

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會
作品說明書

國小組 數學科

080413

三角形的面積

屏東縣高樹鄉南華國民小學

作者姓名：

小五 陳奕銓 小五 江長軒 小五 郭俊男

指導老師：

梁惠珍 江忠穎

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：數學科

組 別：國小組

作品名稱：三角形的面積

關 鍵 詞：長方形、三角形、面積

編號：

三角形的面積

【摘要】

我們從等腰直角三角形、銳角三角形和鈍角三角形切割成長方形的過程中，找出切割方式的規則；並透過切割結果，從長方形的面積公式：「長×寬」，找出三角形的面積公式是：「底×高÷2」。

壹、研究動機

這學期的數學課本第五單元—圖形的面積，裡面的學習內容之一是利用平方公分板來點數三角形的面積。我們發現課本內的三角形，大都是直角三角形和等腰三角形，而且從中間對切之後會變成長方形，就很容易點數出三角形的面積。

我們很好奇，那鈍角三角形和銳角三角形，也可以如法炮製嗎？也可以從中間對切之後就變成長方形了嗎？如果不行，那要怎麼切，才可以拼成一個長方形？而這些切割方式是有規則的嗎？

此外，在四年級下學期的數學課本第八單元—面積與體積，我們學過長方形的面積求法，可以利用「長邊×寬邊」的公式，找出長方形的面積有幾個 1 平方公分。於是，我們在想，那三角形的面積求法，是不是也可以有一個公式？這一連串的問題引起我們的興趣，讓我們更想要知道，怎樣才能找出三角形的面積。

貳、研究目的

我們想要研究的目的有：

1. 任何三角形經過切割之後都能變成長方形嗎？
2. 將三角形變成長方形的切割方式有規則嗎？
3. 三角形的面積求法也可以跟長方形的面積求法一樣有公式嗎？

參、研究設備

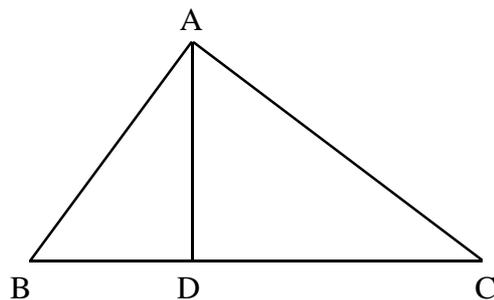
平方公分板、直尺、鉛筆、橡皮擦、剪刀、量角器、彩色筆、原子筆、電腦、印表機、影印紙、影印機。

肆、研究過程與討論

一、了解三角形的特色

三角形有三個邊、三個角和三個頂點，依照三個內角與邊長的特性，可以分成直角三角形、正三角形、等腰三角形、銳角三角形和鈍角三角形。當三角形的其中一邊成水平線時，

會稱這一個邊為三角形的「底」，如圖 1 中的邊 BC；與底部相對的頂點和「底」之間的鉛垂線距離，稱為三角形的「高」，如圖 1 中的邊 AD。為了研究上的方便，我們把底邊 BC 上的 B 點稱為左頂點，C 點稱為右頂點；而與底部相對的頂點 A 稱為上頂點。



二、決定要研究的三角形

不同邊長和角度所組合成的三角形是有無限多種的，而我們是無法全部畫出來的。在與老師討論之後，我們發現：

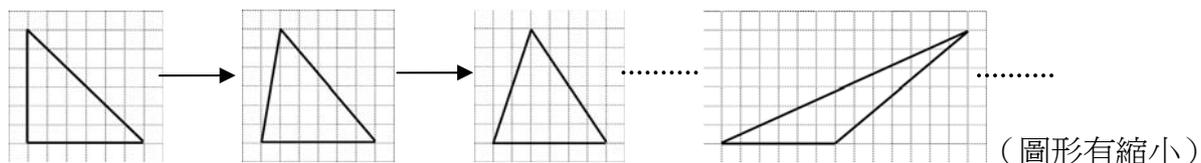
1. 等腰直角三角形就已經包含了直角三角形和等腰三角形的特色。
2. 正三角形和等腰三角形也可以說是銳角三角形。

所以，我們決定從等腰直角三角形出發，先用相同的底和高來畫出等腰直角三角形、銳角三角形和鈍角三角形，來找出將三角形拼成長方形的方法，然後再從這些方法中，找出將三角形拼成長方形的切割規則，以及三角形的面積公式。

另外，我們考慮三角形所涵蓋的格子點面積，經常出現是半格的現象，所以選擇先用底 6 公分高 6 公分、底 8 公分高 8 公分、底 10 公分高 10 公分、底 12 公分高 12 公分的三角形來研究。

三、畫出三角形

1. 利用 Word 軟體內的表格功能畫出平方公分板，再利用裡面的繪圖工具分別畫出底 6 公分高 6 公分、底 8 公分高 8 公分、底 10 公分高 10 公分、底 12 公分高 12 公分的等腰直角三角形。
2. 將上頂點，依序往右平移 1 公分、2 公分、3 公分....，畫出不同角度的銳角三角形，和鈍角三角形。以底 6 公分高 6 公分的三角形舉例說明，畫法就是：



3. 當上頂點往右平移的公分個數不超過底的長度時，可以畫出銳角三角形。
4. 當上頂點往右平移的公分個數等於底的長度時，又可以畫出直角三角形。
5. 當上頂點往右平移的公分個數超過底的長度時，就可以畫出無限多個鈍角三角形。
6. 考慮我們所使用的長度最多是 12 公分，所以限制上頂點往右平移的公分個數最多是：(底的長度+12) 公分。

7. 我們畫出的三角形情形如下：

底×高 cm×cm	上頂點往右平移的公分個數 (cm)																								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
6×6	直	銳	銳	銳	銳	銳	直	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍
8×8	直	銳	銳	銳	銳	銳	銳	銳	直	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍
10×10	直	銳	銳	銳	銳	銳	銳	銳	銳	直	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍
12×12	直	銳	銳	銳	銳	銳	銳	銳	銳	銳	銳	直	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍

(註：「銳」表示銳角三角形，「直」表示直角三角形，「鈍」表示鈍角三角形)

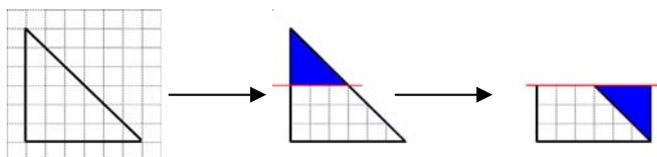
8. 我們畫出銳角三角形、直角三角形、鈍角三角形的數量如下：

底×高 (cm×cm)	6×6	8×8	10×10	12×12
銳角三角形的個數	5	7	9	11
直角三角形的個數	2	2	2	2
鈍角三角形的個數	12	12	12	12

