

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會  
作品說明書

---

高中組 物理科

佳作

040111

消失的彩虹頻道——解碼  $42^0$  之謎

高雄市立高雄女子高級中學

作者姓名：

高二 張郁蕙 高二 陳盈瑀 高二 黃若慈  
高二 潘若卉

指導老師：

徐德耀 何冠葳

摘要

一、研究動機與目的

彩虹是因為陽光通過水滴後產生色散的結果。但書上都說，彩虹的紅光與太陽光的張角是 42°，而紫光的張角 40°，為什麼偏偏是這樣的角度的呢？一定是這樣嗎？基於這樣的疑問下，於是我著手開始研究彩虹。

二、研究過程

1. 以塑膠圓筒裝水模擬水珠，觀察它對入射光的偏折程度。
2. 由折射定律、反射定律推導水珠中光的路徑及射出光的偏向角。
3. 測量光線經界面反射時的反射率、透射率。
4. 推導光線由不同路徑進入水珠，射出光線的照度變化。
5. 綜合幾何因素、反射率因素，以 Excel 軟體統計「照度相對於光的反射張角」的關係函數。

三、研究結果與結論

1. 均勻照射在水珠上的平行光線，不會以單一方向反射。
2. 由於水珠的球形的幾何因素，照射在水珠邊緣部份的光線會有會聚作用，反射後集中在特定角度，如二折射一反射回來時，聚集在 42.5°，也是最大的張角。如二折射二反射回來時，聚集在 50°，也是最小的張角。
3. 光線以不同的角度射入水面、射出水面時，反射率與透射率都不同；以此經驗式計算射入水珠中的光線反射在各種角度光的照度，經二次折射一次反射的最大照度集中在張角 42.5°處，經二次折射二次反射的最大照度集中在張角 50°處。
4. 由以上兩個因素可知，兩個方位的反射光比起其他方位，光線照度大得很多，因此只在這兩個方位可以看到彩虹了。
5. 張角 42°~50°間，除了水珠表面直接反射外，似乎水珠並未返回任何的光線，因此判斷這個方位應該是個亮度很小的『黑』區。

## 一、研究動機：

小時候，在鄉下的田野間玩耍，最高興的莫過於在下雨天後初放晴的那一刻，不經意的抬頭仰望，發現天空中升起一道美麗彩虹！彩虹有著無限的想像空間，以為只要長大了，就能爬過彩虹，到達夢幻的天空。

直到小學自然課裡有一個題目：為什麼彩虹是圓形的呢？選項的答案裡面有①因為眼珠是圓的②因為地球是圓的③因為水珠是圓的。當時老師提供的答案是②，這樣的答案令我感到懷疑，也間接的種下了日後想深入研究彩虹成因的種子。

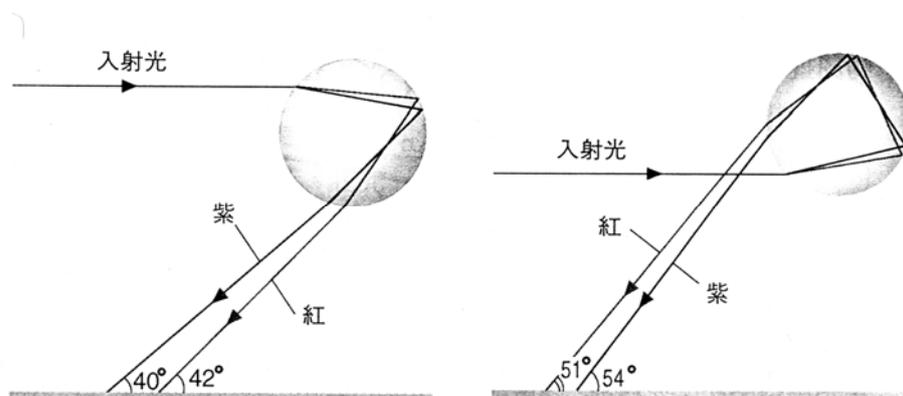
高中一年級時，學了基礎物理第五章光以後，我才知道原來彩虹的成因是因為光線入射水滴產生色散的結果。之後每每看到彩虹，雖然還是覺得它繽紛如昔，但更想探究它神祕的面紗。

## 二、研究目的：

小的時候，爬上彩虹一直是每個小朋友心中的夢想，長大後上了高一基礎物理，了解光的色散和折射、反射定律的原理後，才發現原來夢想中的彩虹離我們是那麼的近。

課文中提到，若水平方向入射的太陽光從水滴的頂部射入，經兩次折射和一次反射後射出，形成七彩的各色光，外紅內紫，紅光的仰角約  $42^\circ$ ，紫光的仰角約  $40^\circ$  是為虹，若水平方向入射的太陽光從水滴的底部射入，經兩次折射和兩次反射後射出，則發散成各色光，外紫內紅，紅光仰角約  $51^\circ$ ，紫光仰角約  $54^\circ$  是為霓。

虹的仰角為什麼是  $40^\circ\sim 42^\circ$ ，霓的仰角為什麼是  $51^\circ\sim 54^\circ$ ？



## 三、實驗器材：

器材	數量	器材	數量
透明壓克力罐	1 個	單槍投影機	1 台
筆記型電腦	1 台	氦氖雷射光機	1 台
量角器	2 個	照度計	1 台
全開方格紙	10 張	黏土	1 塊
塑膠杯	1 個	半圓形透明壓克力盒	3 個
量角器	2 個	珍珠板	2 塊

#### 四、研究過程：

【實驗一】以圓柱形容器裝水模擬水珠，觀察光的路徑。

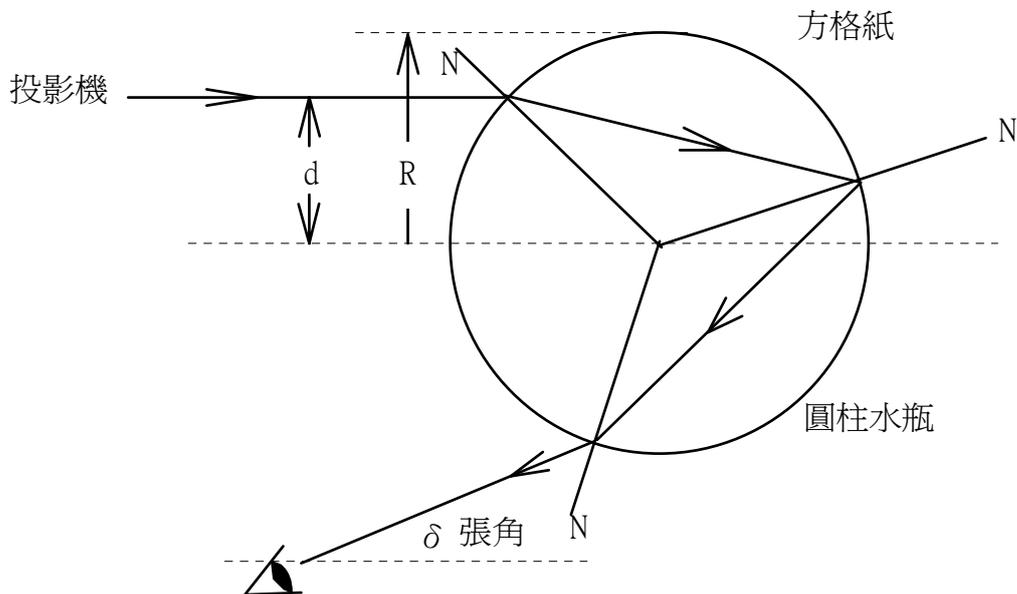
(一)研究目的：既然彩虹是因為光照射水滴而引起的色散現象所造成，先以圓柱形水柱模擬水滴，觀察水滴中的光徑的反射折射。

(二)實驗設計：

項目	方式	色光
1.	二次折射零反射	氦氖雷射
2.	二次折射零反射	紅光
3.	二次折射零反射	黃光
4.	二次折射零反射	綠光
5.	二次折射零反射	藍光
6.	二次折射一次反射	紅光
7.	二次折射一次反射	黃光
8.	二次折射一次反射	綠光
9.	二次折射一次反射	藍光
10.	二次折射二次反射	氦氖雷射

控制變因	波長、光線路徑
操縱變因	光線入射位置
測量變因	光線的射出方向、偏向角、張角

(三)裝置圖：



(四)實驗步驟：

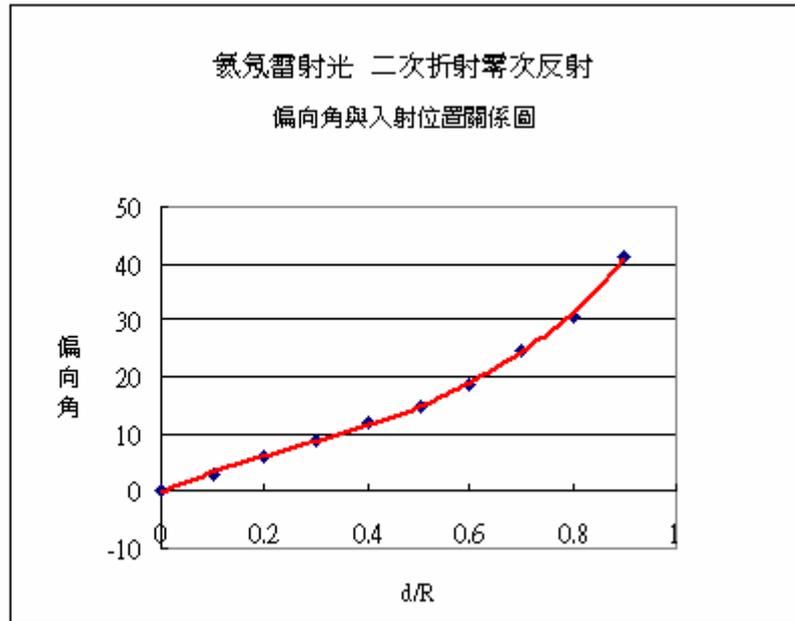
1. 在實驗桌上平鋪方格紙。
2. 裝水的透明壓克力罐置於方格紙上，對準中心軸。
3. 調整雷射光平行中心軸，再射入罐中。觀察光徑，記錄射出水罐時(二折射零反射、二折射一反射、二折射二反射)的光徑。計算偏向角、及與入射光的張角。
4. 改變雷射光的入射位置，使偏離中心軸(依次  $0R$ ， $0.1R$ ， $0.2R$ ， $0.3R$ ， $0.4R$  ...)再重複步驟 3。
5. 改變光源為液晶投影機，使用紅色光、黃色光、綠色光、藍色光，重複步驟(3)(4)。

(五)數據及分析：

1. 二次折射零次反射：

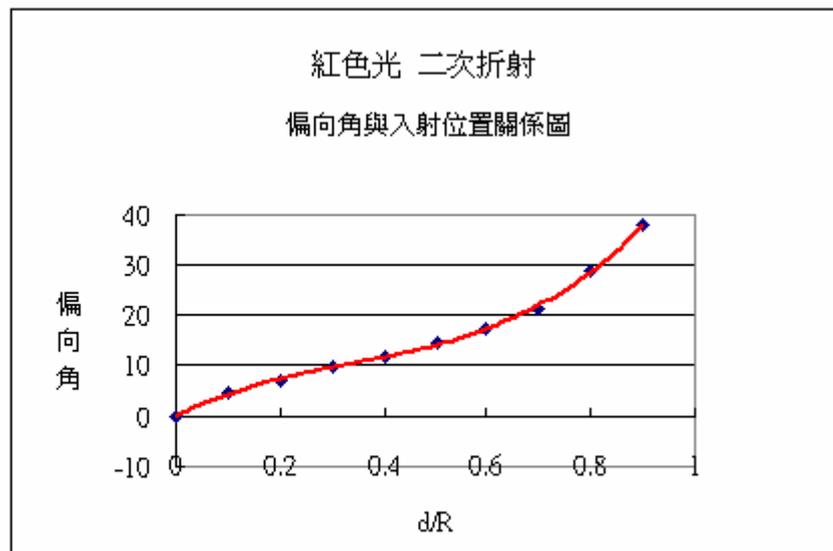
(1)氦氖雷射光

氦氖雷射二次折射 零反射偏向角		
d/R	$\sin \theta$	偏向角 $\theta$
0.1	0.00	0.00
0.2	0.05	2.95
0.3	0.10	5.84
0.4	0.21	12.08
0.5	0.26	14.81
0.6	0.32	18.55
0.7	0.42	24.57
0.8	0.51	30.89
0.9	0.66	41.13



