

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會
作品說明書

國中組 理化科

第一名

031607

凹凸無秩，虛實有具

臺北市立民生國民中學

作者姓名：

國二 蘇筱芸 國二 張培衡 國二 鄒運政
國二 蔡馥豪

指導老師：

蘇恭彥 程麗娟

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會

作品說明書

科 別：理 化

組 別：國 中 組

作品名稱：凹凸無秩，虛實有具

關 鍵 詞：拋物線、視覺暫留、自製凹（凸）面鏡

編 號：

題目：凹凸無秩，虛實有具

目 錄

壹、摘要	1
貳、研究動機	2
參、研究目的	2
肆、研究設備及器材	2
伍、研究過程或方法	3-10
研究一.....	3-4
研究二.....	5-6
研究三.....	7
研究四.....	8-10
陸、研究結果	11-21
研究一.....	11-13
研究二.....	14-15
研究三.....	16-19
研究四.....	20-21
柒、研究討論	22-23
捌、研究結論	24
玖、參考資料	24

題目：凹凸無秩，虛實有具

壹、摘要：

本研究主要是進一步研究八上自然與生活科技課本中，有關凹（凸）面鏡的成像，希望能更具體找出實、虛像的位置。

首先在研究一中，我們利用 19 片的鏡面鋼折彎成 $y = ax^2$ 的拋物曲面，並尋找 a 值與焦距 f 之間的關係。結果發現 $a = 1/(4f)$ 。

接著在研究二中，以視覺暫留的觀念結合改良的視差法，具體測量凸面鏡的虛像位置。並以成像公式： $1/\text{物距} + 1/\text{像距} = 1/\text{焦距}$ ，推得像距理論值後，與實際測得的像距比較。

在研究三中，進一步研究凹面鏡所成的實、虛像位置。

最後的研究四是主要的創意設計。我們利用塑膠膜及漏斗自製一種可以任意調整凹凸的面鏡，並以 LED 燈為光源，觀察凹面鏡所成的實像變化。而且可調式面鏡亦可作生活上的應用。

