

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會
作品說明書

國小組 數學科

第三名

080409

探索俄羅斯遊戲法則之奧秘

國立科學工業園區實驗高級中學

作者姓名：

小六 林奕丞 小六 洪嘉蔓 小六 陳昊廷
小六 徐東葦

指導老師：

劉如加

探索俄羅斯遊戲法則之奧秘

摘要：

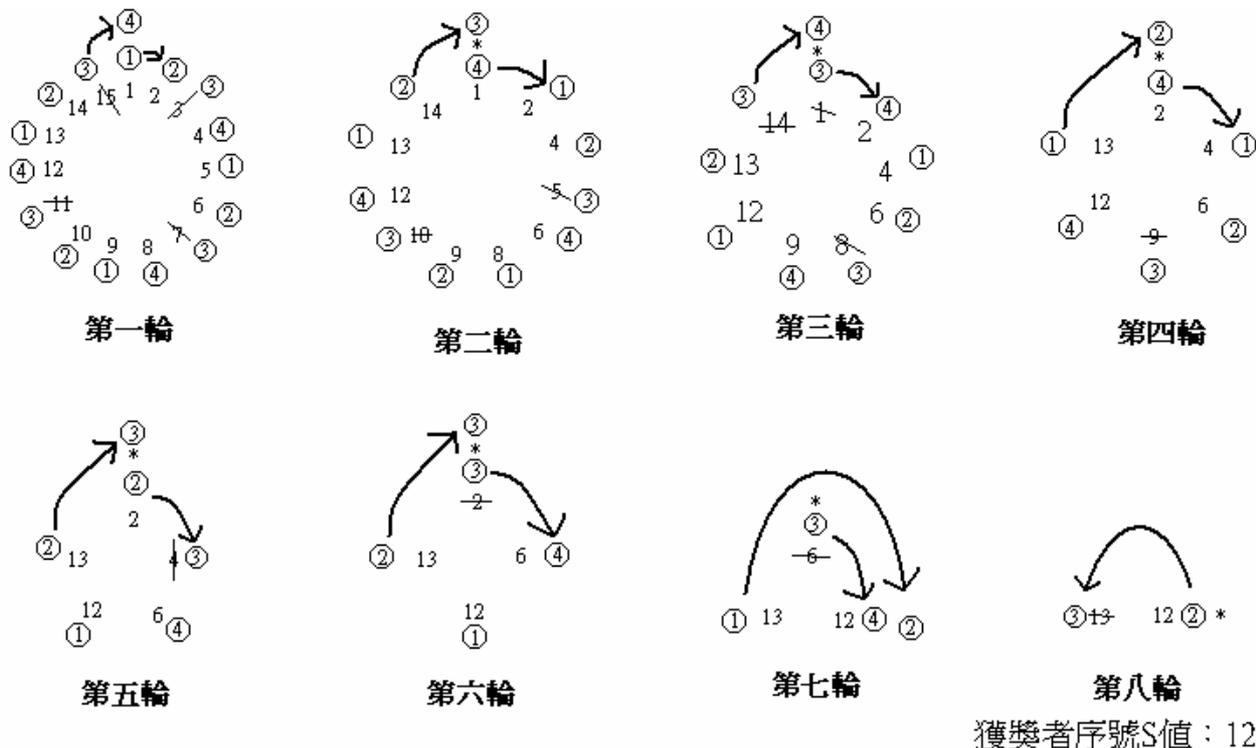
本研究探討的是俄羅斯遊戲法則之奧秘，其規則為一圈人循環報數由 1 到 X 號，淘汰報數為 Y 號的參賽者， $X \geq Y$ ，從而找出最後存留之獲獎者。本研究涵蓋了 39 屆全國科展高小組作品「公主救王子」的定義，且更廣泛更完整的將參賽人數 N、循環報數 X、淘汰報數 Y，當作研究變因，並擴充獲獎人為任意指定第 K 個被淘汰者其所在位置序號 S， $K \leq N$ 。經由我們的研究，得到了簡易的法則，推導出獲獎人所在位置之序號 S。

