

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會  
作品說明書

---

高中組 物理科

最佳團隊合作獎

040103

幾何滾拉拉

國立羅東高級中學

作者姓名：

高二 謝昀達 高二 李偉任 高二 王承哲  
高二 周宗興

指導老師：

林中彥 簡崇真

## 摘 要

我們的實驗是爲了觀察物體旋轉落入水中的軌跡，其與轉動慣量、落水速度及轉速的關係，落水速度可用距水高度控制，而轉速則可用馬達來控制，至於轉動慣量，我們另外設計了一組實驗，利用能量守恆的概念，測量待測物(不規則形)的轉動慣量後，再來觀察不同轉動慣量的物體入水的軌跡。

測量轉動慣量部份，我們測量了三角形、正方形以及一些特殊形狀的物體，例如傾斜待測物和有挖洞的圓板，應用於後面的實驗。

觀察物體旋轉落入水中的軌跡方面，我們重點放在物體在不同轉速、瞬時速度時，其移動與受力的關係，利用相機動態拍攝，拍下物體在下落的過程中，位置和轉速的變化，記錄並分析速度、加速度和受力，與轉速和落水速度的關係，並改變物體的轉動慣量(挖洞)來觀察其變化。

## 研究動機

高中物理提到旋轉的物體前進時因兩側壓力不同而受力，所受的力  $F=(\Delta P)A$ ，又提及質點在空氣中落下的物體所受的阻力與  $v$  成正比( $f=-kv$ )最後達終端速度，但未提及當實體考慮阻力的情況，旋轉向下的運動狀況

### 目的：

測當物體旋轉落入水中，觀察水準與鉛直方向受力情形與轉動慣量、速度、轉速之關係；當質量不在中心時其又有什麼不同

### 實驗設計流程

設計精確量轉動慣量→以此方式測得之質量落入水中→旋轉後落入水中(改變轉速、落水初速、質量)

#### 實驗一：測轉動慣量

原因：雖有些形狀的轉動慣量可依計算求得，但對稱性差的形狀卻非高中生所能計算→先設計能較準確測出轉動慣量

#### 實驗二：旋轉物體在水中的運動分析

### 壹.測量轉動慣量

#### 實驗器材：

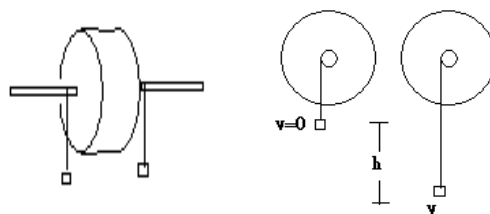
光電計時器 x1                      支架與軸承 x2                      漆包線 x1 捲  
砝碼                                      夾子x2                                      潤滑油  
圓木板半徑 12cm 重 440g      正三角板外接圓半徑 12cm 重 440g  
正方形木板外接圓半徑 12cm 重 440g      鋼軸心x1(半徑 0.4cm)

#### 實驗設計：(簡圖)

由力學能守恆：砝碼損失之位能=砝碼獲得之動能+圓盤轉動之動能+中心軸轉動動能

$$(2m)gh = \frac{1}{2}(2m)v^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}I'\omega^2$$

$$(2m)gh = \frac{1}{2}(2m)v^2 + \frac{1}{2}I\left(\frac{v}{r}\right)^2 + \frac{1}{2}I'\left(\frac{v}{r}\right)^2$$



其中  $m$ ：砝碼質量

$I$ ：圓盤轉動慣量

$I'$ ：中心軸之轉動慣量

$h$ ：下降高度

$v$ ：到最低點之速度

$\omega$ ：轉動之角速度  $= \frac{v}{r}$

#### 實驗說明：

將一圓板中心鑽一半徑 0.4cm 之孔將軸心貫穿使軸心與木板緊緊接合，架置在軸承上，使其受力能轉動，在原盤兩端軸心上緊綁細線，將兩線垂吊砝碼，轉動圓盤使兩

砝碼上升至固定高度，開始實驗，將兩靜止砝碼放開，使其自然下降至光閘感應處(見上圖)，使圓木板轉動，使用兩砝碼損失之位能，並使用光電計時器，將兩光閘黏在一起，相距 1.5cm，測出砝碼通過兩光閘之時間，算出兩砝碼通過光閘時之瞬時速度，算出動能，又以此瞬時速度為轉軸之線速度，得知轉軸之角速度，亦得知圓盤之角速度，利用以上之條件，測出轉動慣量。

**最終實驗結果與數據：**

一.圓盤：半徑 8cm 厚 1cm 重 537g 砝碼掉落距離 0.6m

轉動慣量標準值  $1.718E-03$

砝碼重	100g	150g	200g	250g	300g
瞬時速度	9.840E-02	1.181E-01	1.358E-01	1.503E-01	1.640E-01
	9.730E-02	1.175E-01	1.342E-01	1.496E-01	1.627E-01
	9.630E-02	1.169E-01	1.324E-01	1.479E-01	1.628E-01
	9.710E-02	1.179E-01	1.347E-01	1.502E-01	1.642E-01
	9.620E-02	1.181E-01	1.330E-01	1.499E-01	1.633E-01
瞬時速度平均	9.706E-02	1.177E-01	1.340E-01	1.496E-01	1.634E-01
I 測量值	$1.663E-03$	$1.695E-03$	$1.743E-03$	$1.748E-03$	$1.757E-03$
誤差	-3.20%	-1.31%	1.45%	1.75%	2.28%

I 測量值平均值  $1.721E-03$  (誤差取和標準值的誤差)

二.正方形：邊長 18cm 厚 0.8cm 重 724g 砝碼掉落距離 0.6m

砝碼重	150g	200g	250g	300g	350g
瞬時速度	7.811E-02	8.989E-02	9.979E-02	1.104E-01	1.169E-01
	7.815E-02	9.011E-02	1.008E-01	1.101E-01	1.179E-01
	7.824E-02	9.012E-02	1.008E-01	1.095E-01	1.189E-01
	7.809E-02	9.031E-02	9.973E-02	1.092E-01	1.181E-01
	7.831E-02	9.016E-02	9.915E-02	1.090E-01	1.177E-01
瞬時速度平均	7.818E-02	9.012E-02	1.001E-01	1.096E-01	1.179E-01
I 測量值	$3.846E-03$	$3.858E-03$	$3.912E-03$	$3.908E-03$	$3.942E-03$
誤差	-1.22%	-0.89%	0.49%	0.39%	1.27%

I 測量值的平均值  $3.893E-03$  (因無法得知標準值,所以誤差取和平均值的誤差)



三.三角形：邊長 24cm 厚 0.8cm 重 533g 砝碼掉落距離 0.6m

砝碼重	100g	150g	200g	250g	300g	350g
瞬時速度	7.510E-02	9.170E-02	1.060E-01	1.181E-01	1.288E-01	1.393E-01
	7.506E-02	9.228E-02	1.054E-01	1.186E-01	1.290E-01	1.381E-01
	7.470E-02	9.170E-02	1.055E-01	1.181E-01	1.295E-01	1.405E-01
	7.563E-02	9.225E-02	1.059E-01	1.175E-01	1.284E-01	1.381E-01
	7.508E-02	9.130E-02	1.049E-01	1.182E-01	1.290E-01	1.389E-01
平均瞬時速度	7.511E-02	9.185E-02	1.055E-01	1.181E-01	1.289E-01	1.390E-01
I 測量值	2.778E-03	2.786E-03	2.812E-03	2.807E-03	2.825E-03	2.836E-03
誤差	-1.05%	-0.76%	0.19%	-0.02%	0.63%	1.02%

I 測量值的平均值 **2.807E-03** (因無法得知標準值,所以誤差取和平均值的誤差)

由以上實驗測得以上兩規格正方形和三角形的轉動慣量分別為 **3.893E-03**、**2.807E-03**，又因進一步實驗所需，必須要得知其他形狀相同但規格不同的轉動慣量，因此作了下面推導：

從參考資料得知，轉動慣量與邊長平方成正比，和質量一次方成正比

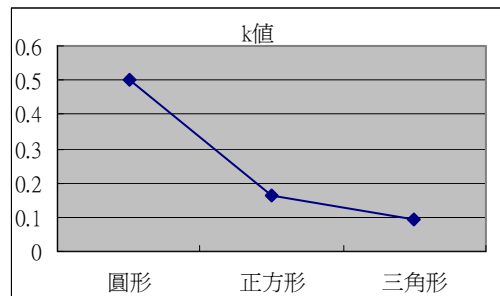
例：圓的轉動慣量計算公式為  $I = \frac{1}{2} r^2 m$

$\therefore I \propto r^2 \quad I \propto m \quad r$ :半徑  $m$ :質量

此與半徑的平方和質量成正比

因此可設三角形和正方形的轉動慣量

$I = \kappa r^2 m \quad r$ :邊長  $m$ :質量



用上面的實驗結果可分別推算出三角形與正方形的 k 值如下：

三角形  $\kappa = 0.0914$

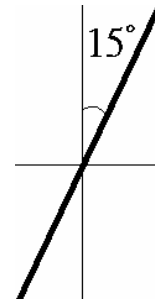
正方形  $\kappa = 0.166$

因此可算出其他規格的轉動慣量，以利進一步實驗所需。

將軸心插入待測板(半徑 12cm 質量 370g 和 11cm 質量 310g)的重心,角度改為偏 15 度,測其轉動慣量。

四.斜圓盤 1：半徑 12cm 重 370g 砝碼掉落距離 0.6m

砝碼重	150g	200g	250g	300g
瞬時速度	9.342E-02	1.055E-01	1.203E-01	1.295E-01
	9.342E-02	1.063E-01	1.186E-01	1.308E-01
	9.279E-02	1.043E-01	1.195E-01	1.296E-01
	9.228E-02	1.076E-01	1.192E-01	1.291E-01
	9.192E-02	1.066E-01	1.181E-01	1.284E-01
平均瞬時速度	9.277E-02	1.061E-01	1.191E-01	1.295E-01
I 測量值	2.731E-03	2.785E-03	2.758E-03	2.801E-03



I 測量值的平均值 **2.769E-03**

五.斜圓盤 2：半徑 11cm 重 310g 砝碼掉落距離 0.6m

砝碼重	150g	200g	250g	300g
瞬時速度	1.106E-01	1.291E-01	1.405E-01	1.532E-01
	1.123E-01	1.285E-01	1.416E-01	1.556E-01
	1.115E-01	1.261E-01	1.411E-01	1.543E-01
	1.098E-01	1.267E-01	1.429E-01	1.567E-01
	1.099E-01	1.261E-01	1.403E-01	1.558E-01
平均瞬時速度	1.108E-01	1.273E-01	1.413E-01	1.551E-01
I 測量值	1.913E-03	1.932E-03	1.960E-03	1.950E-03

I 測量值的平均值 1.939E-03

由此兩實驗結果，代入先前公式  $I = kr^2m$  可得兩 k 值分別為：0.520、0.517  
兩者相差不大，故可推知插入角度不同，轉動慣量亦成正比於邊長平方和質量，而且其歪斜轉動比鉛直隨軸心轉動的轉動慣量更大。