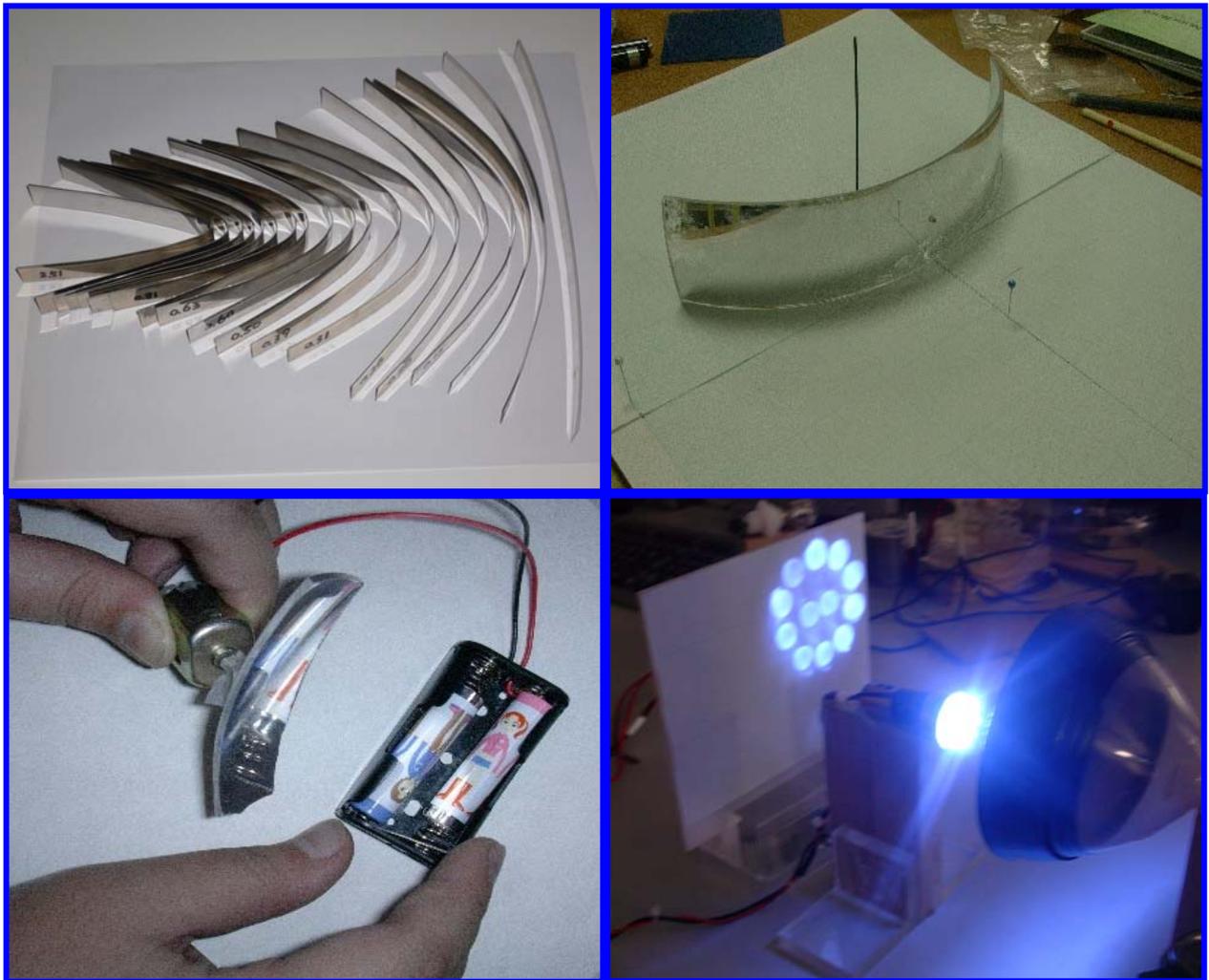


圖 1 凹(凸)面鏡實虛像的具體研究

貳、研究動機：

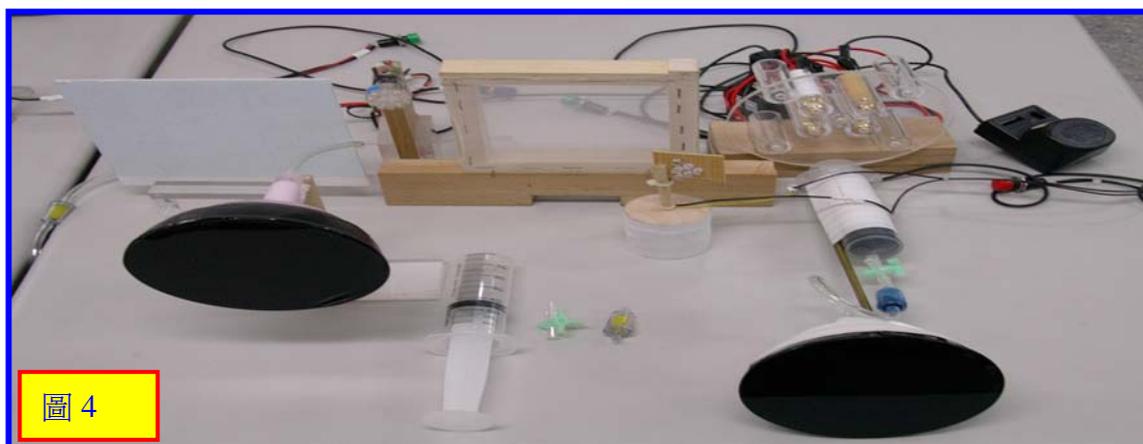
在八年級上學期自然與生活科技課本第三章第二節「面鏡成像」單元中，提到凹（凸）面鏡的像，我們認為實像和虛像並不容易呈現出來。因此，想進一步對光學更深入的了解並改良實驗。希望光與面鏡的邂逅能滿足我們的好奇。

參、研究目的：

- 一、在研究一中，以實際實驗分析二元二次曲線： $y = ax^2$ 中， a 值與焦距之間的關係。
- 二、在研究二中，以視覺暫留的觀念結合改良的視差法，具體測量凸面鏡的虛像位置。
- 三、在研究三中，以視覺暫留的觀念結合改良的視差法，具體測量凹面鏡的實虛像位置。
- 四、在研究四中，設計一可調式凹(凸)面鏡，改變焦點，並觀察實像的變化。

肆、研究設備及器材：

- 一、設備：直尺、布尺、熱熔膠、熱熔槍、鋸槍、美工刀、剪刀、絕緣膠帶、鑽孔機、線鋸機、鋸子、AB 膠、白膠、砂磨機、游標尺、尖嘴鉗、斜口鉗。
- 二、器材：鏡面鋼 ($20 \times 1.5 \text{ cm}^2$) 19 條、雷射筆 10 隻、方格紙 ($0.1 \times 0.1 \text{ cm}^2$)、大頭針一盒、電池座、電池、凹（凸）面鏡、軟木墊、細鐵絲、竹筷、LED 燈泡、電路版、可調式電源供應器、漏斗 5 個、塑膠膜、噴漆（黑、白）、壓克力板、木條、木板、圖釘、乒乓球、注射針筒、三叉開關、塑膠管、線香、黑布、馬達、小凹凸面鏡（正反皆可反射）、報紙、附有的螺紋的鐵條、蒸發皿、矽膠。



研究設備及器材

伍、研究過程與方法

一、研究一：以實際實驗分析二元二次曲線： $y = ax^2$ 中， a 值與焦距 f 之間的關係。

(一) 首先我們想要尋找一種可以任意彎折的光亮金屬片，其目的是為了製作 $y = ax^2$ 曲面。剛開始以塗奶油刀為材料，但是折彎後便斷裂（如圖 5 所示），若以加熱方式處理，卻使得亮光面焦黑（如圖 6 所示）。