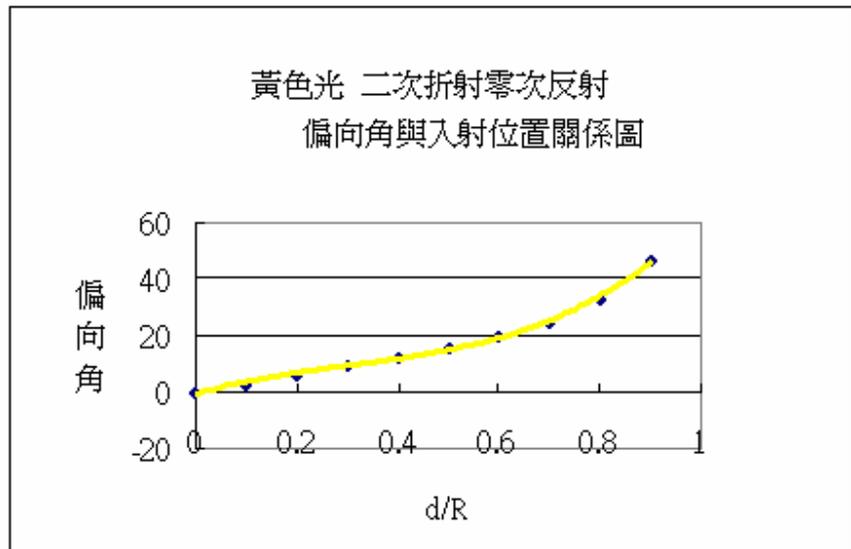
(2)紅光

紅色光二次折射 零反射偏向角		
d/R	$\tan \theta$	偏向角 $\theta$
0.1	0.00	0.00
0.2	0.08	4.60
0.3	0.12	6.78
0.4	0.17	9.53
0.5	0.26	14.41
0.6	0.31	17.24
0.7	0.39	21.12
0.8	0.55	29.02
0.9	0.78	37.98



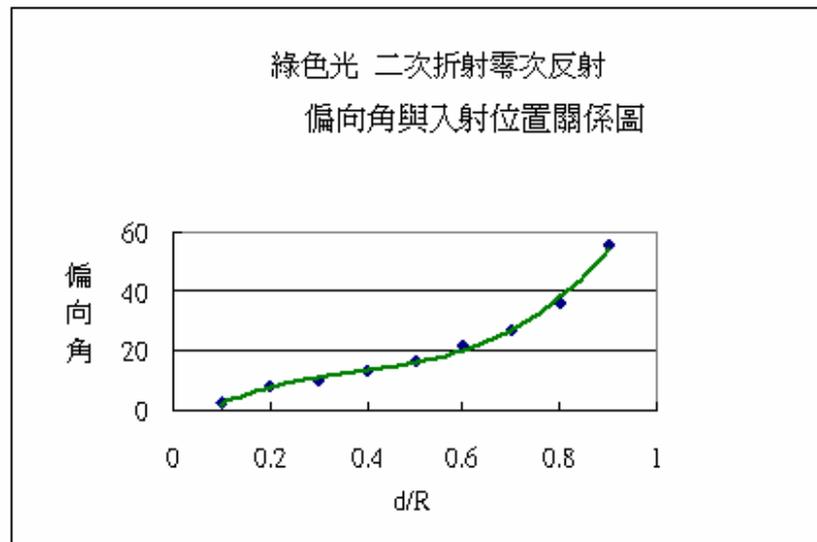
(3)黃光

黃色光二次折射 零反射偏向角		
d/R	$\tan \theta$	偏向角 $\theta$
0.1	0.00	0.00
0.2	0.05	2.79
0.3	0.10	5.98
0.4	0.17	9.61
0.5	0.22	12.19
0.6	0.36	19.65
0.7	0.46	24.72
0.8	0.64	32.74
0.9	1.06	46.54



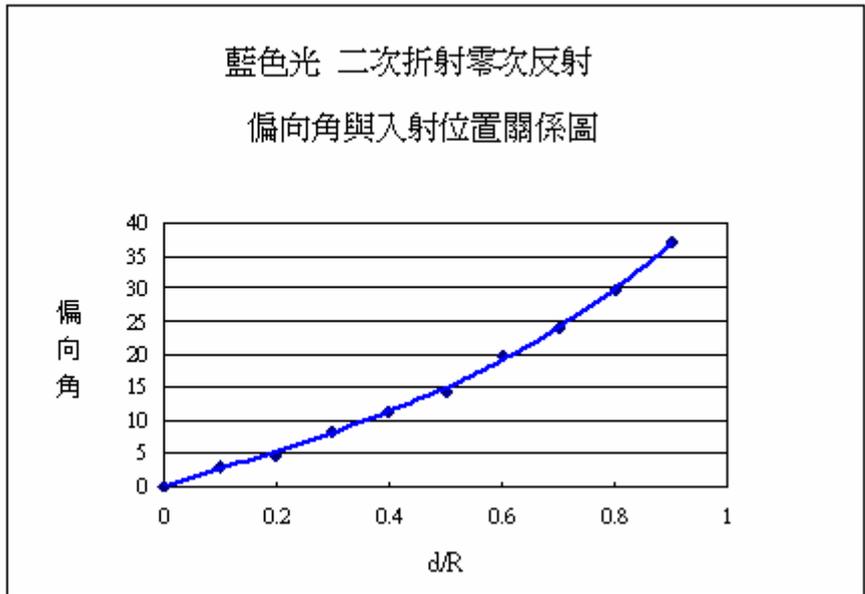
(4)綠光

綠色光二次折射 零反射偏向角		
d/R	$\tan \theta$	偏向角 $\theta$
0.1	0.00	0.00
0.2	0.04	2.37
0.3	0.15	8.39
0.4	0.24	13.37
0.5	0.30	16.74
0.6	0.40	21.96
0.7	0.51	26.93
0.8	0.73	36.05
0.9	1.44	55.30



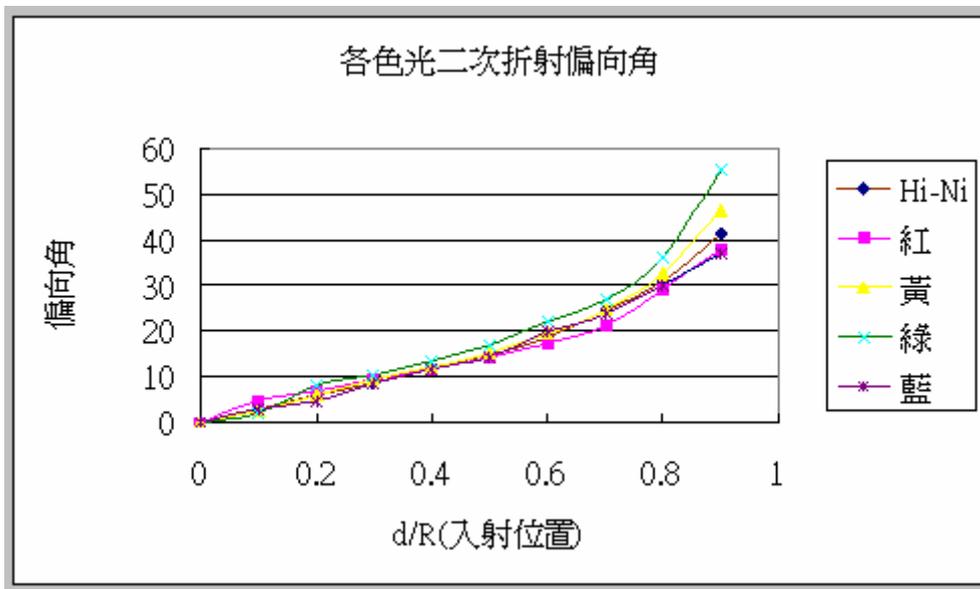
(5) 藍光

藍色光二次折射 零反射偏向角		
d/R	$\tan \theta$	偏向角 $\theta$
0.1	0.00	0.00
0.2	0.05	3.08
0.3	0.09	4.92
0.4	0.15	8.56
0.5	0.20	11.55
0.6	0.26	14.32
0.7	0.36	19.89
0.8	0.45	24.08
0.9	0.75	36.96



(6) 實驗結果：

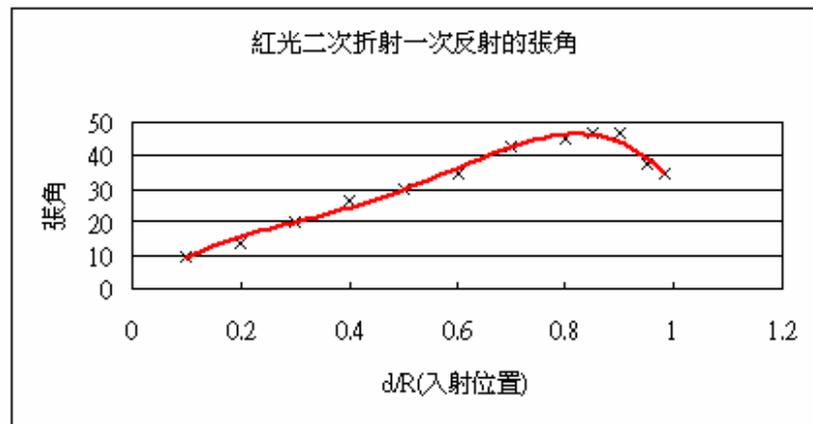
- 光通過水柱後，發生兩次折射，進行的方向偏折了，偏向角範圍，氦氖雷射光為  $0^\circ \sim 41.1^\circ$ ，紅光  $0^\circ \sim 38.0^\circ$ ，黃光  $0^\circ \sim 46.5^\circ$ ，綠光  $0^\circ \sim 55.3^\circ$ ，藍光  $0^\circ \sim 37.0^\circ$ 。
- 不同的入射位置，進入水珠的入射角不同，離中心軸愈遠，即  $d/R$  愈大，入射角愈大，折射角也愈大，偏向角愈大。
- 所有色光中的偏向角以紅光最小，如下圖統計。



2. 二次折射一次反射：

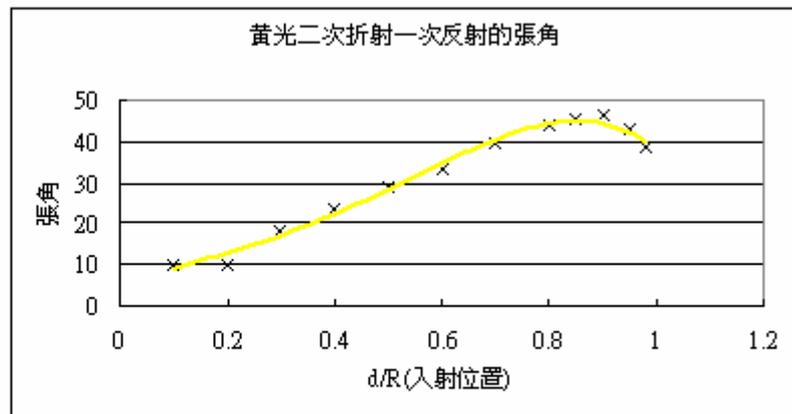
(1)紅光

d/R	張角(rad)	張角(°)
0.1	0.173246	9.926246
0.2	0.244979	14.03624
0.3	0.348771	19.98311
0.4	0.463648	26.56505
0.5	0.519146	29.74488
0.6	0.604078	34.61114
0.7	0.746457	42.76883
0.8	0.785398	45
0.85	0.807617	46.27303
0.9	0.815692	46.7357
0.95	0.651077	37.30395
0.98	0.598419	34.28688