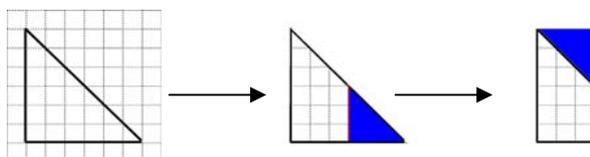
四、將三角形拼成長方形

我們發現等腰直角三角形拼成長方形的方式有 2 種：

1. 從「高的一半」著手



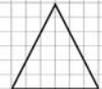
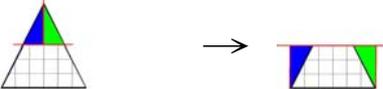
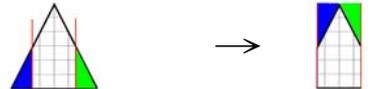
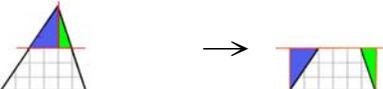
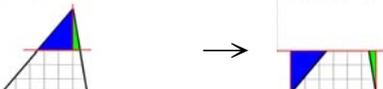
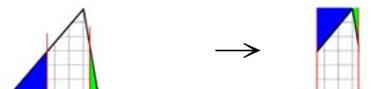
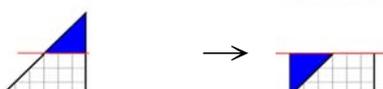
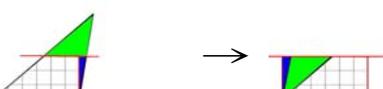
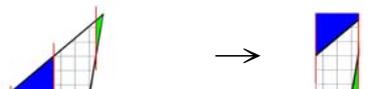
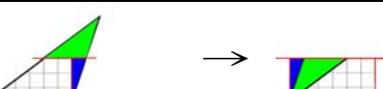
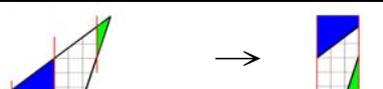
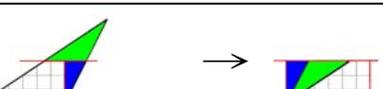
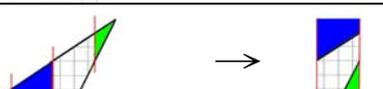
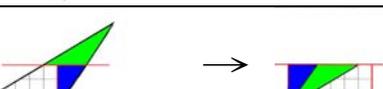
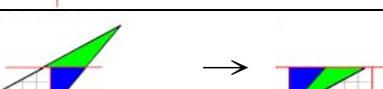
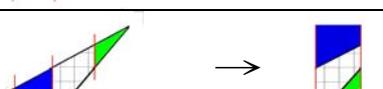
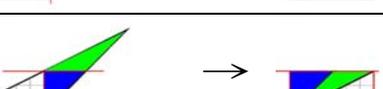
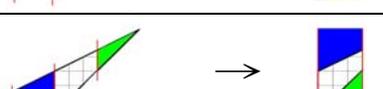
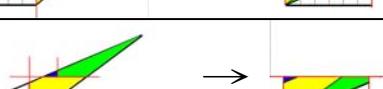
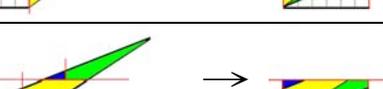
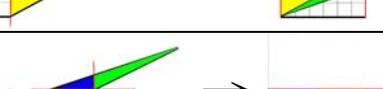
2. 從「底的一半」著手



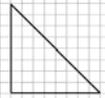
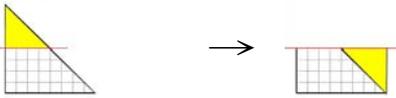
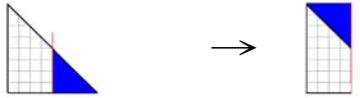
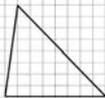
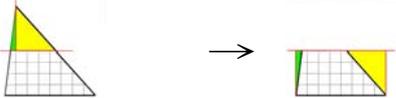
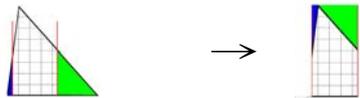
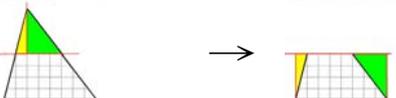
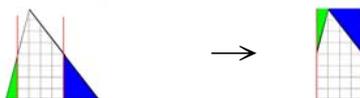
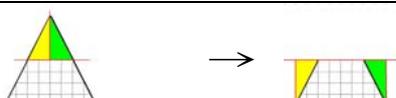
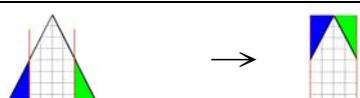
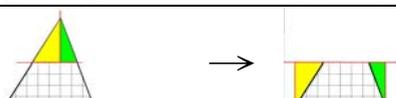
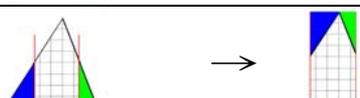
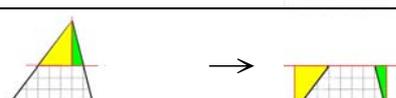
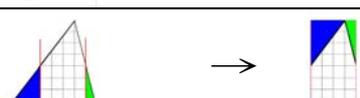
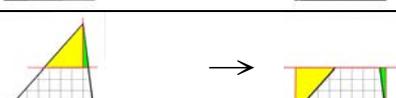
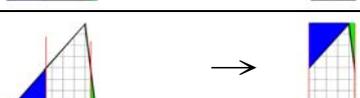
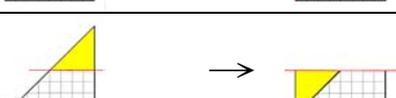
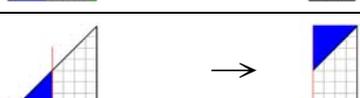
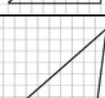
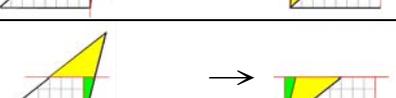
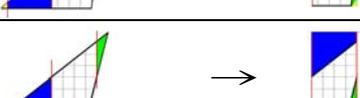
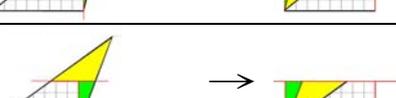
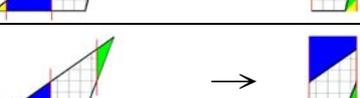
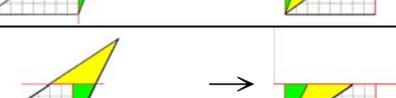
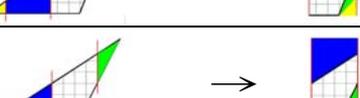
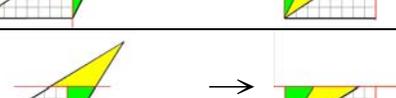
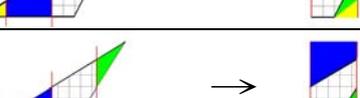
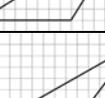
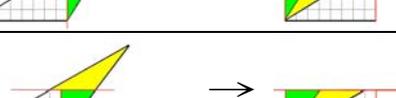
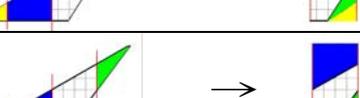
於是，我們想從這 2 種方式著手，試著將各種銳角三角形和鈍角三角形先從「高」或「底」的一半著手，將三角形切割後，想辦法拼成長方形。我們將不同底和高的三角形，切割成長方形的結果整理如下。(圖形有縮小)

【底 6 公分高 6 公分的三角形】

三角形	從「高的一半」著手的方法和結果	從「底的一半」著手的方法和結果

三角形	從「高的一半」著手的方法和結果	從「底的一半」著手的方法和結果
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		

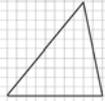
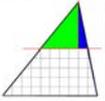
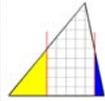
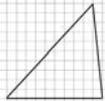
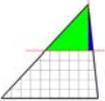
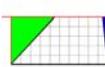
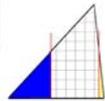
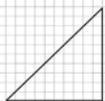
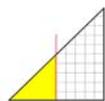
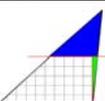
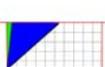
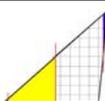
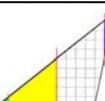
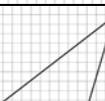
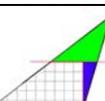
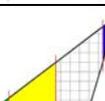
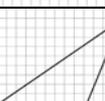
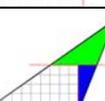
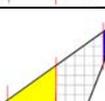
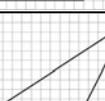
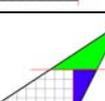
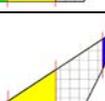
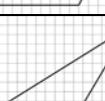
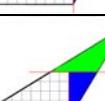
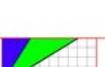
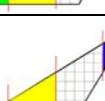
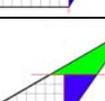
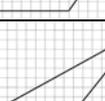
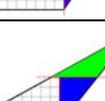
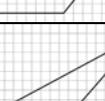
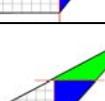
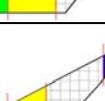
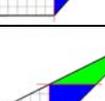
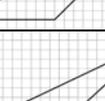
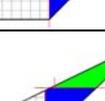
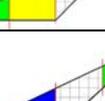
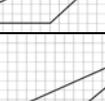
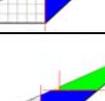
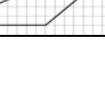
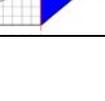
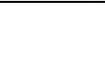
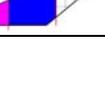
【底8公分高8公分的三角形】

三角形	從「高的一半」著手的方法和結果	從「底的一半」著手的方法和結果
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		