圖 5 折斷的奶油刀面



圖 6 用火加熱刀面變黑

(二) 接著我們在一般水壺的把手處（如圖 7 所示），找到一片亮度極亮且厚度為 0.03cm 的不鏽鋼條。為進一步了解鋼片的來源，我們在水壺底部找到製造商的電話，尋問些有關不鏽鋼的資訊。最後我們利用薄的鏡面鋼作為研究一的材料。

(三) 接著我們利用數學軟體 GSP，製作出 19 個 $y = ax^2$ 曲線，並將鏡面鋼折成曲面（如圖 8、9 所示）。



圖 7 水壺把手處的不鏽鋼曲面

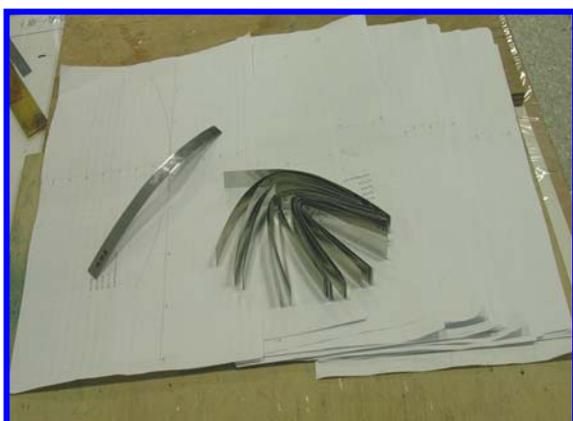


圖 8 利用 GSP 繪成標準拋物線



圖 9 19 條拋物曲面

(四) 接著，我們必須確定焦點（如圖 10 所示）位置會不會因為光線打在鏡面的位置不同，而有所區別。我們先作以下兩種實驗：

第一種：將兩平行主軸的雷射光的間距每次加大 0.50 公分（如圖 11 所示），結果發現焦點均在同一點上。

第二種：控制兩平行雷射光的間距為 0.50 公分，並打在鏡上不同位置（如圖 12 所示），結果亦發現焦點在同一點上。

因此我們確定對於拋物曲面，只要是平行主軸的光線，聚焦的位置均不變。

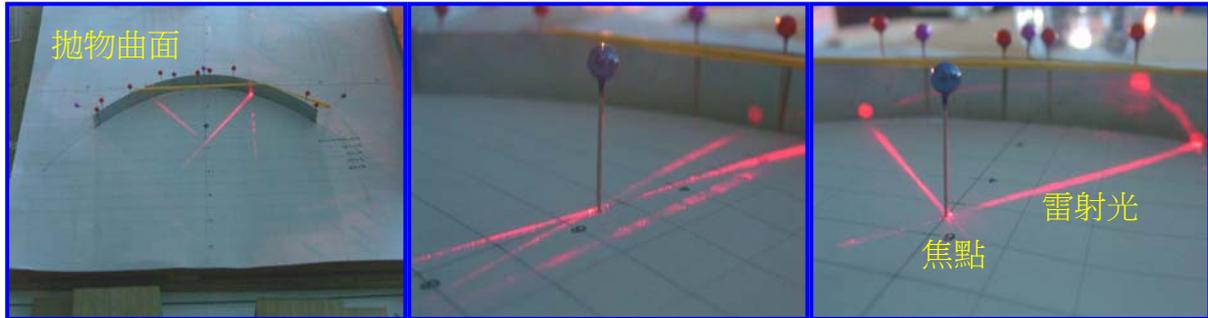


圖 10 研究一：以平行主軸的兩平行光測量拋物曲面的焦點

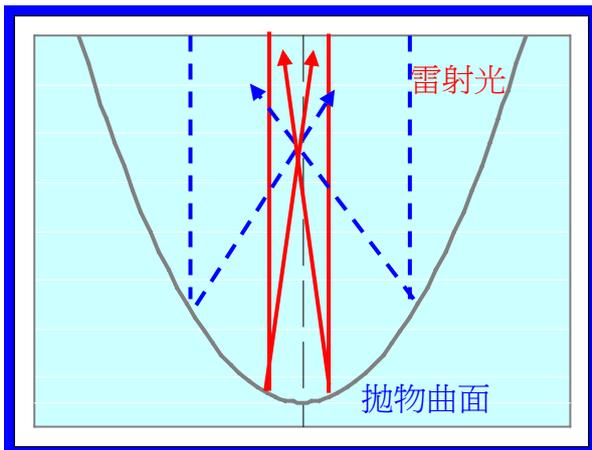


圖 11 兩平行光每次間距增加 0.50 公分

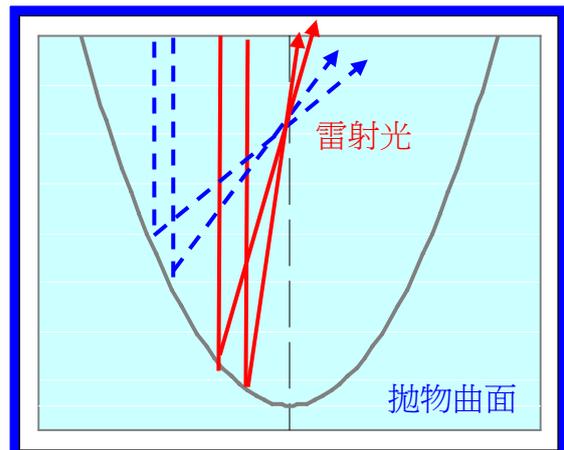


圖 12 兩平行光束間距保持 0.50 公分

(五) 將一鏡面鋼放置在方格紙上（下面放一片厚的軟木墊），利用兩平行主軸的雷射光打在曲面上，再以大頭針標示出焦點位置（亦如圖 10 所示），多次測量求平均值。

(六) 接著測量 19 條 $y = ax^2$ 曲線的焦點。接著分析 a 值與焦距的關係及相關係數。

二、研究二：以視覺暫留的觀念結合改良的視差法，具體測量凸面鏡的虛像位置。

第一部分：先確定視覺暫留的觀念，能否看出清晰虛像。

(一) 我們原本將研究一的鏡面鋼，接在馬達上旋轉，結果未能出現清晰的虛像，分析原因是因為曲面的問題。



圖 13 車用凸面鏡上所取下的小曲面

(二) 接著我們找到車用的後視鏡（塑膠材質），利用在學校生科教室的砂磨機，磨掉鏡的邊緣，剩下曲面鏡中心的部份（如圖 13 所示）。