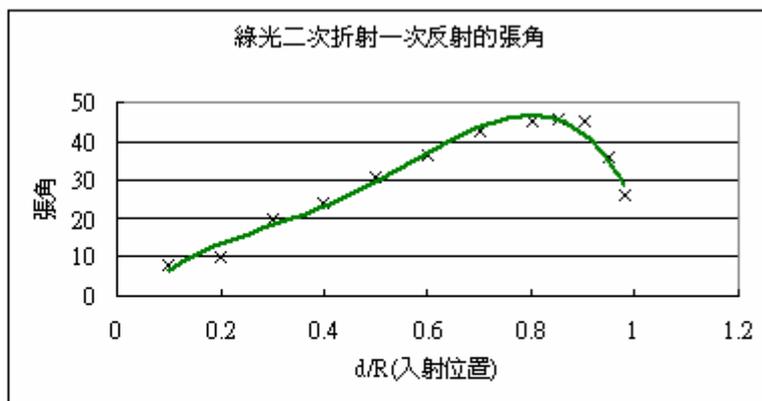
(2)黃光

d/R	張角(rad)	張角(°)
0.1	0.178093	10.20397
0.2	0.178093	10.20397
0.3	0.321751	18.43495
0.4	0.414507	23.74949
0.5	0.502843	28.81079
0.6	0.580756	33.27489
0.7	0.687124	39.36932
0.8	0.762147	43.66778
0.85	0.785398	45
0.9	0.805003	46.1233
0.95	0.745419	42.70939
0.98	0.674741	38.65981



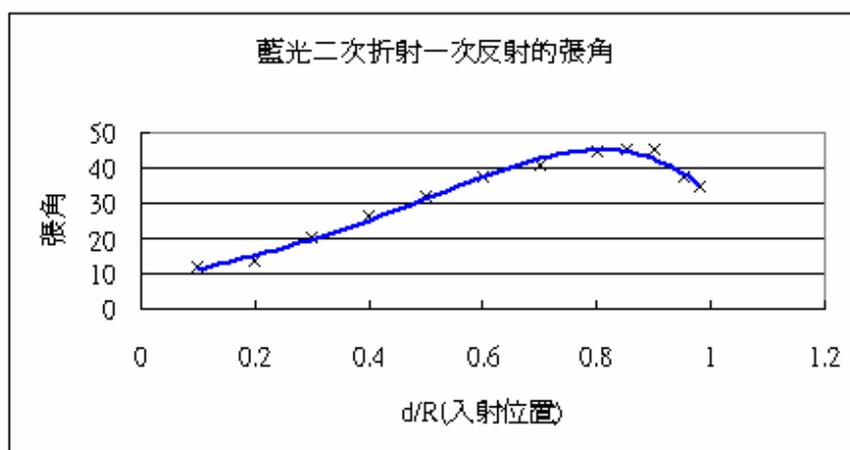
### (3)綠光

d/R	張角(rad)	張角(°)
0.1	0.139096	7.96961
0.2	0.179853	10.30485
0.3	0.343024	19.65382
0.4	0.422854	24.22775
0.5	0.531724	30.46554
0.6	0.631079	36.15819
0.7	0.73544	42.13759
0.8	0.779187	44.64413
0.85	0.796634	45.64375
0.9	0.785398	45
0.95	0.625485	35.83765
0.98	0.452778	25.9423



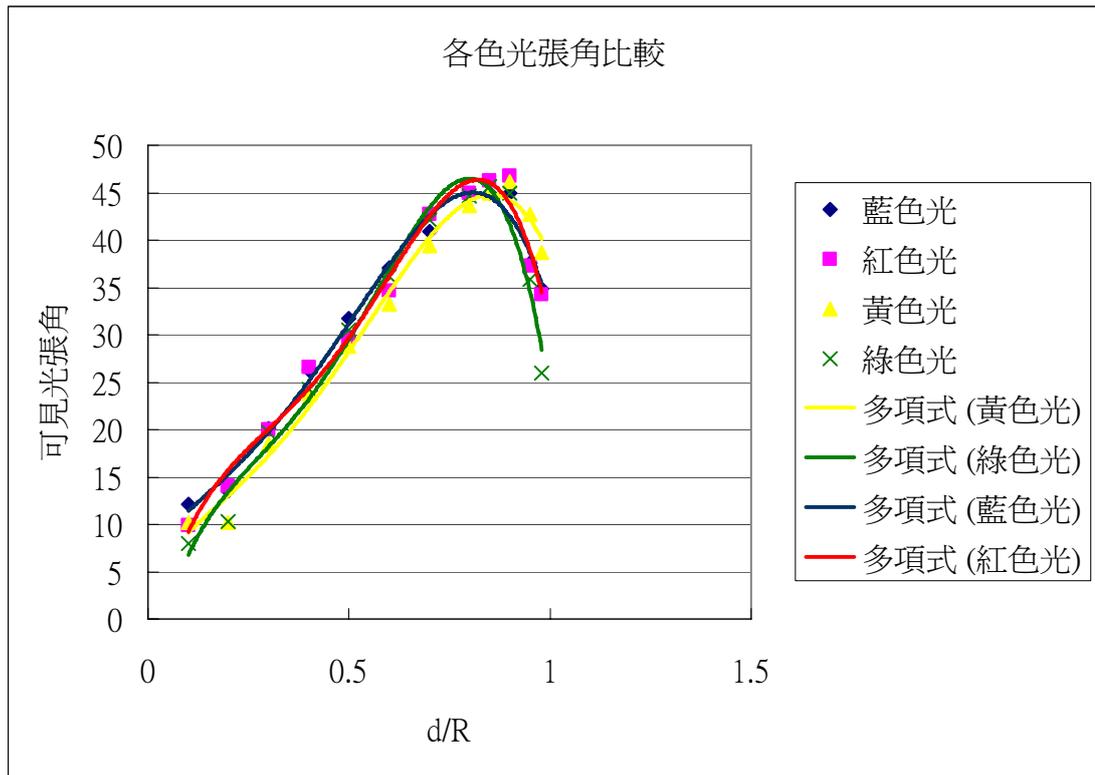
### (4)藍光

d/R	張角(rad)	張角(°)
0.1	0.211093	12.09476
0.2	0.236024	13.52316
0.3	0.351445	20.1363
0.4	0.458153	26.25024
0.5	0.554307	31.75948
0.6	0.647811	37.11686
0.7	0.714091	40.91438
0.8	0.777765	44.56264
0.85	0.785398	45
0.9	0.785398	45
0.95	0.655696	37.56859
0.98	0.607802	34.82449



### (5)實驗結果：

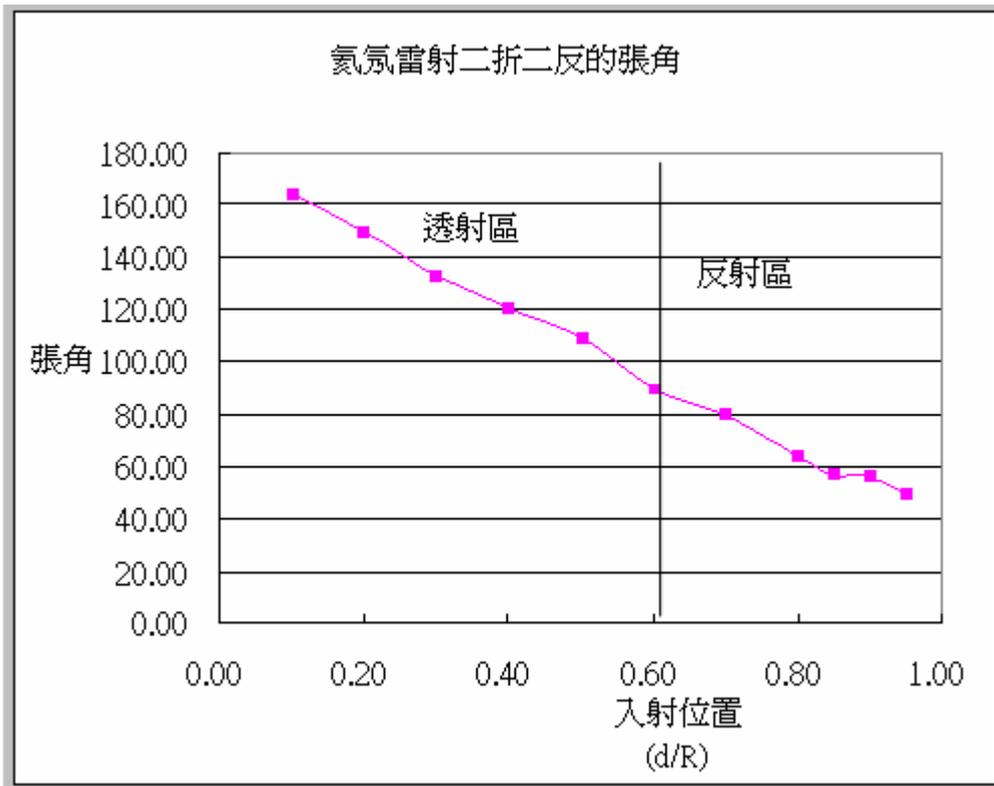
- 各色光經二次折射，一次反射返回空氣後與原入射光光徑的夾角為張角，張角存在的範圍紅光  $0^\circ \sim 46.74^\circ$ ，黃光  $0^\circ \sim 46.12^\circ$ ，綠光  $0^\circ \sim 45.64^\circ$ ，藍光  $0^\circ \sim 45^\circ$ 。
- 各色光在不同的入射位置，代表不同的入射角，最後得到的張角也不同，但並非離中心軸愈遠，張角就愈大，當光線離主軸約為 0.9 個半徑時，即  $d=0.9R$  時張角最大。
- 各色光在全部範圍的張角分布如下圖，各圖非常接近。



3. 二次折射二次反射：

(1) 氦氖雷射

d/R	$\tan \theta$	張角	
0.95	1.15	49.09	反射區
0.90	1.47	55.84	
0.85	1.55	57.14	
0.80	2.06	64.09	
0.70	5.38	79.46	
0.60	99999.00	90.00	
0.50	2.85	109.32	透射區
0.40	1.66	121.07	
0.30	1.07	133.18	
0.20	0.59	149.29	
0.10	0.29	163.70	



(2)實驗結果：

- a. 投影機的光源有些發散，經在水柱中兩次折射、兩次反射後，已經不明顯，因此就以氦氖雷射光進行觀察。
- b. 張角約為  $90^\circ \sim 49^\circ$ ，入射光離中心軸為  $d=0.95$  時，張角最小。

(六)討論：

1. 不論光線照射水珠時，二次折射穿透水珠時的偏向角，或經二次折射，一次反射返回空氣的張角，還是二次折射，二次反射返回空氣的張角，都不是單一角度的，而是分布在一範圍內。
2. 經二次折射一次反射，二次折射二次反射後的張角對  $d/R$  關係圖中均出現峰點，二次折射一次反射時， $d=0.9R$  時，張角最大，二次折射二次反射時， $d=0.6R$  張角最大。
3. 由以上的結果知道，單一方向的太陽光照射水珠後，(1)可能經二次折射後，射出水珠，其方向不是單一的；(2)經折射、反射、折射再射出水珠，方向也不是單一的，但存在最大的張角。(3)經折射、反射、反射、折射再射出水珠，方向也不是單一的，仍然存在最大張角。
4. 經水珠而返回的光線方向是混亂的，但什麼原因，我們仍然可以看到彩虹？

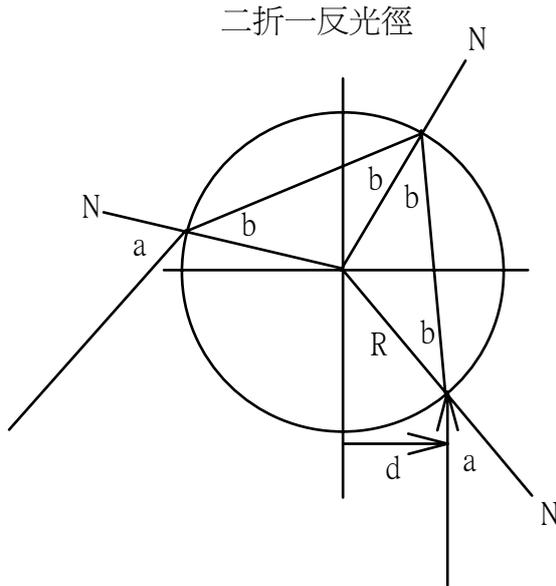
### 【實驗二】理論推演

(一)研究目的：基礎物理課本中說，彩虹發生時，看紅光的仰角約  $42^\circ$ ，看紫光的仰角約  $40^\circ$ ，霓的紅光仰角約  $51^\circ$ ，紫光仰角約  $54^\circ$ ，它應該符合光的反射定律與折射定律。