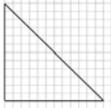
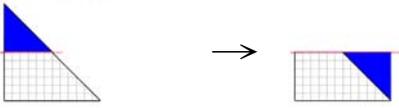
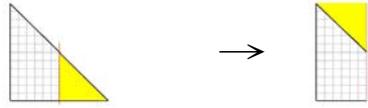
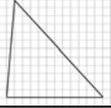
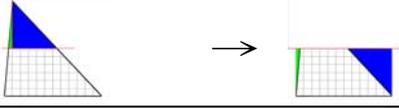
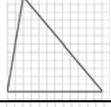
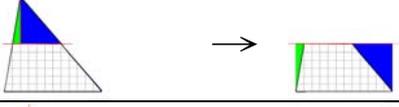
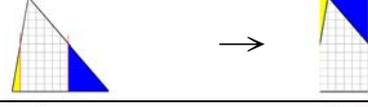
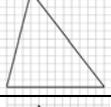
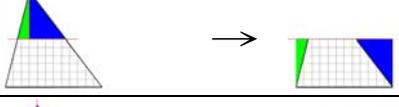
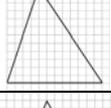
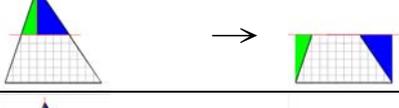
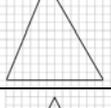
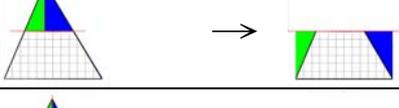
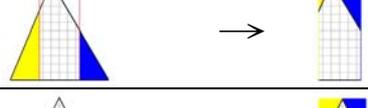
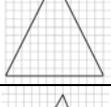
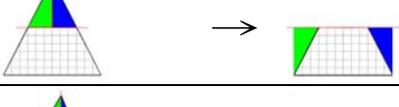
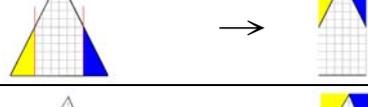
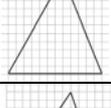
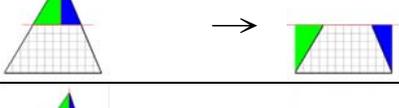
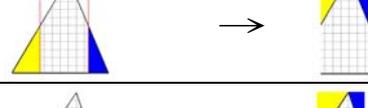
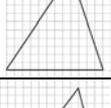
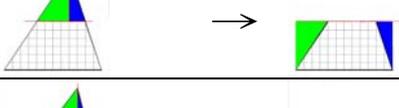
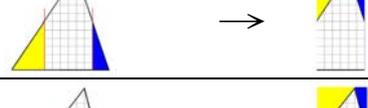
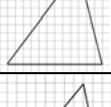
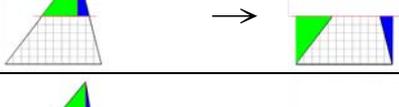
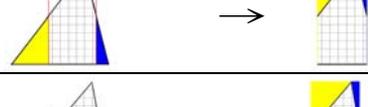
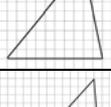
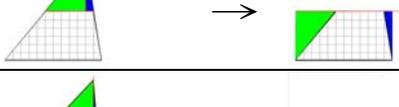
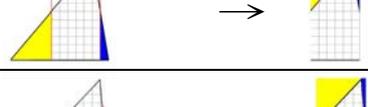
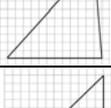
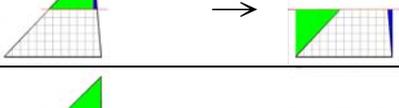
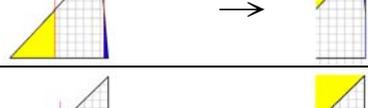
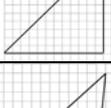
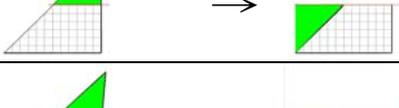
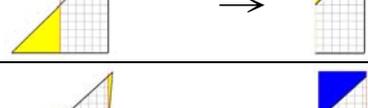
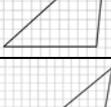
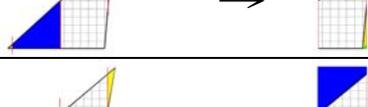
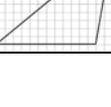
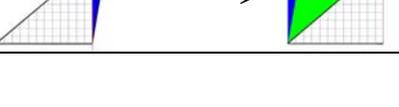
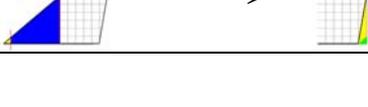
三角形	從「高的一半」著手的方法和結果	從「底的一半」著手的方法和結果

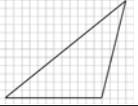
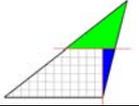
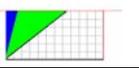
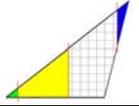
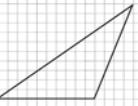
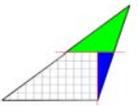
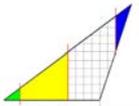
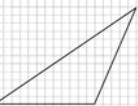
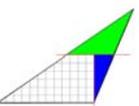
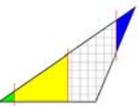
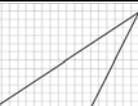
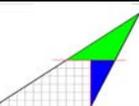
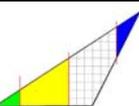
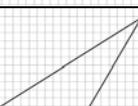
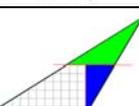
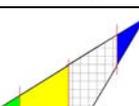
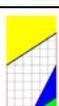
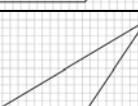
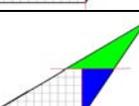
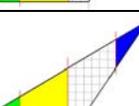
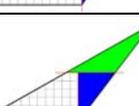
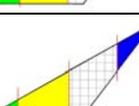
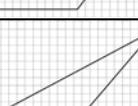
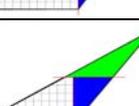
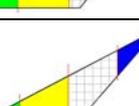
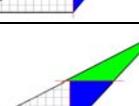
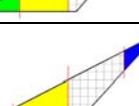
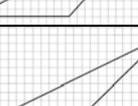
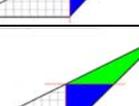
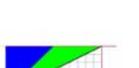
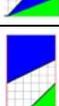
【底10 公分高10 公分的三角形】

三角形	從「高的一半」著手的方法和結果	從「底的一半」著手的方法和結果

三角形	從「高的一半」著手的方法和結果	從「底的一半」著手的方法和結果
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 

【底12 公分高12 公分的三角形】

三角形	從「高的一半」著手的方法和結果	從「底的一半」著手的方法和結果
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		
		

三角形	從「高的一半」著手的方法和結果	從「底的一半」著手的方法和結果
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 
	 → 	 → 

