

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會
作品說明書

高中組 物理科

040109

一波未平，一波又起—探討克拉尼聲圖

國立臺中女子高級中學

作者姓名：

高二 李涵茹 高二 李牧學 高二 呂秋瑩

指導老師：

陳正昇

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會

作 品 說 明 書

科 別：物理科

組 別：高中組

作品名稱：一波未平，一波又起—探討克拉尼聲圖

關 鍵 詞：駐波、節線、固定點

編 號：

一波未平，一波又起

——探討克拉尼聲圖



目錄：

目錄	02
壹、摘要	03
貳、研究動機	03
參、研究目的	03
肆、研究設備及器材	04
伍、研究過程或方法	05
陸、研究結果	07
柒、討論	20
捌、結論	21
玖、參考資料及其他	21

一波未平，一波又起——探討克拉尼聲圖

壹、摘要

藉著自己動手做出產生克拉尼聲圖的裝置，進而觀察及探討在不同條件下所得的結果，最後再加以實驗、數據分析，並歸納結論。

一、在不同形狀之金屬板上，以弓摩擦其邊緣，觀察圖形與變化，並作頻譜分析。

二、以鼓皮做為媒介，利用喇叭產生波動，觀察圖形與變化。

三、嘗試在克拉尼聲圖中非節線處（波腹）製造固定點，觀察固定點位置、數目的週期性變化對產生圖形之影響。

貳、研究動機

在自然科學博物館的科學中心，有一種能‘看’到聲音的裝置——「克拉尼聲圖」。利用提琴弓摩擦金屬板邊緣，使板上之沙子在特定頻率下排出規則的幾何圖形。經多次嘗試，被那美麗的圖形深深吸引。

且在高中波動的章節中提到：當兩相同的波反向互相干涉時，會形成只在原地漲落的駐波（standing wave）；這便是克拉尼聲圖之形成原理。由此，我們決定對其作更進一步研究、探討。

參、研究目的

一、設計可產生克拉尼聲圖之裝置，觀察其在不同條件下所得結果。

二、給予不同之邊界條件，觀察其產生的圖形與變化。

三、以大型喇叭及訊號產生器，控制頻率與振幅，觀察紀錄圖形加以分析。

依據圖形結果在裝置上製造固定點，觀察並探討固定點位置、數目的週期性變化對圖形影響。（希望找到特殊排列下所產生之特別圖形，可視為二維平面結構對波動傳遞的障礙或通道。）

肆、研究設備及器材

一、設備

訊號產生器、Gold Wave 軟體、Origin 軟體

二、器材

金屬板（黃銅、鋁）

黃銅——圓：直徑 300mm 方：邊長 300mm 厚度 2mm

鋁板——方：邊長 300mm 厚度 2mm

弓（大提琴用）色沙、彩沙、鼓皮（13 吋、14 吋）、小喇叭、大型喇叭

木椅、螺絲、螺帽、強力磁鐵、六角塑膠柱（與大喇叭組合）

固定夾（試管夾 × 4）、升降器、水平儀、麥克風、數位相機



小喇叭



大喇叭與塑膠柱組合



實驗裝置

伍、研究過程及方法

實驗一、金屬板之克拉尼聲圖

(一) 製作裝置

1. 準備不同大小、形狀之金屬板：厚度（三者皆為 2mm）
黃銅：圓形（直徑 300mm）、方形（邊長 300mm）
鋁板：方形（邊長 300mm）
2. 在三種金屬板的中心點皆打上直徑 6mm 的洞。（固定用）
3. 利用工具在木椅的中心同樣打上直徑約 6mm 的洞。
4. 以螺絲、螺帽將金屬板與已穿洞的木椅組合起來，在金屬板與木椅間鎖上 3~5 個螺帽，使其與木椅間有所距離。
5. 在金屬板面上均勻地撒上適量的色沙。

(二) 研究過程

1. 以大提琴弓在金屬板邊緣處摩擦，觀察其產生的圖形。
2. 由弓摩擦金屬板所發出的聲音高低可大略區分其頻率高低：頻率愈高，其產生的節線愈多，圖形亦漸趨複雜。
3. 手壓金屬板邊緣處，改變其邊界條件，觀察其圖形變化。
4. 利用麥克風錄下弓摩擦的聲音，以 Gold Wave 軟體擷取，Origin 軟體進行頻譜分析。



←以弓摩擦金屬板（俯視）

實驗二、鼓皮之克拉尼聲圖—頻率、振幅、波源位置對圖形影響

（一）製作裝置

將鼓皮置於四個固定夾間，調整固定夾呈直角對稱；喇叭放置於升降台上，調整其與鼓皮之距離。

（二）研究過程

1. 波源置於鼓皮中心：改變頻率及振幅，觀察其在不同條件下產生的圖形，並比較其節線數與節線間相距的距離。
2. 波源置於鼓皮側緣：改變頻率及振幅，觀察其在不同條件下產生的圖形，並比較其節線數與節線間相距的距離。

