

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會
作品說明書

高中組 物理科

040119

各式波源對於駐波形狀之影響

臺北市立建國高級中學

作者姓名：

高二 張銘博 高二 林碩芃 高二 謝泊頷
高二 林育維

指導老師：

李泗賓

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會作品說明書

科別：物理科

組別：高中組

作品名稱：各式波源對於駐波波形狀之影響

關鍵詞：駐波、衰減

編號：

作品名稱：各式波源對於駐波波形狀之影響

摘要

關於駐波：

如果拉緊的繩左端以正弦震盪，而另一端固定，則此震動會沿著繩子像又送出一連續的行進波。波的頻率即震動的頻率。此波在固定端反射，向左回轉行進通過他自己。向右的波和向左的波便互相干涉。在某頻率下，此干涉會產生一駐波形式。

但在高中課本之中只有討論以上所述之繩波，和水波槽中關於兩點波源所產生的駐波，而我們感興趣的是——三個、四個波源呢？而且現實狀況之中的波的振幅也並非是永遠保持不變。我們先利用電腦模擬兩個、三個及四個點波源產生的駐波。而後再用四個實驗，分別是一至四個點波源的水波槽實驗，我們利用馬達的震動產生水波，用投影機從水波槽的下方將水波投影至牆壁上，再用數位相機照下。

現在高中課本中介紹節線及水波時，理論的推導都是沒有計算到水波振幅隨著距離波源的遠近而隨之有的衰減，而我們將實驗跟兩種理論的結果作比較，發現波源數在偶數時，有無衰減所造成的節線形狀略有差異，而波源數三個時，很明顯的可以發現當考慮到衰減時，節線數會變的較少。我們推測這是因為三點波源節線的決定並不是單純因為相位差為半個波長的關係，而同時與振幅也有一定程度以上的相關性。

壹、研究動機

在演唱會時總是有不只一個的喇叭在播放音樂，目的是希望能夠使各個觀眾可以聽的更清楚，好好的欣賞演唱會。

但是在這種情況下是否形成駐波呢？而且依照駐波之特性，如果形成了駐波是否會使得演唱會中某些位置之效果較好，某些位置較差呢？顯然是的。而且在查閱高中物質科學物理篇(下)

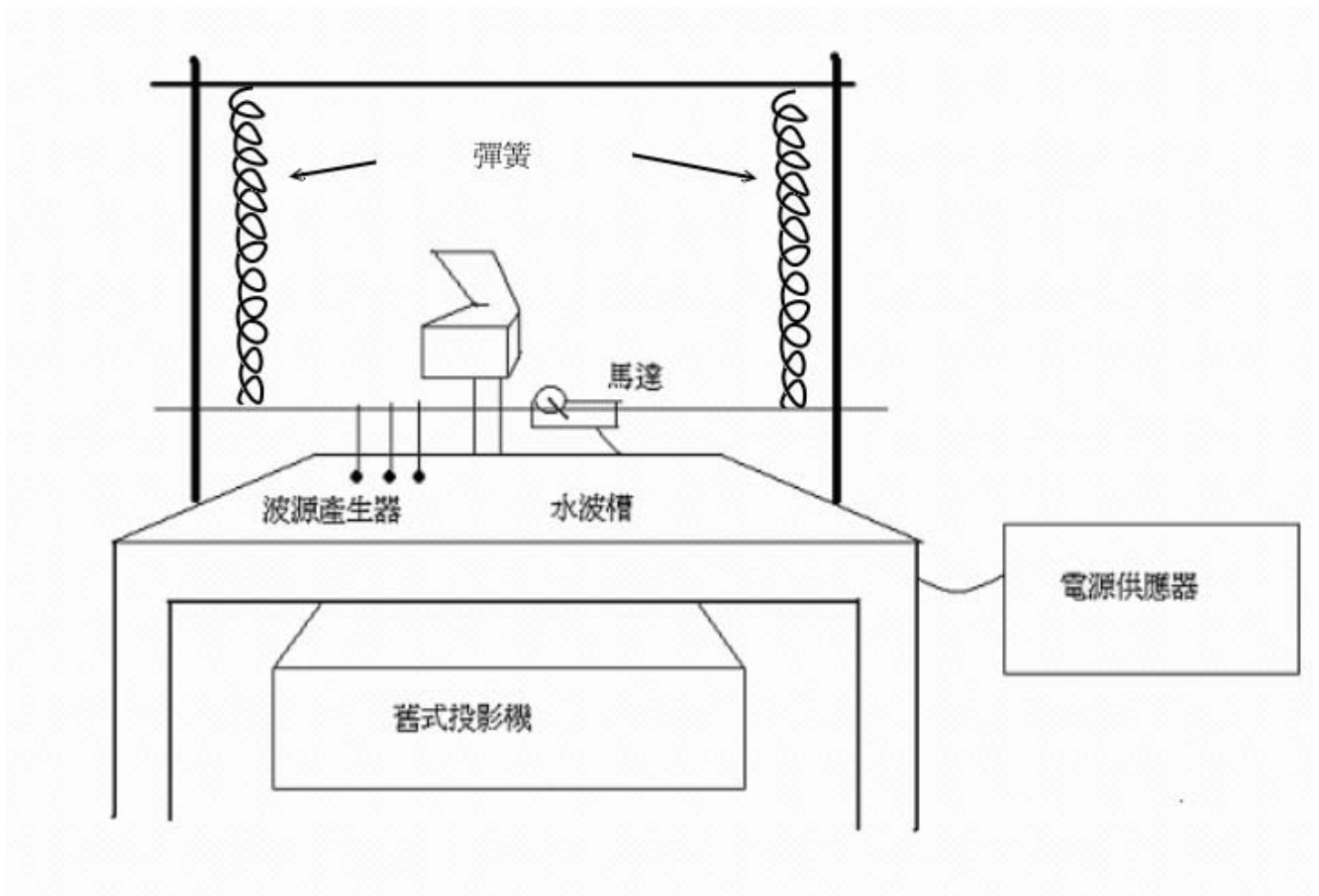
後發現，高中課本中均以 $\left| \overline{PS_1} - \overline{PS_2} \right| = n\lambda$ 表示腹線的生成原因，這使得我們想要研究在水波強度有衰減的狀況之下，腹線及節線的位置是否會有所不同。

貳、研究目的

- 一、了解在二維平面上不同波源特性對駐波形狀影響以及和理論推導之差異
- 二、了解在三維狀況下各種狀況對駐波之影響

叁、研究設備器材

水波槽、馬達、彈簧、直流電源供應器、投影機、數位相機、電腦、軟體 GraphCalc
示意圖：



肆、實驗過程及方法

駐波，物理中一種奇妙的現象。像在有限大小之一維物體上，例如說一條由兩支夾鉗所繃緊的弦，在上面行進的波會在夾鉗處反射，這種反射在弦上會形成一種反方向進行的波，反射波則依入射原理和入射波相加起來。

在某些點，振幅為零，這些點稱為波節(nodes)，間隔為半波長。在另外某些點可得到振幅之極大值，這些點稱為波腹(antinodes)，相隔之距離也為半波長。

一、在平面上，可由兩個以上的點波源產生出駐波，當從兩個點播源發出的波傳到平面上某一點時，兩個波的相位差為半個波長時，也會有類似繩波的情況發生，疊加的結果振幅為零。不過在平面上這種振幅為零的位置會形成雙曲線的形狀，但此是在假設波的振幅在沒有衰減的情況下。