假設水珠是正球形，以反射定律與折射定律，推導光照射水珠產生二次折射一次反射和二次折射二次反射的光徑，並且推算入射光和出射光偏向角、張角的關係。證實課本中的說法是否正確。

(二)推論甲：光線照射水珠經折射、反射、折射而射出水珠的光徑。

設水珠半徑  $R$ ，入射光離水珠球心距離  $d$ ，入射角  $a$ ，折射角  $b$ ，折射率  $n$ ，如下圖。



$$\sin a = \frac{d}{R} \quad \dots(1)$$

$$\sin a = n \sin b \quad \dots(2)$$

$$\delta_1 = a - b \quad \dots(3)$$

$$\delta_2 = \pi - 2b \quad \dots(4)$$

$$\delta_3 = a - b \quad \dots(5)$$

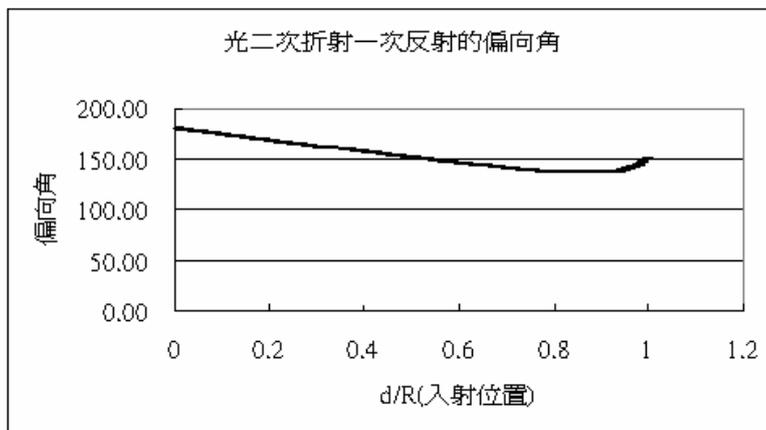
$$\delta = (a - b) + (\pi - 2b) + (a - b) = \pi + 2a - 4b$$

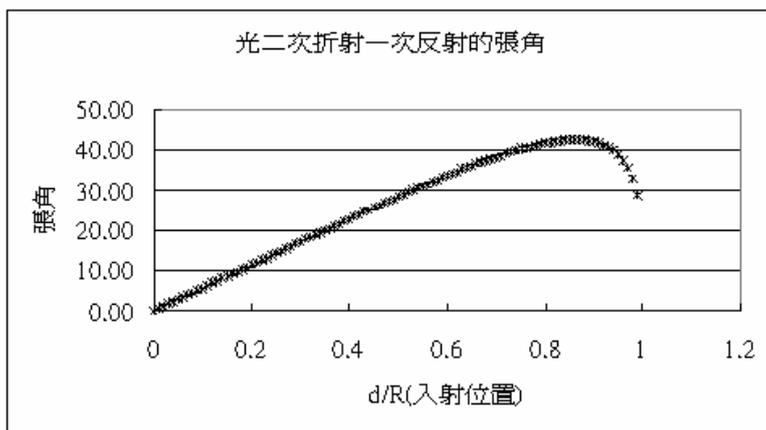
$$\delta = \pi + 2 \sin^{-1} \frac{d}{R} - 4 \sin^{-1} \frac{d}{nR} \quad \dots \text{偏向角}$$

入射光在不同的入射位置  $d/R$ ，得到數據如下：

(三)數據與分析：

d/R	入射角(rad)	折射角	偏向角(rad)	偏向角(o)	張角
0	0	0	3.14159	180	0
0.1	0.100167421	0.075089	3.041567647	174.2691	5.73
0.2	0.201357921	0.150606	2.941880996	168.5575	11.44
0.3	0.304692654	0.227001	2.842972183	162.8904	17.11
0.4	0.411516846	0.304771	2.745538508	157.3079	22.69
0.5	0.523598776	0.384498	2.650795824	151.8795	28.12
0.6	0.643501109	0.466891	2.561026816	146.7362	33.26
0.7	0.775397497	0.552869	2.48090751	142.1456	37.85
0.8	0.927295218	0.643689	2.421425761	138.7376	41.26
0.9	1.119769515	0.741193	2.416355037	138.4471	41.55



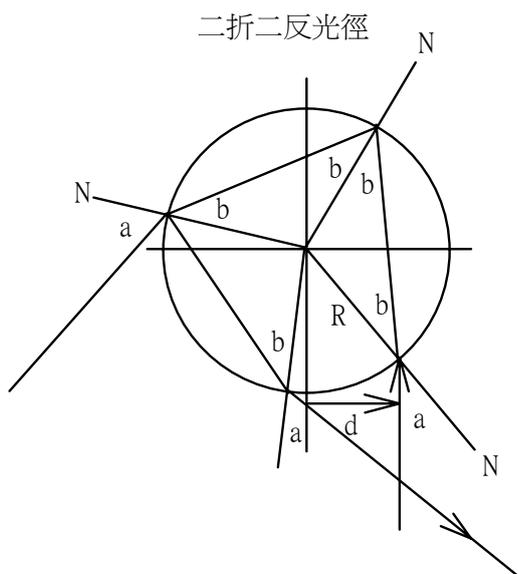


(四)結論：

- 1.入射光經水珠折射、反射、折射後的光徑，與原來入射光的夾角約為  $0^\circ \sim 42.51^\circ$  間均有，並非單一的角度。
- 2.在  $d=0.86R$  時，張角為  $42.51^\circ$  最大。
- 3.【實驗一】的結果趨勢均與本推論結果相仿。

(五)推論乙：光線照射水珠經折射、反射、反射、折射而射出水珠的光徑。

設水珠半徑  $R$ ，入射光離水珠球心距離  $d$ ，入射角  $a$ ，折射角  $b$ ，折射率  $n$ ，如下圖。



$$\sin a = \frac{d}{R} \quad \dots(1)$$

$$\sin a = n \sin b \quad \dots(2)$$

$$\delta_1 = a - b \quad \dots(3)$$

$$\delta_2 = \pi - 2b \quad \dots(4)$$

$$\delta_3 = \pi - 2b \quad \dots(5)$$

$$\delta_4 = a - b \quad \dots(6)$$

$$\delta = (a - b) + (\pi - 2b) + (\pi - 2b) + (a - b) = 2\pi + 2a - 6b$$

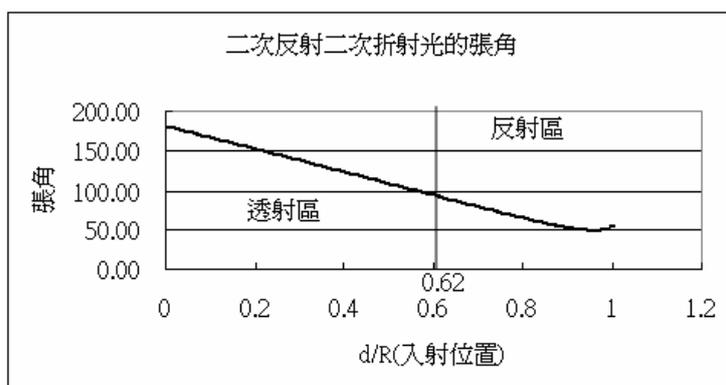
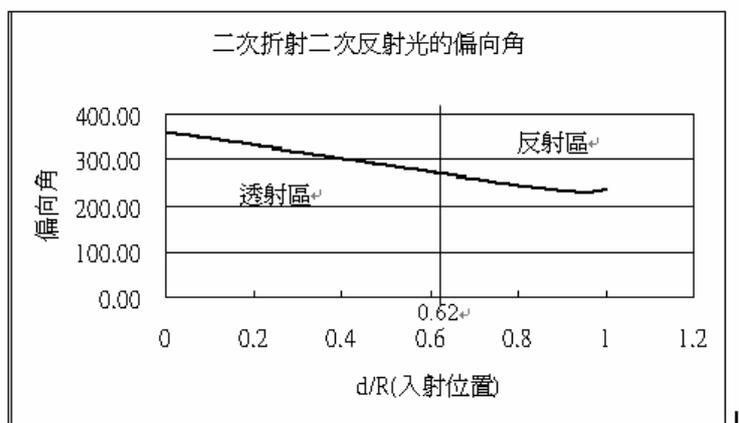
$$\delta = 2\pi + 2 \sin^{-1} \frac{d}{R} - 6 \sin^{-1} \frac{d}{nR} \quad \dots \text{偏向角}$$

入射光在不同的入射位置  $d/R$ ，得到數據如下：

(六)數據與分析：

d/R	入射角 (rad)	折射角 (rad)	偏向角 (rad)	偏向角( $^\circ$ )	張角
0	0	0	6.28318	360.00	180.00
0.1	0.100167	0.075259	6.031961	345.61	165.61
0.2	0.201358	0.150949	5.780205	331.18	151.18
0.3	0.304693	0.227522	5.527434	316.70	136.70
0.4	0.411517	0.305481	5.273328	302.14	122.14
0.5	0.523599	0.385411	5.017913	287.51	107.51

0.6	0.643501	0.468029	4.76201	272.84	92.84
0.7	0.775397	0.554262	4.508404	258.31	78.31
0.8	0.927295	0.645382	4.265478	244.39	64.39
0.9	1.11977	0.74326	4.063159	232.80	52.80



### (七)結論與討論：

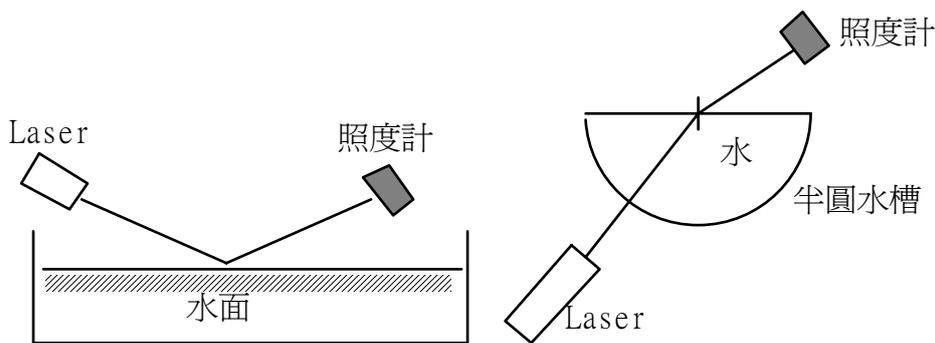
- 1.入射光經水珠折射、反射、反射、折射後的光徑，與原來入射光的夾角約為  $50.10^\circ \sim 89.92^\circ$  間均有，並非單一的角度。
- 2.在  $d=0.95R$  時，張角為  $50.10^\circ$  最小。
- 3.推論甲、乙結果和實驗一結果大致吻合，經水珠折射、反射後的光徑的方向並無單一性，而是多向的，那我們又如何可以看到彩虹呢？是否和光反射、折射的能量比率有關呢？因此就光的折射、反射亮度的變化作觀察研究。

### 【實驗三】折射、反射時亮度變化

(一)研究目的: 當光線進出不同介質時，在境界面同時發生反射、折射，有多少比率的光通過？多少比率的光被吸收？多少比率的光被反射？

(二)實驗設計：

- 1.我們利用一個半圓形透明的塑膠盒裝水，找支架固定雷射光源，並可以調整雷射光源角度，從水面上方以不同的入射角入射，找出其反射光的照度。
- 2.接著從半圓形的曲面以不同角度垂直曲面入射，使光線通過半圓形塑膠盒圓心後折射到空氣，測出折射光的照度為多少。



控制變因	光源強度、頻率
操縱變因	反射角，折射角
測量變因	反射光照度、折射光照度

### (三)實驗步驟

1. 找一個半圓形的透明壓克力盒，裝水後固定放置在桌上。
2. 雷射光以不同入射角射入水面，尋找反射光，並測量反射光照度。
3. 記錄入射角、反射光照度。
4. 雷射光從半圓弧面入射圓心，並從直邊射出離開水面，量取射出光線的照度。
5. 改變入射角重複步驟4，記錄入射角、射出光線的照度。