五、找出三角形拼成長方形的規則

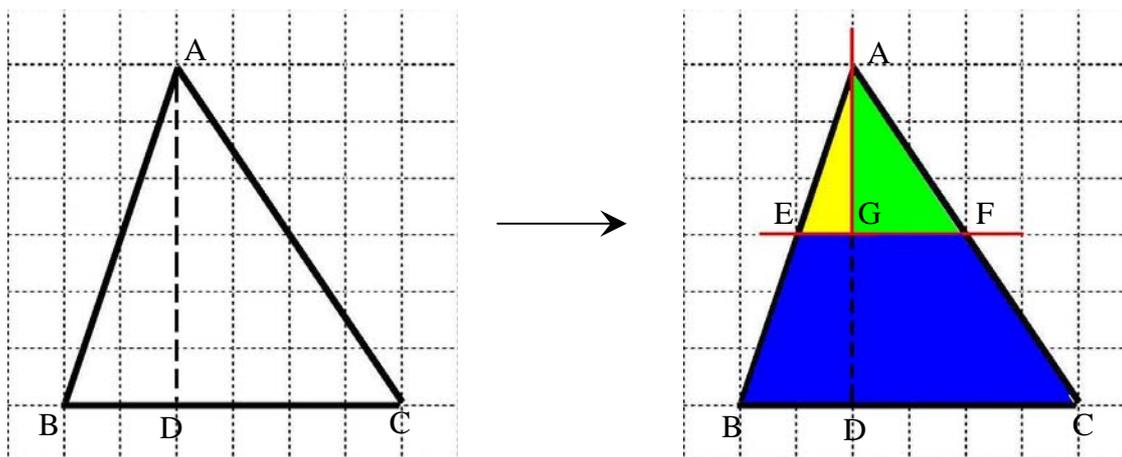
從上面三角形拼成長方形的切割方式和結果，我們發現了一些規則。

(一) 從「高的一半」著手

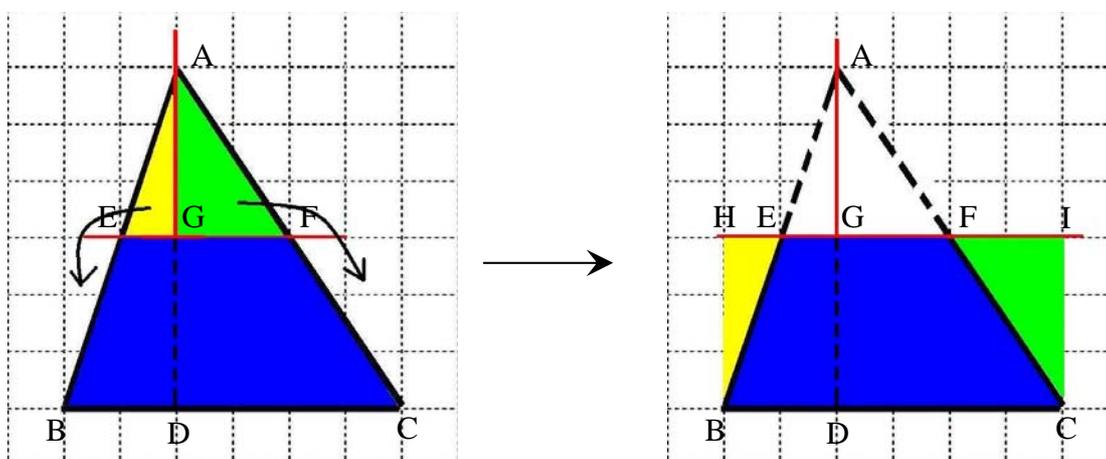
1. 銳角三角形

(1) 切割方式

- ① 先從高 AD 切一半 (邊 EF)，再從上頂點往下切 (邊 AG)，就形成 $\triangle AEG$ 、 $\triangle AFG$ 。



- ② 把 $\triangle AEG$ 旋轉到 $\triangle BEH$ 的位置，再把 $\triangle AFG$ 旋轉到 $\triangle CFI$ 的位置。



- ③ 我們把這種切割方式稱為「倒 T」切法。

(2) 證明

- ① $\angle AGE = \angle BHE$ (都是 90 度)
② $\angle AEG = \angle BEH$ (因為 $\angle AEG + \angle GEB = 180$ 度， $\angle BEH + \angle GEB = 180$ 度， $\angle AEG$ 和 $\angle BEH$ 都是 180 度 $- \angle GEB$)
③ $\angle EAG = \angle EBH$ (因為三角形內角和是 180 度，有 2 個內角一樣大了，所以第三個內角也會一樣大)

- ④ 邊 $BH = 邊 AG$ (都是高 AD 的一半)
- ⑤ 所以 $\triangle AEG$ 會等於 $\triangle BEH$ 。
- ⑥ 利用同樣的方式也可以證明 $\triangle AFG$ 等於 $\triangle CFI$ 。

(註：小牛頓百科 6 一書中的第 145 頁有提到檢驗 2 個三角形是否全等的方法：調查 2 個角的大小與 2 角之間的邊長。我們利用不同大小的等腰直角三角形討論之後，發現：當兩個三角形的 3 個內角都相等時，如果其中有一邊一樣長的話，這兩個三角形就會完全一樣。)

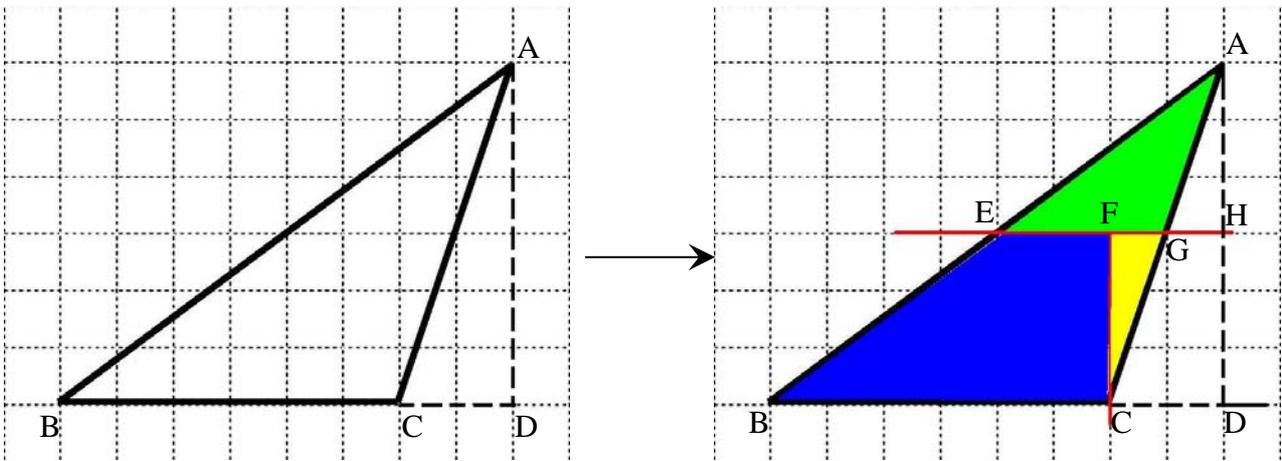
2. 鈍角三角形

鈍角三角形的切割方式跟銳角三角形的切割方式很像，但有 2 種情況。

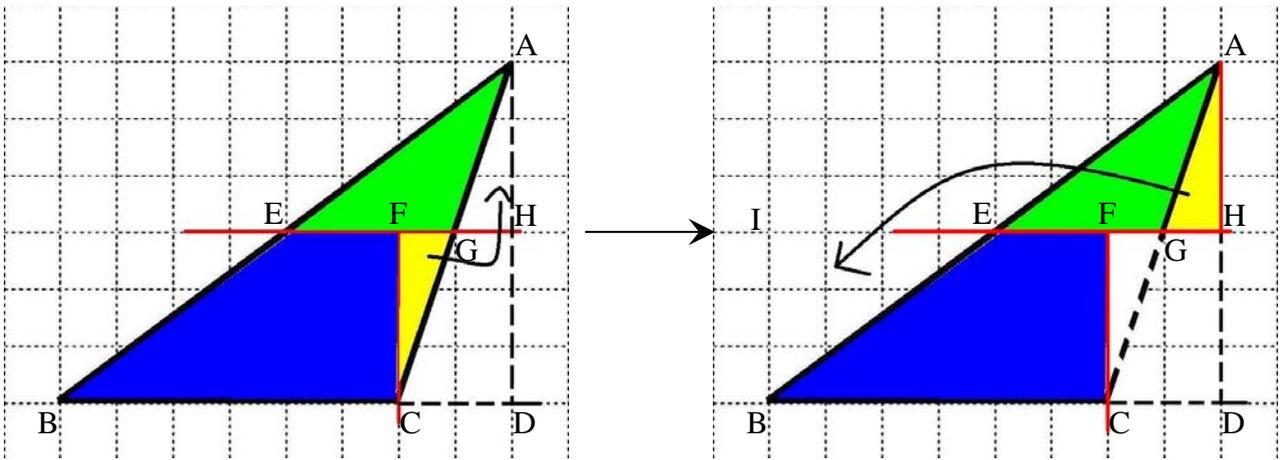
第一種情況

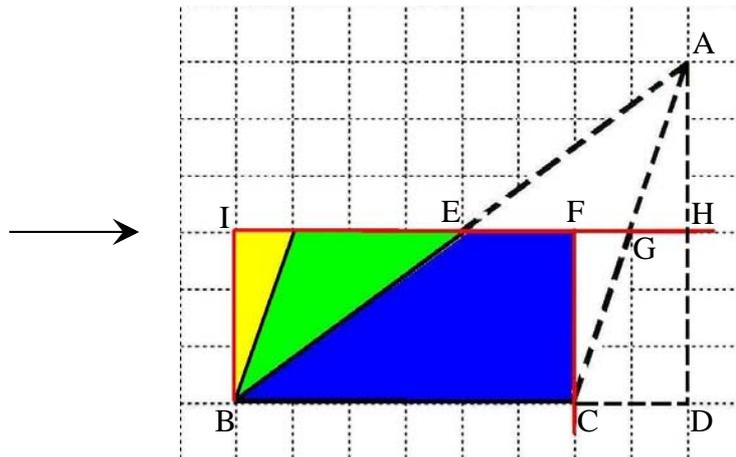
(1) 切割方式

- ① 先從高 AD 切一半 (邊 EH)，然後從右頂點往上切 (邊 CF)。



- ② 把 $\triangle GFC$ 旋轉到 $\triangle GHA$ 的位置，再把 $\triangle AEH$ 拿到 $\triangle BEI$ 的位置。