波可以表示為以下函數：

$$z = A \sin(kr - \omega t + \varphi)$$

z 為該點上的振幅

A 為振幅最大值，兩點波源相同

k 是角波數 $= 2\pi / \lambda$ ，亦相同

r 是與波源的距離

ω 是角頻率，兩個點波源相同

t 是時間

φ 相位差，由於兩個點波源同時震盪，故可設 $\varphi = 0$

所以由上式，及兩個點波元到該點的距離相差半波長得

$$z_1 = A \sin \left[\left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) d - \omega t \right] \dots\dots (1)$$

$$z_2 = A \sin \left[\left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) \left(d + \left(n + \frac{1}{2} \right) \lambda \right) - \omega t \right] \dots\dots (2)$$

(1),(2)式相加起來

$$z_1 + z_2 = 0$$

該點為節點(節線)

課本上對於節線的圖形方程式則定義為以下

$$\left| \overline{P_1 S_1} - \overline{P_1 S_2} \right| = \frac{n\lambda}{2} \quad n = 1, 3, 5 \quad \dots\dots (3)$$

即為上述推導過程後的結果，而此為雙曲線的基本定義。所以當在兩點波源的情況下，節線的形狀為雙曲線。

二、假定波的振幅在有衰減的情況下

假定波的振幅在有衰減的情況下，因在平面上，波是以同心圓擴散出去，所以其振幅跟距離的平方根成反比。

例：

$$\sum_{i=1}^n A \left(\frac{1}{\sqrt{(X - h_i)^2 + (Y - k_i)^2}} \right) \sin \left(\sqrt{(X - h_i)^2 + (Y - k_i)^2} \right) \dots\dots(4)$$

n 為點波源之波源數

h, k 為波源之座標

一、理論狀況模擬：假定波爲一sin波且不隨距離加大而衰減

(一)一點波源

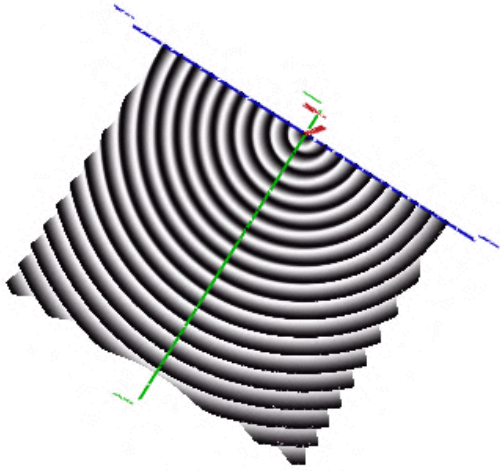


圖 1-1

方程式： $5\sin\left(2\sqrt{X^2 + Y^2}\right)$

(二)兩點波源

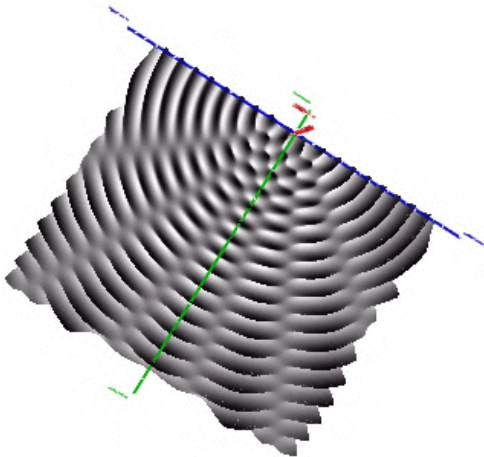


圖 1-2

方程式： $5\sin\left(2\sqrt{(X - 5)^2 + Y^2}\right) + 5\sin\left(2\sqrt{(X + 5)^2 + Y^2}\right)$

(三)三點波源

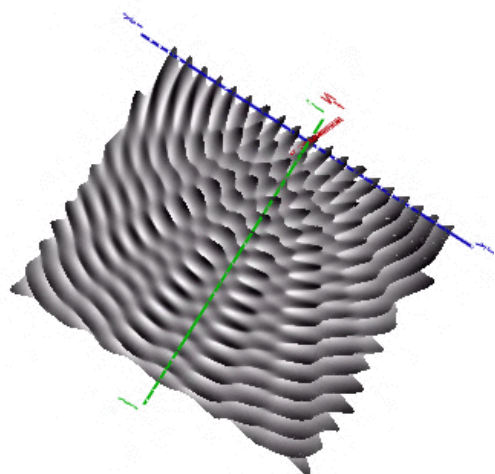


圖 1-3

方程式：
$$5\sin\left(2\sqrt{(X-10)^2+Y^2}\right)+5\sin\left(2\sqrt{X^2+Y^2}\right)+5\sin\left(2\sqrt{(X+10)^2+Y^2}\right)$$

(四)四點波源

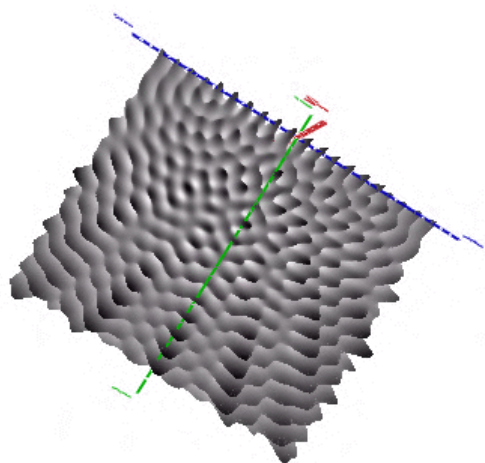


圖 1-4

方程式：

$$5\sin\left(2\sqrt{(X-18)^2+Y^2}\right)+5\sin\left(2\sqrt{(X-6)^2+Y^2}\right)+5\sin\left(2\sqrt{(X+6)^2+Y^2}\right) \\ +5\sin\left(2\sqrt{(X+18)^2+Y^2}\right)$$

二、實際狀況模擬：假定波爲一 sin 波且隨著距離增加而衰減

(一)一點波源

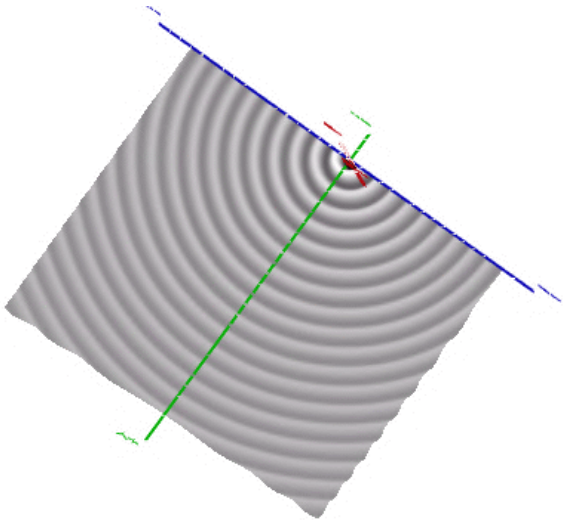


圖 2-1

方程式：
$$5 \left(\frac{1}{\sqrt[4]{X^2 + Y^2}} \right) \sin \left(2\sqrt{X^2 + Y^2} \right)$$

(二)兩點波源

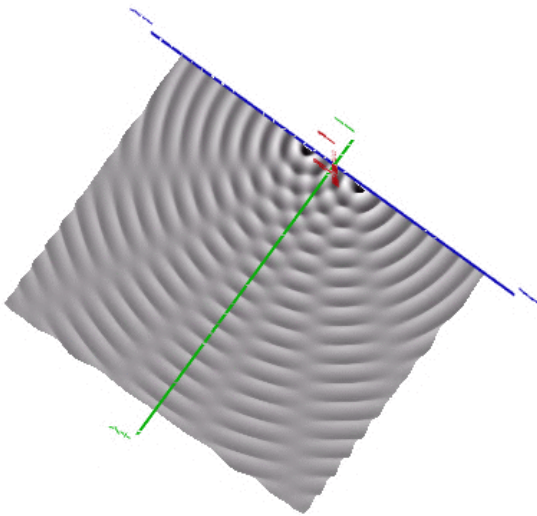


圖 2-2

方程式：

$$5 \left(\frac{1}{\sqrt[4]{(X-5)^2 + Y^2}} \right) \sin \left(2\sqrt{(X-5)^2 + Y^2} \right) + 5 \left(\frac{1}{\sqrt[4]{(X+5)^2 + Y^2}} \right) \sin \left(2\sqrt{(X+5)^2 + Y^2} \right)$$