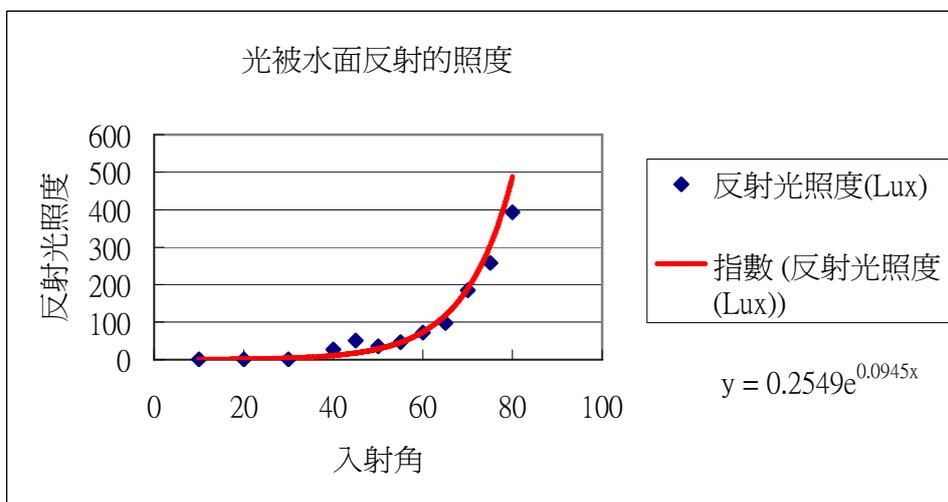
### (四)數據與分析

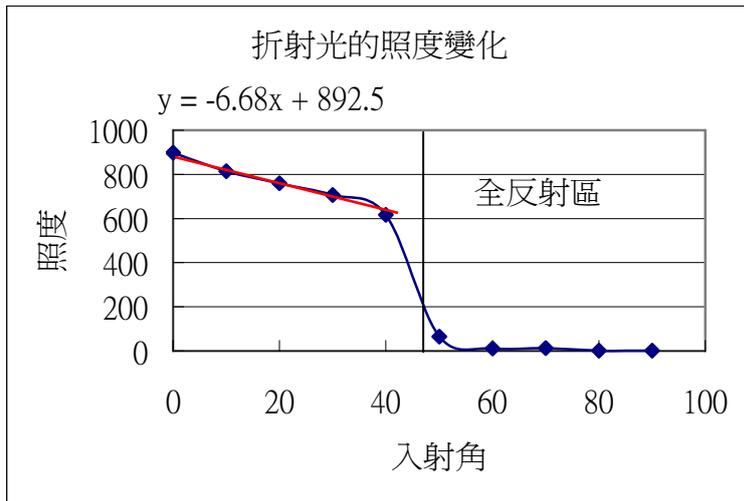
數據A：光被水面反射為空氣中

入射角	10	20	30	40	45	50	55	60	65	70	75	80
反射光照度 (Lux)	1	1	1	27	51	36	47	72	98	185	258	393

數據B：光從水中射到空氣中

入射角	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
折射後照度 (Lux)	897.5	813	760	706.5	617	65	12	12.5	1	1



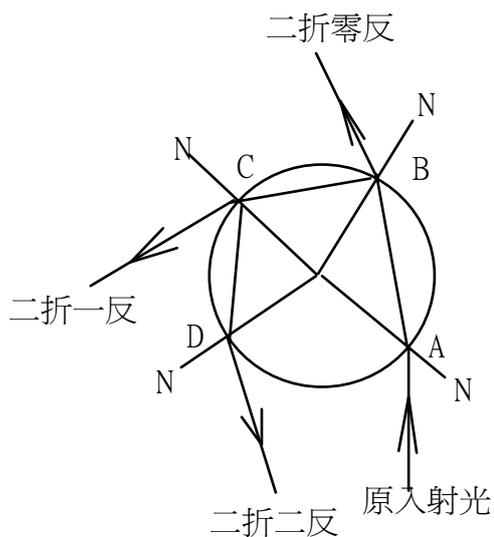


#### (四)實驗結果

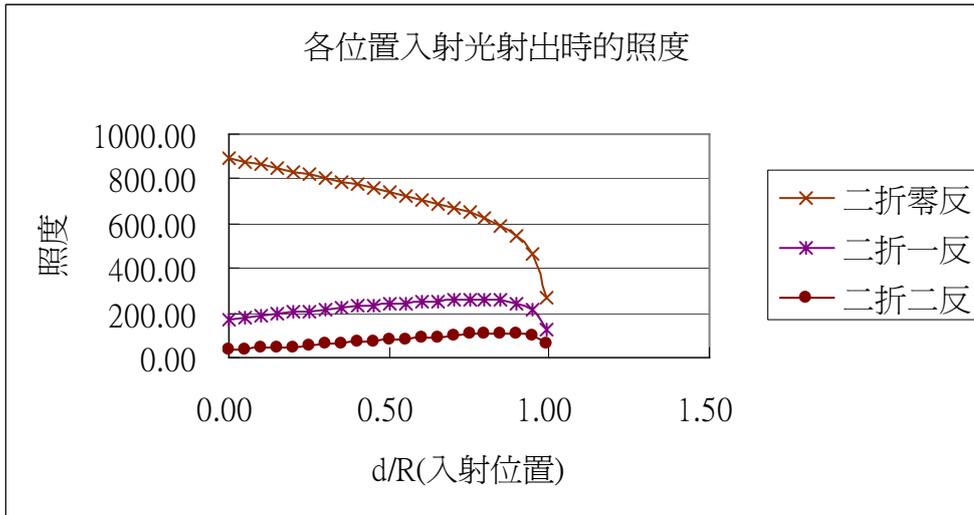
- 1.光被水面反射時，反射光的強度隨入射角而改變，入射角愈趨近  $90^\circ$  (與液面平行)，反射光強度愈大，當入射角小於  $40^\circ$  時(趨於垂直)，反射光亮度變得很小而難以測量了。
- 2.由歸納法得到反射光的強度  $E=0.2549e^{0.0945\theta}$ 。
- 3.照射水面的光線，不是反射回空氣中，就是折射進入水中。光線被水面反射時，反射光強度的變化如上述；剩下的光的能量就全部進入水裡了。可知，當入射角小於  $40^\circ$  時，幾乎所有的能量均進入水中。其餘角度範圍，進入水中的能量約為  $E'=E_0-0.2549e^{0.0945\theta}$ ，其中  $E_0=1102\text{Lux}$  為原始的照度；反射比率為  $F_A=0.2549e^{0.0945\theta}/1102$ ，透射比率為  $R_A=1-0.2549e^{0.0945\theta}/1102$ 。
- 4.當光由水中射入空氣時，臨界角約  $48^\circ$ ，因此入射角大於  $48^\circ$  時，折射光強度就是零了。小於  $48^\circ$  時，經歸納，折射光強度為  $E=892.5-6.68\theta$ ，入射角愈小，折射光愈強，即反射光愈弱。透射比率為  $R_B=(892.5-6.68\theta)/1102$ ，反射比率為  $F_B=1-(892.5-6.68\theta)/1102$ 。

#### (五)討論

- 1.光線進入水珠中，離中心軸距離不同時，代表入射角不同，則反射光、透射光的比例也不同。
- 2.當光線經兩次折射零次反射射出水珠時，照度應為原始光源照度  $E_0 \times R_A \times R_B$ ，射出光線的照度應有以下表格的變化。
- 3.當光線經兩次折射一次反射射出水珠時，照度應為原始光源照度  $E_0 \times R_A \times F_B \times R_B$ ，射出光線的照度應有以下表格的變化。
- 4.當光線經兩次折射二次反射射出水珠時，照度應為原始光源照度  $E_0 \times R_A \times F_B \times F_B \times R_B$ ，射出光線的照度應有以下表格的變化。



d/R	入射角	折射角	A 點透射	二折零反	二折一反	二折二反
0.00	0.00	0.00	1101.75	892.29	169.63	32.25
0.05	2.87	2.15	1101.67	877.84	178.35	36.24
0.10	5.74	4.31	1101.56	863.35	186.70	40.37
0.15	8.63	6.48	1101.42	848.80	194.68	44.65
0.20	11.54	8.65	1101.24	834.15	202.31	49.07
0.25	14.48	10.83	1101.00	819.38	209.58	53.61
0.30	17.46	13.04	1100.67	804.45	216.50	58.27
0.35	20.49	15.26	1100.23	789.31	223.06	63.03
0.40	23.58	17.50	1099.63	773.92	229.24	67.90
0.45	26.74	19.78	1098.81	758.19	235.03	72.86
0.50	30.00	22.08	1097.66	742.05	240.40	77.88
0.55	33.37	24.43	1096.03	725.38	245.31	82.96
0.60	36.87	26.82	1093.69	707.99	249.68	88.05
0.65	40.54	29.26	1090.24	689.63	253.41	93.12
0.70	44.43	31.76	1085.03	669.89	256.31	98.06
0.75	48.59	34.33	1076.85	648.06	258.05	102.75
0.80	53.13	36.98	1063.37	622.86	258.03	106.89
0.85	58.21	39.72	1039.57	591.61	254.93	109.85
0.90	64.16	42.59	992.49	547.60	245.46	110.03
0.95	71.81	45.58	876.41	467.63	218.12	101.74
0.99	81.89	48.10	516.91	267.92	129.06	62.17



5.以上結果，完全依【實驗三】透射、反射比率為依據，作完整推測，真實狀況又如何呢？我們將實際去觀察測量。

#### 【實驗四】經水珠反射、折射後光線的照度變化觀察

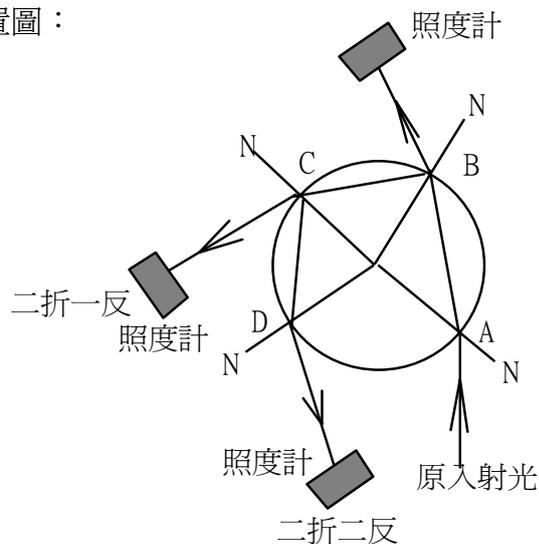
(一)研究目的：以水柱模擬水珠，測量光線不同的位置照射水珠後。經折射、反射，及折射、反射、折射，及折射、反射、反射、折射而射出的光線，射出的光線照度變化。

控制變因	入射光強度、頻率，折反射方式。
操縱變因	每次改變光源入射位置
測量變因	測量射出光線的照度

(二)實驗步驟：

1.我們以圓柱形的透明塑膠罐裝水模擬圓形水珠，再以氬氙雷射光和紅光、綠光、藍光和黃光分別入射水滴，以照度計量測各種色光入射後經二次折射零次反射、二次折射一次反射和二次折射二次反射後的照度是多少，然後記錄下來。