實驗三、鼓皮之克拉尼聲圖—固定點的位置與數目對圖形影響

（一）製作裝置

將鼓皮置於四個固定夾間，調整固定夾呈直角對稱；喇叭放置於升降台上，調整其與鼓皮之距離。

（二）研究過程

1. 波源置於鼓皮中心：同頻下，於非節線處吸附磁鐵做為固定點，觀察固定點位置、數目的週期性變化對圖形影響。
2. 波源置於鼓皮側緣：同頻下，於非節線處吸附磁鐵做為固定點，觀察固定點位置、數目的週期性變化對圖形影響。



←上方為三個小型磁鐵，下為大型喇叭裝置側視圖。

小型磁鐵分別上下相吸在鼓皮正反面，做為固定點。

陸、研究結果

實驗一、金屬板之克拉尼聲圖

*注：圖上標記“x”為波源，“.”為固定點

(一) 當頻率愈高，圖形漸趨複雜。



左：頻率較低，只見對角線



右：頻率較高，出現更多節線
(仍依對角線對稱)



左：頻率較低，外圍有不明顯的節線

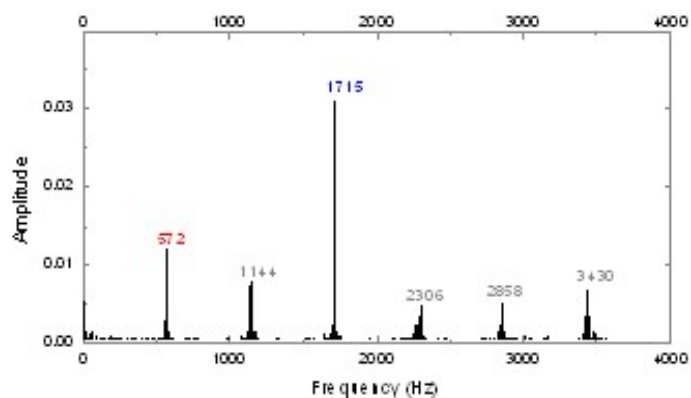


右：頻率較高，出現另一同心圓節線

(二) 在邊界條件加上固定點，其產生的圖形愈加複雜。



原圖 572 Hz
(頻譜分析如右)



* 在 572 Hz 為其基音頻率，依次循倍數而有泛音；且在 1715 Hz 時能量強度最大。

1. 一固定點：固定點和弓的位置分別在板的兩邊。



572 Hz

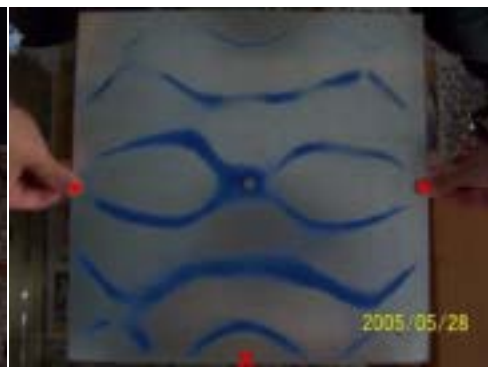
固定點在上方中央，
圖形呈現明顯的左右對稱。

2. 二固定點：



1566 Hz

固定點在對角線兩角，因其原就是節線位置，故對圖形無太大影響。



3150 Hz

左右邊緣中央為固定點，
圖形分別呈上下左右對稱。



855 Hz

固定點在波源對邊（約原圖兩節線間）
圖形產生干涉而改變（仍呈對稱）。

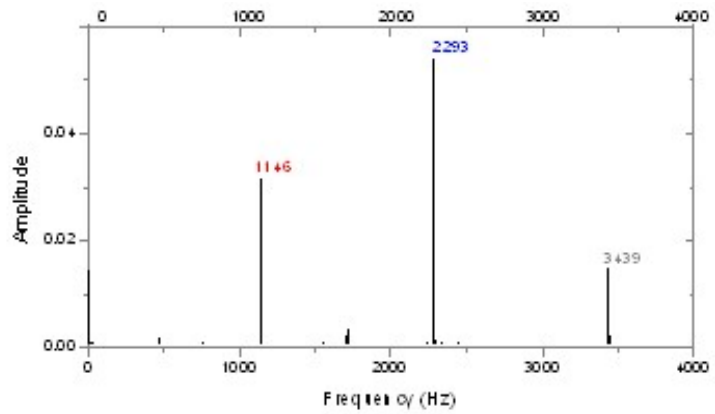


572 Hz

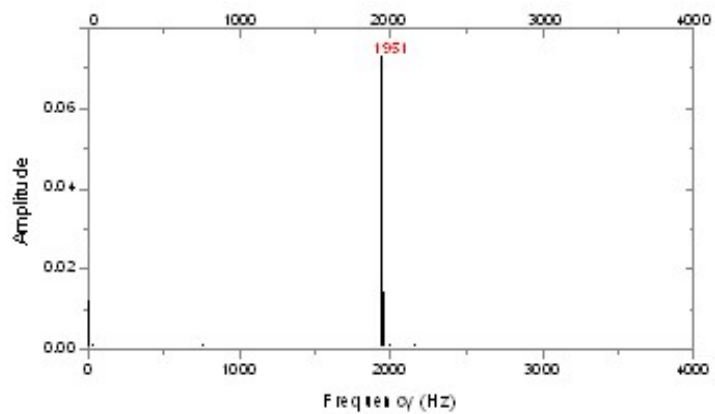
固定點在左右兩側（約原圖兩節線間）
圖形改變較不明顯，僅是弧形外圍增大，
節線停留在固定點處。