六.斜方形板：邊長 18cm 重 377g 砝碼掉落距離 0.6m

砝碼	100g	150g	200g	250g	300g
瞬時速度	8.253E-02	1.025E-01	1.192E-01	1.301E-01	1.416E-01
	8.365E-02	1.032E-01	1.175E-01	1.330E-01	1.443E-01
	8.540E-02	1.026E-01	1.169E-01	1.307E-01	1.439E-01
	8.490E-02	1.031E-01	1.186E-01	1.311E-01	1.422E-01
	8.483E-02	1.013E-01	1.187E-01	1.307E-01	1.437E-01
平均瞬時速度	8.426E-02	1.025E-01	1.182E-01	1.311E-01	1.431E-01
I 測量值	2.207E-03	2.235E-03	2.242E-03	2.276E-03	2.291E-03
誤差	-1.92%	-0.69%	-0.35%	1.16%	1.82%

I 測量值的平均值 2.250E-03 (誤差是取和平均值的誤差)

K=0.184

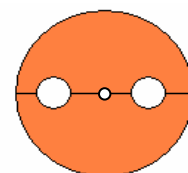
斜方形板的轉動慣量亦比鉛直隨軸心轉動的大，有圓板相同的趨勢。

因後期實驗所需，故測量以下之轉動慣量

有洞的圓板 半徑 12cm 重 453 克

砝碼重	200g	250g	300g	350g
瞬時速度	9.840E-02	1.101E-01	1.209E-01	1.317E-01
	9.810E-02	1.101E-01	1.221E-01	1.311E-01
	9.890E-02	1.119E-01	1.211E-01	1.306E-01
	9.930E-02	1.111E-01	1.206E-01	1.311E-01
	9.970E-02	1.109E-01	1.218E-01	1.308E-01
平均瞬時速度	9.888E-02	1.108E-01	1.213E-01	1.311E-01
I 測量值	3.204E-03	3.188E-03	3.192E-03	3.189E-03

I 測量值的平均值 3.193E-03



## 八.有洞的圓板 半徑 14cm 重 610 克

砝碼重	250g	300g	350g	400g
瞬時速度	8.110E-02	8.840E-02	9.670E-02	1.031E-01
	8.290E-02	8.770E-02	9.740E-02	1.027E-01
	8.170E-02	9.130E-02	9.560E-02	1.044E-01
	8.190E-02	9.200E-02	9.550E-02	1.024E-01
	8.310E-02	8.890E-02	9.840E-02	1.039E-01
平均瞬時速度	8.214E-02	8.966E-02	9.672E-02	1.033E-01
I 測量值	5.806E-03	5.847E-03	5.861E-03	5.871E-03

### I 測量值的平均值 5.846E-03

由以上結果，代入上述式子兩 k 值分別為 0.490 0.492 皆小於無洞，且兩值相近，故推斷其亦與邊長平方和質量成正比，故可適用於其他規格，以利日後實驗所需。

因實驗經過多次改進與修正，實驗資料與數據龐大，限於幅有限，只列出多次改進後的測量結果，其餘資料放於會場附件中。

### 討論：

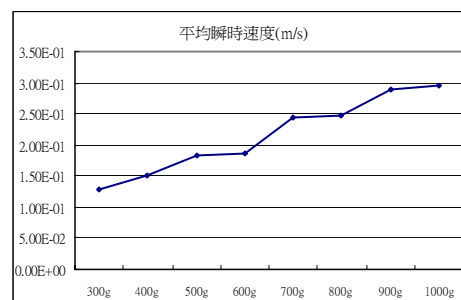
在原測不準的情況下做了以下多次改進

1. 對同一物體末速多次測量快、慢不同→可能軸心不直(將軸心拔起，使其從斜面上向下滾動，發現明顯不直，軸心微微彎曲。)

改進：將軸心長度從 30 公分換成長 18 公分，並使用含碳量較高的鐵棍

2. 速度不隨重量成比例增加，可能是因為軸與軸承的嵌入的角度不對，或兩軸承擺放的高度不同而產生一額外的摩擦力，當重量夠大足以克服其額外摩擦力時，速度就會突然增加，速度圖呈階梯狀(如圖)

改進：用尺測量，將二軸承的孔對準，並用水準儀測量高度是否相同，再用雷射筆從一孔射出光線，看光線有沒有順利通過另一孔，以此方法進行微調，並用筆標出正確的擺放位置。



3. 用不同的高度(0.6m 1.2m 1.8m)多次測量後，發現因高度越高，砝碼的速度越快，造成整個系統晃動，影響實驗精準度，故取 0.6m 為往後實驗高度。
4. 剛開始的實驗，使用光電計時器測得瞬時速度，但最後實驗分析發現，誤差過大。  
改進：改用新的儀器，利用都普勒效應，測得較精準的瞬時速度

## 貳.旋轉物體在水中的運動分析

### 實驗器材：

水缸(寬 30cm 長 50cm 高 120cm)

馬達(最快 1800 轉/分)

氣壓鋼

鋁圓板(半徑 4cm 重 137g)

原理：依白努力定律

$$\rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 + P = \text{定值}$$

### 側壓作用力之分析：

若鉛直下降瞬時速度  $v_y \Rightarrow \frac{1}{2} \rho v_1^2 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + P_2$  見下圖

其中  $v_1 = v_y + r\omega$   
 $v_2 = v_y - r\omega$  (r：圓盤半徑,  $\omega$ ：當時旋轉之角速度, X：厚度)

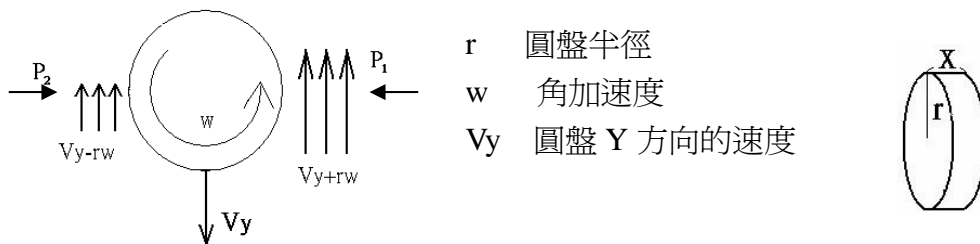
$$\text{代入} \Rightarrow \frac{1}{2} \rho v_1^2 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + P_2$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \frac{1}{2} \rho [(v_y + r\omega)^2 - (v_y - r\omega)^2] = 2\rho r\omega v_y$$

$$\text{所受側向作用力 } F = (\Delta P)A = 2\rho r\omega v_y \cdot (2rx) = 4\rho r^2 v_y \omega x$$

$$\text{所受來自水平方向之總力：} \Sigma F_x = 4\rho r\omega v_y x - F_{drag}$$

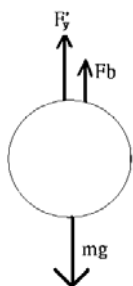
橫向受力示意圖：



### 縱向分析

無轉動：(自由落下)

$$\text{在 } y \text{ 方向的合力：} F_y = mg - F_b - F'_y = mg(1 - \frac{\rho}{\rho'}) - F'_y$$



$F'_y$  (在 Y 方向的阻力)(黏滯力)

$F_b$  浮力 ( $F_b = mg \frac{\rho}{\rho'}$ ,  $\rho$  是水的密度,  $\rho'$  是圓盤的密度)

$mg$  重力 (m 是質量, g 是重力常數)

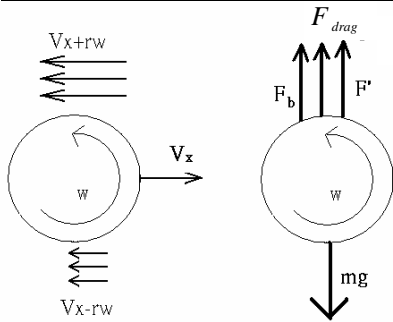


有轉動的情況：

$$\Sigma F \Rightarrow m \cdot \frac{dv}{dt} = ma = mg \left( 1 - \frac{\rho}{\rho'} \right) - F_{drag} - F'$$

$F' = 4\rho r^2 v_x \omega x$  代入 (轉動時壓差造成之作用力)

$$\Sigma F = mg \left( 1 - \frac{\rho}{\rho'} \right) - 4\rho r^2 v_x \omega x - F_{drag} = ma$$



**實驗設計：**將一圓鋁板置於轉軸上，用氣壓鋼把鋁板夾住固定(如照片)，且放在水缸上，開始實驗。讓馬達開始旋轉，依實驗需要決定轉速(0,900,1800 轉/分)，利用氣壓鋼快速收回，使圓鋁板掉落水缸中，並拍下掉落軌跡加以分析。

變因：物體的轉速、落水初速(落水高度)、不同轉動慣量

轉速：0 轉、900 轉、1200 轉、1500 轉

落水高度：0.12m、0.195m、0.275m、0.325m

轉動慣量：無洞 1.08E-04、有洞 9.11E-05

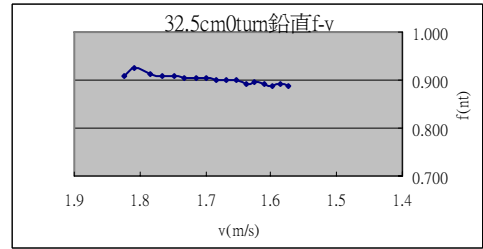
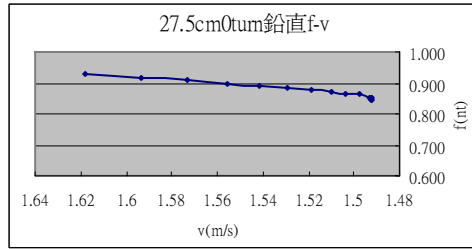
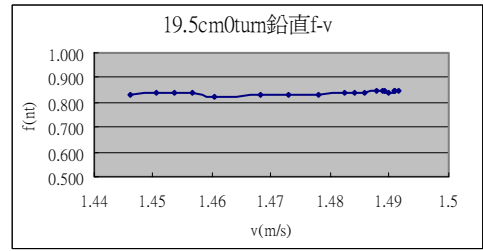
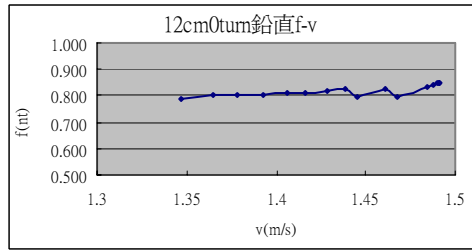


