349.4845
0.0691	67.7327	0.2827	1.0800	1.1000	1.1700	237.0641
0.0997	97.7295	0.2742	1.0800	0.6200	1.1700	691.4268
0.1654	162.0626	0.4007	1.0800	1.5000	1.1700	270.7635
0.1847	181.0497	0.4690	1.0800	2.4500	1.1700	143.7606
0.1982	194.2372	0.5097	1.0800	2.6500	1.1700	128.6091
0.2033	199.2242	0.5830	1.0800	2.2000	1.1700	141.8454
0.2108	206.5448	0.5532	1.0800	1.8000	1.1700	196.7877
0.2366	231.8906	0.9406	1.0800	2.3500	1.1700	91.1734
0.2418	236.9658	0.5770	1.0800	2.8500	1.1700	126.0159
0.2752	269.6764	0.7309	1.0800	2.6000	1.1700	123.6887
0.2926	286.7866	0.6362	1.0800	3.0500	1.1700	126.7847
0.3288	322.1946	0.7854	1.0800	2.6000	1.1700	136.7422
0.3291	322.5366	0.7854	1.0800	2.7900	1.1700	126.0449
0.3538	346.7073	0.7854	1.0800	3.2500	1.1700	113.3346
0.3774	369.8415	0.8105	1.0800	3.2500	1.1700	116.8536
0.3858	378.0934	0.7854	1.0800	2.8000	1.1700	147.1388
0.4064	398.2495	0.8866	1.0800	3.5500	1.1700	102.9960
0.4097	401.4746	0.9218	1.0800	2.9000	1.1700	126.1449
0.4364	427.6975	0.9383	1.0800	2.8000	1.1700	137.3489
0.5672	555.8746	1.2091	1.0800	2.7600	1.1700	138.0591
0.6061	593.9860	1.1539	1.0800	3.3500	1.1700	123.6850
0.6647	651.4305	1.2272	1.0800	3.3500	1.1700	126.9237
0.7221	707.7035	1.3153	1.0800	3.5000	1.1700	121.5434
0.7897	773.8766	1.4172	1.0800	2.7000	1.1700	166.1267
0.8265	809.9798	1.3431	1.0800	2.6500	1.1700	188.3341
0.8901	872.3392	1.6387	1.0800	3.5100	1.1700	117.7675
1.0423	1021.4589	1.6286	1.0800	3.6000	1.1700	134.7680
1.0551	1034.0362	1.7203	1.0800	1.6500	1.1700	320.3444
1.1591	1135.9053	1.6662	1.0800	1.5700	1.1700	386.0803
1.1598	1136.5942	2.2423	1.0800	2.8000	1.1700	142.4580
1.2579	1232.7812	1.9689	1.0800	3.1000	1.1700	157.8416
1.3782	1350.6546	2.2099	1.0800	3.4000	1.1700	137.0223
1.5033	1473.2448	2.3716	1.0800	3.3700	1.1700	139.9273

1.7904	1754.5646	2.6296	1.0800	3.5000	1.1700	142.6026
1.7989	1762.8897	3.0121	1.0800	3.4000	1.1700	128.0038
1.7991	1763.1298	2.6987	1.0800	3.4200	1.1700	143.1634
1.8006	1764.5782	2.4308	1.0800	3.0000	1.1700	186.9817
1.8096	1773.3913	2.5964	1.0800	3.2000	1.1700	162.2801
1.9638	1924.5060	2.6651	1.0800	3.6500	1.1700	146.7778
2.0500	2009.0000	2.6302	1.0800	2.9000	1.1700	203.4149
2.1302	2087.6215	3.0242	1.0800	3.4700	1.1700	147.3714
2.2305	2185.8439	2.9972	1.0800	3.3000	1.1700	165.2379
2.5566	2505.5023	3.4088	1.0800	3.4400	1.1700	157.0021
2.5600	2508.8000	3.1416	1.0800	3.0000	1.1700	201.5173
2.9397	2880.8991	3.8013	1.0800	3.2500	1.1700	171.5120
3.1443	3081.4424	3.9988	1.0800	3.3000	1.1700	170.6133
3.2200	3155.6000	3.4967	1.0800	3.0000	1.1700	225.7891
3.4153	3347.0234	4.2242	1.0800	3.0000	1.1700	195.2628
6.3794	6251.8081	6.3794	1.0800	3.6500	1.1700	185.7638
6.6358	6503.0438	6.4406	1.0800	3.2000	1.1700	223.0754
去極值平均						172.5316