1146 Hz



1951 Hz



由上兩圖可知：波源與固定點相同，但弓摩擦的力不同，使頻率改變，而產生不同圖形（節線數增加）。



1149 Hz

固定點在波源二鄰邊相對位置（約原圖兩節線間），圖形呈點對稱。



2470 Hz

固定點在波源對邊及鄰邊中央，圖形呈現對角線對稱。

- （三）黃銅的圓形金屬板由於邊緣未加以修飾，易對弓造成損傷。
- （四）弓拉不易控制頻率和振幅，且金屬板只在特定頻率下迅速的產生圖形，非特定頻率沙子只是在板上跳動，沒有圖形出現。

實驗二、鼓皮之克拉尼聲圖—頻率、振幅、波源位置對圖形影響

(一) 波源置於鼓皮中心

1. 產生的圖形大略為同心圓，且頻率愈高，節線數愈多。
2. 當下方喇叭距離鼓皮太近，會產生刺耳的聲音，且波源處沙子不易堆積；推測應為六角塑膠柱頂住鼓皮，造成鼓皮平面之高度不同，形成中心高起的現象為故。



40 Hz



70 Hz



120 Hz



160 Hz



190 Hz (虛線為輔助線)

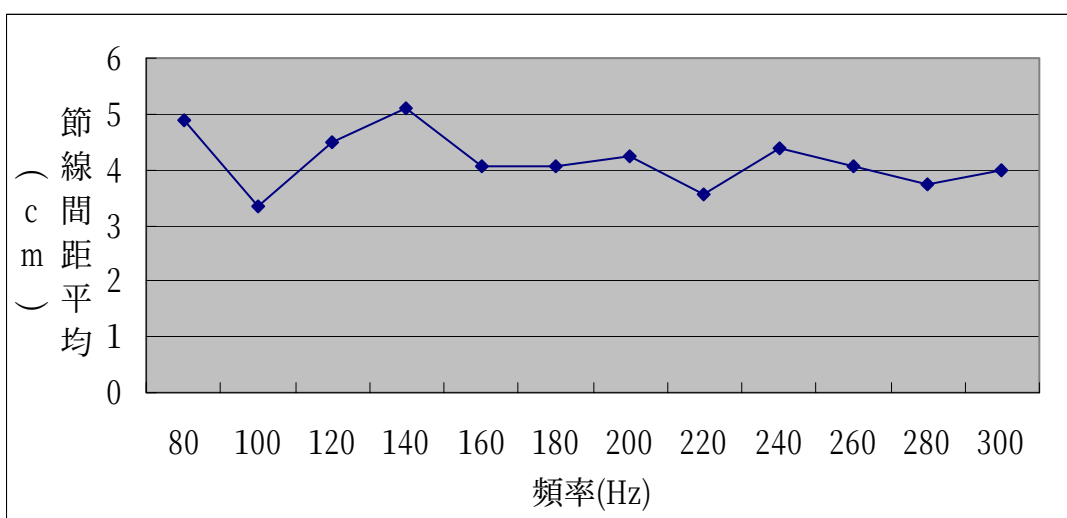
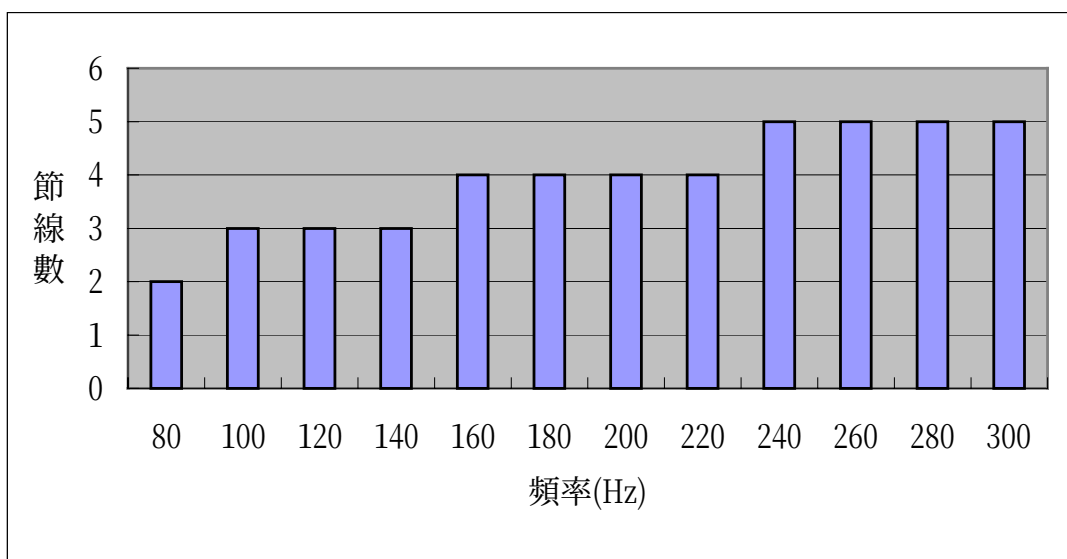