# 實驗數據與結果

## 無轉落水分析

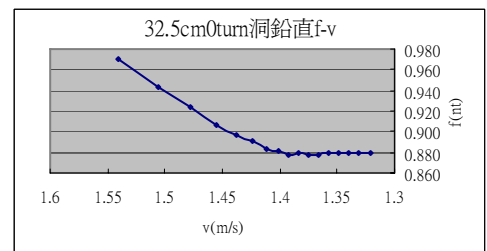
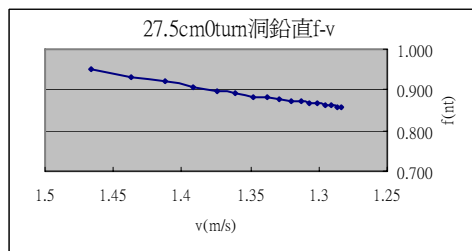
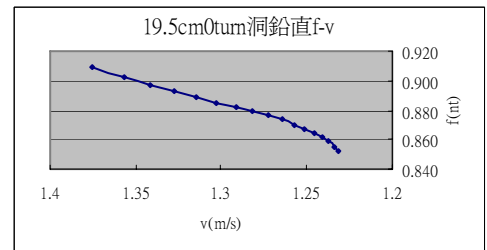
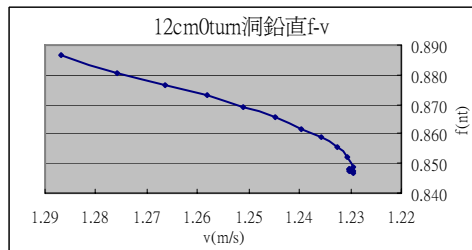
### 一.沒有洞 0 轉

f-v



### 二.有洞 0 轉

f-v

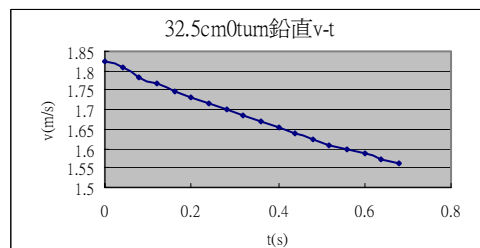
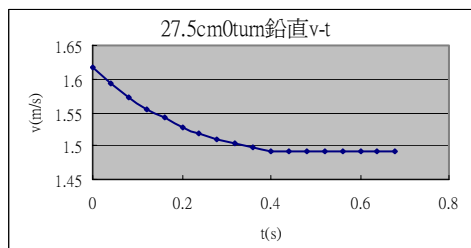
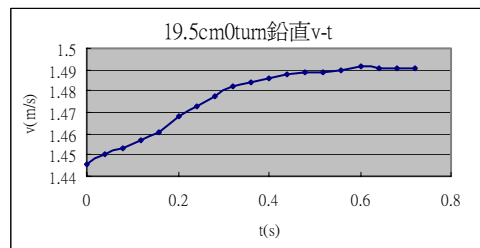
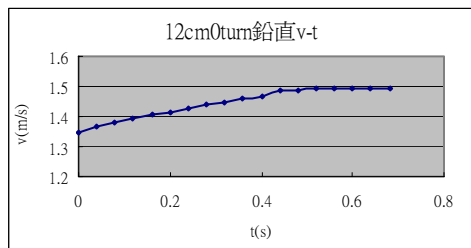


1.速度愈大阻力愈大，而速度愈小阻力也愈小。

從上圖可知，未達終端速度前，圖形幾乎為一直線故設  $f = kv$

### 三.沒有洞 0 轉

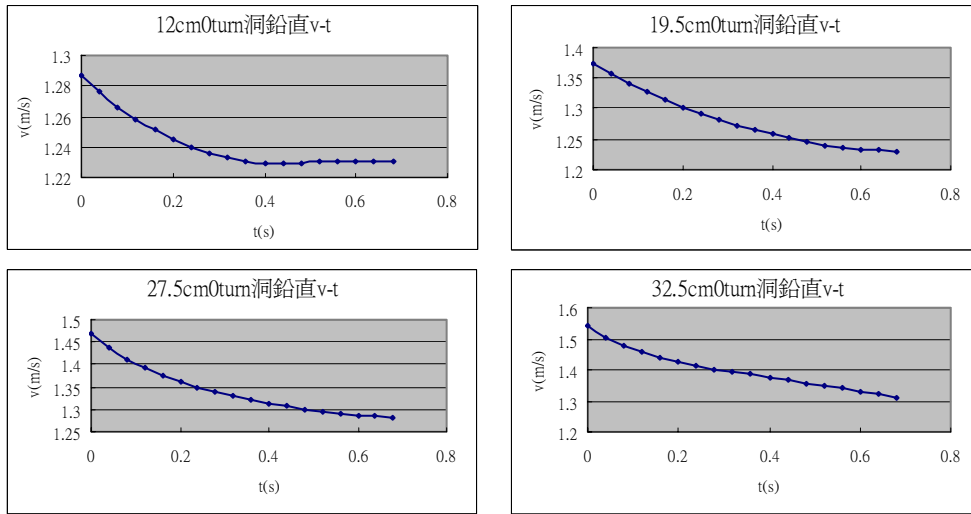
v-t



1.前三高度皆達終端速度，終端速度分別是 12cm：1.4914 19.5cm：1.49103  
27.5cm 1.49181 (m/s) →終端速度達定值，與落水高度無關(即落水初速)

#### 四.有洞 0 轉

v-t



1.前二高度皆達終端速度，終端速度分別是 12cm：1.23037 19.5cm：1.2308 (m/s)。  
2.四種高度的落水高度皆大於終端速度，落水後速度漸減趨近於終端速度。

#### 綜合分析

1.同情況不同速度下落→達相同之終端速度

2.若  $v_0 > \frac{mg'}{k}$  (終端) →  $g' - \frac{k}{m}v_0 < 0$  → 入水後速度漸小最後趨於終端速度

3.若  $v_0 < \frac{mg'}{k}$  (終端) →  $g' - \frac{k}{m}v_0 > 0$  → 入水後速度漸增→最後趨於終端速度

對上述結果作了以下的推導：

$$mg - B = mg \left( \frac{\rho'}{\rho} - 1 \right)$$

$$mg \left( \frac{\rho'}{\rho} - 1 \right) - kv = m \frac{dv}{dt} \quad \text{令 } k' = \frac{k}{m}$$

$$g' - k'v = \frac{dv}{dt} \quad g' = \frac{\rho'}{\rho} - 1$$

$$\int dt = \int_{v_0}^v \frac{dv}{g' - k'v}$$

$$t = -\frac{1}{k} \ln(g' - k'v) \Big|_{v_0}^v$$

$$t = -\frac{1}{k} \ln \left( \frac{g' - k'v}{g' - k'v_0} \right)$$

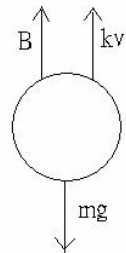
$$e^{-kt} = \frac{g' - k'v}{g' - k'v_0}$$

$$(g' - k'v_0)e^{-kt} = g' - k'v$$

$$v = \frac{g'}{k'} - \frac{(g' - k'v_0)}{k'} e^{-kt}$$

$$v = \frac{mg'}{k} - \frac{m(g' - k'v_0)}{k} e^{-\frac{k}{m}t}$$

$$\text{當 } t \rightarrow \infty \quad v_{\text{終}} = \frac{mg'}{k}$$



終端速度與質量成正比

質量 無洞  $m_1=0.1374$  kg 有洞  $m_2=0.1162$  kg

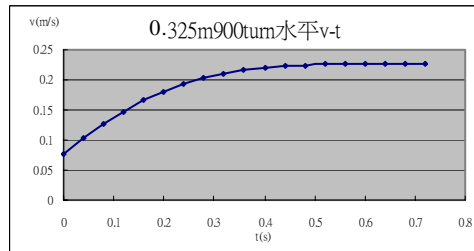
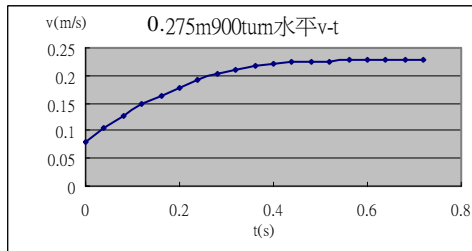
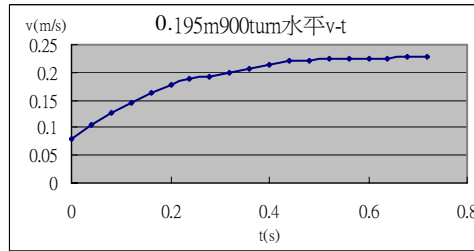
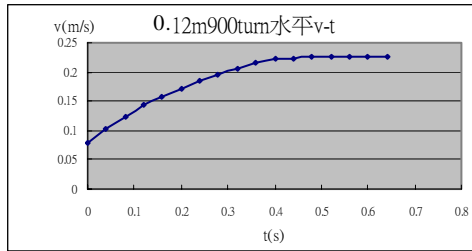
終端速度 無洞  $v_1=1.490$  m/s 有洞  $v_2=1.230$  m/s

$m_1/m_2=0.1182$   $v_1/v_2=0.1211$  兩值相近誤差 2.4% 推論 k 值為：0.576

## 無洞有轉水平分析

### 五.900 轉四個高度落下之

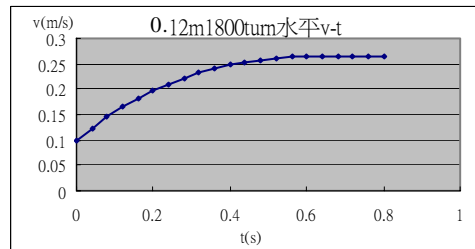
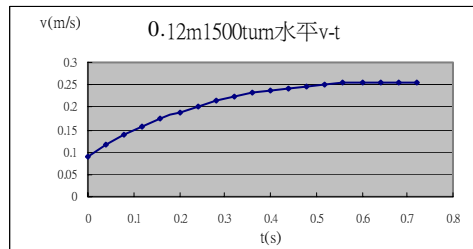
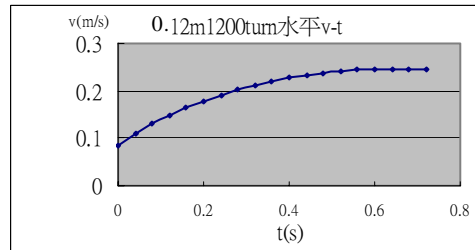
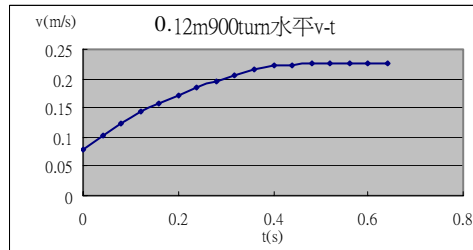
v-t