壹、研究動機：

有一個俄羅斯遊戲規則如下：參賽者圍成一個圓圈，從 1 依序循環報數到 4，如此循環下去，但每次循環報數為 3 的人，就被淘汰出局，最後存留的人可得到巨額獎金。在這個遊戲中獲獎所在位置的序號，將依參賽者人數而變動。我們感到興趣的是在不同條件下，贏得巨額獎金的秘訣是什麼呢？因此我們做了一個研究，若將參賽人數 N、循環報數 X、淘汰報數 Y，當作變因，如何在所有變因改變時，推導出最後存留的獲獎人所在位置之序號 S 呢？另外，我們推廣上一個研究，變因同上，但獲獎者設定為任意第 K 個被淘汰者時 ($K < N$)，又該如何推導出獲獎人所在位置之序號 S 呢？

貳、遊戲規則例題圖解：

例：設總人數 $N = 15$ ，循環報數 $X = 4$ ，淘汰數 $Y = 3$ ，圖解如下。



參、研究目的：

- 1、探討參賽人數 N ，循環報數 X 、淘汰報數 Y 改變時，推導「獲獎人爲最後存留者所在位置序號 S 」之法則。
- 2、條件同上，探討「獲獎人爲任意指定第 K 個被淘汰者所在位置序號 S 」之法則。

肆、名詞解釋：

N ：參賽人數

循環報數 X ：從1依序循環報數到 X ，如此不斷循環下去， $X \leq N$ 。

淘汰報數 Y ：在每次循環報數中，報數爲 Y 的人必須淘汰出局， $Y \leq X$ 。

獲獎人序號 S ： S 值是第1個研究及第2個研究中獲獎者所在位置之序號。

Y 值階梯表： X 、 Y 已知，可快速找出下一個等差數列之始點的表。

始點終點表：將第 n 個等差數列之始點 $N_{o(n+1)}$ 、 $S_{o(n)}$ ，終點 $N_{f(n)}$ 、 $S_{f(n)}$ 及「 $N_{f(n)} - S_{f(n)}$ 的差」填表，用以推算下一個（第 $n+1$ 個）等差數列之始點、終點。

淘汰順序表：將每一個人在賽程中淘汰的順序逐一紀錄出來的表。

伍、文獻探討：

第39屆全國科展高小組作品「公主救王子」，探討的是循環報數1到 X 號，淘汰報數爲 X 號的王子。

第44屆全國科展作品「王位繼承人」，探討的是循環報數1到 X 號，留下報數爲 Y 號的王子入圍繼續參選。

本研究探討的是循環報數1到 X 號，淘汰報數爲 Y 號的參賽者，且優勝者爲任意指定第 K 個淘汰者，三個研究題目定義不同，研究方法不同，結果也不同。

陸、研究過程：

一、探討當最後存留者可獲得鉅額獎金時，參賽總人數 N ，循環報數 X 、淘汰號碼 Y ，其獲獎人序號 S 值之法則。

(一) 建立總人數 N 與獲獎人序號 S 值表格如下，觀察 N 與 S 值規則：

$X=3, Y=1, N、S$ 值如下表

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
S	1	2	3	3	2	5	2	5	8	2	5	8	11	14	3
N	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
S	6	9	12	15	18	21	3	6	9	12	15	18	21	24	27
N	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
S	30	2	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35	38	41

$X=4, Y=1, N、S$ 值如下表

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
S	1	2	2	3	3	2	6	3	7	2	6	10	2	6	10
N	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
S	14	2	6	10	14	18	22	4	8	12	16	20	24	28	3
N	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
S	7	11	15	19	23	27	31	35	39	4	8	12	16	20	24