270 Hz

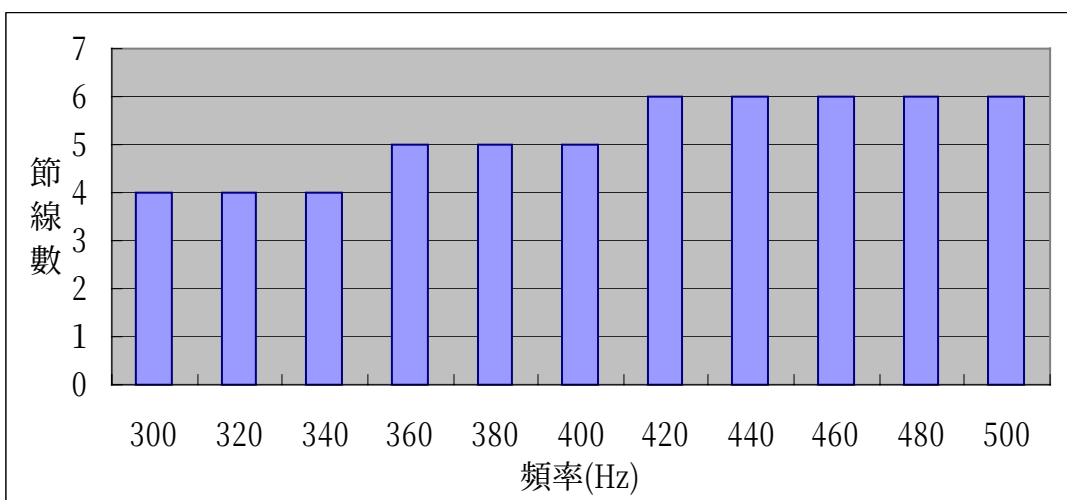
＊節線數隨頻率提高而增加

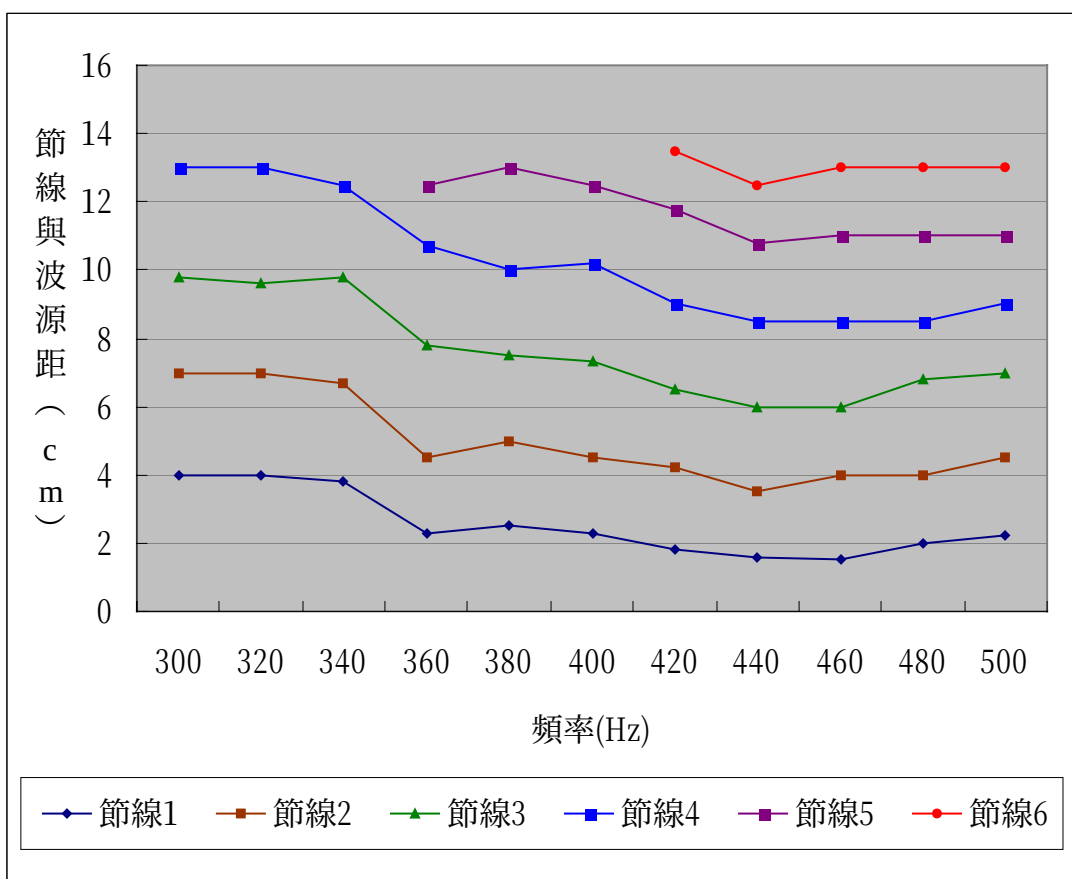
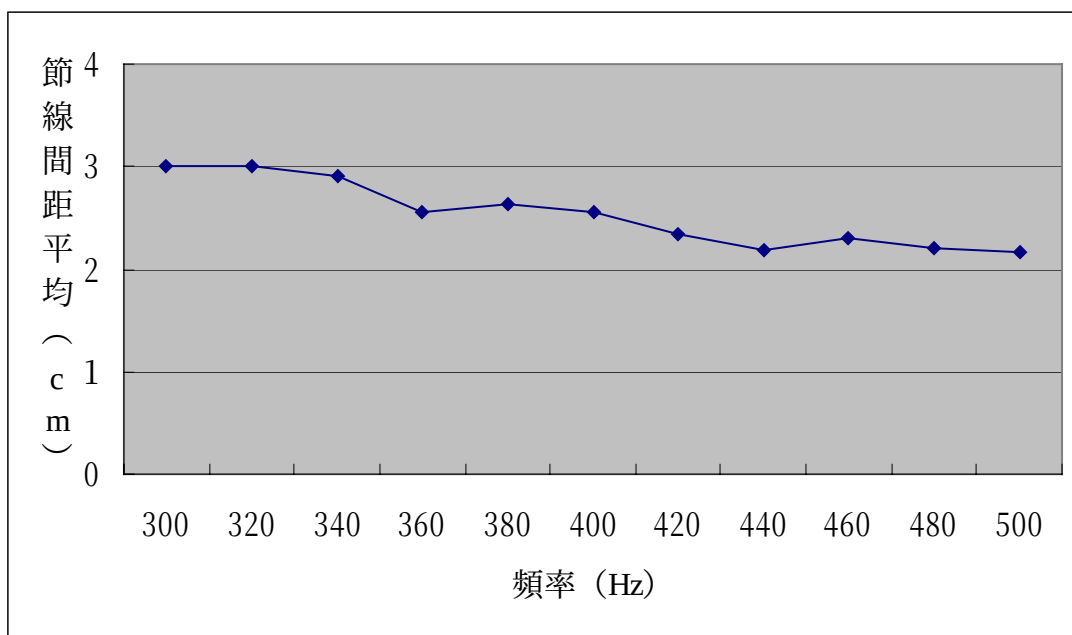
3. 大喇叭在低頻條件下，所產生之圖形較明顯；反之，在高頻條件下，則是小喇叭產生之圖形較為明顯。