(三)三點波源

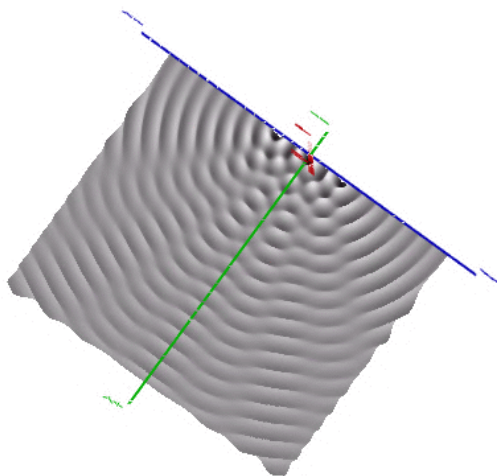


圖 2-3

方程式：

$$5 \left(\frac{1}{\sqrt[4]{(X-7)^2 + Y^2}} \right) \sin \left(2\sqrt{(X-7)^2 + Y^2} \right) + 5 \left(\frac{1}{\sqrt[4]{X^2 + Y^2}} \right) \sin \left(2\sqrt{X^2 + Y^2} \right) \\ + 5 \left(\frac{1}{\sqrt[4]{(X+7)^2 + Y^2}} \right) \sin \left(2\sqrt{(X+7)^2 + Y^2} \right)$$

(四)四點波源

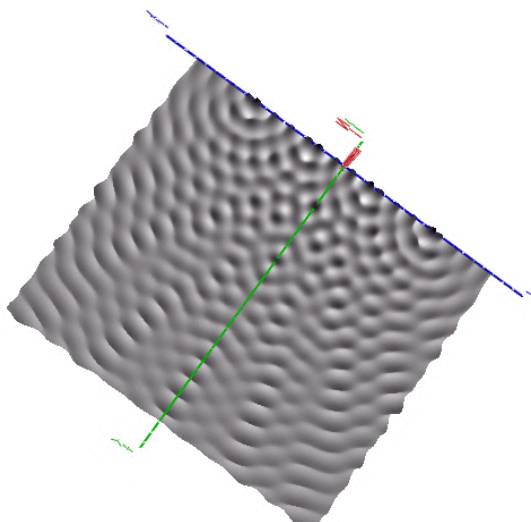


圖 2-4

方程式：

$$5 \left(\frac{1}{\sqrt[4]{(X-18)^2 + Y^2}} \right) \sin \left(2\sqrt{(X-18)^2 + Y^2} \right) + 5 \left(\frac{1}{\sqrt[4]{(X-6)^2 + Y^2}} \right) \sin \left(2\sqrt{(X-6)^2 + Y^2} \right) \\ + 5 \left(\frac{1}{\sqrt[4]{(X+18)^2 + Y^2}} \right) \sin \left(2\sqrt{(X+18)^2 + Y^2} \right) + 5 \left(\frac{1}{\sqrt[4]{(X+6)^2 + Y^2}} \right) \sin \left(2\sqrt{(X+6)^2 + Y^2} \right)$$

$$5 \left(\frac{1}{\sqrt[4]{(X+6)^2 + Y^2}} \right) \sin \left(2\sqrt{(X+6)^2 + Y^2} \right) + 5 \left(\frac{1}{\sqrt[4]{(X+18)^2 + Y^2}} \right) \sin \left(2\sqrt{(X+18)^2 + Y^2} \right)$$