發現一：觀察 $X=3, Y=1$ 時， S 有一定規則

例：(1) $N=7、8、9$ 的區間內， S 的值為 $2、5、8$ ，
是一個公差為 3 的等差數列。

(2) $N=10、11、14$ 的區間內， S 的值為 $2、5、8\dots$ ，
是一個公差為 3 的等差數列。

(3) $N=48\dots\dots 70$ 的區間內， S 的值為 $3、6、9\dots\dots 69$ ，
是一個公差為 3 的等差數列

發現二：觀察 $X=4, Y=1$ 時

也有上述情形。在同一個區間內， S 值為一個公差為 4 的等差數列。

結果一：當 $X=X$ 時，在同一個區間內， S 值為一個公差為 X 的等差數列。

(二) 探討如何由等差數列N值與S值的始點(以 N_0 與 S_0 表示),推算N與S值的終點(以 N_f 與 S_f 表示)。

推導過程如下:

設 N_0 與 N_f 相隔 n 個序號,即

$$N_f = N_0 + n, \quad (\text{公式一})$$

由結果一, X已知時, 則同一等差數列中

$$S_{(n+m)} = S_n + mX, \quad (\text{公式二})$$

$$S_f = S_0 + nX. \quad (\text{公式三})$$

再由「總人數N與獲獎人序號S值表」觀察知, $N_f \geq S_f$

由公式一、公式三及 $N_f \geq S_f$, 可導出

$$N_0 + n \geq S_0 + nX. \quad (\text{公式四})$$

從公式四的不等式, 即可算出 n 。

將 n 分別代入公式一、公式三 便可算出該等差數列之 N_f 與 S_f 值。

例: 已知 $N_0=59$ $S_0=4$, $X=5$ 由公式四可得下式

$$59 + n \geq 4 + 5n \Rightarrow n = 13, \text{ 再將 } n = 13 \text{ 代入公式一、公式三}$$

$$N_f = 59 + 13 = 72,$$

$$S_f = 4 + 13 \times 5 = 69.$$

結果二: 根據公式四不等式, 即可算出 n , 將 n 代入公式一、公式三便可算出等差數列之 N_f 與 S_f 值。

推論: 如果能預測下一個等差數列的 N_0 與 S_0 , 便可算出 N_f 、 S_f , 並逐步推算出獲獎人S值

(三) 研究如何預測下一個等差數列的始點 N_0 與 S_0 :

- 將等差數列的N、S始點(N_0 、 S_0)及N、S終點(N_f 、 S_f)以及【 $N_f(n) - S_f(n)$ 】分別填入始點終點表A、B、C各區, 將下一個等差數列始點 $S_{0(n+1)}$ 填入D區:

(1) $X=3$, $Y=1$ 結果如下

A	$N_0(n)$	5	7	10	15	22	32	48	71
	$S_0(n)$	2	2	2	3	3	2	3	2
B	$N_f(n)$	6	9	14	21	31	47	70	105
	$S_f(n)$	5	8	14	21	30	47	69	104
C	$N_f(n) - S_f(n)$	1	1	0	0	1	0	1	1
D	$S_{0(n+1)}$	2	2	3	3	2	3	2	2

說明: 同一欄為同一等差數列, 次一欄為下一個等差數列

(2) $X=3, Y=2$ 結果如下

A	$N_0(n)$	3	5	7	10	14	21	32	47
	$S_0(n)$	1	3	3	3	1	1	3	1
B	$N_f(n)$	4	6	9	13	20	31	46	70
	$S_f(n)$	4	6	9	12	19	31	45	70
C	$N_f(n) - S_f(n)$	0	0	0	1	1	0	1	0
D	$S_0(n+1)$	3	3	3	1	1	3	1	3

(3) $X=3, Y=3$ (結果略)

2、為便於觀察規則，將 $X=3$ ，不同 Y 之「 $N_f(n) - S_f(n)$ 」C 區與「 $S_0(n+1)$ 」D 區，以下表的型式重新整理來尋找規律：