2.實驗裝置圖：

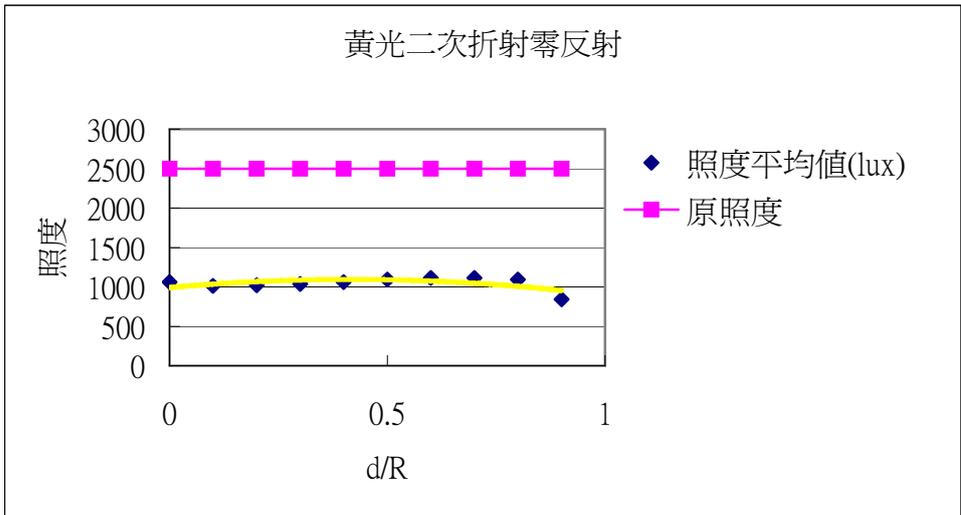
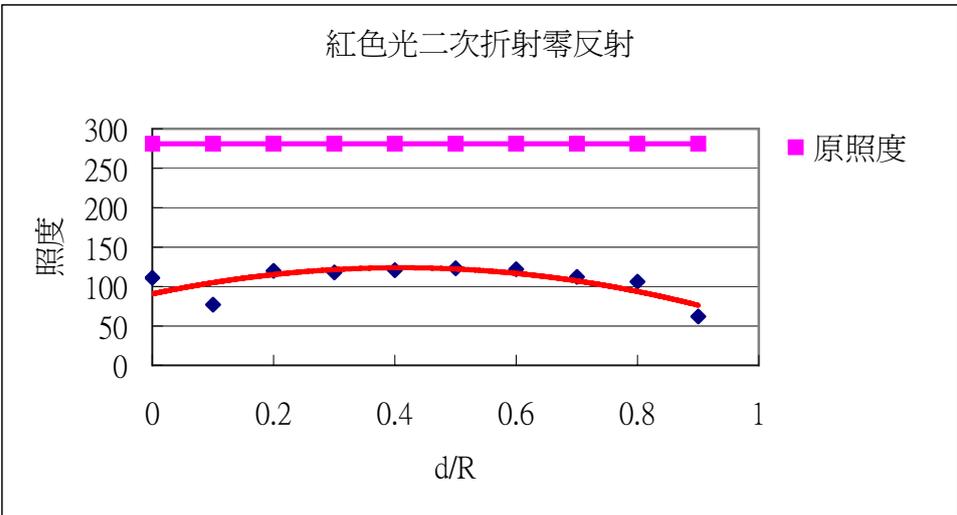
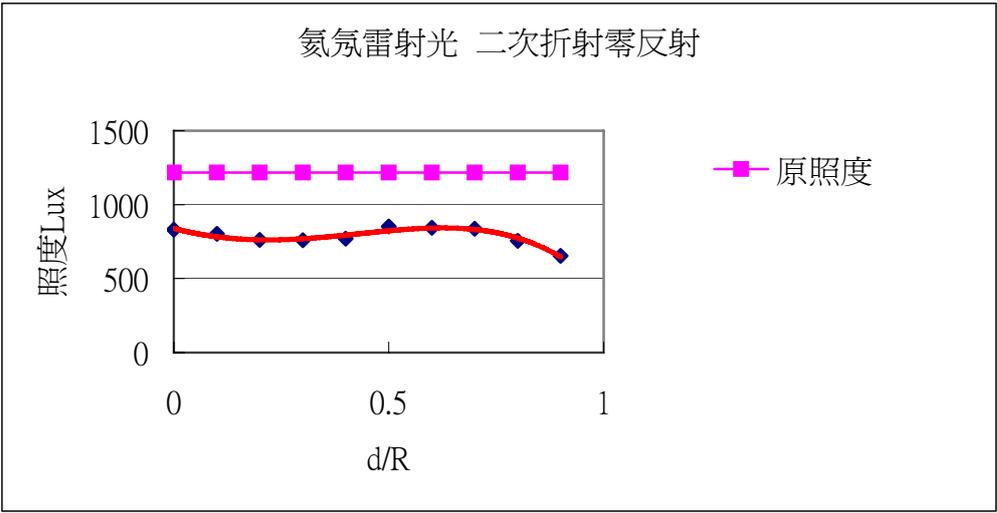


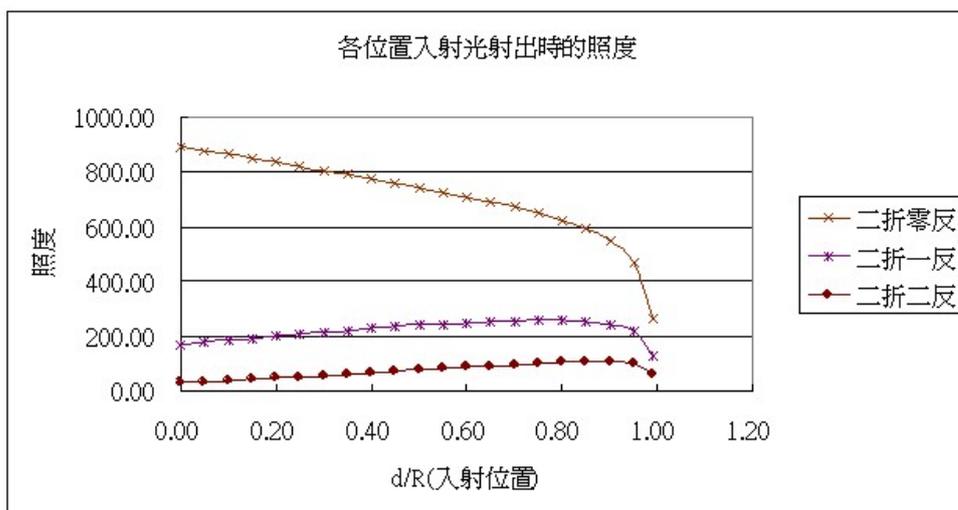
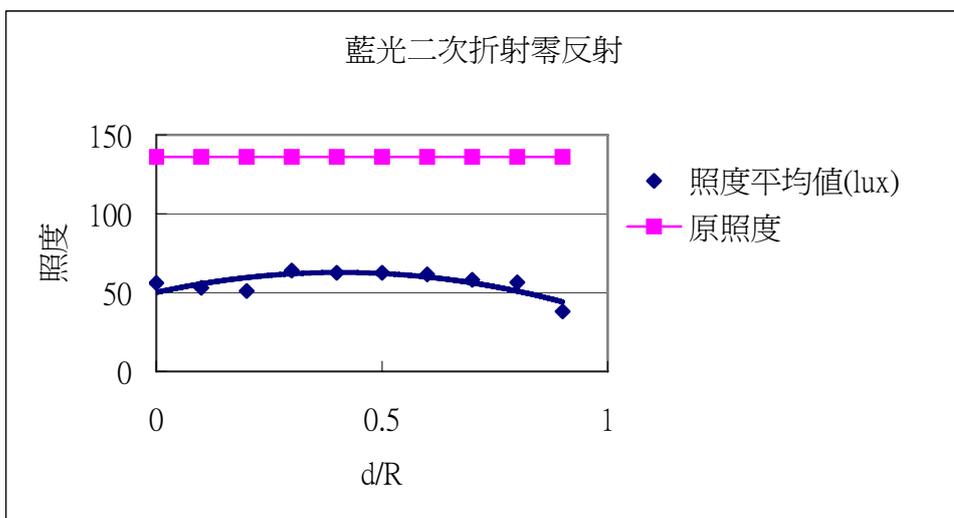
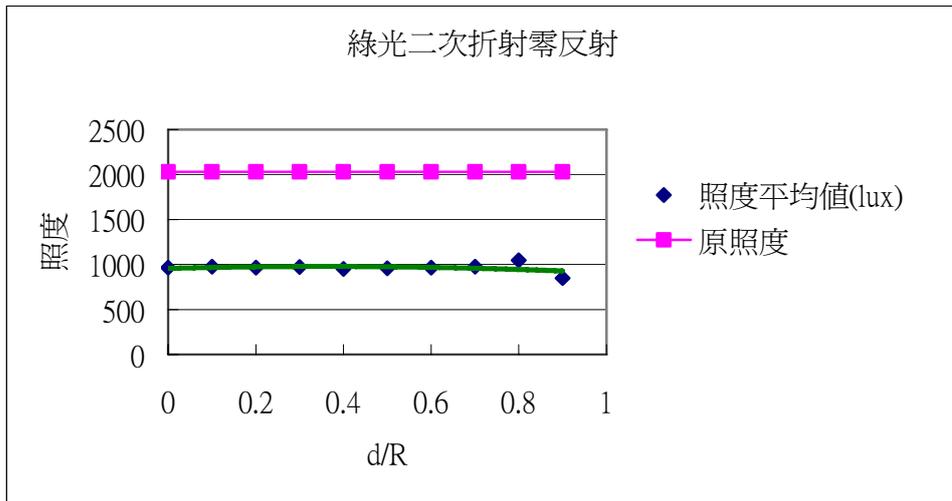
(三)數據與分析：

1. 二次折射零次反射數據

氬氙雷射光 二次折射零次反射		紅色光 二次折射零次反射		黃色光 二次折射零次反射	
原始照度	1217.5	原始照度	281	原始照度	2500
d/R	照度平均值(lux)	d/R	照度平均值(lux)	d/R	照度平均值(lux)
0	831.5	0	111	0	1060
0.1	802	0.1	77	0.1	1012
0.2	761.5	0.2	120	0.2	1020
0.3	759.5	0.3	118	0.3	1037
0.4	769.5	0.4	120.5	0.4	1062
0.5	853	0.5	123	0.5	1095
0.6	844	0.6	122	0.6	1112.5
0.7	837	0.7	112	0.7	1111.5
0.8	755.5	0.8	106	0.8	1093
0.9	655	0.9	62	0.9	843

綠色光 二次折射零次反射		藍色光 二次折射零次反射	
原始照度	2030	原始照度	136
d/R	照度平均值(lux)	d/R	照度平均值(lux)
0	967	0	56
0.1	977	0.1	53
0.2	965	0.2	51
0.3	973	0.3	64
0.4	951	0.4	62.5
0.5	959	0.5	62.5
0.6	966	0.6	61.5
0.7	976	0.7	58
0.8	1047	0.8	56.5
0.9	850	0.9	38





實驗結果 A:

- (1) 照射水珠的光線在經兩次折射後直接射出，與原照度比較，比率相當高，平均氬氖雷射光 64%，紅色光 38%，黃色光 42%，綠色光 47%，藍色光 41%。
- (2) 各色光在照射水珠邊緣時，亦即照射位置  $d/R$  接近 0.9 時，透出光的照度減少，代表有比較多的光繼續留在珠中，繼續未完成的光程。

(3)各色光的照度對照射位置 d/R 關係圖，與【實驗三】推論圖類似。

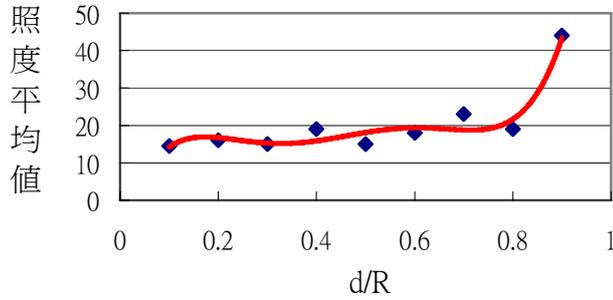
2. 二次折射一次反射數據：

氬氙雷射光 二次折射一次反射		紅色光 二次折射一次反射		黃色光 二次折射一次反射	
原始照度	12175	原始照度	281	原始照度	2500
d/R	照度平均值(lux)	d/R	照度平均值(lux)	d/R	照度平均值(lux)
0.1	14.5	0.1	-1	0.1	21
0.2	16	0.2	1	0.2	24
0.3	15	0.3	1	0.3	19.5
0.4	19	0.4	1	0.4	17
0.5	15	0.5	2	0.5	16
0.6	18	0.6	2	0.6	19.5
0.7	23	0.7	3	0.7	24
0.8	19	0.8	3	0.8	26
0.9	44	0.9	7	0.9	48

綠色光 二次折射一次反射		藍色光 二次折射一次反射	
原始照度	2030	原始照度	136
d/R	照度平均值(lux)	d/R	照度平均值(lux)
0.1	16	0.1	0
0.2	15	0.2	0
0.3	16	0.3	0
0.4	18	0.4	0
0.5	16	0.5	0
0.6	14	0.6	0
0.7	17	0.7	0.5
0.8	32	0.8	1
0.9	49	0.9	1