(三) 接著，把它連接在一馬達上，接上電源旋轉（如圖 14 所示）。其中電源是我們改善在電器行買的可調式整流變壓器（如圖 15 所示）（電壓有 3.0、4.5、6.0、7.5、9.0、12.0 伏特的選擇）。



圖 14 凸面鏡接馬達



圖 15 整流變壓器

(四) 結果我們發現：虛像較步驟（一）清楚，但略模糊。

1、分析失敗原因：因為在轉軸兩側有兩片鏡片（如圖 16 所示），由於轉動不能百分百穩定。因此，有兩種成像位置，無法重疊而使成像模糊。

2、進一步改良：將其中一側磨除（如圖 17 所示）。順利解決了在上一步驟所產生的問題。但卻產生出另外一個問題，就是馬達的不穩定振動。

3、再進一步改良：我們思考造成旋轉時的不穩定，主要是因為兩端的重量不同。因此，我們有兩個想法：

(1) 在凹凸面鏡的另外一端，加上重物。但這也產生問題，就是重物該放在哪裡？因為，放在不同位置，穩定性是不同的。於是，放棄該方法。

(2) 保留轉軸兩側有兩片鏡片，並將一邊用黑膠帶遮住（如圖 18 所示）。到此我們成功解決成像模糊的問題。



圖 16 由完整曲面取下的面鏡



圖 17 將面鏡一側去除



圖 18 一側去用黑膠帶遮住

(五) 最後將馬達旋轉，視覺暫留的效果明顯出現，像與像互相重疊，成像和本來的圓形凸面鏡是相同的。因此我們可以只取一小片的曲面來研究整個面鏡所成的像。

第二部分：以改良的視差法，具體測量凸面鏡的虛像位置。

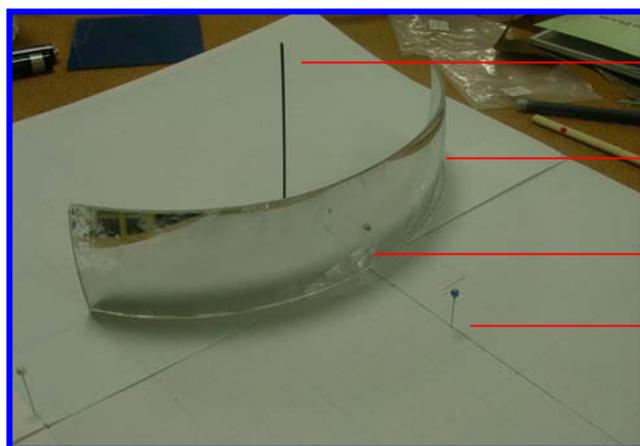
- (一) 利用鋸子將面鏡（如圖 19）中央的一部分取下。
- (二) 由於我們的疏忽磨掉部分鏡面電鍍的亮面，隱約可以看透後面，這使得實驗過程更加精準。後來我們更進一步將鏡面上、下部分磨掉（如圖 20），只留下鏡心的一小條，結果大大的降低了誤差。
- (三) 接著準備一大片軟木墊，並在其上面黏上方格紙（最小一格 $0.1 \times 0.1 \text{ cm}^2$ ）。並在凸面鏡前 4.20 cm 處插上大頭針（當物體）。
- (四) 利用視差法（如圖 21 所示），將一根較物長的細鐵絲放至於鏡後，前後移動，並將頭左右搖擺，直到細鐵絲與所觀測的虛像間無相對移動後記錄虛像位置（像距）。
- (五) 每次增加物距 2.00 cm （到 18.20 cm 處），測量不同像距。
- (六) 以平行雷射光測量焦點，由成像公式： $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ ，推導理論的像距，並分析誤差、趨勢線方程式及相關係數。