附錄：終端速度速率原始數據

Δh_1 (cm)	Δh_2 (cm)	Δh_3 (cm)	Δt (s)	終端速度(cm/s)
0.100	0.090	0.110	0.50	0.20
0.275	0.270	0.280	0.50	0.55
0.120	0.125	0.115	0.50	0.24
0.175	0.170	0.180	0.50	0.35
0.200	0.210	0.190	0.50	0.40
0.190	0.185	0.195	0.50	0.38
0.225	0.215	0.235	0.50	0.45
0.175	0.170	0.180	0.50	0.35
0.300	0.290	0.310	0.50	0.60
0.350	0.365	0.335	0.50	0.70

0.500	0.480	0.520	0.50	1.00
0.450	0.455	0.445	0.50	0.90
0.550	0.525	0.575	0.50	1.10
0.310	0.300	0.320	0.50	0.62
0.750	0.740	0.760	0.50	1.50
1.225	1.240	1.210	0.50	2.45
1.325	1.400	1.250	0.50	2.65
1.100	1.150	1.050	0.50	2.20
0.900	0.100	1.700	0.50	1.80
1.175	1.170	1.180	0.50	2.35
1.425	1.400	1.450	0.50	2.85
1.300	1.250	1.350	0.50	2.60
1.525	1.600	1.450	0.50	3.05
1.300	1.400	1.200	0.50	2.60
1.395	1.400	1.390	0.50	2.79
1.625	1.500	1.750	0.50	3.25
1.625	1.600	1.650	0.50	3.25
1.400	1.350	1.450	0.50	2.80
1.775	1.700	1.850	0.50	3.55
1.450	1.400	1.500	0.50	2.90
1.400	1.500	1.300	0.50	2.80
$\Delta h1$ (cm)	$\Delta h2$ (cm)	$\Delta h3$ (cm)	Δt (s)	終端速度(cm/s)
1.380	1.350	1.410	0.50	2.76
1.675	1.500	1.850	0.50	3.35
1.675	1.700	1.650	0.50	3.35
1.750	1.800	1.700	0.50	3.50
1.350	1.400	1.300	0.50	2.70
1.325	1.425	1.225	0.50	2.65
1.755	1.825	1.685	0.50	3.51
1.800	1.750	1.850	0.50	3.60
0.825	0.800	0.850	0.50	1.65
0.785	0.750	0.820	0.50	1.57
1.400	1.500	1.300	0.50	2.80
1.550	1.500	1.600	0.50	3.10
1.700	1.650	1.750	0.50	3.40
1.685	1.700	1.670	0.50	3.37

1.750	1.725	1.775	0.50	3.50
1.700	1.655	1.745	0.50	3.40
1.710	1.800	1.620	0.50	3.42
1.500	1.550	1.450	0.50	3.00
1.600	1.625	1.575	0.50	3.20
1.825	1.800	1.850	0.50	3.65
1.450	1.400	1.500	0.50	2.90
1.735	1.750	1.720	0.50	3.47
1.650	1.700	1.600	0.50	3.30
1.720	1.850	1.590	0.50	3.44
1.500	1.450	1.550	0.50	3.00
1.625	1.600	1.650	0.50	3.25
1.650	1.600	1.700	0.50	3.30
1.500	1.450	1.550	0.50	3.00
1.500	1.550	1.450	0.50	3.00
1.825	1.750	1.900	0.50	3.65
1.600	1.625	1.575	0.50	3.20