(1) $X=3$ ，結果如下

$S_0(n+1)$	$N_f(n) - S_f(n)$	0	1
		Y	
1		3	2
2		3	1
3		2	1

(2) 以同樣型式重新整理 $X=4, 5$ ， Y 不同之「 $N_f(n) - S_f(n)$ 與 $S_0(n+1)$ 」：

$X=4$ ，結果如下

$S_0(n+1)$	$N_f(n) - S_f(n)$	0	1	2
		Y		
1		4	3	2
2		4	3	1
3		4	2	1
4		3	2	1

X=5，結果如下

$S_0(n+1)$	$N_f(n) - S_f(n)$	0	1	2	3
Y					
1		5	4	3	2
2		5	4	3	1
3		5	4	2	1
4		5	3	2	1
5		4	3	2	1

發現三：

- (1) S_0 範圍以粗線為界，階梯狀左右兩側自成一規則系統，簡稱為 Y 值階梯表。
- (2) Y 值階梯表 $N_f(n) - S_f(n)$ 的範圍： $0 \sim X - 2$
Y 值階梯表 $S_0(n+1)$ 的範圍： $X \sim 1$ ，跳掉 Y 值

結果三：根據上述範圍，可快速建立 Y 值階梯表。

利用 Y 值階梯表，便可預測下一個等差數列的始點 $S_0(n+1)$ 。

- 3、將相同 Y 不同 X，依階梯左、右兩側不同規則系統，將「 $N_f(n) - S_f(n)$ 與 $S_0(n+1)$ 」，以下表的型式重新整理，來尋找 Y=2，Y=3 階梯左右兩側規律：
將 Y=3 結果呈現如下

範圍	階梯左側		階梯右側			
	$N_f(n) - S_f(n)$	$S_0(n+1)$	$N_f(n) - S_f(n)$	$S_0(n+1)$		
X=3	無		0	2		
			1	1		
X=4	0	4	1	2		
			2	1		
X=5	0	5	2	2		
			1	4	3	1
X=6	0	6	3	2		
			1	5	4	1
$S_0(n+1)$ 的規則	$X - \lfloor N_f(n) - S_f(n) \rfloor$ 當 $0 \leq \lfloor N_f(n) - S_f(n) \rfloor \leq X - (Y + 1)$		$X - \lfloor N_f(n) - S_f(n) \rfloor - 1$ 當 $X - Y \leq \lfloor N_f(n) - S_f(n) \rfloor \leq X - 2$			
	(公式五)					

結果四：使用「公式五」或使用「Y 值階梯表」皆可預測下一個等差數列的 S_0 。

(四)、預測獲獎者序號 S 值的方法：

舉 $N=40$ $X=5$ $Y=1$ 為例，來說明：

1、根據結果三，建立 $X=5$ 、 $Y=1$ 的「Y 值階梯表」

$N_f(n) - S_f(n)$	0	1	2	3
$S_0(n+1)$	5	4	3	2

2、實驗操作，得到第一個等差數列之 $N_0=11$ ， $S_0=4$ 。

3、由公式四可得下式

$$11+n \geq 4+5n \quad \Rightarrow \quad n=1。$$

4、再將 $n=1$ 代入 公式一、公式三 可得 S_f 、 N_f 如下

$$N_f = 11+1=12，$$

$$S_f = 4+1 \times 5=9，$$

$$N_f - S_f = 12 - 9=3。$$

5、利用 $N_f - S_f$ 之差 從 Y 值階梯表查得 $S_0=3$ 。

6、使用始點終點表，反覆 3~5 的步驟將表填入 A、B、C、D 各區：

A	$N_0(n)$	11	13	16	20	25	31	38
	$S_0(n)$	4	2	2	3	4	4	2
B	$N_f(n)$	12	15	19	24	30	37	
	$S_f(n)$	9	12	17	23	29	34	
C	$N_f(n) - S_f(n)$	3	3	2	1	1	3	
D	$S_0(n+1)$	2	2	3	4	4	2	