1. 由上圖可知,四個高度,圖幾乎一樣,可見落水高度並不影響水平速度,因此只取落水高度 0.12m 的四個轉度來分析

### 六.相同高度不同轉速之水平分析

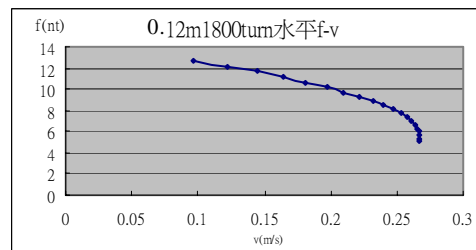
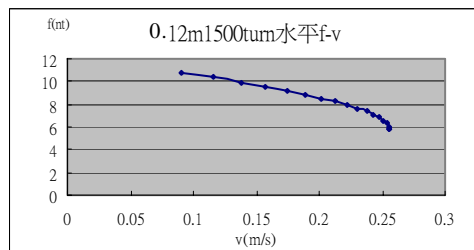
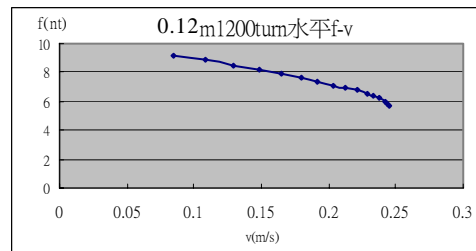
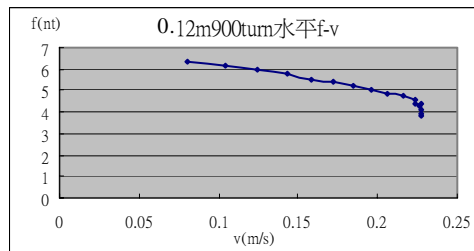
v-t



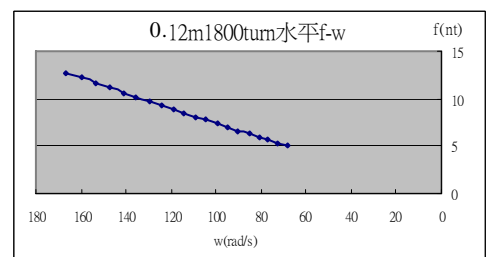
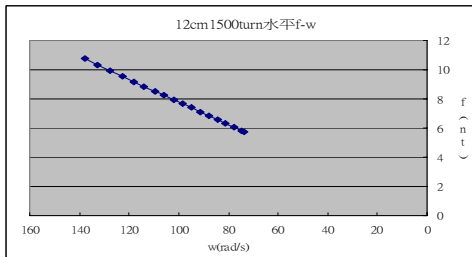
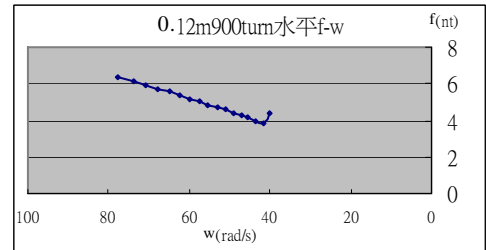
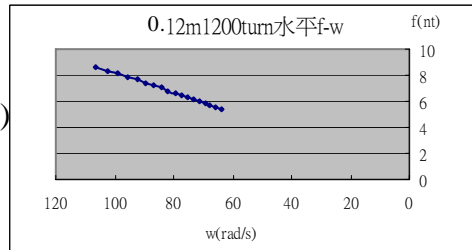
1. 落水速度皆小於終端速度
  2. 轉速對水平終端速度有影響,轉速越大,終端速度越大,如下:  
900 轉:0.2271 1200 轉:0.2465 1500 轉:0.2560 1800 轉:0.2664 (m/s)
- 原因:轉速越大,受側向壓差力越大,故終端速度亦越大

f-v

(水阻力與速度關係)



f-w  
(水阻力  
與角速度關係)

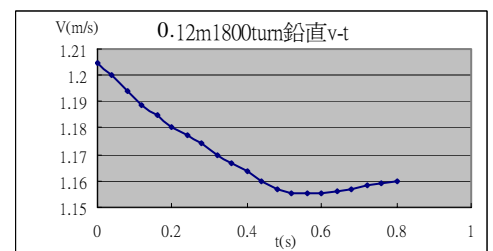
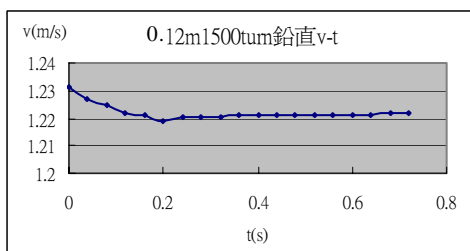
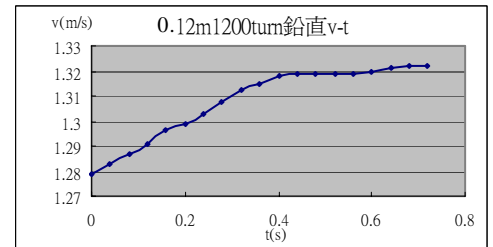
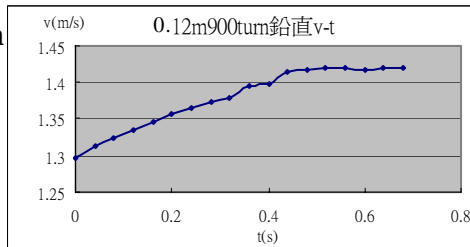


1. 從 f-v 圖和 f-w 圖中, 可看出阻力隨角速度變大而變大, 但卻隨速度變小而變小。原因: 依常理, 速度變大, 阻力應變大, 但卻反之, 推測可能原因為阻力隨角速度變小而變小, 當角速度大時, 角速度對阻力的影響力遠大於速度的影響。
3. 達終端速度時壓差造成側向作用力  $f_p$  等於  $f$  (水阻) 在無轉時假設  $f = kv$  就 900 轉水平為例達終端速度時水阻  $f=2.19nt$ , 但卻等於  $0.252$  明顯不合。
2. 由上知, 轉動中水阻力並非單純的  $kv$ , 而是與兩個量有關, 一是速度, 一是角速度。初落水時角速度變大, 速度很小  $\Rightarrow$  阻力主要受角速度影響, 隨後角速度漸小, 速度漸大  $\Rightarrow$  速度的影響增加
3. 對運動情況之解釋: 一開始  $f_p > f \Rightarrow$  物體向右加速, 後來因  $w$  下降而漸減 ( $f_p = 2rw\rho A$ ), 而  $f$  亦因  $w$  下降漸減, 但速度漸增, 其減少較  $f_p$  慢, 最後當  $f_p = f$  時達終端速度

### 無洞有轉鉛直分析

### 七. 距水高度 0.12m

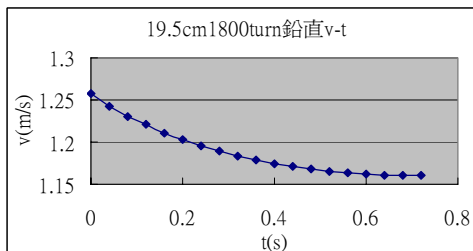
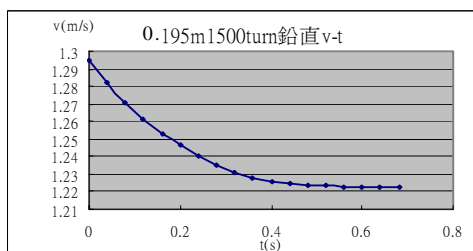
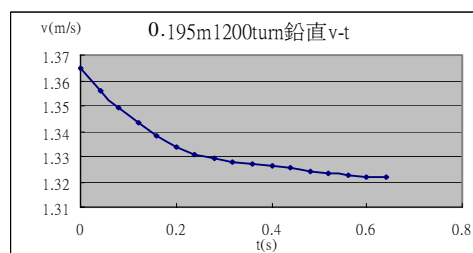
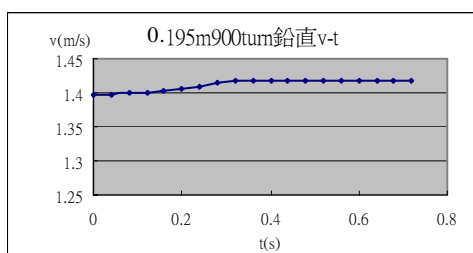
v-t



1. 由實驗知, 鉛直方向的終端速度也受轉速影響, 它們的終端速度分別是  
900 轉: 1.419    1200 轉: 1.322    1500 轉: 1.221    1800 轉: 1.156(m/s)
2. 發現 900 轉與無旋轉落下之終端速度差不多, 推測原因可能是鉛直方向再落水時已有不小的速度, 旋轉影響較小, 但高轉速, 旋轉的差異就很大。
3. 轉速越大, 終端速度越小
4. 前兩個轉速 (900 和 1200) 入水速度小於終端速度, 速度漸增; 另兩個大於終端速度, 速度漸減

## 八.距水高度 0.195m

v-t



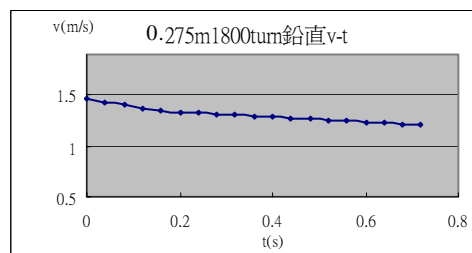
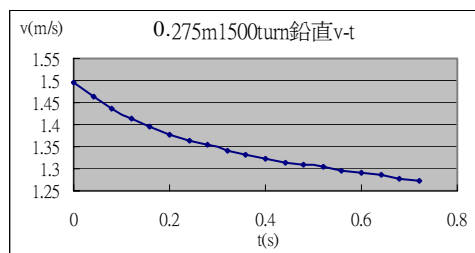
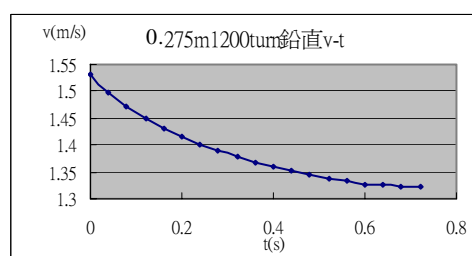
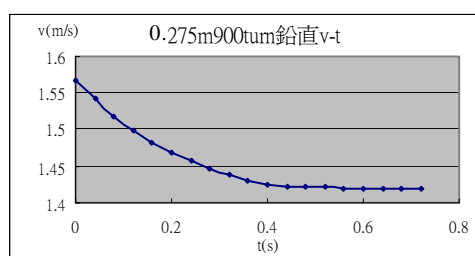
1.此實驗測得終端速度如下：

900 轉：1.419    1200 轉：1.322    1500 轉：1.222    1800 轉：1.160(m/s)

2.900 轉入水速度趨近終端速度，速度變化不大；其他入水速度接大於終端速度，速度漸減

## 九.距水高度 0.275m

v-t



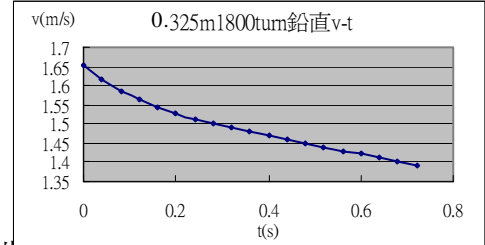
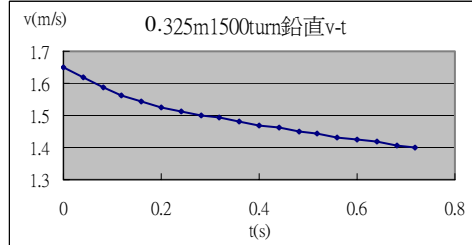
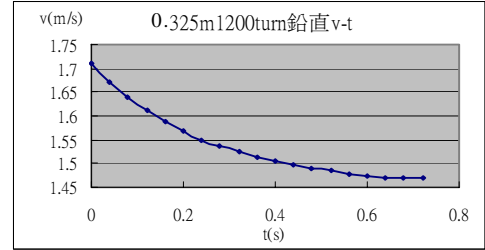
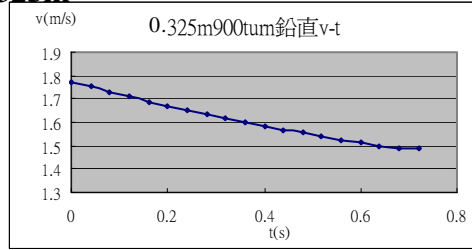
1.實驗測得終端速度如下