三、實際實驗：

共有四個實驗，分別是一至四個點波源的水波槽實驗，我們利用馬達的震動產生水波，再利用數位相機將水波形狀紀錄下來

實驗裝置：

利用投影機從水波槽的下方將水波投影至牆壁上，再用數位相機照下。產生水波的方式則是利用馬達的震動帶動棒子敲擊水面

實驗一：

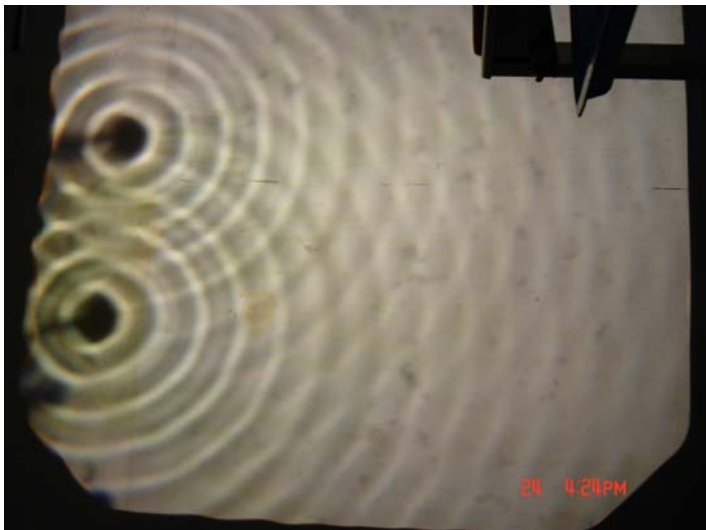


圖 3-1

利用粉筆在牆上紀錄駐波形狀再拍下

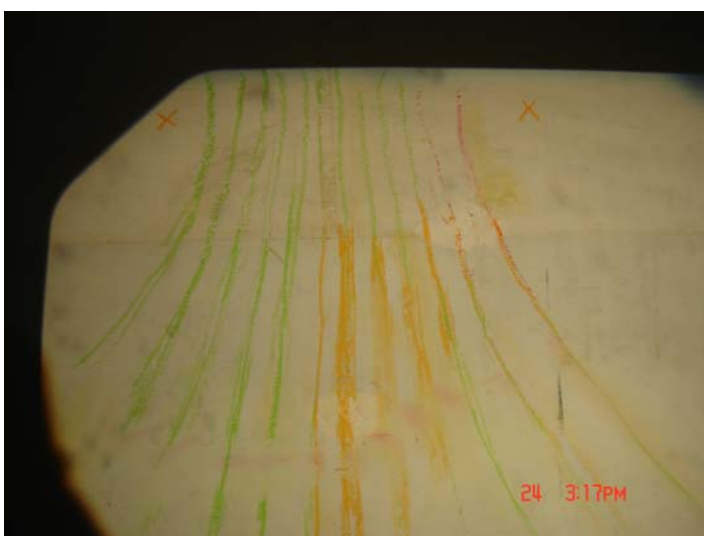


圖 3-2

實驗二：

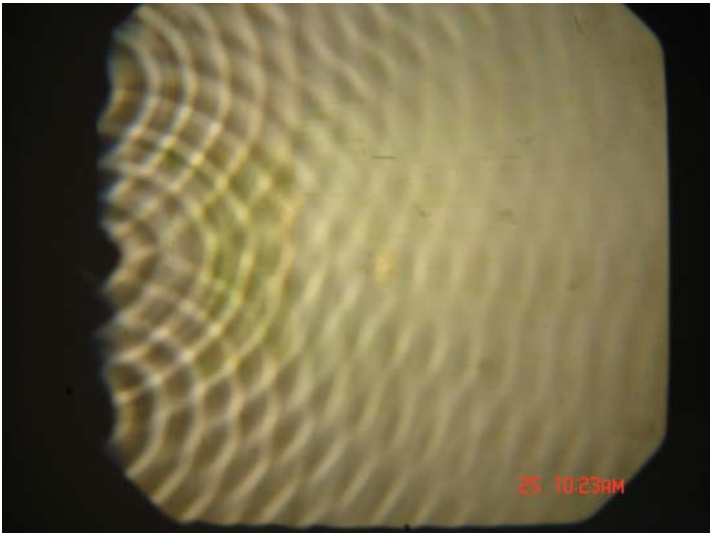


圖 3-3

實驗三：

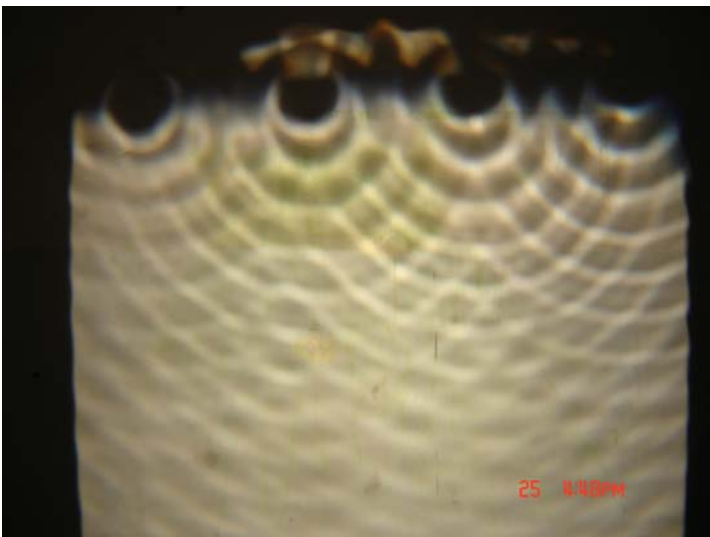


圖 3-4

實驗四

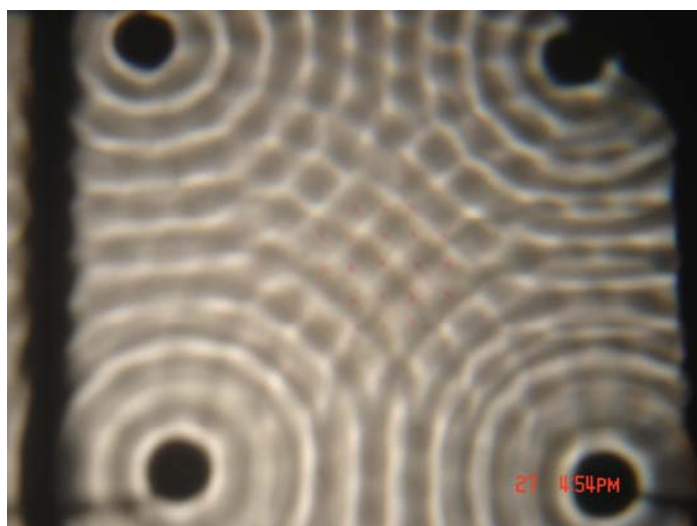


圖 3-5

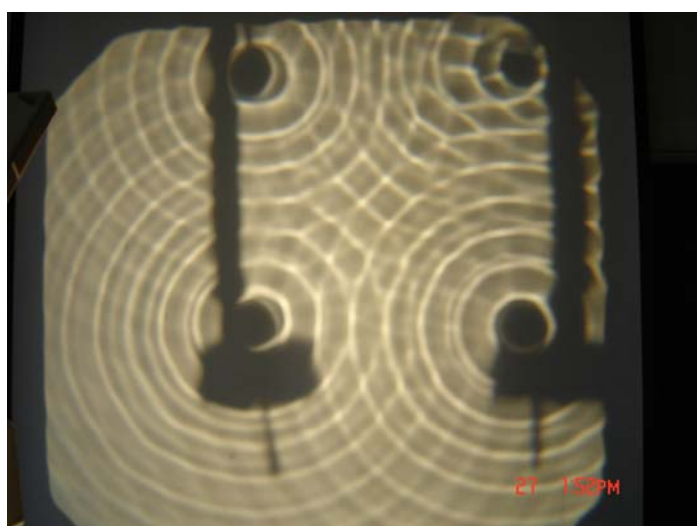


圖 3-6

實驗五

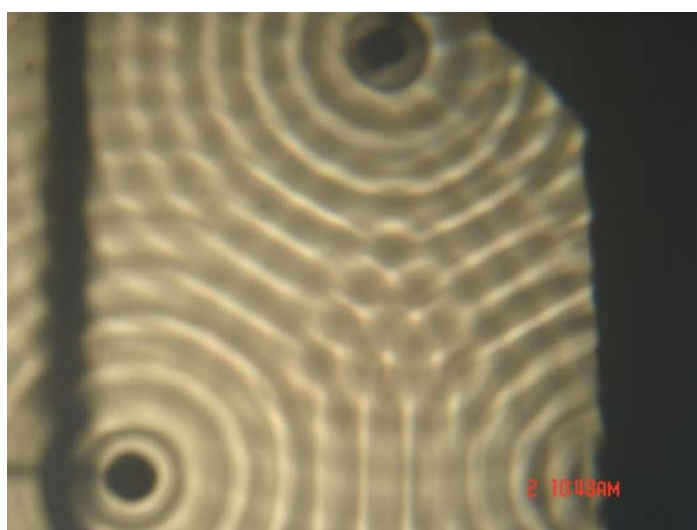


圖 3-7

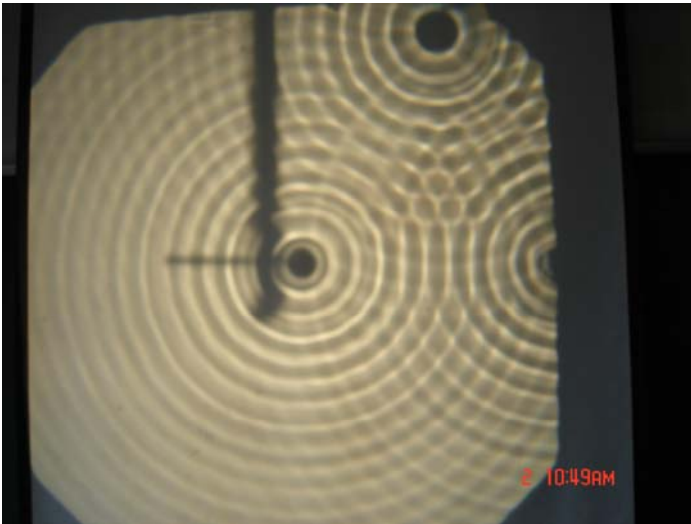


圖 3-8