圖 19 取下面鏡中央部分



圖 20 磨掉上、下部分的鏡面



細鐵絲（表示虛像位置）

凸面鏡

無意間磨掉的亮面

大頭針（當物體）

圖 21 以視差法測凸面鏡的虛像位置

三、研究三（承研究二）中，以視覺暫留的觀念結合改良的視差法，具體測量凹面鏡的實、虛像位置。

- (一) 我們測完了凸面鏡的虛像之後，把它換個方向，就變成了凹面鏡（如圖 22 所示）。凹面鏡有虛像也有實像，可是看的時候有幾個小麻煩，因為部分的放大像太大而無法觀察，於是我們把大頭針鋸短，成的像也大幅改善了。
- (二) 利用不同的物距，以視差法（詳細介紹見第 6 頁研究二步驟四），測量具體的像距。
- (三) 以平行雷射光測量焦點，由成像公式： $1/p + 1/q = 1/f$ ，推導理論的像距，並分析誤差、趨勢線方程式及相關係數。
- (四) 在凹面鏡口徑上放一壓克力版，利用游標尺測量凹面鏡的彎曲弧度（如圖 23 所示）。與研究一中的 19 條 $y=ax^2$ 軌跡比較，並討論成像可能造成的誤差原因。



圖 22 以視差法測量凹面鏡所成的像



圖 23 測量曲面的弧度

四、研究四：設計一種可調式凹面鏡，觀察實像變化。

(一) 凹面鏡的創意製作：

- 1、對於可調式鏡面，我們嘗試過：銀鏡反應、真空電鍍（請位於鶯歌的工廠協助），但是不成功，後來在氣球上噴漆（如圖 24 所示），但抽氣後漆會破裂。目前為止，我們在塑膠膜（圖 25）上噴漆（圖 26），已達我們可接受的程度。

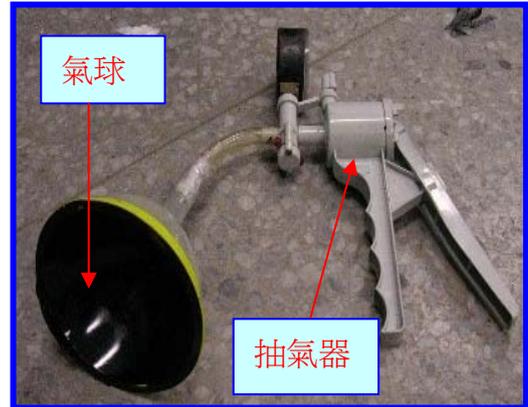


圖 24 氣球當鏡面的凹面



圖 25 塑膠膜



圖 26 在塑膠膜上噴漆製作鏡面

- 2、在漏斗的邊緣，利用金屬條加熱打一個小洞，黏上塑膠管，並裝上三叉接（圖 27）頭再接上針筒（圖 28），漏斗下方則利用一個乒乓球封住，並以噴好的黑色塑膠膜固定在漏斗口上方（圖 29）。