(1) 大喇叭在低頻條件下，頻率與節線關係圖。



(2) 小喇叭在高頻條件下，頻率與節線關係圖。

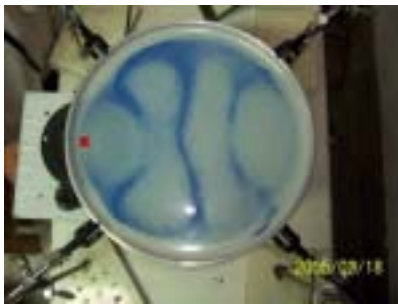




*注：由中心波源向外，分別為節線 1、節線 2...以此類推。
至 500Hz 時，由內向外共有六條節線。

(二) 波源置於鼓皮側緣

頻率愈大，節線數愈多；但高頻時圖形趨於模糊、扭曲不清，推測大喇叭較適用於低頻條件。



100 Hz (大喇叭)



110 Hz (大喇叭)



190 Hz (大喇叭)



300 Hz (大喇叭)



400 Hz (小喇叭)



500 Hz (小喇叭)

實驗三、鼓皮之克拉尼聲圖—固定點的位置與數目對圖形影響

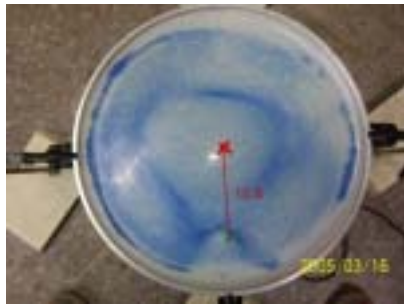
(一) 波源置於鼓皮中心

1. 固定頻率 90Hz，改變振幅與控制固定點。

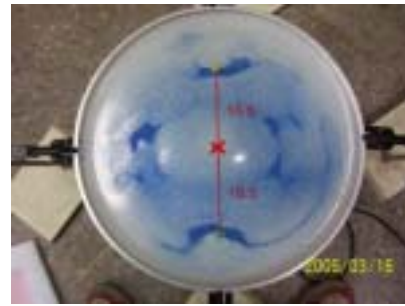
*注：圖上標記 'x' 為波源，標記數字單位為公分 (cm)。



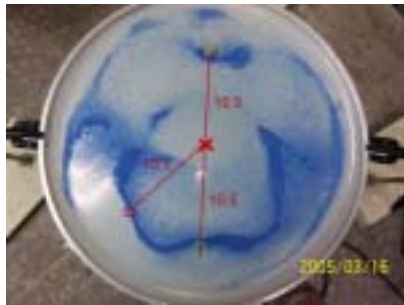
90 Hz



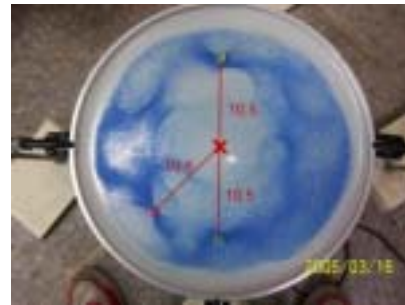
1 固定點



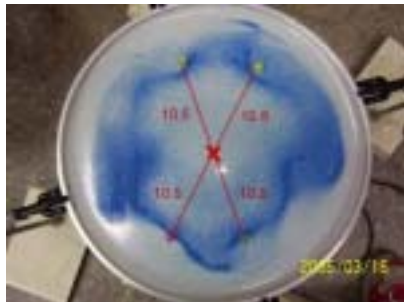
2 固定點



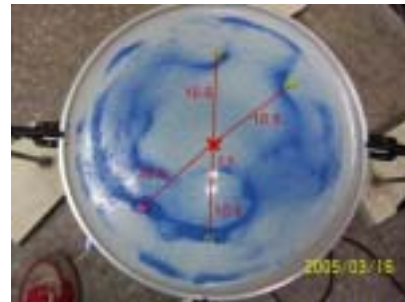
3 固定點 (振幅小)