線波源實驗：

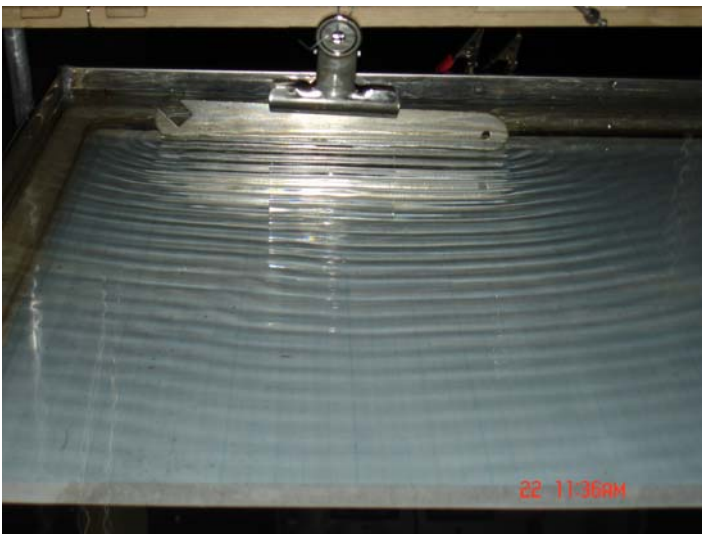


圖 3-9

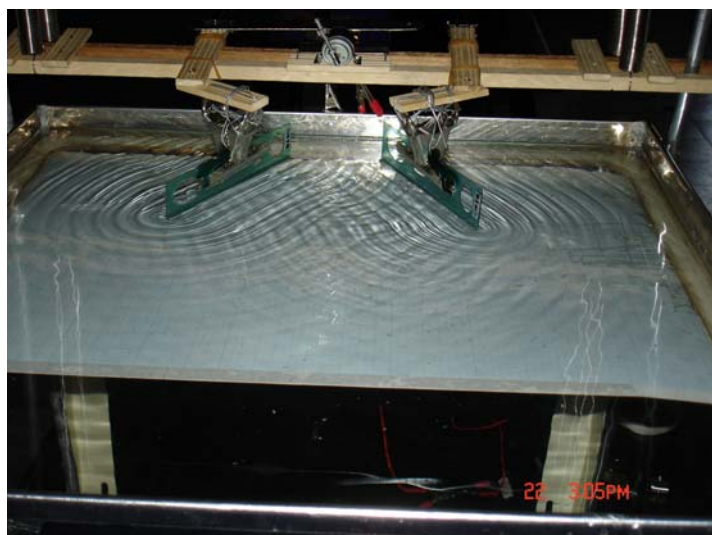


圖 3-10



圖 3-11

柒、研究結果：

比較電腦模擬中有衰減及無衰減之圖形，圖中藍色部分為有衰減之模擬的波〔甲定期波的振幅隨距離的平方成〕，灰色為無衰減之模擬的波

一、二點波源

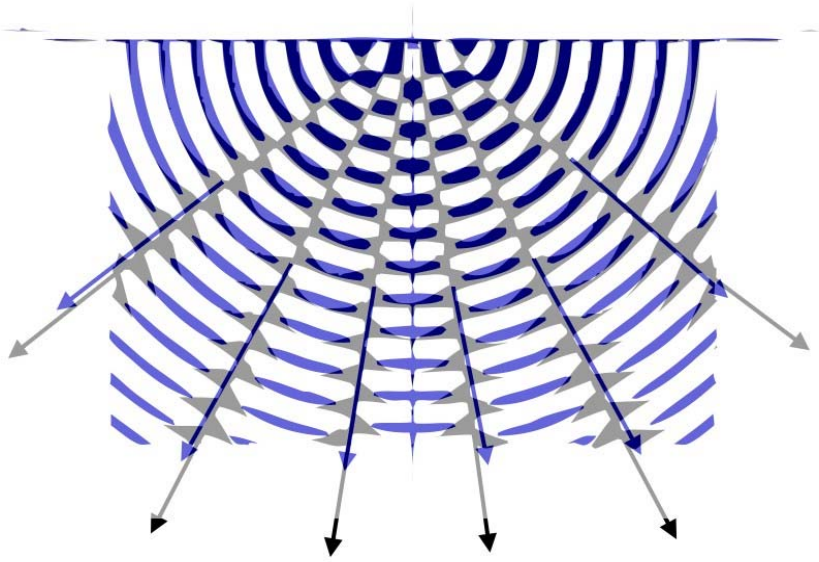


圖 4-1

二、三點波源

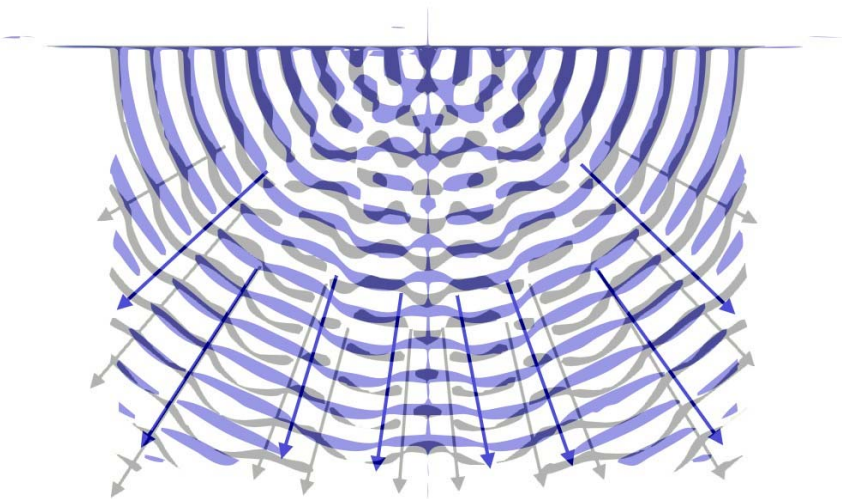


圖 4-2

三、四點波源

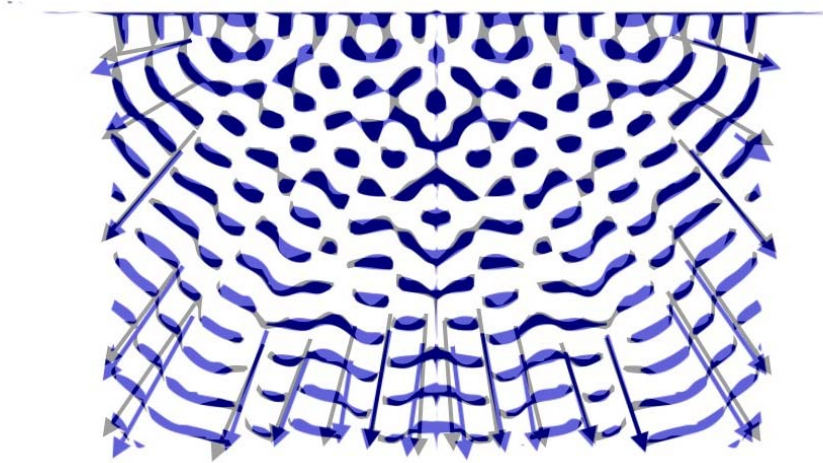


圖 4-3

由以上三圖的比較中可以看出，在二、四點波源的狀況之下，兩種情況的節線數及位置都略有差別，但是在三點波源的狀況之下，有衰減的節線數明顯的比無衰減的波來的少。

四、有衰減及無衰減和實驗的比較〈顏色較淡的為實驗圖中顯示的節線〉

我們使用 PhotoImpact 8 將電腦模擬的圖形以及用照相機照下的實驗情況加上節線，並把兩張圖相疊，以作比較。上圖藍線為有衰減模擬圖形之節線，下圖紅線為無衰減之節線，黑線為實際實驗照片的節線。