900 轉：1.419    1200 轉：1.322    (m/s)

2.入水速度皆大於終端速度，速度漸減 1500 轉和 1800 轉因其轉速大，終端速度小(與前同)未降至其終端速度已落地

## 十.距水高度 0.325m

v-t



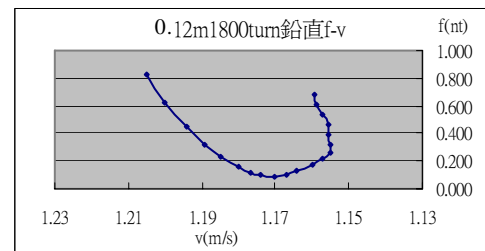
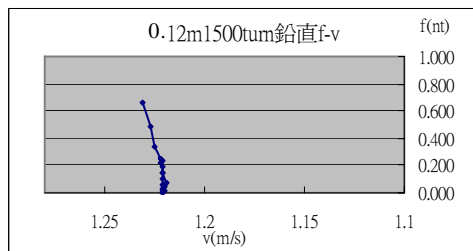
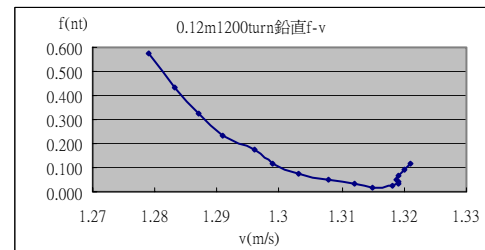
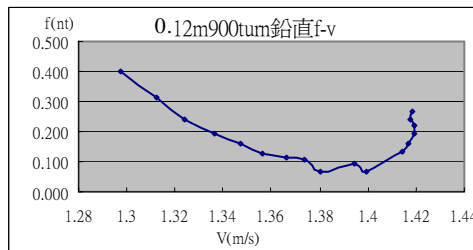
1.入水速度皆大於終端速度，速度漸減，皆未達終端速度。

## 鉛直無洞有轉 v-t 綜合討論

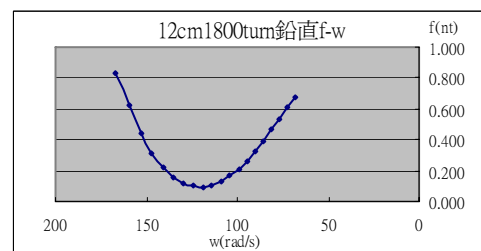
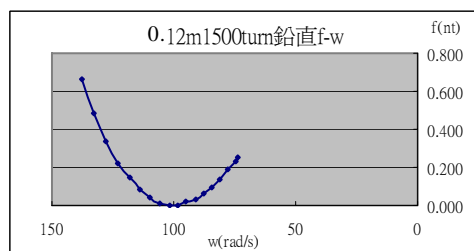
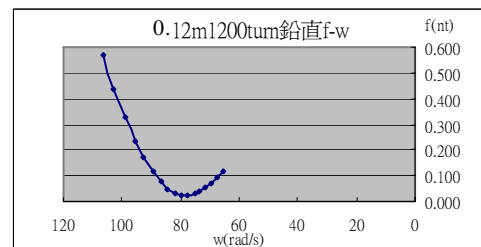
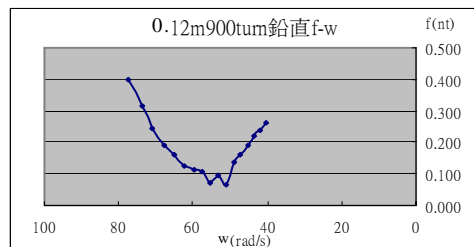
落水速度幾乎不影響終端速度，例如 900 轉的前三高度之值相近，32.5cm 未達終端速度即落地，因此終端速度值與轉速有關。

## 十一.距水高度 0.12m 鉛直的

f-v

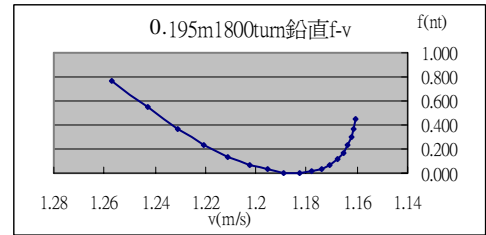
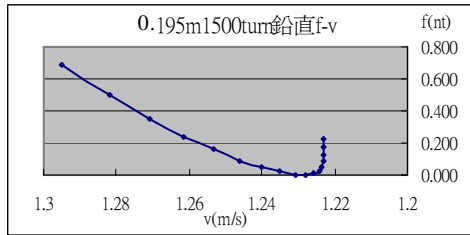
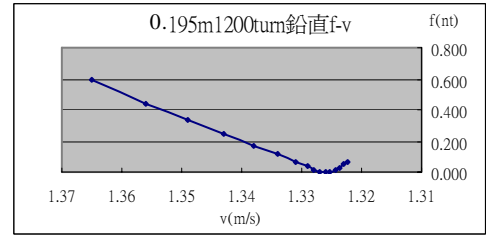
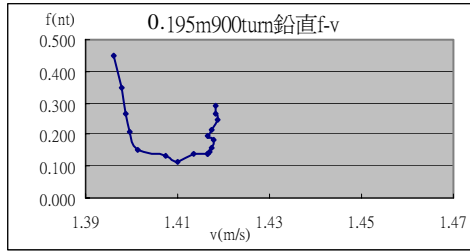


f-w

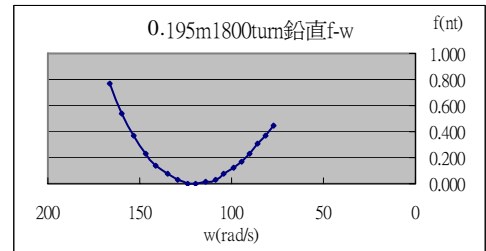
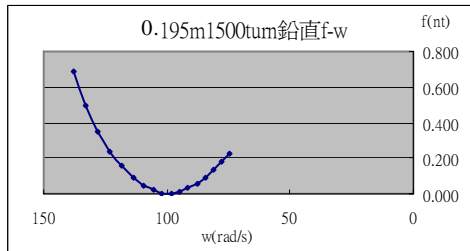
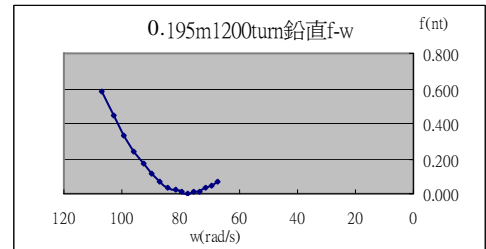
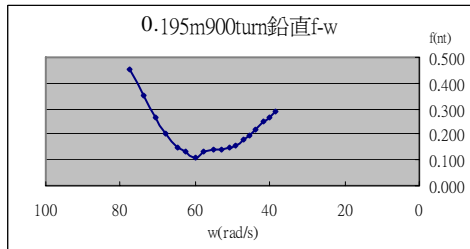


## 十二.距水高度 0.195m

f-v

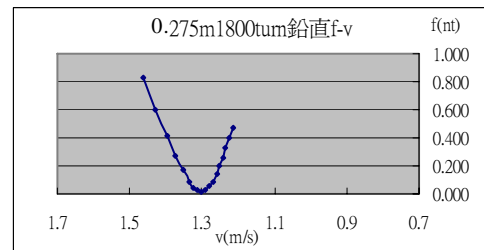
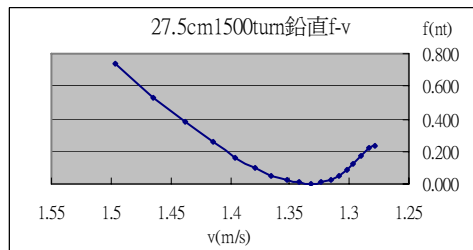
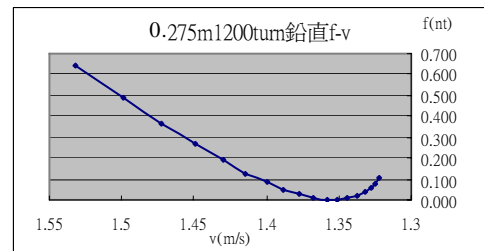
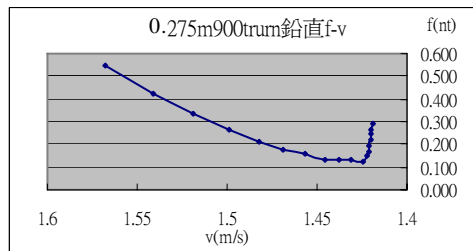


f-w



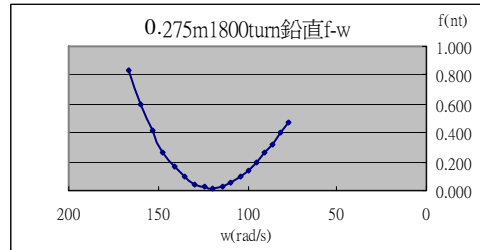
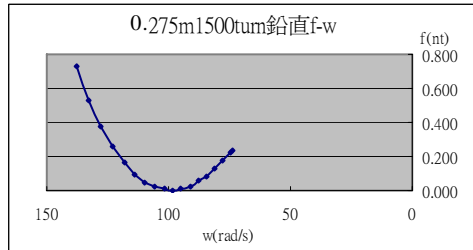
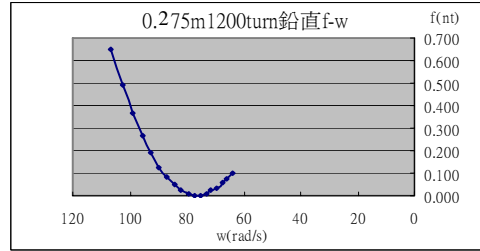
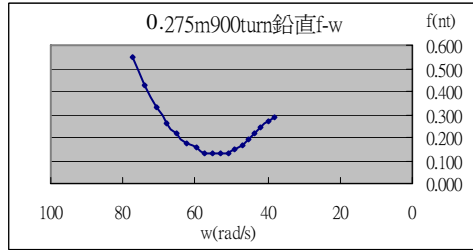
## 十三.距水高度 0.275m