③ 我們把這種切割方式稱為「正T」切法。

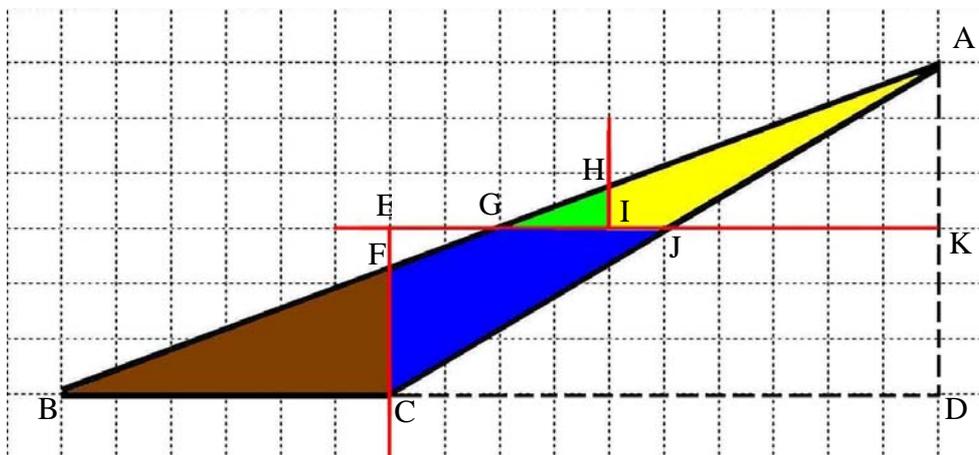
(2) 證明

- ① $\angle AHG = \angle CFG$ (都是 90 度)
- ② $\angle AGH = \angle CGF$ (因為 $\angle AGH + \angle HGC = 180$ 度, $\angle CGF + \angle HGC = 180$ 度, $\angle AGH$ 和 $\angle CGF$ 都是 180 度 $- \angle HGC$)
- ③ $\angle HAG = \angle FCG$ (因為三角形內角和是 180 度, 有 2 個內角一樣大了, 所以第三個內角也會一樣大)
- ④ 邊 $AH =$ 邊 $HD =$ 邊 FC (都是高 AD 的一半)
- ⑤ 所以 $\triangle AHG$ 會等於 $\triangle CFG$ 。
- ⑥ 利用同樣的方式也可以證明 $\triangle AEH$ 等於 $\triangle BEI$ 。

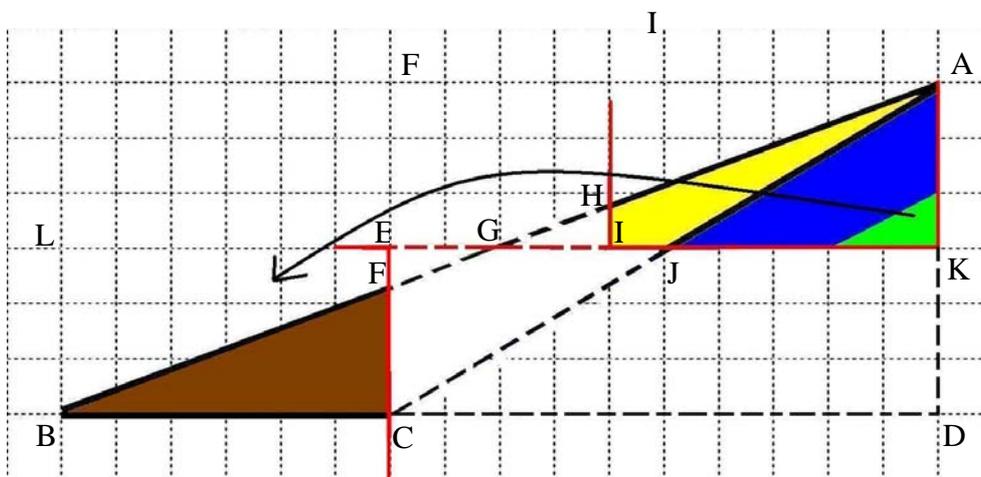
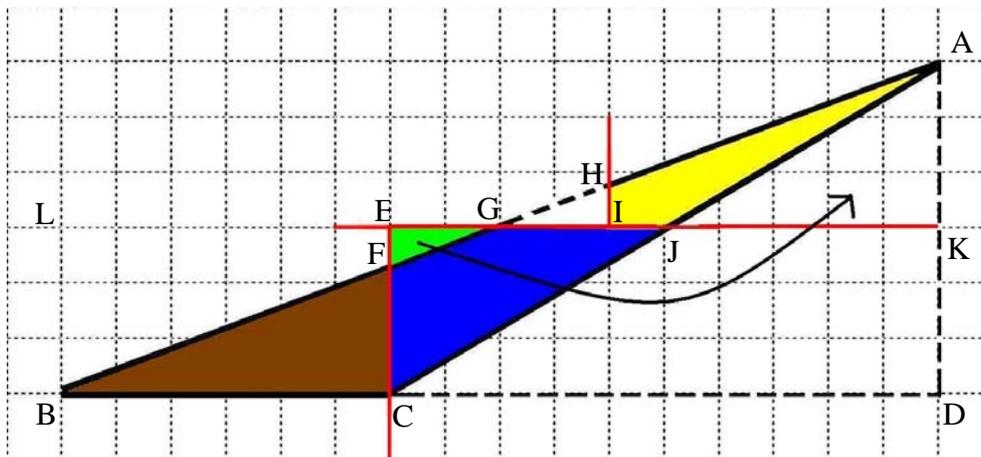
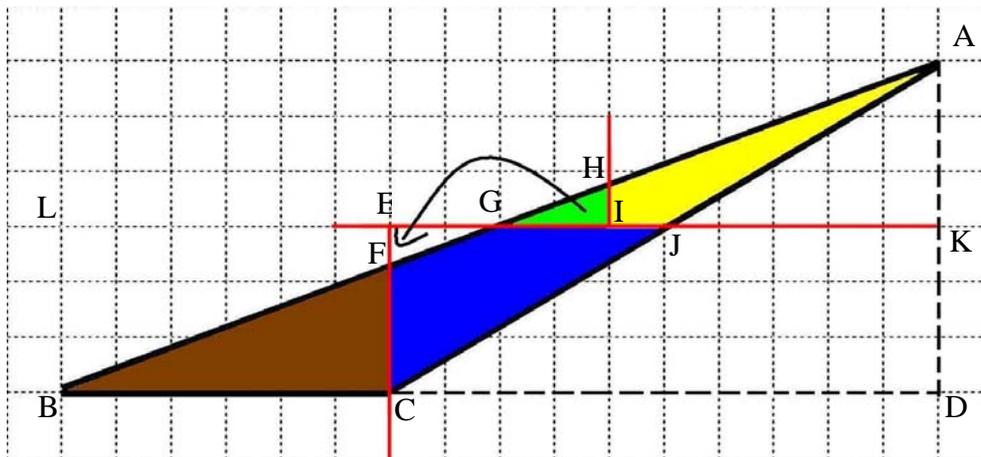
第二種情況

(1) 切割方式

- ① 先從高 AD 切一半 (邊 EK), 再從右頂點往上切 (邊 CE)。取邊 GI 和邊 EG 一樣長, 再從邊 GI 的 I 點往上切 (邊 IH), 就形成 $\triangle GIH$ 。



② 把 $\triangle GIH$ 拿到 $\triangle GEF$ 的位置，再把 $\triangle CEJ$ 旋轉到 $\triangle AKJ$ 的位置，再把 $\triangle GAK$ 旋轉到 $\triangle GBL$ 的位置。