(一)兩點波源

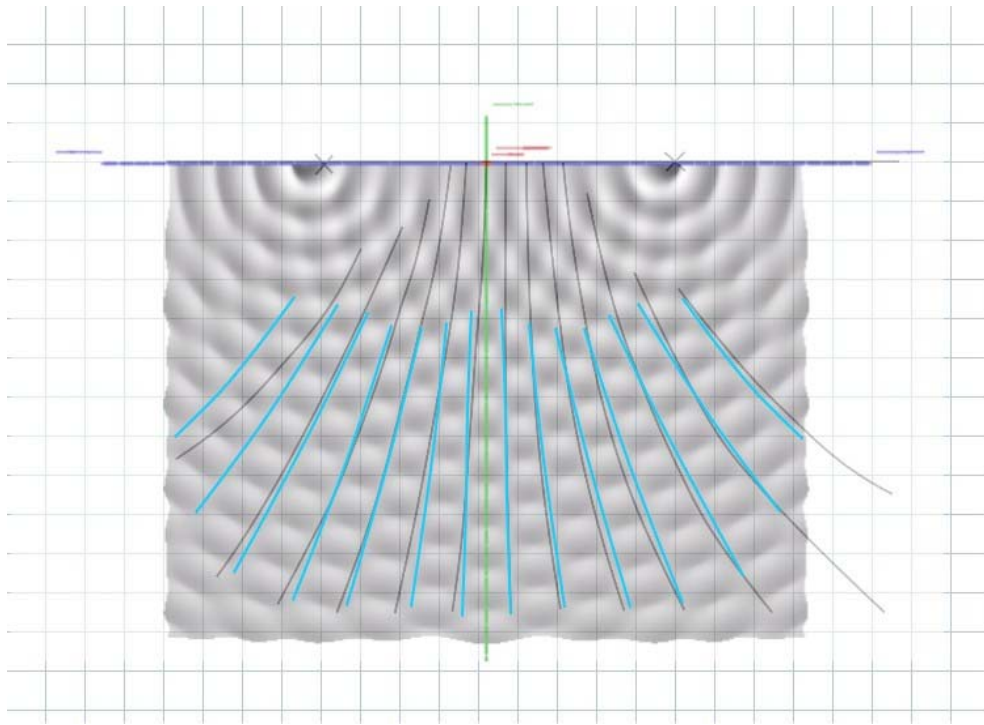


圖 5-1

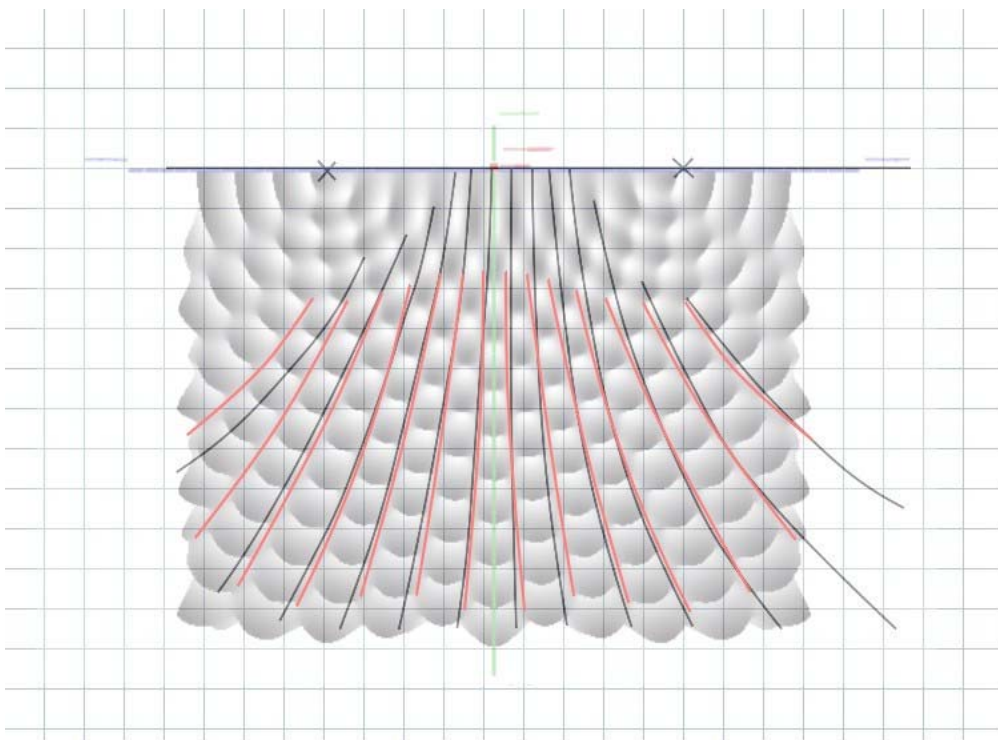


圖 6-1

(二)三點波源

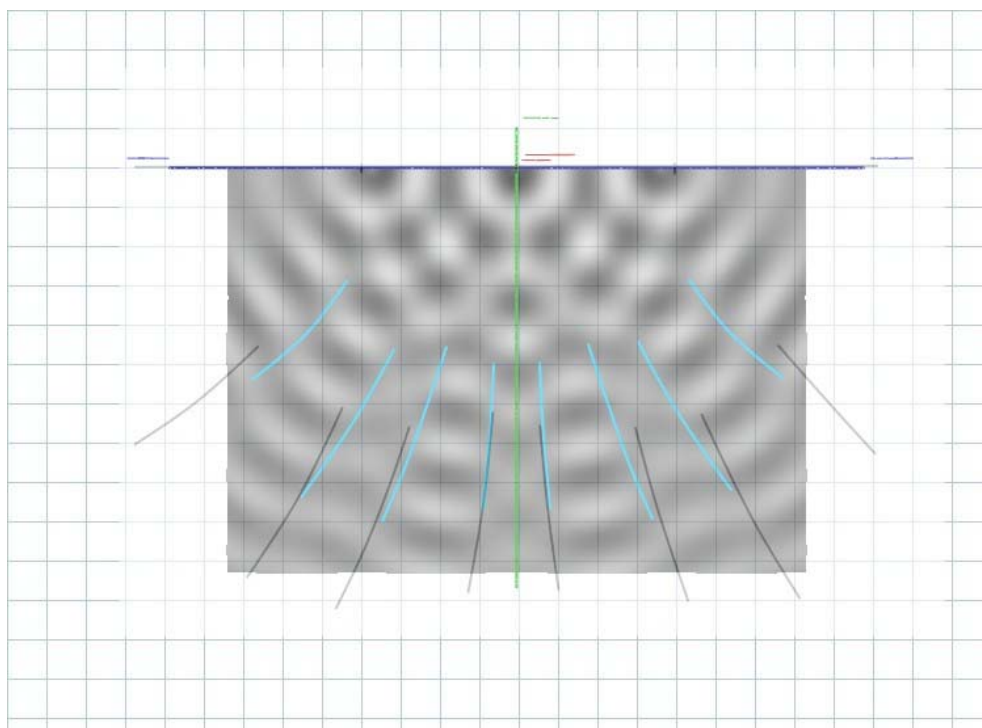


圖 5-2

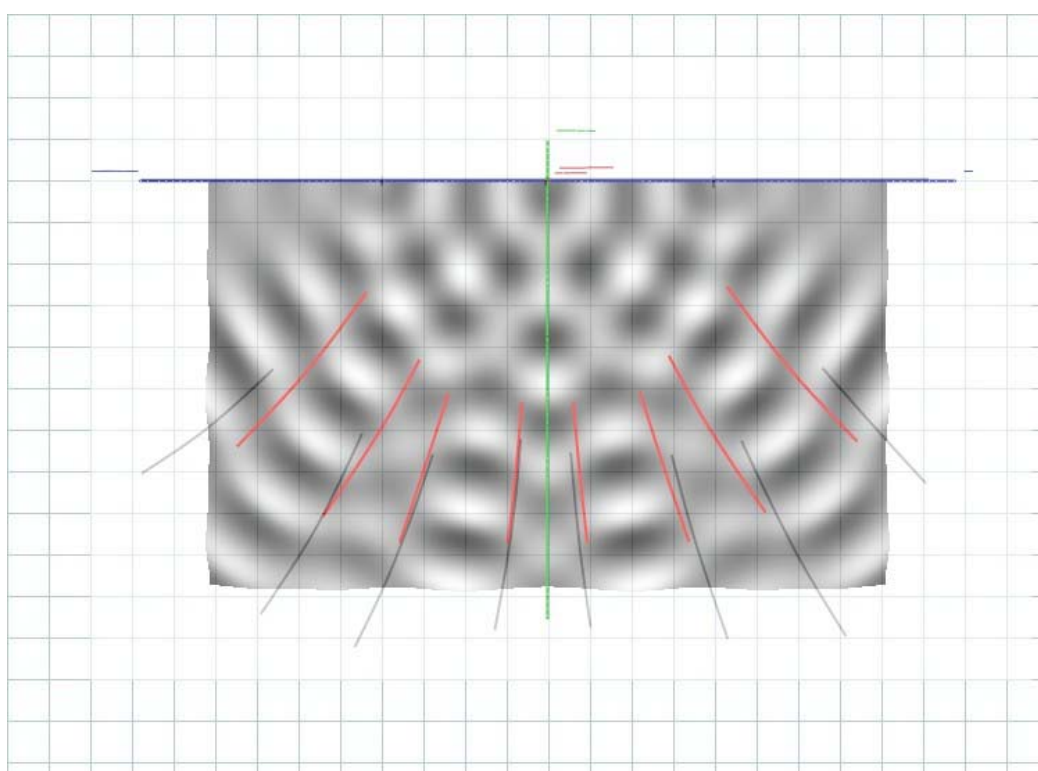


圖 6-2

(三)四點波源

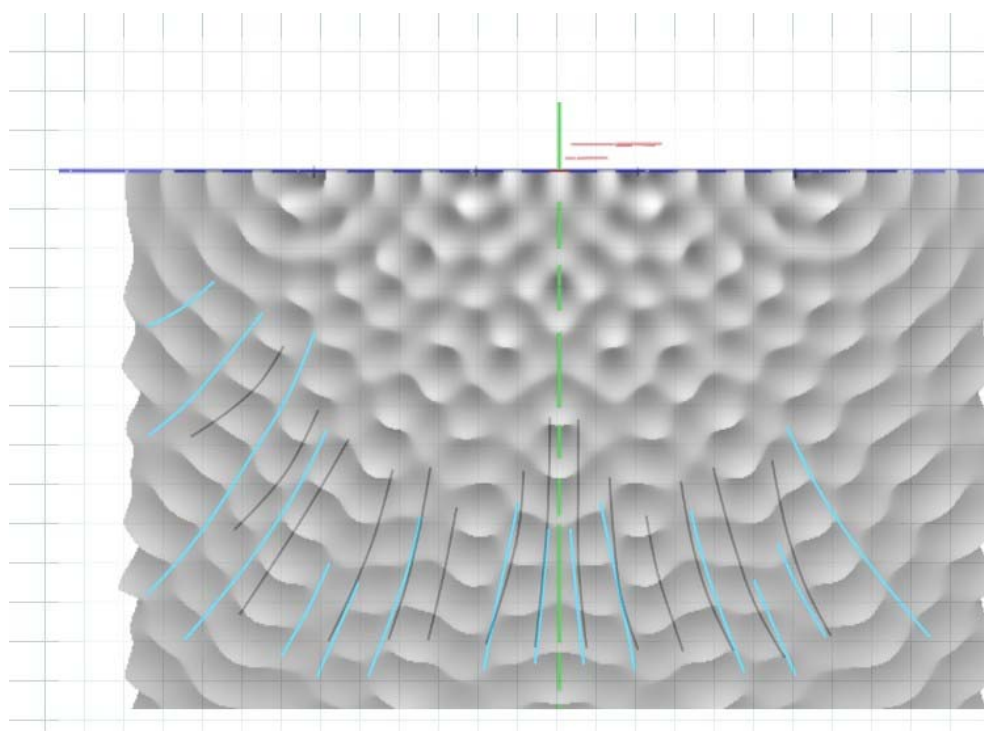