7、 $\because N=40$ 在 $N_0=38$ 的等差數列中，且 $N_0=38$ 時， $S_0=2$

由 公式一 可得下式

$$N=40 = N_0 + n = 38 + n \quad \Rightarrow \quad n=2，$$

再將 $n=2$ 代入 公式二 可得

$$S_{(0+m)} = S_0 + mX = 2 + 2 \times 5 = 12，$$

亦即 $N=40$ ， $X=5$ ， $Y=1$ 時，獲獎者序號 $S=12$ 。

二、探討當遊戲規則改為任意指定第 K 個被淘汰者可獲得鉅額獎金時，參賽總人數 N ，循環報數 X 、淘汰號碼 Y ，獲獎人序號 S 值之法則。

(一) 紀錄參賽總人數 N ，循環報數 X 、淘汰號碼 Y 之每一個人的淘汰順序，製成淘汰順序表，來觀察獲獎者序號 S 值之法則。

(二) 迅速大量建立淘汰順序表的法則：

1、為觀察『第 K 個被淘汰者為獲獎者，其序號 S 值』，必須大量建立淘汰順序表，再從表中圈出第 K 個被淘汰者序號 S 值，來進行研究觀察。

2、然而靠實驗操作來建立淘汰順序表是相當費時費力的工程，因此我們試著從中發現一些規則，便於迅速大量建立淘汰順序表。

3、以下是我們發現的建立淘汰順序表的3個法則：

(1) 建立淘汰順序表第1法則：『速簡實驗操作法則』

以 $N=13$ $X=4$ $Y=2$ 為例圖解說明

第1步：先畫13(N)個格子

序號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
淘汰順序													

第2步：在第2(Y)個位置填入1

第3步：間隔3($X-1$)個空格依序填入數字

序號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
淘汰順序			1				2						

第4步：每一輪格子用完，回頭利用剩下位置的空格，間隔3($X-1$)個空格再依序填入數字

序號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
淘汰順序	8	4	1	13	12	7	2	5	10	9	3	11	6

(2) 建立淘汰順序表第2法則：『 n 值增加法則』

當 X 、 Y 條件相同時，可由 n 人之淘汰順序，推算 $n+1$ 人之淘汰順序（推論過程如附錄一）

(3) 建立淘汰順序表第3法則：『 Y 值增減法則』

X 相同時，可由 $Y=n$ 之淘汰順序紀錄，推算 $Y=n-1$ 或 $Y=n+1$ 之淘汰順序紀錄（推論過程如附錄二）

(三) 觀察所建立之大批淘汰順序表中第 K 個被淘汰者的 S 值：

例：N = 30，X = 3，Y = 1，K = 5，N 與第 K 個被淘汰者的 S 值關係如下：

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
S	x	x	x	x	2	3	3	8	6	5	3	2	13	13	13
N	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
S	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13

發現：

- 1、當 $K \neq N$ ，第 K 個被淘汰者的 S 值，非為等差數列
- 2、當 $N \geq (K - 1)X + Y$ 時， $S = (K - 1)X + Y$ (公式六)

(四) 觀察所建立之大批淘汰順序表倒數第 P 個被淘汰者的 S 值：

X = 4，Y = 1，P = 8，N 與倒數第 P 個被淘汰者的 S 值關係如下：

N	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
S	10	14	18	4	8	12	16	20	24	4	8	12	16	20	24
N	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
S	28	32	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	2	6	10
N	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
S	14	18	22	26	30	34	38	42	46	50	54	2	6	10	14

發現：

- 1、當 $K \neq N$ ， $P = N - K + 1$ 時，倒數第 P 個被淘汰者的 S 值，為等差數列。
- 2、當獲獎者為第 K 個被淘汰者時，可使用研究一之求取 S 值五步驟來完成「由 n 人之倒數第 P 個被淘汰者的 S 值，推算出 n + m 人之倒數第 P 個被淘汰者的 S 值」。
- 3、研究一之『Y 值階梯表』規則完全適用於研究二的條件。

(五) 預測第 K 個(倒數第 P 個)淘汰者之獲獎者序號 S 值方法：

- 1、先代入 $N \geq (K - 1)X + Y$ 判定適用第二法則或第三法則
- 2、適用第二法則者：代入 公式六 $S = (K - 1)X + Y$ 求 S
- 3、適用第三法則者：
 - j** 需先由 $P = N - K + 1$ 及 $n = P + 1$ 求 P 和 n
 - k** 再從 n 人之淘汰順序表查出倒數第 P 個淘汰者找出 S 值
 - l** 利用推算 S 值的步驟，填入始點終點表，找出 S 值