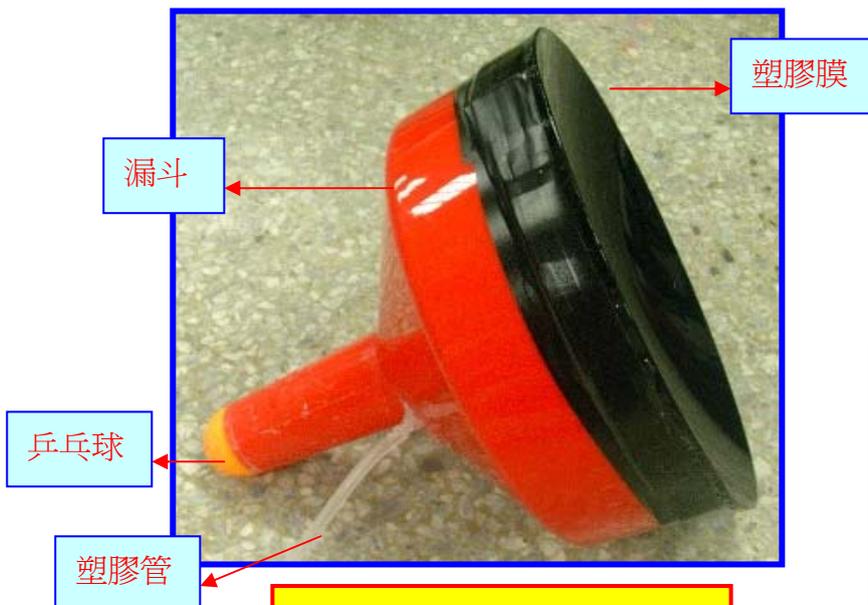


圖 29 自製可調式凹(凸)面鏡



圖 27 三叉接頭

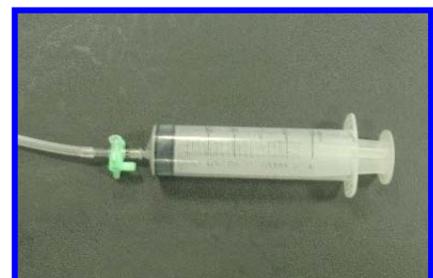


圖 28 針筒

(二) 光源的改善：

- 1、學校傳統光學實驗利用蠟燭為光源（圖 30），危險高、穩定性又低。
- 2、用可調式整流變壓器接上車用的 LED 燈泡，效果不錯、但測量縮小實像時較不清晰（圖 31）。
- 3、以 6 顆 LED 燈在電路板上，自組一個三角形的光源（圖 32），並以衛生筷的上方切出一凹槽，截取一小段黏在圓形木塊內，當作光源的架子，可以清晰地呈現縮小像。