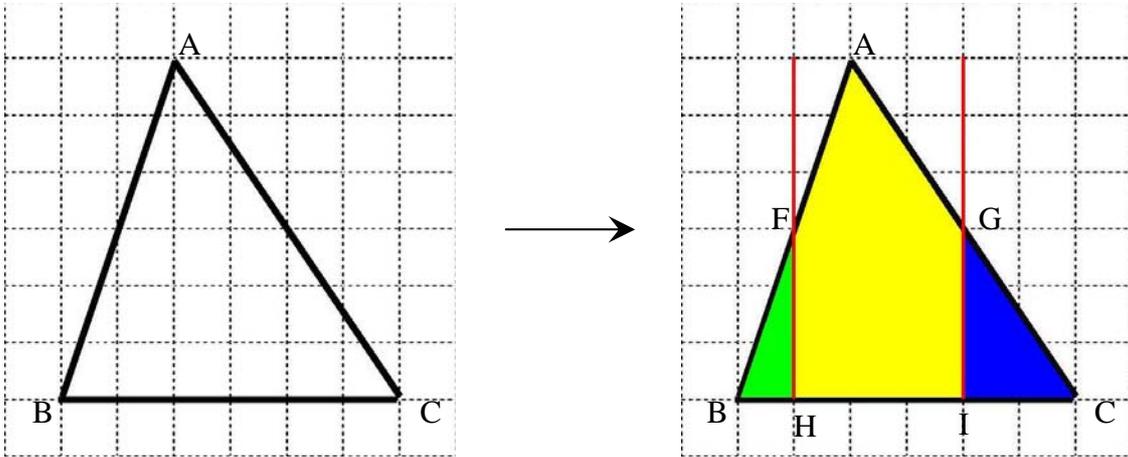


(二) 從「底的一半」著手

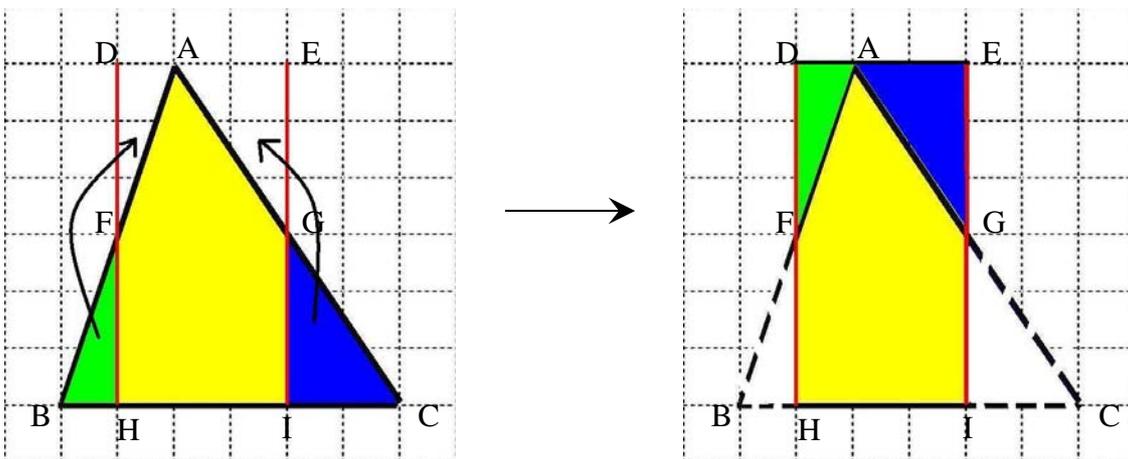
1. 銳角三角形

(1) 切割方式

- ① 從上頂點到左頂點水平距離的一半切一刀(邊 FH)，從上頂點到右頂點水平距離的一半也切一刀(邊 GI)。



- ② 把 $\triangle ADF$ 旋轉到 $\triangle BHF$ 的地方，把 $\triangle AGE$ 旋轉到 $\triangle CGI$ 的地方。



- ③ 我們把這種切割方式稱為「11」切法。

(2) 證明

- ① $\angle ADF = \angle FHB$ (都是 90 度)
- ② $\angle AFD = \angle BFH$ (因為 $\angle AFD + \angle AFH = 180$ 度， $\angle BFH + \angle AFH = 180$ 度， $\angle AFD$ 和 $\angle BFH$ 都是 180 度 $- \angle AFH$)
- ③ $\angle FBH = \angle DAF$ (因為三角形內角和是 180 度，有 2 個內角一樣大了，所以第三個內角也會一樣大)
- ④ 邊 $AD =$ 邊 BH (因為都是上頂點到左頂點水平距離的一半)
- ⑤ 所以 $\triangle AFD = \triangle BFH$
- ⑥ 用相同的方法也可以用來證明 $\triangle AEG$ 會等於 $\triangle CIG$ 。

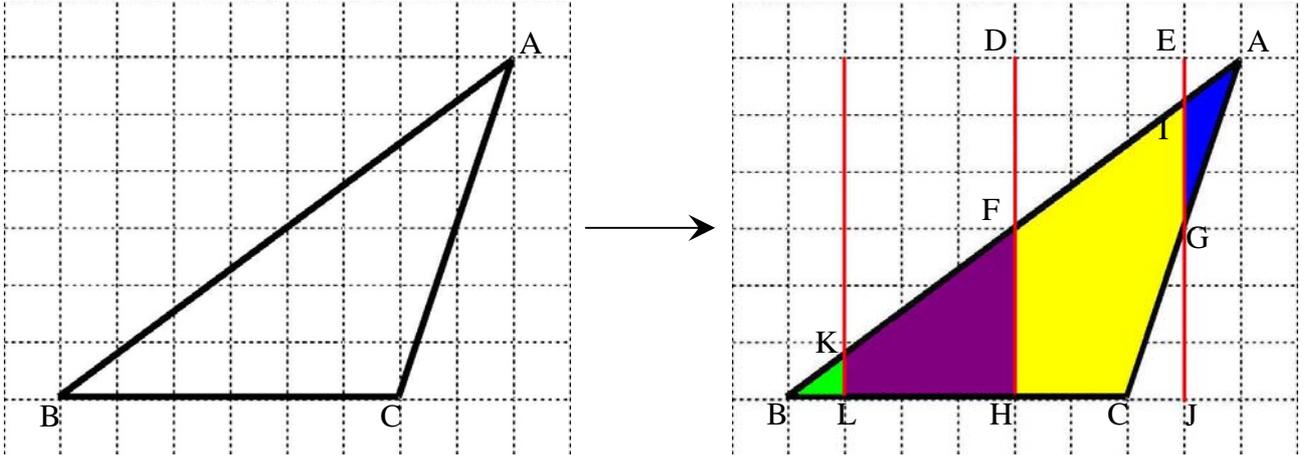
2. 鈍角三角形

鈍角三角形的切割方式跟銳角三角形的切割方式很像，但有 2 種情況。

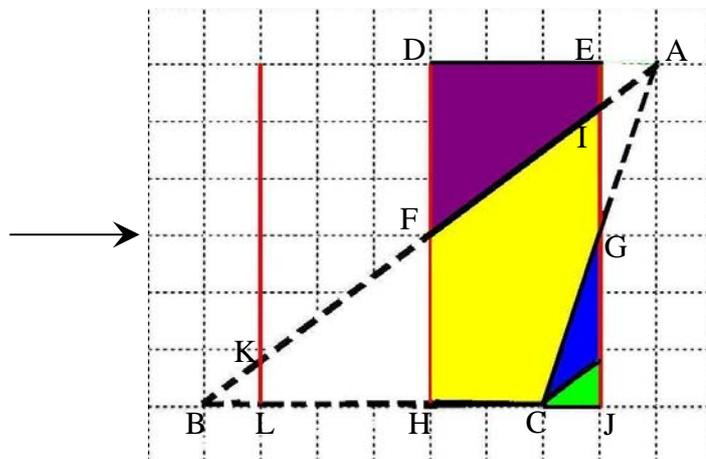
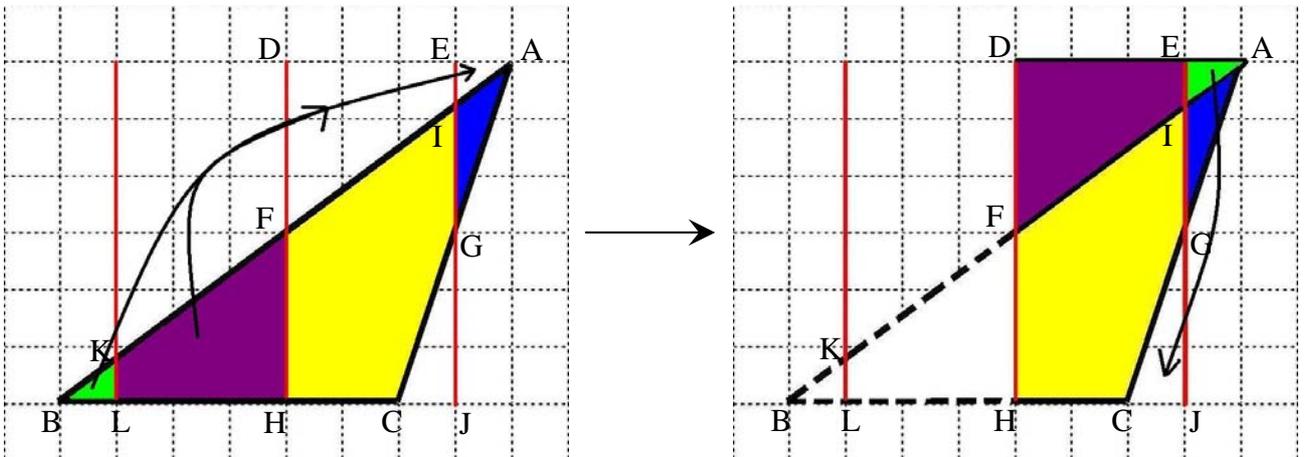
第一種情況