附錄圖一 下落液滴墳場

附錄：運算過程

前兩欄乘積	終端速的 1.17 次方	面積的 1.08 次方	終端速度(cm/s)	截面積	體積(質量)
0.0007	0.1521	0.0046	0.2000	0.0068	0.0003
0.0138	0.4968	0.0277	0.5500	0.0361	0.0026
0.0041	0.1883	0.0218	0.2400	0.0290	0.0037
0.0076	0.2928	0.0260	0.3500	0.0341	0.0038
0.0118	0.3423	0.0346	0.4000	0.0444	0.0044
0.0129	0.3224	0.0401	0.3800	0.0509	0.0062
0.0240	0.3929	0.0610	0.4500	0.0750	0.0109
0.0221	0.2928	0.0754	0.3500	0.0913	0.0166
0.0569	0.5501	0.1035	0.6000	0.1224	0.0193
0.0644	0.6588	0.0978	0.7000	0.1162	0.0223
0.1812	1.0000	0.1812	1.0000	0.2056	0.0414
0.1744	0.8840	0.1973	0.9000	0.2225	0.0622
0.2857	1.1180	0.2555	1.1000	0.2827	0.0691
0.1413	0.5716	0.2472	0.6200	0.2742	0.0997
0.5985	1.6070	0.3724	1.5000	0.4007	0.1654
1.2595	2.8531	0.4414	2.4500	0.4690	0.1847
1.5104	3.1275	0.4829	2.6500	0.5097	0.1982
1.4046	2.5156	0.5584	2.2000	0.5830	0.2033
1.0495	1.9892	0.5276	1.8000	0.5532	0.2108
2.5435	2.7174	0.9360	2.3500	0.9406	0.2366
1.8803	3.4054	0.5522	2.8500	0.5770	0.2418
2.1801	3.0586	0.7128	2.6000	0.7309	0.2752
2.2621	3.6866	0.6136	3.0500	0.6362	0.2926
2.3562	3.0586	0.7704	2.6000	0.7854	0.3288
2.5589	3.3217	0.7704	2.7900	0.7854	0.3291
3.0592	3.9710	0.7704	3.2500	0.7854	0.3538
3.1649	3.9710	0.7970	3.2500	0.8105	0.3774
2.5696	3.3356	0.7704	2.8000	0.7854	0.3858
3.8665	4.4032	0.8781	3.5500	0.8866	0.4064

3.1828	3.4754	0.9158	2.9000	0.9218	0.4097
3.1139	3.3356	0.9335	2.8000	0.9383	0.4364
4.0265	3.2799	1.2276	2.7600	1.2091	0.5672
4.8022	4.1144	1.1672	3.3500	1.1539	0.6061
5.1325	4.1144	1.2475	3.3500	1.2272	0.6647
5.8225	4.3307	1.3445	3.5000	1.3153	0.7221
4.6584	3.1967	1.4573	2.7000	1.4172	0.7897
4.3009	3.1275	1.3752	2.6500	1.3431	0.8265
7.4075	4.3452	1.7047	3.5100	1.6387	0.8901
7.5794	4.4758	1.6934	3.6000	1.6286	1.0423
3.2278	1.7966	1.7966	1.6500	1.7203	1.0551
2.9422	1.6951	1.7357	1.5700	1.6662	1.1591
7.9786	3.3356	2.3919	2.8000	2.2423	1.1598
7.8101	3.7574	2.0786	3.1000	1.9689	1.2579
9.8572	4.1863	2.3546	3.4000	2.2099	1.3782
10.5286	4.1431	2.5412	3.3700	2.3716	1.5033
12.3038	4.3307	2.8411	3.5000	2.6296	1.7904
13.7724	4.1863	3.2899	3.4000	3.0121	1.7989
12.3157	4.2151	2.9218	3.4200	2.6987	1.7991
9.4372	3.6160	2.6098	3.0000	2.4308	1.8006
10.9282	3.8996	2.8023	3.2000	2.5964	1.8096
13.1115	4.5487	2.8825	3.6500	2.6651	1.9638
9.8763	3.4754	2.8418	2.9000	2.6302	2.0500
14.1659	4.2873	3.3041	3.4700	3.0242	2.1302
13.2286	4.0426	3.2723	3.3000	2.9972	2.2305
15.9582	4.2440	3.7602	3.4400	3.4088	2.5566
12.4496	3.6160	3.4429	3.0000	3.1416	2.5600
16.7969	3.9710	4.2299	3.2500	3.8013	2.9397
18.0611	4.0426	4.4677	3.3000	3.9988	3.1443
13.9760	3.6160	3.8650	3.0000	3.4967	3.2200
17.1410	3.6160	4.7403	3.0000	4.2242	3.4153
33.6546	4.5487	7.3988	3.6500	6.3794	6.3794
29.1518	3.8996	7.4755	3.2000	6.4406	6.6358