柒、結論：

俄羅斯遊戲操作複雜，我們經過繁複的實驗操作及尋找規律，終於揭開俄羅斯遊戲神秘面紗。本研究所得結論，可用以推算出參賽人數 N 、循環報數 X 、淘汰報數 Y ，獲獎者設定為任意第 K 個被淘汰者時 ($K \leq N$)，獲獎者所在位置之序號 S ，結論如下表：

條件	$K = N$	$K \neq N$	
		$N \geq (K-1)X + Y$	$K < N < (K-1)X + Y$
推算 S 值 3 法則	推算 S 值第 1 法則： 「由 n 人之最後存留者的 S 值，推算出 $n+m$ 人之最後存留者的 S 值」。	推算 S 值第 2 法則 將 K 、 X 、 Y 代入公式六 求 S 值	推算 S 值第 3 法則： 「由 n 人之倒數第 P 個被淘汰者的 S 值，推算出 $n+m$ 人之倒數第 P 個被淘汰者的 S 值」。
推算 S 值方法	1、建立「 Y 值階梯表」(註一) 2、實驗操作(註二)，尋得 N_0 及 S_0 $N_0 \geq X + 1$	$S = (K-1)X + Y$ (公式六)	1、建立「 Y 值階梯表」(註一) 2、先由 $P = N - K + 1$ $n = P + 1$ 求 P 及 n 3、實驗操作(註二)，建立 n 人之淘汰順序表 4、從 n 人之淘汰順序表查出倒數第 P 個被淘汰者之 S_0
	3、利用推算 S 值五步驟(註三)，完成始點終點表，推算出 N 個參賽者，最後存留者的 S 值		5、利用推算 S 值五步驟(註三)，完成始點終點表，推算出 N 個參賽者，倒數第 P 個(即任意第 K 個)被淘汰者的 S 值

說明：1、 $K=N$ ，即由最後存留的人獲獎

2、 $K \neq N$ ，即由任意指定第 K 個被淘汰者獲獎

註一：參研究過程一結果三

註二：參研究過程二(二)之「**建立淘汰順序表第 1 法則—速簡實驗操作法則**」：

註三：推算 S 值五步驟：

1、將 N_0 及 S_0 代入 公式四 ($N_0 + n \geq S_0 + nX$) 可得 n 值。

2、將 n 值代入 公式一 ($N_f = N_0 + n$) 得 N_f

公式三 $(S_f = S_0 + nX)$ 得 S_f

3、計算 $N_f(n) - S_f(n)$ 差，並查「Y 值階梯表」求取下一個等差數列的始點 $S_0(n-1)$

$N_f(n) - S_f(n)$	0	1	2	3	X-1
$S_0(n+1)$						

4、使用始點終點表重複 步驟 1~3，並將計算結果填入 A、B、C、D 各區：

A	$N_0(n)$								
	$S_0(n)$								
B	$N_f(n)$								
	$S_f(n)$								
C	$N_f(n) - S_f(n)$								
D	$S_0(n+1)$								

說明：同一欄為同一等差數列，次一欄為下一個等差數列

5、最後利用 公式二 $S_{(n+m)} = S_n + mX$ ，

便可推算出獲獎人序號 S 值

舉例說明：參考研究過程一之（四）

捌、附錄：

附錄一：建立淘汰順序表第 2 法則『n 值增加法則』推論過程如下：

1、觀察 X=2， Y=2；X=3， Y=2；X=4， Y=3；X=5， Y=4， 的 11 及 12 人淘汰順序表如下：

循環循環 報數 X 淘汰數 Y	序 號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12						
X=2 Y=2	11 人	6	1	9	2	7	3	11	4	8	5	10							
	12 人	11	<u>1</u>	7	2	10	3	8	4	12	5	9	6	11					
X=3 Y=2	11 人	10	1	7	5	2	11	9	3	6	8	4							
	12 人	9	<u>1</u>	5	11	2	8	6	3	12	10	4	7	9	5				
X=4 Y=3	11 人	8	7	1	9	4	6	2	11	10	5	3							
	12 人	11	6	<u>1</u>	4	9	8	2	10	5	7	3	12	11	6	4			