(1) 切割方式

- ① 從上頂點到左頂點水平距離的一半切一刀（邊 DH），從上頂點到右頂點水平距離的一半也切一刀（邊 EJ）。取邊 BL 和邊 CJ 一樣長，再從邊 BL 的 L 點往上切（邊 LK）。



- ② 把 $\triangle BFH$ 拿到 $\triangle AFD$ 的位置，再把 $\triangle AEG$ 拿到 $\triangle CJG$ 的空位。



- ③ 我們把這種切割方式稱為「111」切法。

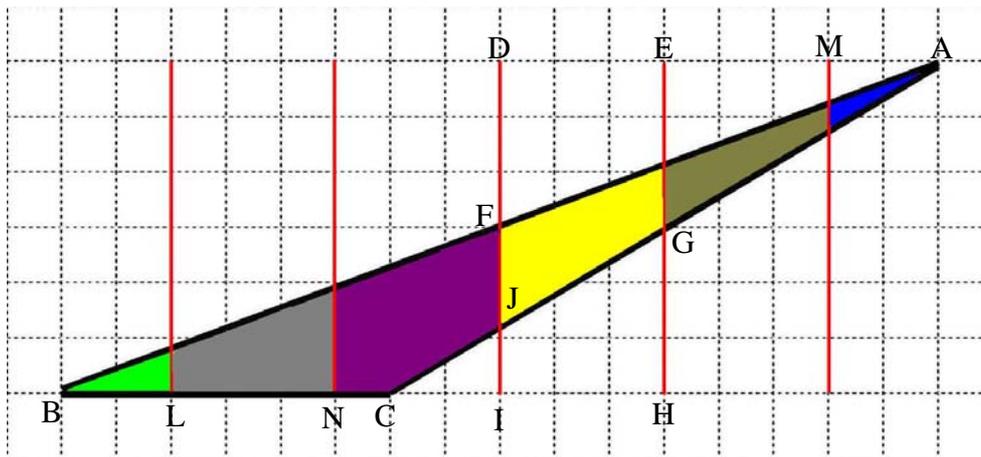
(2) 證明

- ① $\angle ADF = \angle BHF$ (都是 90 度)
- ② $\angle AFD = \angle BFH$ (因為 $\angle AFD + \angle DFB = 180$ 度, $\angle BFH + \angle DFB = 180$, $\angle AFD$ 和 $\angle BFH$ 都是 180 度 $- \angle DFB$)
- ③ $\angle DAF = \angle HBF$ (因為三角形內角和是 180 度, 有 2 個內角一樣大了, 所以第三個內角也會一樣大)
- ④ 邊 $AD =$ 邊 BH (因為都是上頂點到左頂點水平距離的一半)
- ⑤ 所以 $\triangle DAF = \triangle HBF$
- ⑥ 用一樣的方法也可以用來證明 $\triangle AEG$ 和 $\triangle CJG$ 相等

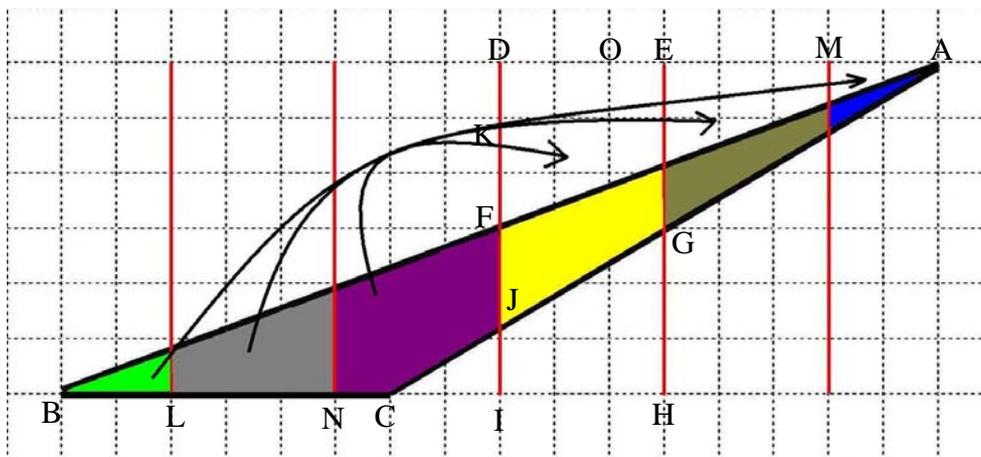
第二種情況

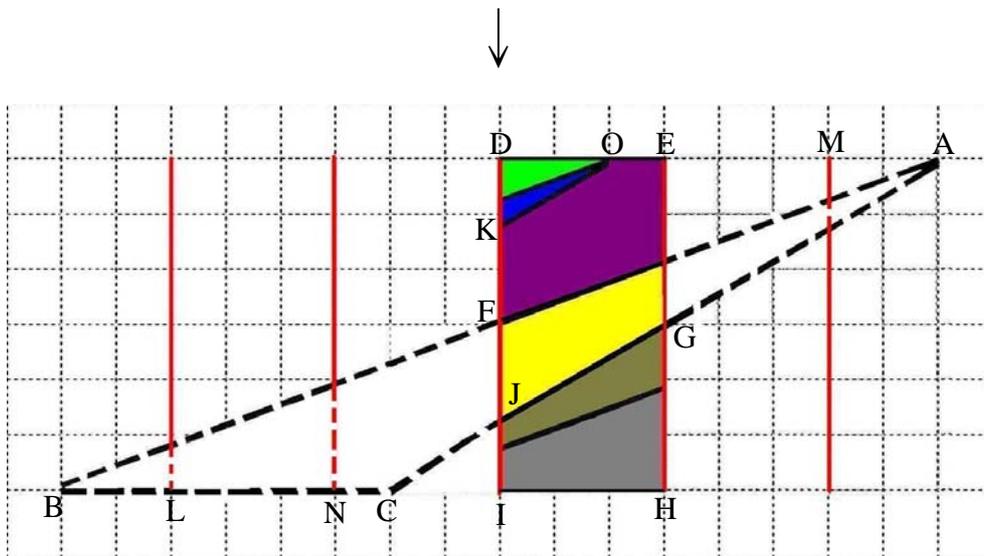
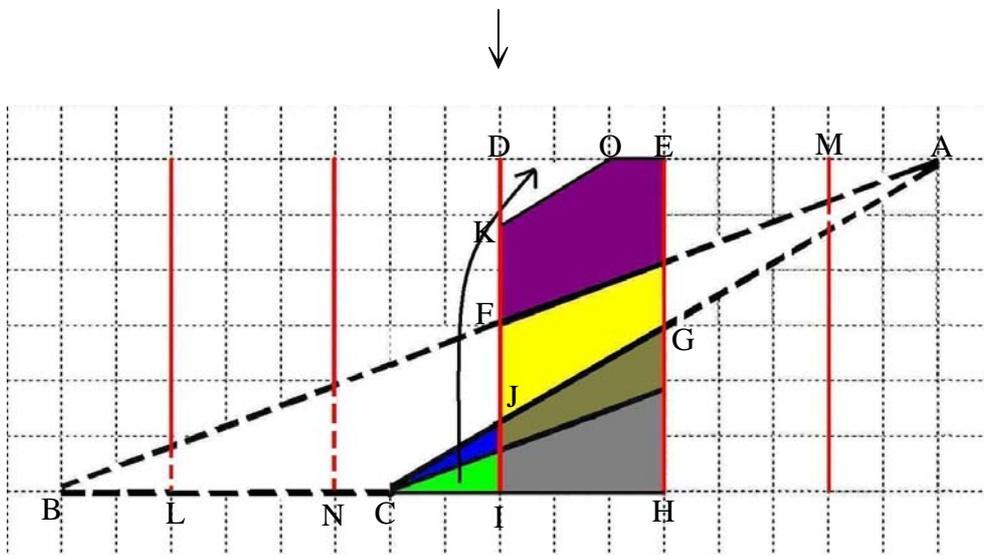
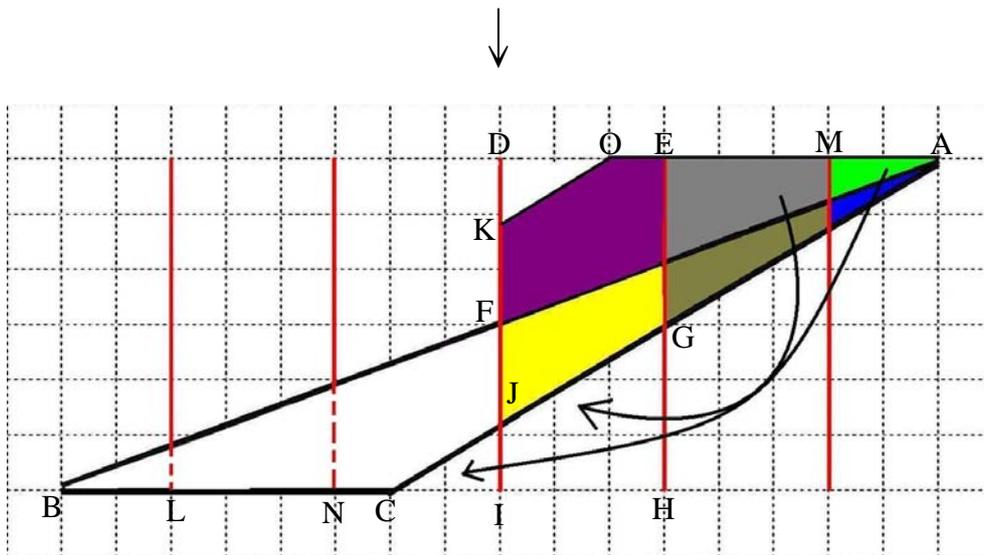
(1) 切割方式