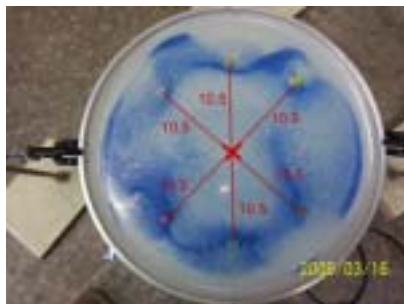
3 固定點 (振幅大)



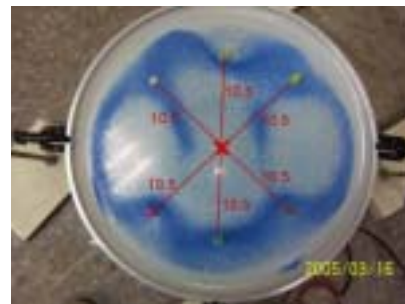
4 固定點



5 固定點



6 固定點 (振幅小)



6 固定點 (振幅大)

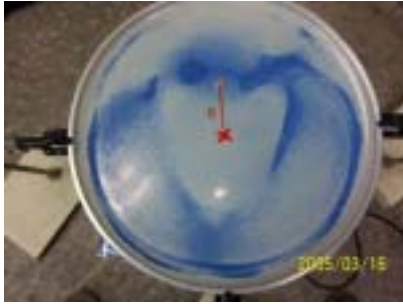


8 固定點 (振幅小)

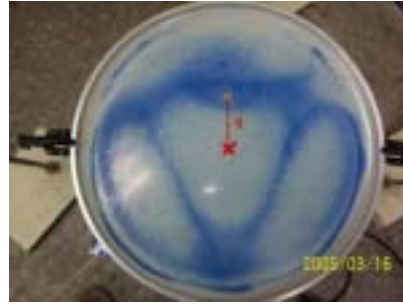


8 固定點 (振幅大)

＊改變原固定點位置



1 固定點 (振幅小)



1 固定點 (振幅大)



2 固定點 (振幅大)



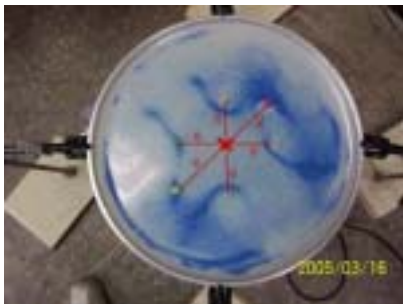
3 固定點 (振幅大)



4 固定點 (振幅小)



4 固定點 (振幅大)



6 固定點 (振幅小)



6 固定點 (振幅大)

- (1) 固定點位置形成新的節線。
- (2) 比較固定點距圓心 10.5cm 和 6cm 的圖形，6cm 圖形的變化大，節線較清楚；且節點愈多，節線上堆積的沙子愈多。

2. 固定頻率 180Hz, 改變振幅與控制固定點。



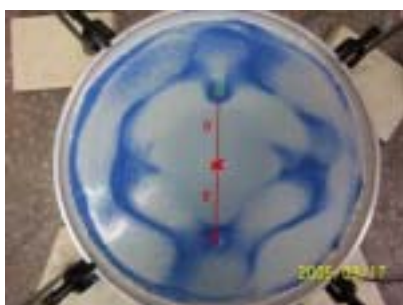
180 Hz



1 固定點 (振幅大) (距波源 8.0 cm)



1 固定點 (振幅小) (距波源 8.0 cm)



2 固定點 (振幅大) (距波源 8.0 cm)



2 固定點 (振幅小) (距波源 8.0 cm)



4 固定點 (振幅大) (距波源 8.0 cm)



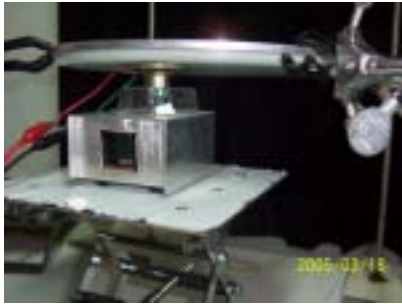
4 固定點 (振幅小) (距波源 8.0 cm)

(1) 同頻下, 振幅小者圖形較為細密、複雜。

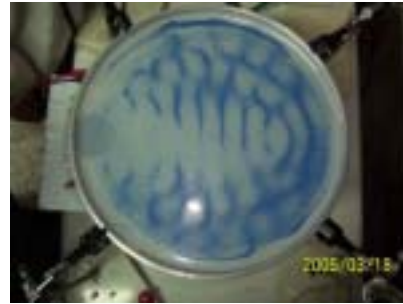
(2) 與 90Hz 相比, 在相同固定點下, 180Hz 所形成的節線較多, 圖形較複雜。