圖 5-3

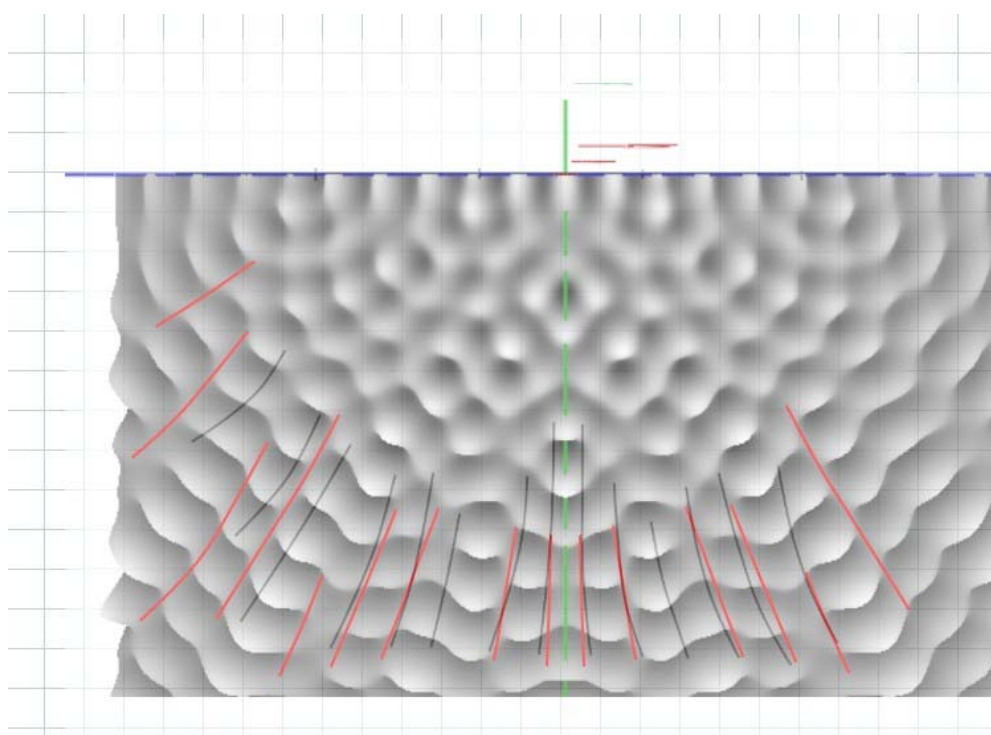


圖 6-3

捌、討論

現在我們所有的實驗均只有二維上的探討，而且在於觀察器材以及實驗準確度方面有很大的困難需要去解決，所以目前當務之急是尋找較好的觀察方法，解決後便可以將駐波位置數據化。

而線波源的方面，因為沒有找到合適的程式來做推導，我們曾經使用一百個點波源在 X 軸上來近似模擬線波源(圖 6-1)，但跟實驗結果有出入。我們現在正在想辦法找到別的電腦模擬軟體來做模擬。以後若還是找不到，可能會自己寫。