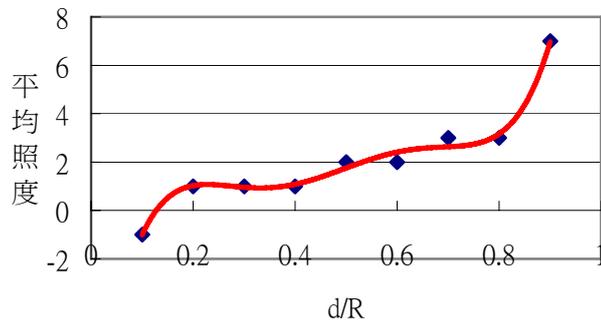
### 氦氖雷射光 二次折射一次反射

◆ 位置與照度關係圖



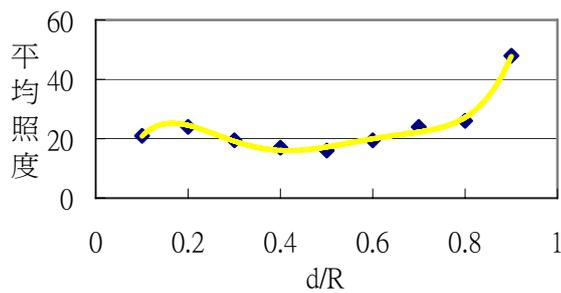
### 紅色光 二次折射一次反射

◆ 位置與照度關係圖



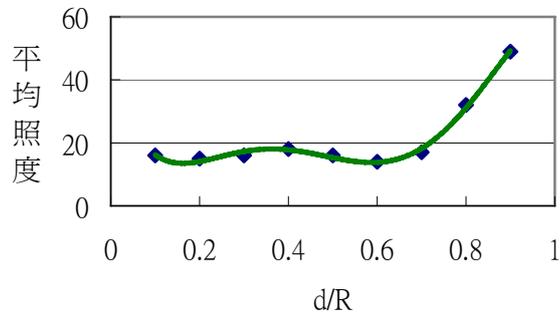
### 黃色光 二次折射一次反射

◆ 位置與照度關係圖



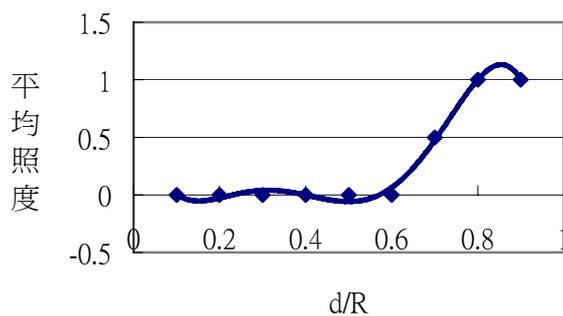
## 綠色光 二次折射一次反射

### ◆ 位置與照度關係圖



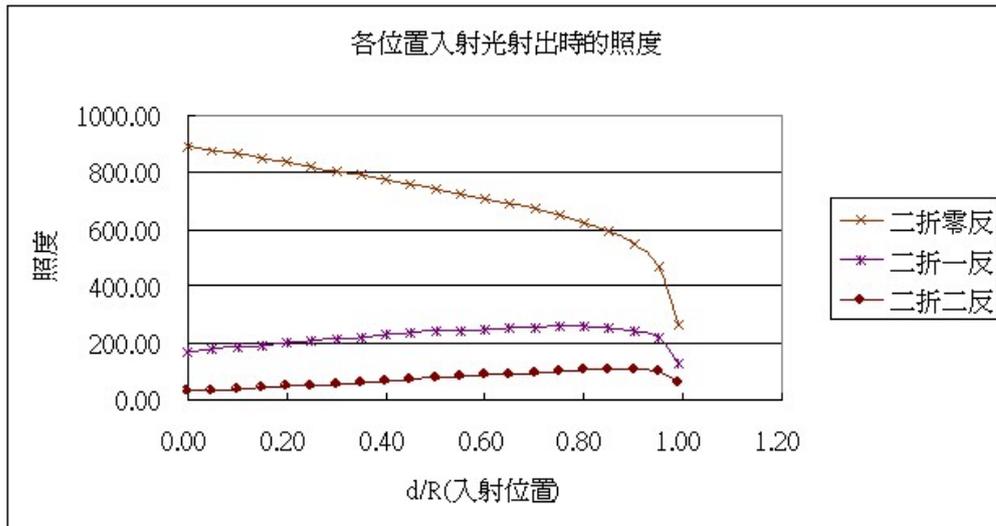
## 藍色光 二次折射一次反射

### ◆ 位置與照度關係圖



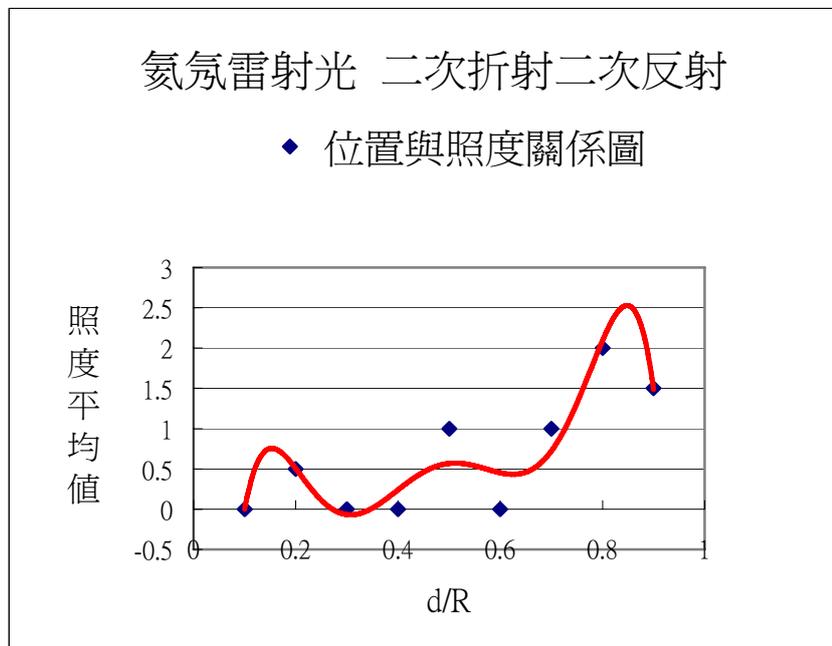
實驗結果 B:

- (1)經水珠折射、反射、折射離開水珠的光已經非常弱，但所有色光都有共同的特色，在照射位置  $d$  接近  $0.8R$  時，射出水珠的光線照度變得比較強。
- (2)【實驗三】推論(如下圖)，二折射一反射的光線照度，隨照射位置  $d/R$  改變， $d/R=0\sim 0.8$  逐漸變大， $d/R=0.8$  時，射出光最強， $d/R=0.8\sim 1$  射出光逐漸變弱。與實驗結果有些不同。
- (3)參照實際測量與【實驗三】推論，光線照射水珠的位置在  $d/R=0.8$  位置必然會產生大量的射出光線。



3. 二次折射二次反射數據：

氦氖雷射光 二次折射二次反射	
原始照度	1217.5
d/R	照度平均值(lux)
0.1	0
0.2	0.5
0.3	0
0.4	0
0.5	1
0.6	0
0.7	1
0.8	2
0.9	1.5



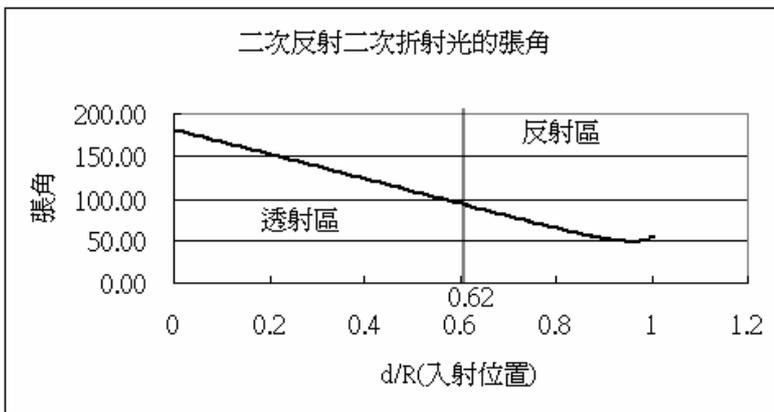
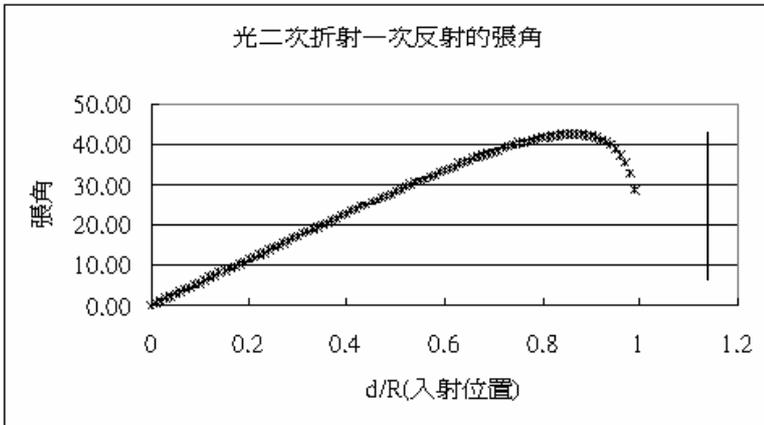
實驗結果 C：

- (1)經水珠折射、反射、反射、折射離開水珠的光已經非常弱，可以肉眼看到，但照度計無法測量，只有氦氖雷射光射出時可以測量，但照度值也非常少。
- (2)氦氖雷射在照射位置  $d/R=0.8$  後時，射出的光線照度變大，而【實驗三】推論應該在  $d/R=0.9$  時最大。

(五)討論

- 1.能產生彩虹的光徑為折射、反射、折射(二折一反)與折射、反射、反射、折射(二折二反)，依照度因素觀察，射出光線照度確實有集中點。
- 2.而【實驗一】【實驗二】結果，射出光線方向雖然混亂，但有一些光徑的射出角度會重複某些角度，這是球的幾何因素造成得。如圖示，使得特定射出角度的照度得到增強。

3.也就是說：入射於水珠的光線，會因液體表面對光的反射、折射率以及球形狀的幾何因素造成光線在某些方向的光特別強，故再根據實驗二幾何因素規律、實驗三水面反射、折射光比率規律，分析各方位的射出光線的強度。

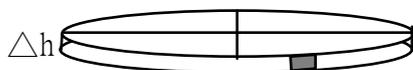


**【實驗五】由水珠射出的光線照度統計**

(一)當光線射入水珠中時，在水珠中的光徑，一定沿在過球心的剖面上，假設這個剖面具有一點點的厚度 $\Delta h$ ，且將剖面半徑等分為 100 等分，入射每一等分的光線截面積

$$\Delta A = \Delta h \left( \frac{R}{100} \right) = \frac{R\Delta h}{100}$$

，原始照度都一樣(1102 Lux)，因此每一等分的光量也都一樣。



(二)入射此剖面的光線，離中心軸距離  $x = \frac{R}{100} \times N$ ，N 值由 0 至 100，N 值對應不同的入射角，影響到了光在水面的反射率及透射率，而折射角影響到了光線從水珠中射出的反射率以及透射率。從本實驗得到的結果，光線進入水珠時的反射率為