(二) 波源置於鼓皮側緣

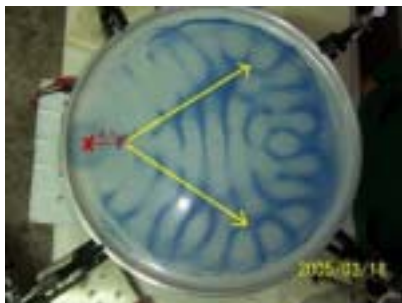
1. 固定頻率為 400Hz，改變其固定點位置，觀察其產生之圖形。



小喇叭--實驗裝置



400 Hz

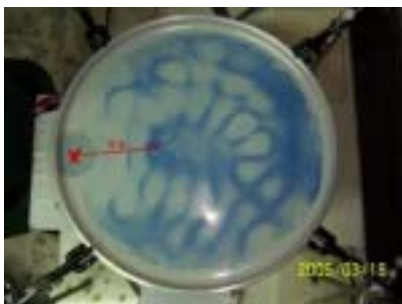


1 固定點 (距波源 4.3 cm)

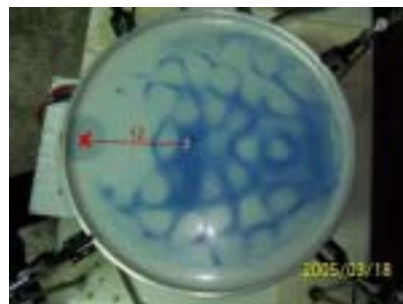


1 固定點 (距波源 23 cm)

* 由輔助線 (黃色箭頭) 可見加上固定點後新生的節線及影響範圍。



1 固定點 (距波源 9.6 cm)



1 固定點 (距波源 12 cm)



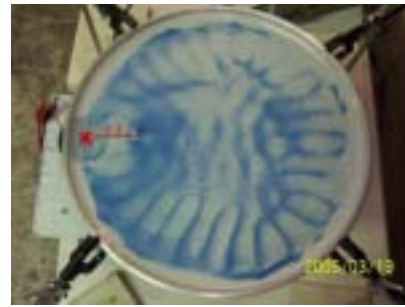
1 固定點 (距波源 17.4 cm)

* 固定點在較靠近鼓皮中心處，對圖形影響較大；在較靠近周圍時，影響大多在邊緣。

2. 固定頻率為 500Hz，改變其固定點位置，觀察其產生之圖形。



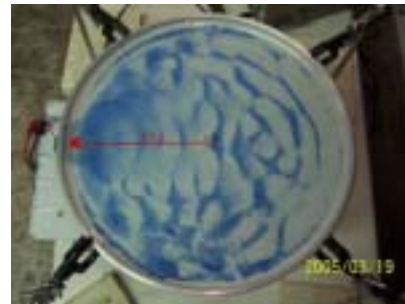
500 Hz



(距波源 5.3 cm)



(距波源 10.1 cm)



(距波源 17.1 cm)



(距波源 20 cm)



(距波源 23.7 cm)

*500Hz 節線數比 400Hz 多，變化和 400Hz 類似，但是部分節線的連接較不明顯。

3. 頻率 400Hz，控制第一固定點位置 (距波源 4.0 cm)，改變第二固定點。



400 Hz



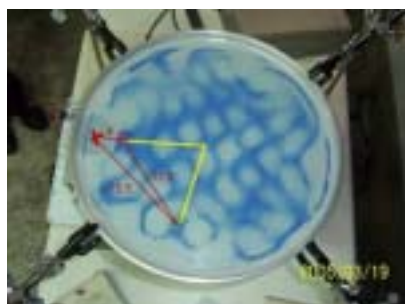
第一固定點 (距波源 4.0 cm)



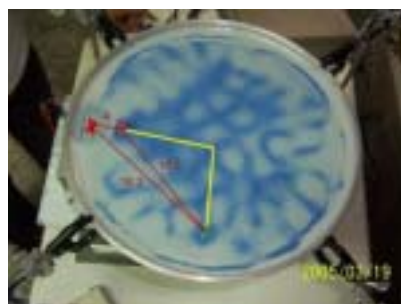
(兩點相距 3.5 cm ; 距波源 4.5 cm)



(兩點相距 8 cm ; 距波源 10.5 cm)



(兩點相距 13.2 cm ; 距波源 15.5 cm)



(兩點相距 15.5 cm ; 距波源 18.5 cm)

*注：黃線為輔助線，其交點為鼓皮之圓心

*當兩固定點分別與圓心作連線之夾角趨近 90° 時，圖形呈現交錯的方格，此固定點較特殊。



(兩點相距 17.8 cm ; 距波源 20.5 cm)



(兩點相距 21.8 cm ; 距波源 25.5 cm)



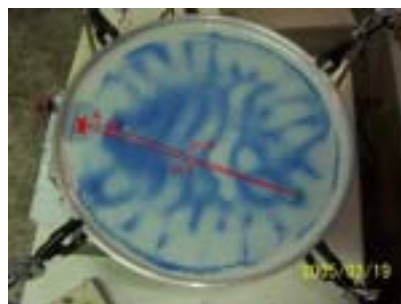
(兩點相距 24 cm ; 距波源 28 cm)