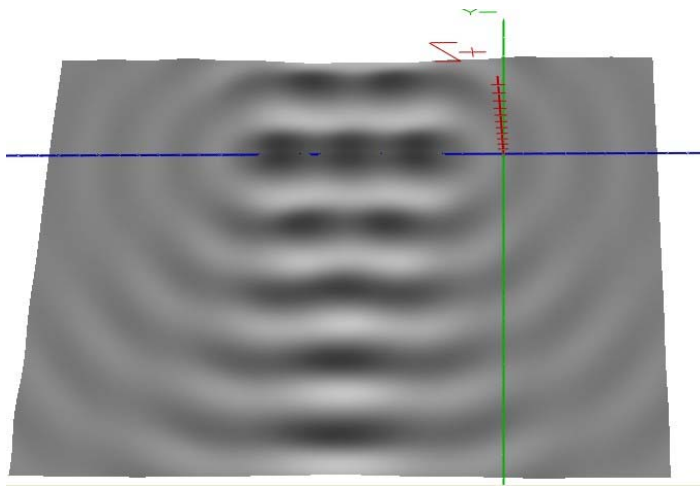
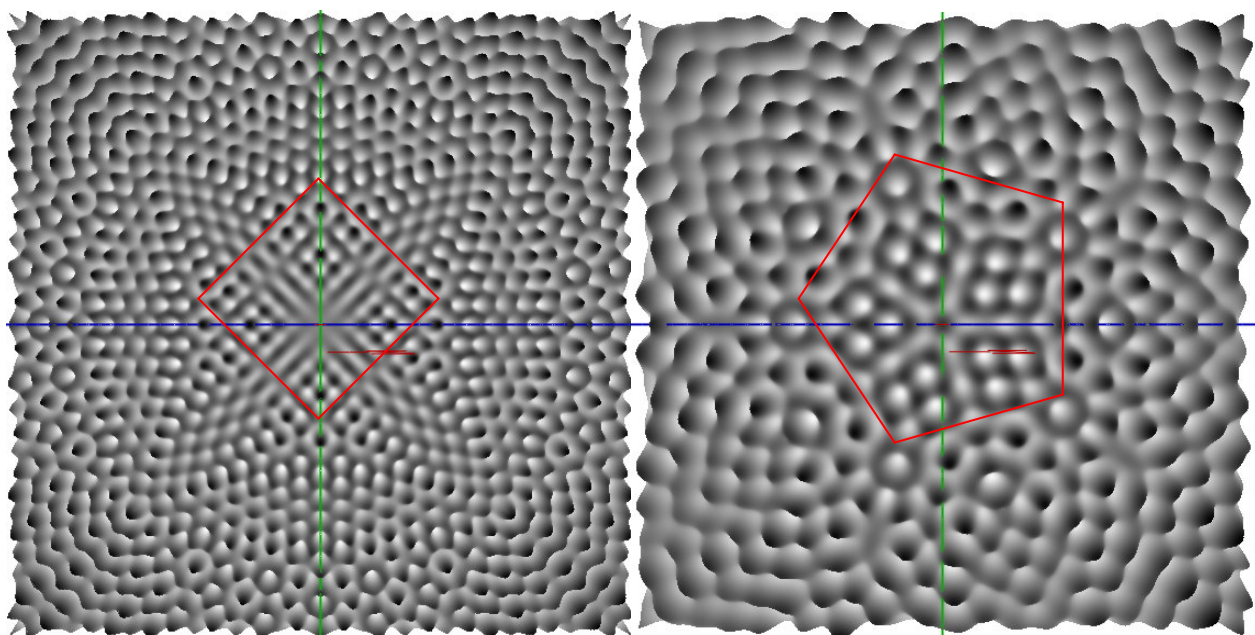


圖 6-1

在非直線排列的部分，我們模擬了正三、四、五、六邊形波源的狀況，在比較結果之後我們推測，雖然無論波源數為基數或偶數時中央部份均會出現一樣的圖形(如下二圖)，但在基數波源點時中央圖形為正的，偶數波源數時中央圖形則會是斜的。



玖、結論

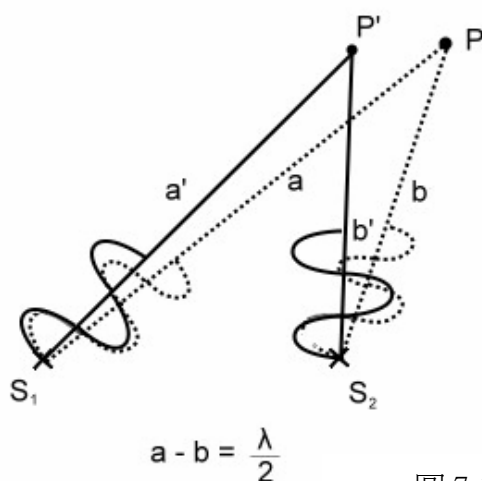


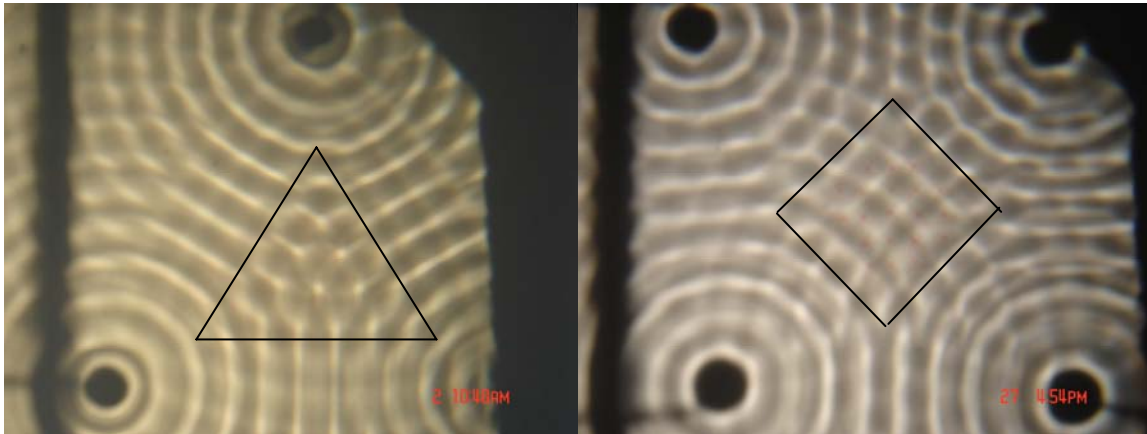
圖 7-1

現在高中各本中介紹節線及水波時，理論的推導都是沒有計算到水波振幅隨著距離波源的遠近而隨之有的衰減。這與實驗比較，發現其實有考慮到衰減的情況跟實驗較符合。

在第二個實驗中，我們將實驗跟兩種理論的結果作比較，發現波源數不論在幾個點波源的情況，無衰減及有衰減的節線並無太大的差異，只是有些微的偏離。我們推測這是由於從點波源發出波的振幅隨著距離而衰減，而無法

和無衰減的情況做完全破壞性干涉而形成節點。卻會在原本節點處的旁邊振幅可抵銷之處〔或是沒有完全抵銷，而是振幅縮小到一個非常小的範圍內，以致於形成類似節點的情況〕〔如圖 6 所示〕。而這些節點所形成的所謂「節線」，就不會是想理想無衰減的推導而形成的雙曲線。

再來我們進行了正三角形波源及正方形波源的實驗，發現結果就如我們當初所推論的，在基數波源數時中央圖形爲正的，在偶數波源時中央圖形會傾斜一個角度。



拾、參考資料及其他

David Halliday, Robert Wesnick, Jearl Walker (2001) *Fundamental of Physics, Sixth Edition*. 16-1 - 18-19. 台北市：全華。

物質科學物理篇〔下〕，188-193。褚德三教授主編。龍騰文化事業公司。

物質科學物理篇〔下〕，252-255。南一書局。

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會
評 語

高中組 物理科

040119

各式波源對於駐波形狀之影響

臺北市立建國高級中學

評語：

1. 本實驗採用實驗配合模擬軟體從事研究探討方法可以鼓勵深入探討。
2. 對於考慮振幅在介質衰減之模擬，應再針對所得定性圖案，加以進一步定量化分析，並給予物理模式或詮釋。
3. 對本研究應可再探討其他變因之影響，並系統化探討其物理可能新觀念。