附錄圖二 嘗試製造超大型液滴

附錄：烏醋的計算過程

編號	視長	實長	實高	體積	質量	有效截面積	終端速度	有效截面積的 1.08 次方	終端速度的 1.17 次方
5	0.889	0.612	0.481	0.094	0.1010	0.2939	4.400	0.2665	5.6603
6	0.875	0.602	0.563	0.107	0.1143	0.2848	4.000	0.2576	5.0630
7	1.067	0.734	0.467	0.132	0.1409	0.4233	5.100	0.3951	6.7276
1	1.200	0.826	0.520	0.186	0.1987	0.5357	5.000	0.5096	6.5735
2	1.136	0.782	0.591	0.189	0.2025	0.4804	5.100	0.4530	6.7276
4	1.429	0.983	0.619	0.313	0.3352	0.7592	6.100	0.7426	8.2954
3	1.524	1.049	0.667	0.384	0.4108	0.8638	6.300	0.8537	8.6145

附錄：醬油的計算過程

編號	視長	實長	實高	體積	質量	有效截面 積	終端速度	有效截面 積的 1.08 次方	終端速度的 1.17 次方
5	0.609	0.419	0.304	0.0280	0.0313	0.1378	4.400	0.1176	5.6603
9	0.684	0.471	0.368	0.0428	0.0479	0.1742	4.500	0.1514	5.8111
4	0.833	0.574	0.417	0.0718	0.0804	0.2583	6.000	0.2318	8.1365
6	0.909	0.626	0.455	0.0932	0.1043	0.3074	6.700	0.2798	9.2578
12	0.970	0.667	0.500	0.1166	0.1326	0.3499	6.849	0.3217	9.4996
2	1.000	0.688	0.500	0.1240	0.1389	0.3720	6.500	0.3437	8.9353
3	1.150	0.791	0.389	0.1275	0.1429	0.4920	3.900	0.4649	4.9152
1	1.118	0.769	0.471	0.1458	0.1633	0.4647	6.300	0.4370	8.6145
10	1.000	0.688	0.580	0.1437	0.1657	0.3718	7.143	0.3435	9.9777
7	1.174	0.808	0.478	0.1635	0.1831	0.5126	7.400	0.4860	10.3992
8	1.222	0.841	0.500	0.1852	0.2075	0.5557	7.000	0.5302	9.7446
11	1.390	0.956	0.560	0.2681	0.3077	0.7184	8.333	0.6997	11.9497

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會
評 語

高中組 物理科

佳作

040116

動流體間阻力探討

國立花蓮高級中學

評語：

1. 實驗構想佳
2. 數據及分析詳細，唯若利用圖形來分析函數關係更具可讀性。
3. 表格內數據及多數物理量未附單位，圖形之數據點未標出直接畫出連續曲線欠妥
4. 利用實驗數據來決定流體阻力與面積、速度之函數關係，構思佳但面積宜採接觸面積而非截面積。