圖 30 光源為蠟燭

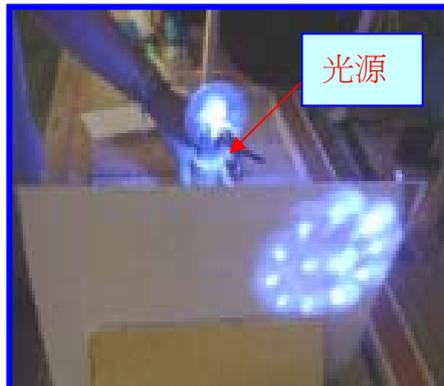


圖 31 車用 LED 燈



圖 32 自組 LED 燈

(三) 紙屏（兩種）：

第一種：絹布紙屏

- 1、製作：將木條拼成空心正方形，並用白膠黏合好，剪同方形大小的絹布，用釘槍釘好，就成了一個絹布紙屏（圖 33）。
- 2、用途：用於測量焦距與縮小實像。

第二種：壓克力紙屏

- 1、製作：將方格紙黏貼在 $15.0 \times 15.0 \text{ cm}^2$ 的壓克力板上（圖 34）。
- 2、用途：用於測量放大實像。



圖 33 絹布紙屏

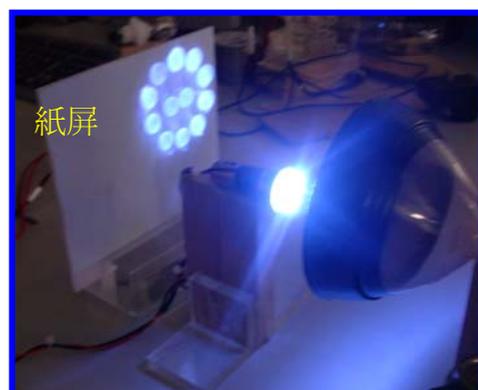


圖 34 壓克力紙屏

(四) 製作暗箱：

以木材及黑布，製成一實驗用暗箱（圖 35），以減少不必要的光害。



圖 35 製作暗箱

(五) 利用游標尺測量凹面鏡表面的弧度（如圖 23 所示）

1、以面鏡口徑中央為原點，以游標尺每格 0.50 公分（令為 x 坐標）測量曲面深度（令為 y 坐標）。

2、承上將數據經由電腦 EXCEL 製圖後，並與研究一之 19 條 a 值不同的拋物線 $y = ax^2$ 比較，分析其彎曲情形。

(六) 利用自製雷射光組（如圖 36、37 所示），測量焦距 f ，並求平均值。

(七) 把光源放置於凹面鏡前，並移動紙屏，找出實像，測量像距 q 。並利用成像公式：

$1/p + 1/q = 1/f$ 推得理論像距並分析誤差、趨勢線方程式及相關係數。



圖 36 自製雷射座，可裝 9 支雷射

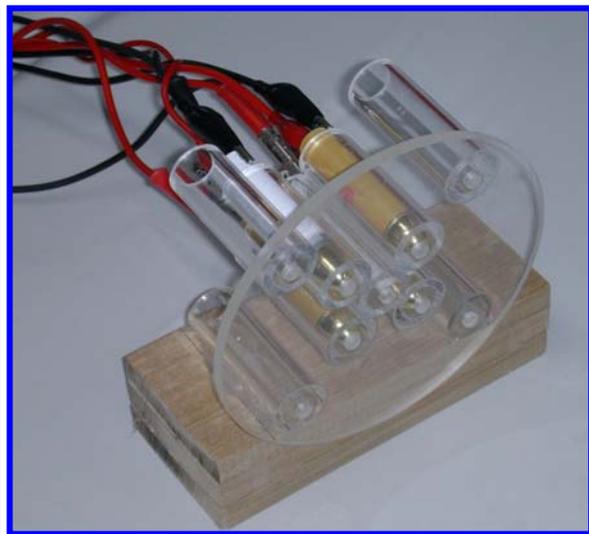


圖 37 裝入雷射筆後可用於測量焦點

陸、研究結果

一、研究一：實際實驗分析二元二次曲線： $y = ax^2$ 中， a 值與焦距 f 之間的關係。

二次曲線 $y = ax^2$	a 值	焦距(1 st) 測量值 (cm)	焦距(2 nd) 測量值 (cm)	焦距(3 rd) 測量值 (cm)	焦距(4 th) 測量值 (cm)	焦距(5 th) 測量值 (cm)	焦距(f) 平均值 (cm)	$1/f$ (1/cm)
$y=0.02x^2$	0.02	12.50	12.15	12.85	12.50	12.51	12.50	0.080
$y=0.05x^2$	0.05	5.55	5.55	5.55	5.48	5.49	5.52	0.181
$y=0.10x^2$	0.10	2.35	2.57	2.72	2.50	2.39	2.51	0.399
$y=0.15x^2$	0.15	1.42	1.75	1.85	1.60	1.75	1.67	0.597
$y=0.20x^2$	0.20	1.19	1.19	1.19	1.21	1.20	1.20	0.836
$y=0.26x^2$	0.26	1.02	1.02	1.02	1.02	1.01	1.02	0.982
$y=0.31x^2$	0.31	0.75	0.75	0.95	0.78	0.79	0.80	1.244
$y=0.39x^2$	0.39	0.67	0.62	0.57	0.67	0.65	0.64	1.572
$y=0.50x^2$	0.50	0.51	0.51	0.50	0.49	0.50	0.50	1.992
$y=0.60x^2$	0.60	0.41	0.41	0.42	0.43	0.41	0.42	2.404
$y=0.63x^2$	0.63	0.41	0.39	0.39	0.40	0.39	0.40	2.525
$y=0.76x^2$	0.76	0.33	0.33	0.31	0.34	0.33	0.33	3.049
$y=0.81x^2$	0.81	0.31	0.30	0.31	0.31	0.32	0.31	3.226
$y=0.89x^2$	0.89	0.29	0.27	0.27	0.28	0.29	0.28	3.571
$y=0.95x^2$	0.95	0.26	0.25	0.26	0.27	0.27	0.26	3.817
$y=1.00x^2$	1.00	0.25	0.26	0.25	0.25	0.24	0.25	4.000
$y=1.50x^2$	1.50	0.15	0.19	0.17	0.16	0.16	0.17	6.024
$y=2.00x^2$	2.00	0.12	0.13	0.13	0.13	0.11	0.12	8.065
$y=2.51x^2$	2.51	0.10	0.11	0.10	0.10	0.09	0.10	10.000