f-v



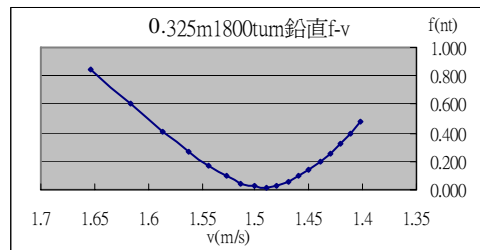
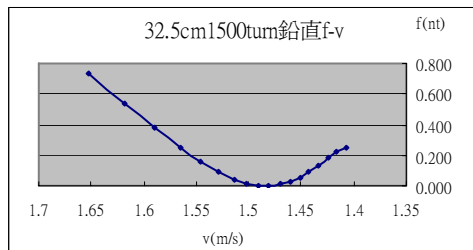
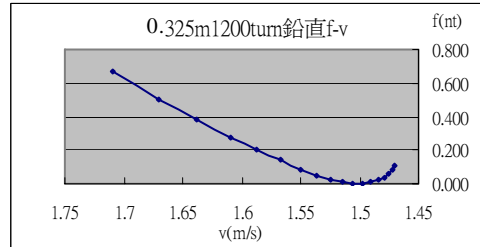
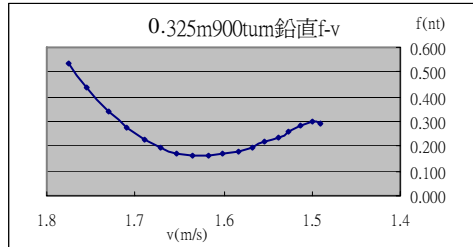


f-w

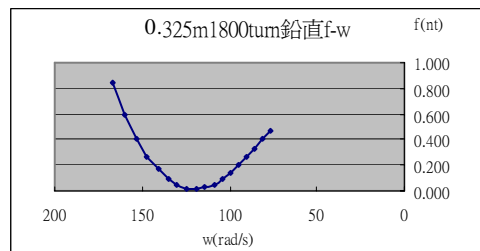
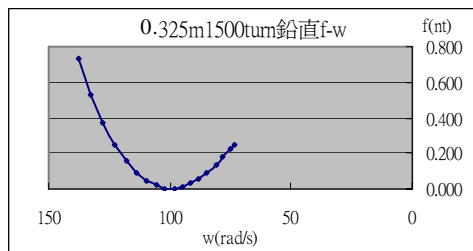
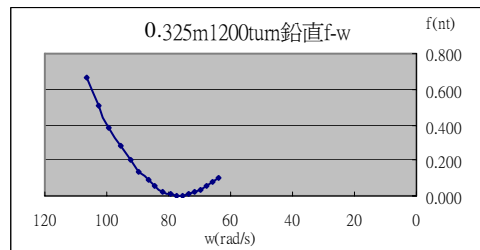
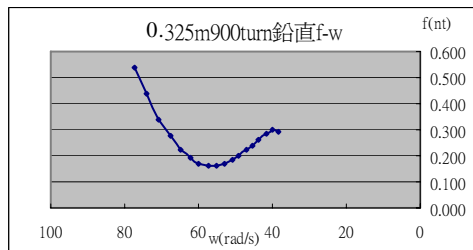


#### 十四.距水高度 0.325m

f-v



f-w



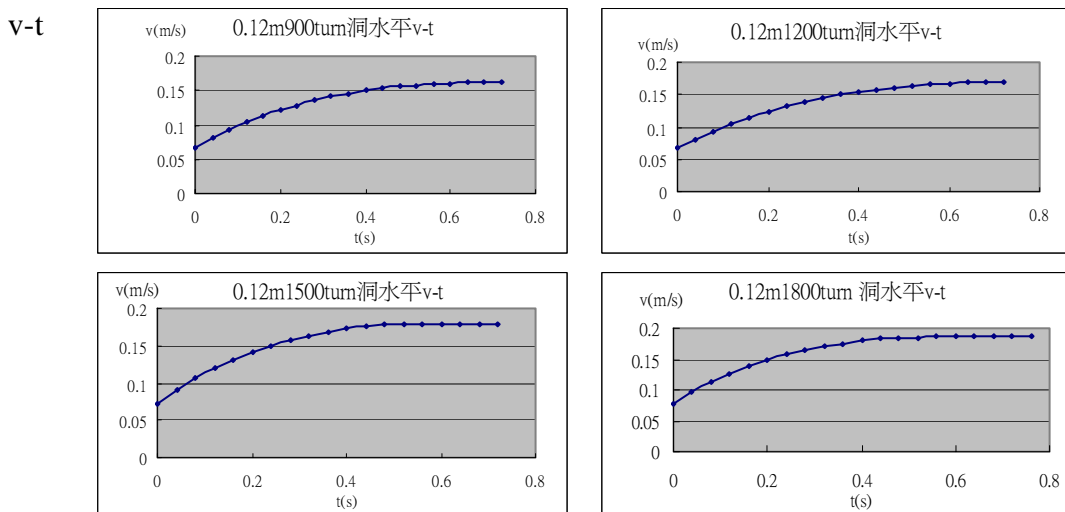
### 鉛直 $f-v$ $f-w$ 圖總分析：

- 1.轉速越大，阻力越大
- 2.落水速度越大，阻力越大
- 3.阻力受角速度和速度的影響，初期角速度大，阻力受角速度的影響大於速度的影響，故隨角速度漸減而跟著漸減(與水平相同)，但後期角速度漸減，速度的影響漸趨明顯，故圖形都有上鉤的趨勢，阻力受速度影響漸大，故漸增

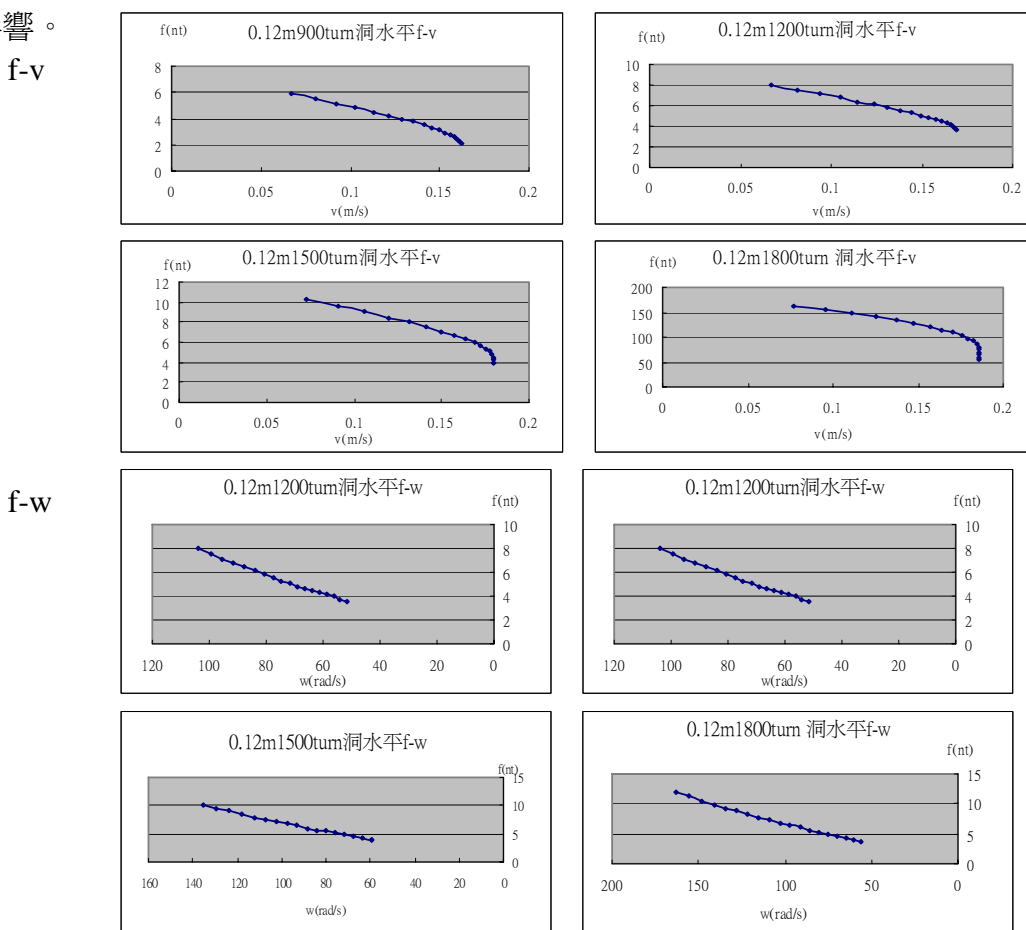
### 水平與鉛直的綜合分析：

兩者皆受角速度變小的影響，阻力漸減，鉛直方面，其阻力在後期隨角速度變小，速度的影響漸趨明顯，阻力漸增；但水平速度小於鉛直速度，阻力受水平速度的影響不大，故角速度減小時，阻力不隨其速度影響而增大(即圖形後期不上勾)

## 十五.有洞無轉水平分析

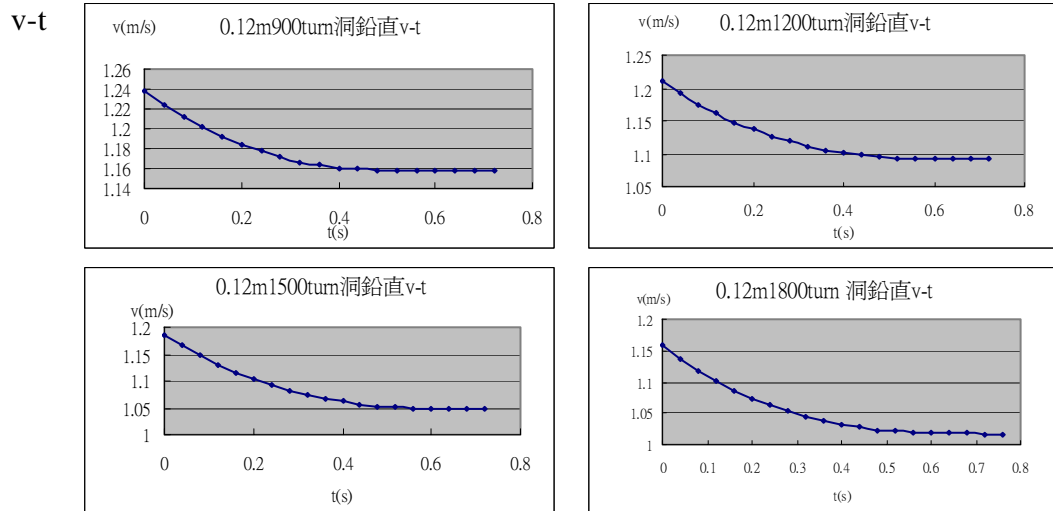


- 1.由上圖知，四個皆趨近終端速度，轉速對終端速度有影響，終端速度分別是 900 轉 0.16199 1200 轉 0.16979 1500 轉 0.17968 1800 轉 0.1858 (m/s)
- 2.轉速越大，終端速度越大
- 3.有轉有挖洞的終端速度明顯小於沒有挖洞，且沒有挖洞與挖洞之質量比為 1.18，但終端速度卻將近 1.42 倍與無轉落水所推論出  $f = kv$  不合，表示有轉多加了角速度的影響。