$$F_A = \frac{0.2549e^{0.0945\theta}}{1102}$$

，透射率為  $R_A = 1 - \frac{0.2549e^{0.0945\theta}}{1102}$ ，再從水珠中射出時的反射率為

$$F_B = 1 - \frac{892.5 - 6.68\theta}{1102}$$

，透射率為  $R_B = \frac{892.5 - 6.68\theta}{1102}$ 。

(三)入射此剖面的光線，離中心軸距離  $x = \frac{R}{100} \times N$ ，N 值由 0 至 100，N 值對應各種偏向

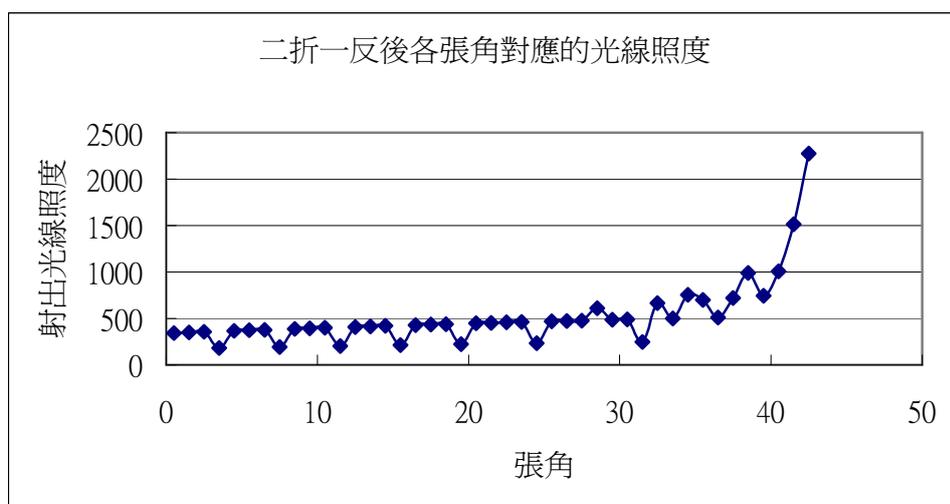
角，亦即射出水珠時與原入射光間的張角也隨 N 變化。

(四)依各入射位置  $x = \frac{R}{100} \times N$ ，推算出光線的射出張角，也可以推算出照度是多少。

(五)從水珠經折射、反射、折射後射出的光線，依不同的角度範圍，加以累計其光的照度。

數據如下

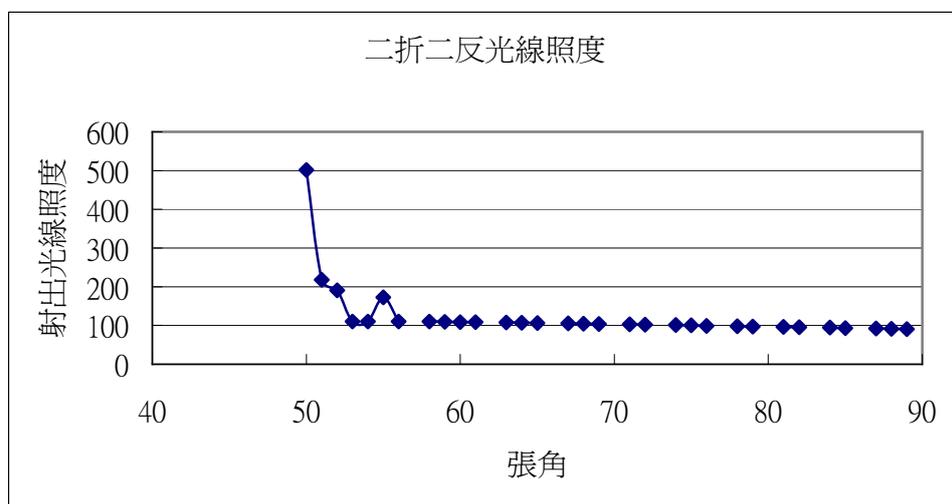
張角	照度	張角	照度	張角	照度	張角	照度
0.5	341.0393	11.5	202.311	22.5	457.2707	33.5	498.5323
1.5	348.0728	12.5	409.0569	23.5	462.0315	34.5	753.7411
2.5	354.9865	13.5	414.8755	24.5	232.7614	35.5	697.8264
3.5	180.0488	14.5	420.5804	25.5	468.933	36.5	508.7409
4.5	365.1351	15.5	212.3939	26.5	473.3686	37.5	718.1177
5.5	371.7545	16.5	428.9238	27.5	477.6666	38.5	988.3482
6.5	378.2578	17.5	434.3424	28.5	610.8769	39.5	741.7865
7.5	191.5316	18.5	439.6451	29.5	485.8261	40.5	1007.48
8.5	387.797	19.5	221.7745	30.5	489.673	41.5	1512.429
9.5	394.0135	20.5	447.3789	31.5	246.2272	42.5	2274.772
10.5	400.1161	21.5	452.3857	32.5	663.9024		



(六)結果：二次折射一次反射後的光線，與原入射光的張角範圍確實為  $0^\circ \sim 42.5^\circ$ ，但在  $40.5^\circ \sim 42.5^\circ$  範圍的光線照度突然升高了，而以  $42.5^\circ$  的範圍最大，而且  $42.5^\circ$  是最大的張角。

(七)將從水珠經折射、反射、反射、折射後射出的光線，依不同的角度範圍，加以累計其光的照度，數據如下。

張角	照度	張角	照度	張角	照度	張角	照度
50	501.6486	60	108.8737	70		80	
51	217.8006	61	108.2702	71	102.752	81	96.10622
52	190.6733	62		72	101.8463	82	95.11522
53	110.371	63	107.6055	73		83	
54	110.4844	64	106.8889	74	100.9225	84	94.11797
55	172.5805	65	106.1278	75	99.98291	85	93.11546
56	110.194	66		76	99.02973	86	
57		67	105.3287	77		87	92.10859
58	109.8507	68	104.4967	78	98.06484	88	91.09814
59	109.405	69	103.6365	79	97.08985	89	90.08482



(八)結果：二次折射二次反射後的光線，與原入射光的張角範圍確實為  $50.10^{\circ} \sim 90^{\circ}$ ，但在  $50^{\circ} \sim 52^{\circ}$  範圍的光線照度突然升高了，而以  $50^{\circ}$  範圍的照度最大，而且  $50^{\circ}$  是最小的張角。

## 五、研究結果：

(一)由實驗一知道，光通過水柱後，發生兩次折射，進行的方向偏折了，偏向角範圍，氦雷射光為  $0^{\circ} \sim 41.1^{\circ}$ ，紅光  $0^{\circ} \sim 38.0^{\circ}$ ，黃光  $0^{\circ} \sim 46.5^{\circ}$ ，綠光  $0^{\circ} \sim 55.3^{\circ}$ ，藍光  $0^{\circ} \sim 37.0^{\circ}$ 。經二次折射，一次反射返回空氣後與原入射光光徑的夾角為張角，張角存在的範圍紅光  $0^{\circ} \sim 46.74^{\circ}$ ，黃光  $0^{\circ} \sim 46.12^{\circ}$ ，綠光  $0^{\circ} \sim 45.64^{\circ}$ ，藍光  $0^{\circ} \sim 45^{\circ}$ 。

二次折射，二次反射返回空氣後與原入射光光徑的夾角為張角，張角存在的範圍約  $49^{\circ} \sim 90^{\circ}$

而實驗二經折射定律、反射定律推導光徑，證實入射於球形的水珠，其返回空氣的關係路徑並非單一方向的。

## (二)實驗三實驗結果：

1. 光被水面反射時，反射光的強度隨入射角而改變，入射角愈趨近  $90^\circ$ (與液面平行)，反射光強度愈大，當入射角小於  $40^\circ$ 時(趨於垂直)，反射光亮度變得很小而難以測量了。由歸納法得到反射光的強度  $E=0.2549e^{0.0945\theta}$ 。進入水中的能量約為  $E'=E_0-0.2549e^{0.0945\theta}$ ，其中  $E_0=1102\text{Lux}$  為原始的照度；反射比率為  $F_A=0.2549e^{0.0945\theta}/1102$ ，透射比率為  $R_A=1-0.2549e^{0.0945\theta}/1102$ 。
2. 當光由水中射入空氣時，臨界角約  $48^\circ$ ，因此入射角大於  $48^\circ$ 時，折射光強度就是零了。小於  $48^\circ$ 時，經歸納，折射光強度為  $E=892.5-6.68\theta$ ，入射角愈小，折射光愈強，即反射光愈弱。透射比率為  $R_B=(892.5-6.68\theta)/1102$ ，反射比率為  $F_B=1-(892.5-6.68\theta)/1102$ 。
3. 知道了界面的反射率與透射率，即可推導出不同的入射水珠位置經二折射零反射過程、二折射一反射過程、二折射二反射過程後光線的照度變化了。

## (三)實驗四模擬水珠實測透出水珠光線的亮度，結果為

1. 照射水珠的光線在經兩次折射後直接射出，與原照度比較，比率相當高，平均氦氖雷射光 64%，紅色光 38%，黃色光 42%，綠色光 47%，藍色光 41%。
2. 各色光的照度對照射位置  $d/R$  關係圖，與【實驗三】推論圖類似。
3. 經水珠折射、反射、折射離開水珠的光已經非常弱，但所有色光都有共同的特色，在照射位置  $d$  接近  $0.8R$  時，射出水珠的光線照度變得比較強。但【實驗三】推論在  $d/R=0.8\sim 1$  射出光逐漸變弱。與實驗結果有些不同。
4. 經水珠折射、反射、反射、折射離開水珠的光已經非常弱，可以肉眼看到，但照度計無法測量，只有氦氖雷射光射出時可以測量，但照度值也非常少。氦氖雷射在照射位置  $d/R=0.8$  後時，射出的光線照度變大，而【實驗三】推論應該在  $d/R=0.9$  時最大。

## (四)實驗五綜合了張角因素與透射率對射出光線照度的影響，作了推導，結果

1. 二次折射一次反射後的光線，與原入射光的張角範圍確為  $0^\circ\sim 42.5^\circ$ ，但在  $40.5^\circ\sim 42.5^\circ$  範圍的光線照度突然升高了，而以  $42.5^\circ$  位置的照度最大，而且  $42.5^\circ$  是最大的張角。
2. 二次折射二次反射後的光線，與原入射光的張角範圍確為  $50.10^\circ\sim 90^\circ$ ，但在  $50^\circ\sim 52^\circ$  範圍的光線照度突然升高了，而以  $50^\circ$  左右張角的照度最大，而且  $50^\circ$  是最小的張角。

## 六、討論：

1. 本實驗所有的推導，應用到折射率時，均令  $n=1.33$ ，假如代入色光在水中的不同的折射率，則射出光線的張角會因光的顏色而改變，而推導出色散現象。
2. 水面對光的反射率與透射率應該有更進一步的理論基礎，本實驗純粹依照實驗量得的結果歸納出不同入射角時的反射率、透射率函數，純粹是經驗式。
3. 在光線被水珠二次折射一次反射中，依照不同的張角推導照度，本實驗使用最簡單的累加法，所以存在統計上的一些誤差，但因將入射光線的入射範圍分割為 100 等分，大致還可以看出照度的變化趨勢。
4. 實驗中所適用的光源還是雷射光最好，所以一切推導的原入射光源都以雷射光的照度  $1102\text{Lux}$  為標準，而且儘量避免不同色光間照度比較。

## 七、結論：

1. 照射於水珠的光線經色散產生了虹與霓，照射在水珠表面的光線能反射回來產生虹與霓的能量比率已經非常少了。
2. 由於球形的幾何因素，照射在水珠邊緣部份的光線會有會聚作用，反射後集中在特定角度，如二折射一反射回來時，聚集在  $42.5^\circ$ ，也是最大的張角。如二折射二反射回來時，聚集在  $50^\circ$ ，也是最小的張角。
3. 光線以不同的角度射入水面、射出水面，反射率與透射率都不同，經二次折射一次反射的最大照度射出光線集中在張角  $42.5^\circ$  處，經二次折射二次反射的最大照度射出光線集中在張角  $50^\circ$  處。
4. 由以上兩個因素可知，兩個方位的反射光比起其他方位，光線照度大得很多，因此只在這兩個方位可以看到彩虹了。
5. 張角  $42^\circ \sim 50^\circ$  間，除了水珠表面直接反射外，似乎水珠並未返回任何的光線，因此猜測這個方位應該是個亮度很小的『黑』區。

## 八、參考資料及其他：

1. 林明瑞等編(2004)。高級中學基礎物理第五章光 臺南市：南一書局
2. 王文行(1986)：十萬個為什麼 (二版) 臺南市：金川出版社，p181-183
3. 陳可崗譯 (2001)：觀念物理IV。台北市：天下遠見出版社，p131-134

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會  
評 語

---

高中組 物理科

佳作

040111

消失的彩虹頻道——解碼 420 之謎

高雄市立高雄女子高級中學

評語：

本件以光的折射反射定律計算光通過水珠的色散效應，用以解釋虹與霓的現象，並能以簡單的裝置，而推算出形成可見的霓虹的條件，推算與實驗過程嚴謹，但較缺乏新意，較少新現象的討論，僅是典型的光學路徑的探討。