- ① 從上頂點到左頂點水平距離的一半切一刀 (邊 DI), 從上頂點到右頂點水平距離的一半也切一刀 (邊 EH)。取邊 BL 、邊 AM 和邊 CI 一樣長, 從邊 BL 的 L 點往上切、邊 AM 的 M 點往下切; 再取邊 BN 和邊 AE 一樣長, 從邊 BN 的 N 點往上切。



- ② 把 $\triangle BFI$ 旋轉到 $\triangle AFD$ 的位置, 把 $\triangle AEG$ 旋轉到 $\triangle CHG$ 的空位, 再把 $\triangle BFI$ 旋轉一次到 $\triangle AFD$ 的空位, 使 $\triangle CIJ$ 填補到 $\triangle ODK$ 。





③ 我們把這種切割方式稱為「1111」切法。

(2) 證明

- ① $\angle BIF = \angle ADF$ (都是 90 度)
- ② $\angle BFI = \angle AFD$ ($\angle BFI + \angle AFI = 180$ 度, $\angle AFD + \angle AFI = 180$ 度, $\angle BFI$ 和 $\angle AFD$ 都是 180 度 $- \angle AFI$)
- ③ $\angle FBI = \angle FAD$ (每個三角形的內角和都是 180 度, 扣掉 $\angle BIF$ ($\angle ADF$)、 $\angle BFI$ ($\angle AFD$), 就會是 $\angle FBI$ ($\angle FAD$))。
- ④ 邊 $BI =$ 邊 AD (因為都是上頂點到左頂點的水平距離的一半)
- ⑤ 所以 $\triangle BFI$ 和 $\triangle AFD$ 相等。
- ⑥ 用一樣的方法也可以用來證明 $\triangle AEG$ 和 $\triangle CHG$ 相等。

(三) 發現特殊狀況

我們覺得很好奇, 爲什麼底 12 公分高 12 公分的鈍角三角形並沒有「上下 T」、「11111」的切法。在測量三個內角中的唯一鈍角時, 我們發現不管是底 6 公分高 6 公分、底 8 公分高 8 公分、底 10 公分高 10 公分、底 12 公分高 12 公分的三角形, 鈍角的角度如果是 135 度以內的話, 切割方式是「正 T」、「111」切法, 但鈍角的角度如果超過 135 度的話, 切割方式就變成「上下 T」、「11111」切法。因爲研究所用的 12 公分高 12 公分三角形的鈍角角度最大是 135 度, 所以並沒有出現「上下 T」、「11111」的切法。

六、利用切割規則, 找出三角形的面積公式

1. 從「高的一半」著手的「倒 T」、「正 T」、「上下 T」切法中, 發現任何三角形經過切割之後所變成的長方形中, 長方形的長等於三角形的底, 長方形的寬等於三角形的高的一半。如果利用長方形面積公式是「長 \times 寬」, 那三角形的面積公式應該是「底 \times (高 $\div 2$)」。
2. 從「底的一半」著手的「11」、「111」、「11111」切法中, 發現任何三角形經過切割之後所變成的長方形中, 長方形的長等於三角形的底的一半, 長方形的寬等於三角形高。如果利用長方形面積公式是「長 \times 寬」, 那三角形的面積公式應該是「(底 $\div 2$) \times 高」。
3. 從上面的結果, 我們發現:「底 \times (高 $\div 2$)」和「(底 $\div 2$) \times 高」的結果是一樣的, 而且把式子中的()拿掉的話, 並不會影響結果, 所以可以把三角形的面積公式寫成「底 \times 高 $\div 2$ 」。

七、不同底和高高的三角形切割方式

我們利用相同底和高高的三角形，來找到三角形拼成長方形的切割規則有：「倒T」、「正T」、「上下T」、「11」、「111」、「11111」等切法。我們另外又找了一些不同底和高高的三角形，來看看這些切割方法是不是也適用。我們發現：

1. 所有不同底和高高的銳角三角形都可以用「倒T」、「11」切法。
2. 不同底和高高的鈍角三角形切割方式，有時是用「正T」、「111」切法，有時是用「上下T」、「11111」切法。不同底和高高的鈍角三角形，使用「正T」、「111」切法，與「上下T」、「11111」切法的界線並不一定是鈍角角度 135 度。

我們發現相同底和高高的鈍角三角形中，當鈍角角度是 135 度時，上頂點到右頂點的水平距離，一定是底長的 1 倍。因此，我們從上頂點到右頂點的水平距離與底長的關係，來找尋不同底和高高的鈍角三角形切割成長方形的規則。從結果中，我們發現：

1. 上頂點到右頂點的水平距離，是底長的 1 倍以內，可以用「正T」、「111」切法。
2. 上頂點到右頂點的水平距離，是大於底長的 1 倍，在 2 倍以內，可以用「上下T」、「11111」切法。
3. 上頂點到右頂點的水平距離，是大於底長的 2 倍，在 3 倍以內，可以用「 π^{\perp} 」、「1111111」切法。
4. 上頂點到右頂點的水平距離，是大於底長的 3 倍，在 4 倍以內，可以用「 π^{\parallel} 」、「111111111」切法。
5. 新發現的「 π^{\perp} 」、「1111111」、「 π^{\parallel} 」、「111111111」切法如下：

切法	三角形	→	長方形
π^{\perp}		→	
1111111		→	
π^{\parallel}		→	
111111111		→	

6. 藉由上面所找到規則，可以讓我們知道鈍角三角形的切法，是由上頂點到右頂點的水平距離與底長的關係來決定。
7. 三角形的上頂點到右頂點的水平距離，可以是底長的任意倍，所以可以畫出無限多的鈍角三角形，我們不可能全部畫出。
8. 如果將鈍角三角形最長的邊當底的話，就可以用「倒T」、「11」切法來拼成長方形。
9. 三角形中，只要兩個底角的角度都小於 90 度時，就一定可以用「倒T」、「11」切法。

伍、結論

從上面的研究過程，我們得到下面的結論：

1. 相同底和高的三角形經過切割之後，可以拼成相同長和寬的長方形。也就是說，相同底和高的直角、銳角和鈍角三角形，面積是一樣的。
2. 三角形拼成長方形的切割方式，可以有規則性地來進行切割。可以從「高的一半」著手，分別有「倒T」、「正T」、「上下T」...等切法；也可以從「底的一半」著手，分別有「11」、「111」、「11111」...等切法。
3. 鈍角三角形的切法，是由上頂點到右頂點的水平距離與底長的關係來決定。
4. 三角形中，只要以最長的邊當底的話，就可以用「倒T」、「11」切法來拼成長方形。
5. 利用長方形面積公式所得到的三角形面積公式是「底 \times 高 \div 2」。
6. 不管是有規則或是沒規則的多邊形，都可以切割成多個三角形。所以知道了三角形的面積公式之後，就可以利用這個公式，來找出一些不規則圖形的面積。

陸、參考資料

國民小學四年級下學期數學第八冊，九十三年二月修訂版，台南市，南一書局企業股份有限公司，頁 82-92。

國民小學五年級下學期數學第十冊，九十四年二月修訂版，台南市，南一書局企業股份有限公司，頁 25-30。

小牛頓百科 6，八十年十一月本版，台北市，小牛頓出版股份有限公司，頁 145。

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會
評 語

國小組 數學科

080413

三角形的面積

屏東縣高樹鄉南華國民小學

評語：

本主題與教材有密切相關，作者之分析極為詳細，研究過程十分細心與耐心的操作，表達能力佳。但學術性及實用性之價值不高。