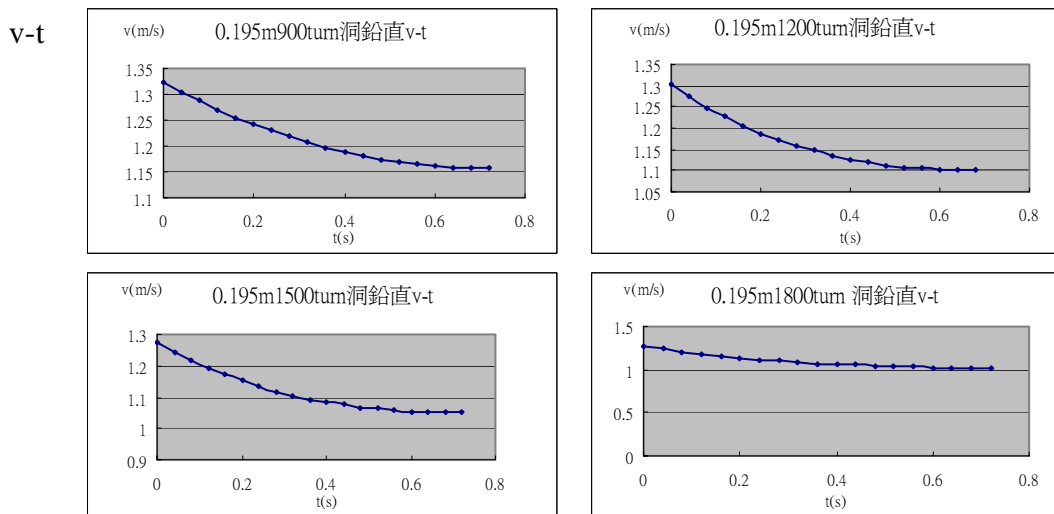
1. 由 f-v 圖跟 f-w 圖阻力隨著角速度變小而變小，隨著速度變大而變小。
2. 速度越大阻力應越大，但卻反之可能是因為角速度的影響大於速度的影響使其阻力漸減，與沒有洞的有相同的趨勢。

### 十五.有洞有轉鉛直分析 0.12m



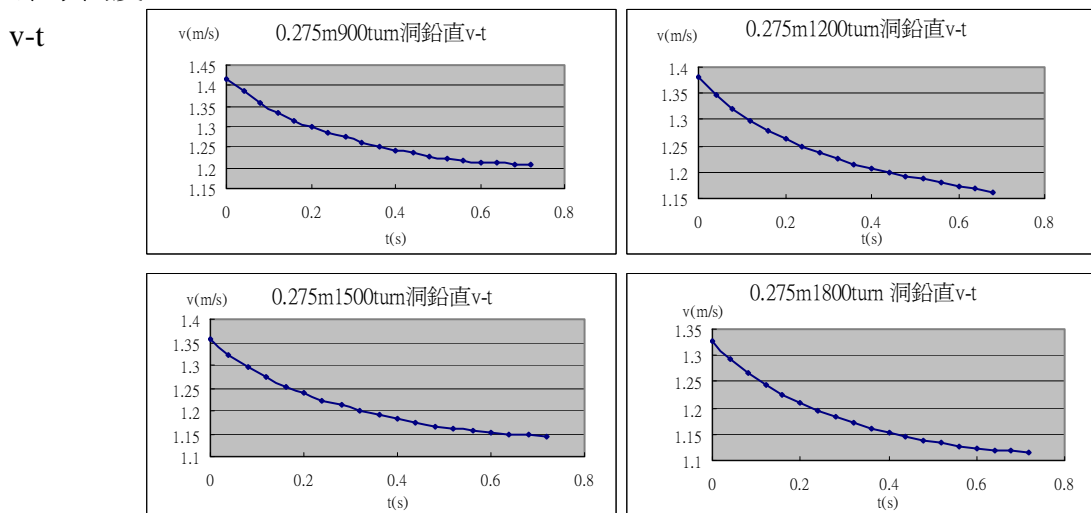
- 由上圖知，落水速度大於終端速度，速度漸減，趨近終端速度，終端速度如下  
 900 轉 1.157    1200 轉 1.09    1500 轉 1.048    1800 轉 1.018            (m/s)
- 轉速對終端速度有影響，轉速越大終端速度越小。

### 十七.距水高度 0.195m



- 由上圖知，落水速度大於終端速度，速度漸減，趨近於終端速度，終端速度如下  
 900 轉 1.158    1200 轉 1.102    1500 轉 1.050    1800 轉 1.019            (m/s)

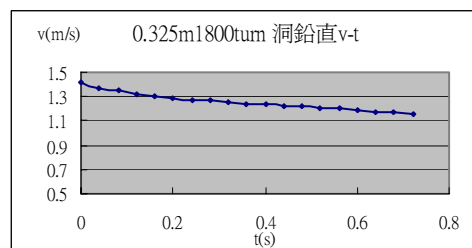
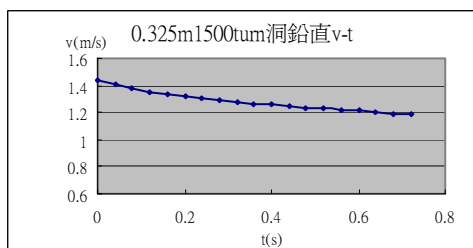
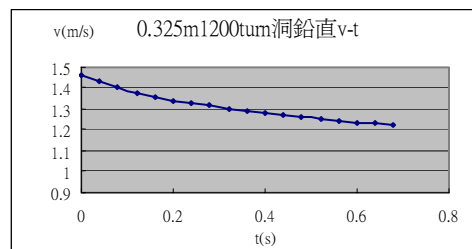
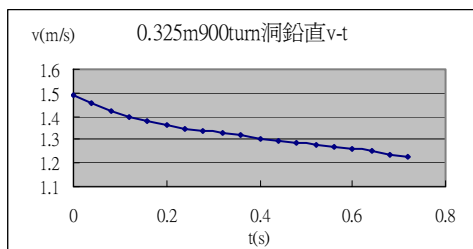
### 十八.距水高度 0.275m



1. 由上圖知，落水速度大於終端速度，速度漸減，趨近於終端速度但皆未達。

十九.距水高度 0.325m

v-t

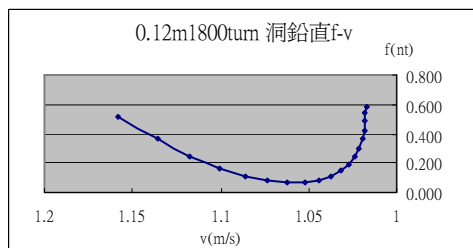
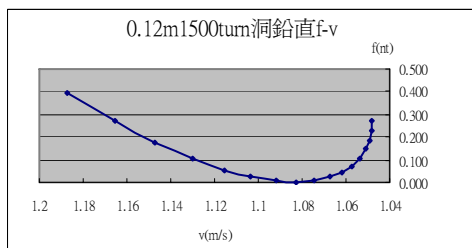
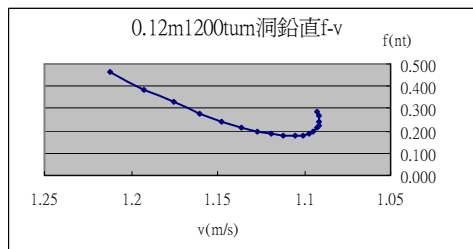
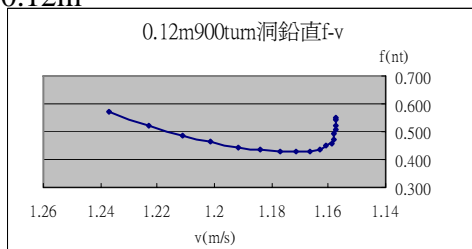


1. 由上圖知，落水速度大於終端速度，速度漸減，趨近於終端速度但皆未達。

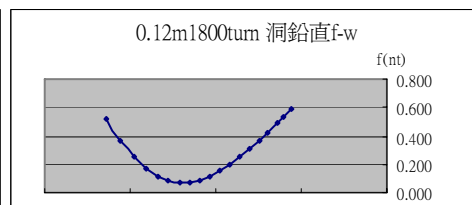
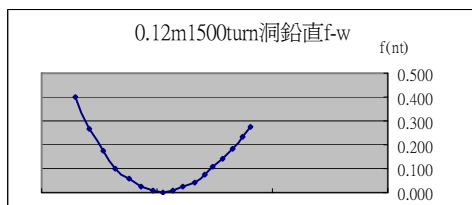
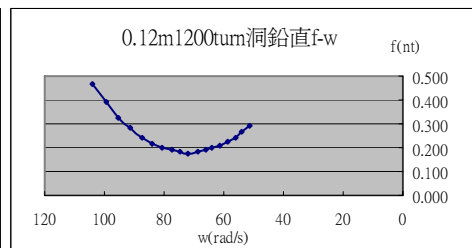
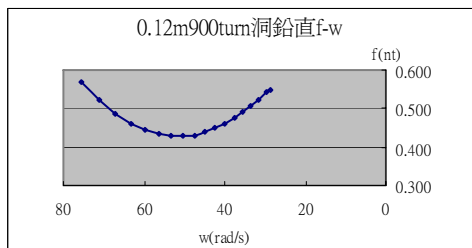
阻力 f 速度 v 角速度 w 係

二十.距水高度 0.12m

f-v

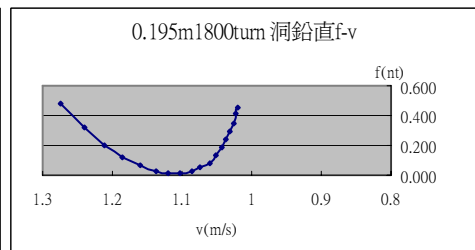
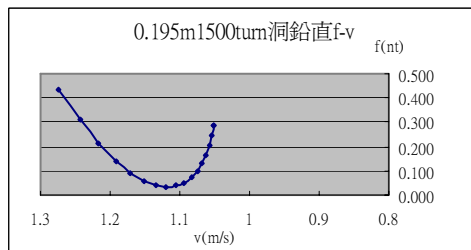
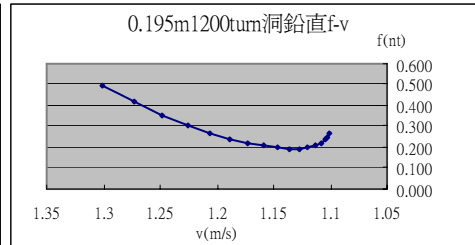
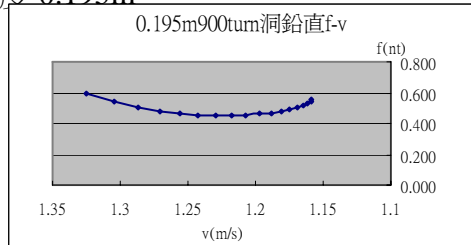


f-w

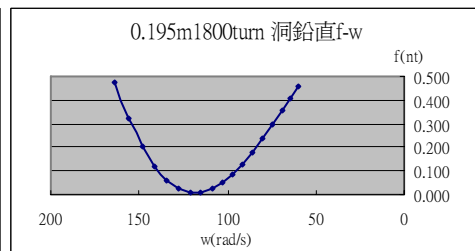
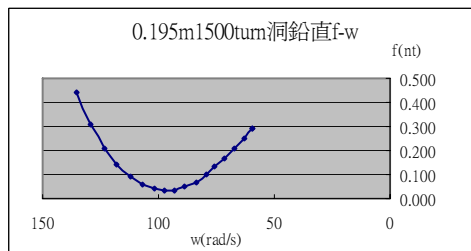
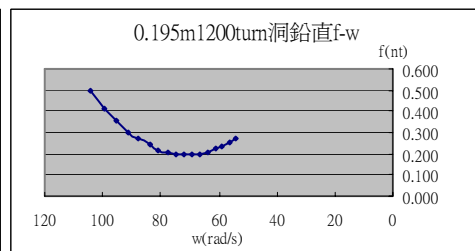
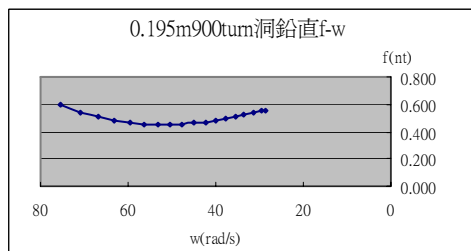