*以波源到圓心連線為界，固定點放在其兩側的相對位置上，對圖形的影響大致相同，故在此僅列出其方向的圖形。

*注：下列則為固定點分別在兩側之相對位置上所形成的圖形比較。



(兩點相距 22 cm ; 距波源 26 cm)



(兩點相距 21.8 cm ; 距波源 25.5 cm)

柒、討論

一、金屬板與鼓皮之比較：

於鼓皮實驗中，波源在側緣時之原始圖形與金屬板之圖形很相似，但金屬板在弓拉的過程中，只在特定頻率出現節線（推測應為其共振頻率 $\times n$ 倍），而鼓皮可以控制在任一頻率；且金屬板邊界為開放，鼓皮則為封閉。兩者聲波傳遞速度不同，（ $V_{金} > V_{鼓}$ ），若頻率相同，金屬板波長較長，故節線間距大；且波腹不會有沙子殘留，全堆積在節線上。

二、鼓皮之實驗裝置：

- （一）鼓皮實驗中，相同頻率下，振幅大的圖形較快產生；若降低振幅，圖形會漸趨模糊，且有部分圖形在小振幅時節線數目增加，原來在大振幅產生的節線其沙子堆積更多。因為降低振幅後，沙子獲得的能量減少，跳動的高度降低，所以波腹的振動變小，無法將沙子完全推到節線上，殘留在波腹上的沙子讓圖形變模糊；但原來的節線反而因為振幅變小，沙子不易被彈開而越堆越高。
- （二）固定振幅改變頻率，節線數隨著頻率升高逐漸增加，聲速 = 頻率 $\times$ 波長。鼓皮的聲速固定，頻率越高波長越短，其形成的駐波節線間距（= $1/2$ 波長）也縮短，故節線數目增加。在實驗二的結果中，高頻（300~500Hz）顯示的數據較有規律；低頻（80~300Hz）誤差較大，推測可能是大喇叭在調整頻率時，振幅變化較大造成的影響。

三、用強力磁鐵在鼓皮上製造固定點，圖形的變化較複雜。因為固定點改變整個平面的結構，波在傳遞時受到阻礙產生的干涉，使節線產生變化。放置固定點的位置是依據相同頻率的原圖（無固定點），在波腹中央吸上強力磁鐵；之後產生的圖形，固定點所在位置會有節線通過，整個圖形的節線數增加，節線與節線的交點增加。以下就小部分的細節討論：

實驗三——小喇叭為波源置於鼓皮側緣——我們先依據原圖放置固定點 1（靠近波源），再根據其產生的圖形放置固定點 2。當固定點 1 和 2 的距離較近時（ $< 7\text{ cm}$ ），其連線間的振幅明顯變小，波腹與節線區隔不清楚；但在加大距離後，連線間的節線比其他地方清晰。推測是當兩固定點間的距離較小時，波遇到阻礙不易將能量傳進去，使節線模糊；而在距離加大後固定點 2 變成反射的牆壁，形成明顯的駐波將能量留在其中，所以節線更清楚。

固定點靠近邊緣時，對圖形影響多在周圍。因為原始的圖形是依鼓皮的邊緣反射，所以當固定點靠近邊緣時，由邊緣反射的波又被固定點再反射，使駐波留在點和邊緣之間形成新的節線，讓周圍的變化較大。

捌、結論

- 一、節線數隨頻率提高而增加，節線間距漸小。
- 二、波源在邊緣時，固定點在靠近鼓皮圓心的變化，比點在周圍時大（影響範圍廣）。
- 三、放置固定點的地方必有節線通過，且有些點會成為波傳遞時的障壁，造成反射波形成新的駐波。

玖、參考資料及其他

- 一、高中物質科學物理篇 第 13 章波動 第 14 章聲音
- 二、Jearl Walker 著 葉偉文譯 物理馬戲團 2 （民 89.5）第一版
台灣 天下遠見出版 p.144 p.145 （克拉尼聲圖的簡介）
- 三、克拉尼聲圖簡介、製作、理論、作者實驗的整理、數據，歸納節線公式
（<http://www.phy.davidson.edu/StuHome/derekk/Chladni/pages/menu.htm>）
- 四、克拉尼聲圖簡介、原理、製作及相關應用之實驗（吉他、小提琴的克拉尼聲圖）（<http://www.phys.unsw.edu.au/~jw/chladni.html>）
- 五、克拉尼聲圖節線整理公式、3D 電腦繪製的克拉尼聲圖
（<http://astronomy.swin.edu.au/~pbourke/modelling/chladni/>）

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會
評 語

高中組 物理科

040109

一波未平，一波又起—探討克拉尼聲圖

國立臺中女子高級中學

評語：

本件以週期式的振動金屬板或鼓皮來產生其上細砂的頻譜。雖能以改變週期、固定點、固定點數目來產生各式譜圖，但較缺少定量的分析，來探討干涉譜圖，有可待加強之度。雖產生許多干涉譜圖，但較少以波數間的干涉反應，解釋所觀測得之譜圖，欠缺完整性。