2、上表可得第 2 法則：

當 X、Y 條件相同時，可由 n 個人之淘汰順序，推出 n+1 個人之淘汰順序

以 X=4， Y=3 的「11 人淘汰順序」推算出「12 人淘汰順序」為例，圖解步驟如下：

(1) 先實驗操作並紀錄出 n (11) 個人的淘汰順序

序號 S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			
淘汰順序	8	7	1	9	4	6	2	11	10	5	3				

(2) 將 n (11) 人順序表中所有數字 +1， 位移 X (4) 位， 依序填入 n+1 (12) 個人的表格中。

淘汰順序					9	8	2	10	5	7	3	12	11	6	4
------	--	--	--	--	---	---	---	----	---	---	---	----	----	---	---

(3) 從數字列之末端移 X-1 (3) 個數字至最前方空格中

移動		11	6	4	9	8	2	10	5	7	3	12			
----	--	----	---	---	---	---	---	----	---	---	---	----	--	--	--

(4) 步驟 3. 在第 Y (3) 個位置插入數字 1， 即 n+1 (12) 人的淘汰順序

序號 S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			
插入 1	11	6	1	4	9	8	2	10	5	7	3	12			

3、結果：重複步驟 (2) ~ (4)， 便可完成 n+m 人淘汰順序

附錄二：

建立淘汰順序第 3 法則『Y 值增減法則』之推論過程如下：

1、觀察 $X=4$ ， $Y=1$ 或 $Y=2$ 或 $Y=3$ 的淘汰順序表

(1) $X=4$ ， $Y=1$ ，結果如下：

順序人	位數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3		1	3	2																	
4		1	2	4	3																
5		1	3	5	4	2															
6		1	6	5	3	2	4														
7		1	4	3	5	2	7	6													
8		1	3	8	7	2	5	4	6												
9		1	6	5	7	2	4	9	8	3											
10		1	10	9	4	2	7	6	8	3	5										

(2) $X=4$ ， $Y=2$ ，結果如下：

順序人	位置	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3		2	1	3																	
4		3	1	2	4																
5		2	1	3	5	4															
6		4	1	6	5	3	2														
7		6	1	4	3	5	2	7													
8		6	1	3	8	7	2	5	4												
9		3	1	6	5	7	2	4	9	8											
10		5	1	10	9	4	2	7	6	8	3										

(3) $X=4$ ， $Y=3$ ，結果如下：

順序人	位置	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3		3	2	1																	
4		4	3	1	2																
5		4	2	1	3	5															
6		2	4	1	6	5	3														

7	7	6	1	4	3	5	2											
8	4	6	1	3	8	7	2	5										
9	8	3	1	6	5	7	2	4	9									
10	3	5	1	10	9	4	2	7	6	8								

2、從上表可以可得第 3 法則：

- (1)、當 X 相同，由 $Y = n$ 推 $Y = n + 1$ 淘汰順序表的方法：
 由 $Y = n$ 的淘汰順序表中每一列最末一個數字移至每一列最前面
- (2)、當 X 相同，由 $Y = n$ 推 $Y = n - 1$ 淘汰順序表的方法：
 由 $Y = n$ 的淘汰順序表中每一列最前面的一個數字移至每一列最後面

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會
評 語

國小組 數學科

第三名

080409

探索俄羅斯遊戲法則之奧秘

國立科學工業園區實驗高級中學

評語：

能將已探討過的問題改變，並加以延伸，像難度挑戰，值得鼓勵。紀錄完整呈現並從中觀察到數字變化的規律，分析細緻，找出規則，結果值得肯定。