二一.距水高度 0.195m

f-v

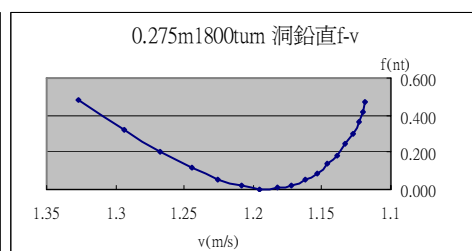
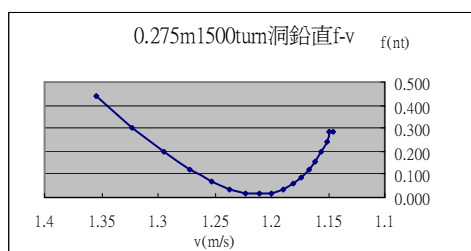
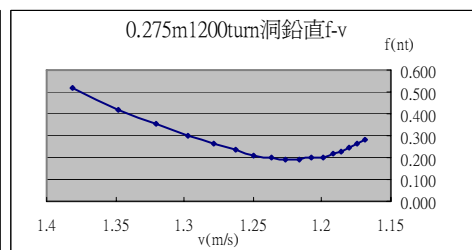
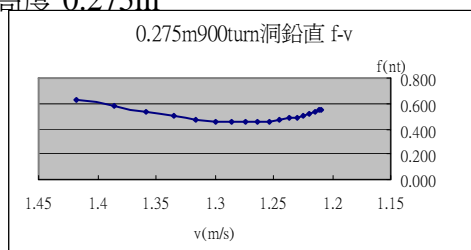


f-w

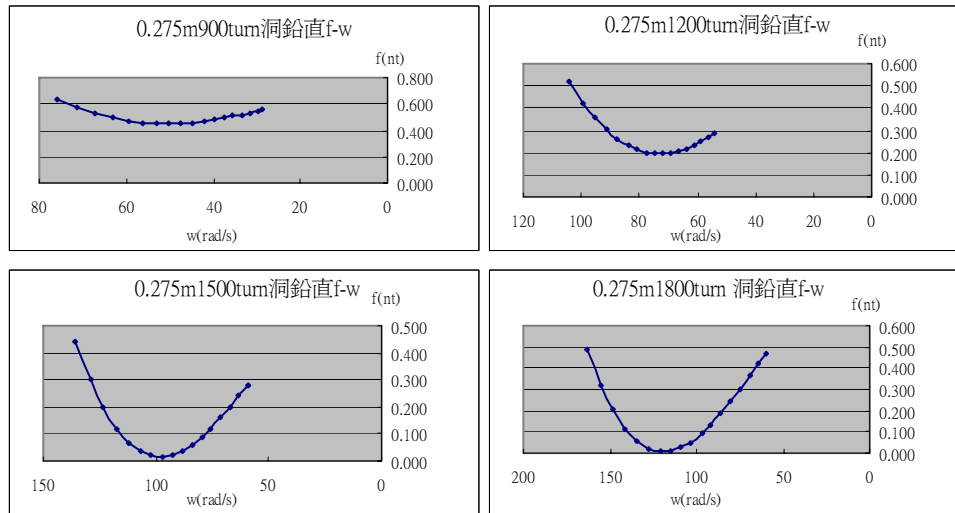


二二.距水高度 0.275m

f-v

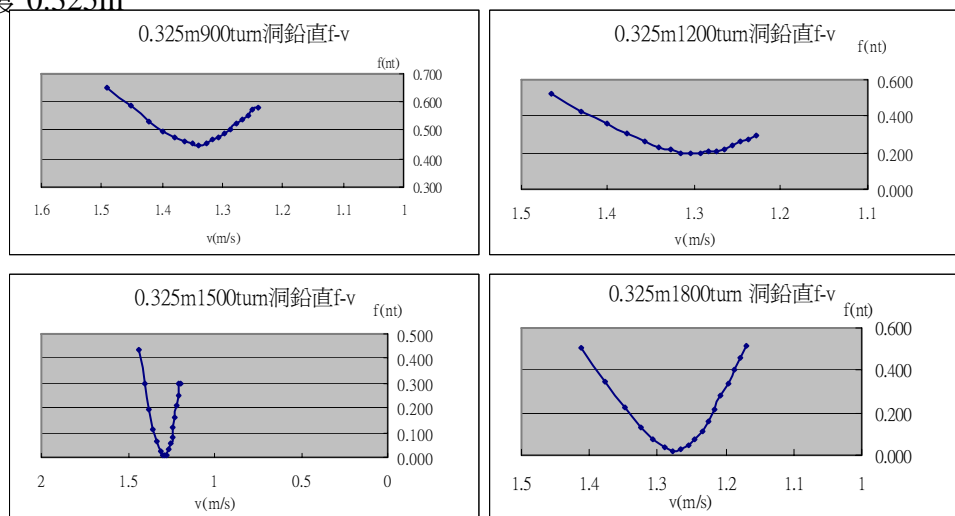


f-w

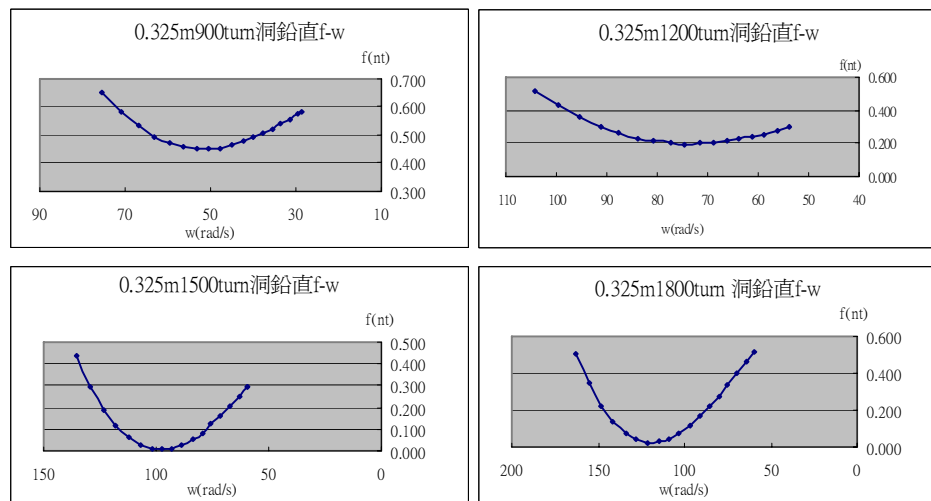


### 二三.距水高度 0.325m

f-v



f-w



鉛直 f-v f-w 圖總分析：

- 1.轉速越大，阻力越大
- 2.落水速度越大，阻力越大
- 3.阻力受角速度和速度的影響，初期角速度大，阻力受角速度的影響大於速度的影響，故隨角速度漸減而跟著漸減(與水平相同)，但後期角速度漸減，速度的影響漸趨明顯，故圖形都有上鉤的趨勢，阻力受速度影響漸大，故漸增。

### 有洞水平與鉛直的綜合分析：

兩者皆受角速度變小的影響，阻力漸減，鉛直方面，其阻力在後期隨角速度變小，速度的影響漸趨明顯，阻力漸增；但水平速度小於鉛直速度，阻力受水平速度的影響不大，故角速度減小時，阻力不隨其速度影響而增大(即圖形後期不上勾)

## 結 論

### 有轉、無轉

無轉的符合  $v_{終} = \frac{mg'}{k}$   $f = kv$  的關係推論 k 值為：1.555，而代入有轉的卻不符合，因加了角速度的影響。

### v-t 水平綜合

- 1.轉速大終端速度大(因壓差力)。
- 2.有洞的物體角加速度值較大(即角速度變化率)，因為轉動慣量較沒洞的的物體還小，最後轉速小於沒有洞的，所以有洞的終端速度小於無洞的終端速度，有洞的水平位移小於無洞的。

### v-t 鉛直

- 1.落水速度若小於終端速度，速度漸增趨近終端速度；反之則速度漸減趨近終端速度。
- 2.落水速度和終端速度接受角速度影響，角速度變大則速度變小，這是因為物體有受因轉速而造成的壓差力。
- 3.零轉速且有洞的鉛直終端速度皆小於零轉速且沒有洞的，可能是因為物體如多了洞，與水的接觸面積增加，而影響終端速度。
- 4.物體如有洞，最後的轉速下降，而終端速度上升。

### f-v f-w 分析

- 1.阻力會受速度和角速度的影響，水平的速度不大所以角速的影響大於速度的影響，阻力隨角速度漸小而漸小；鉛直的初期角速度影響大於速度的影響但後期因為鉛直速度較大，隨著角速度漸小的因素，速度的影響漸趨明顯，阻力增大
- 2.有洞的角速度較小，阻力上升的趨勢較明顯，有洞的阻力大於無洞的阻力。

## 未 來 展 望

1. 得到更多、更準確的數據，來導出物體在水中旋轉時阻力和速度、角速度的關係。
2. 作出更多不同轉動慣量的物體在水中旋轉的分析，例如像現有挖洞的圓盤一樣挖相同大小的洞，但挖洞的位置改變(向中心集中或向外)，改變其轉動慣量但不改其質量，以利做上述的推導。
3. 改變液體種類，例如濃食鹽水或加入些許清潔劑來改變濃度及其黏滯力。
4. 改變物體材質，例如變成鐵或壓克力板。



中華民國第四十五屆中小學科學展覽會  
評 語

---

高中組 物理科

最佳團隊合作獎

040103

幾何滾拉拉

國立羅東高級中學

評語：

能設計新方法使實驗有另一種觀點實屬可貴。  
在將鐵盤挖洞改變工時，未能固定質量使實驗  
出現 2 個操縱變因。