表一 研究一：拋物曲面中二次項係數 a 值與焦點 f 的實驗數據



圖 38 利用兩平行雷射光求拋物曲面的焦點

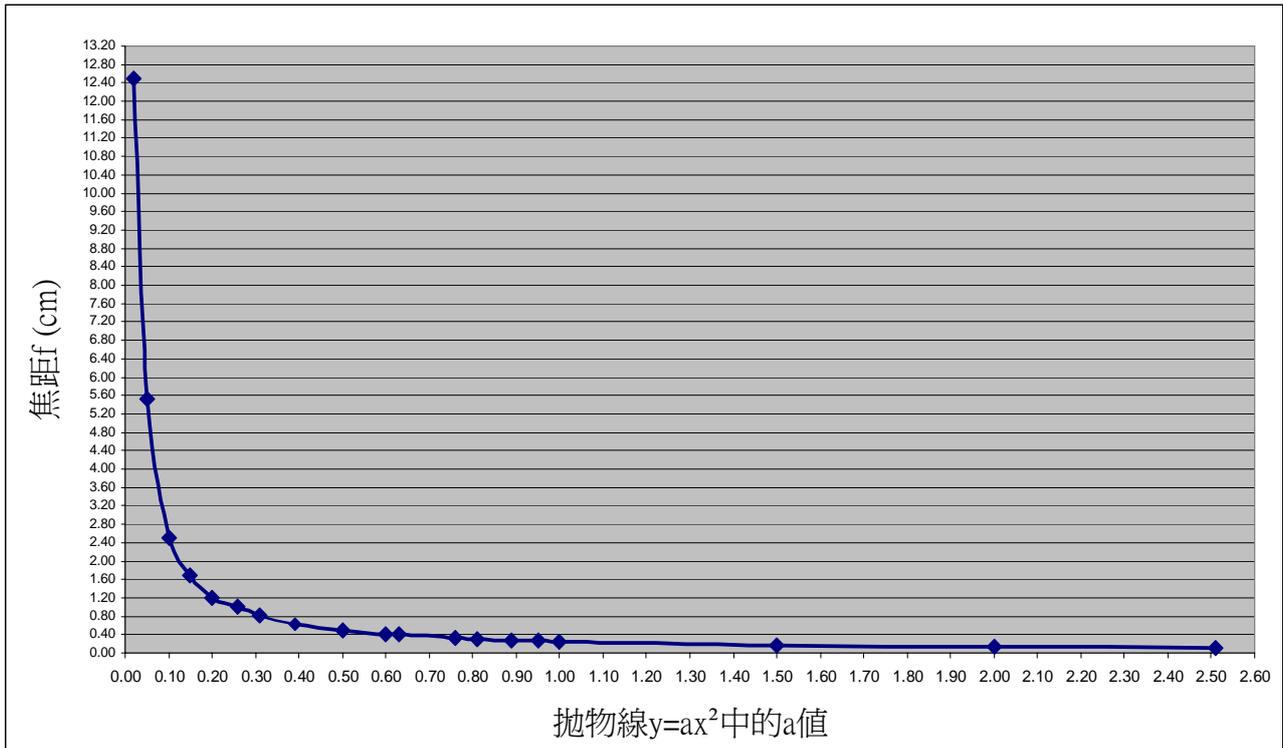


圖 39 研究一：a 與 f 的關係圖

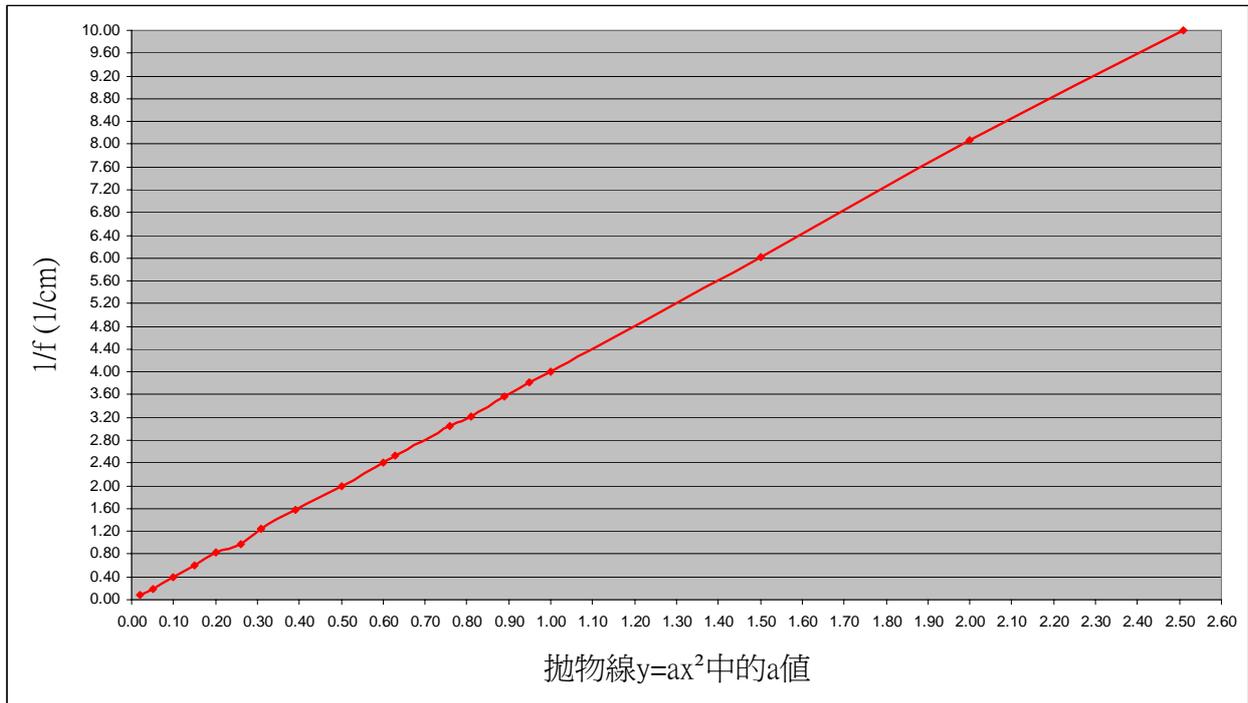


圖 40 研究一：a 值與 1/f 的關係圖

說明：

- (一) 將 a 值與 1/f 作圖，經電腦 EXCEL 程式分析，趨勢線方程式： $y=4.0065x-0.0023$
- (二) 相關係數 R： $|R|=0.9999$ （為高度相關）。
- (三) 由方程式推得： $(1/f)=4a$ ，也就是說 $a=1/(4f)$ 。

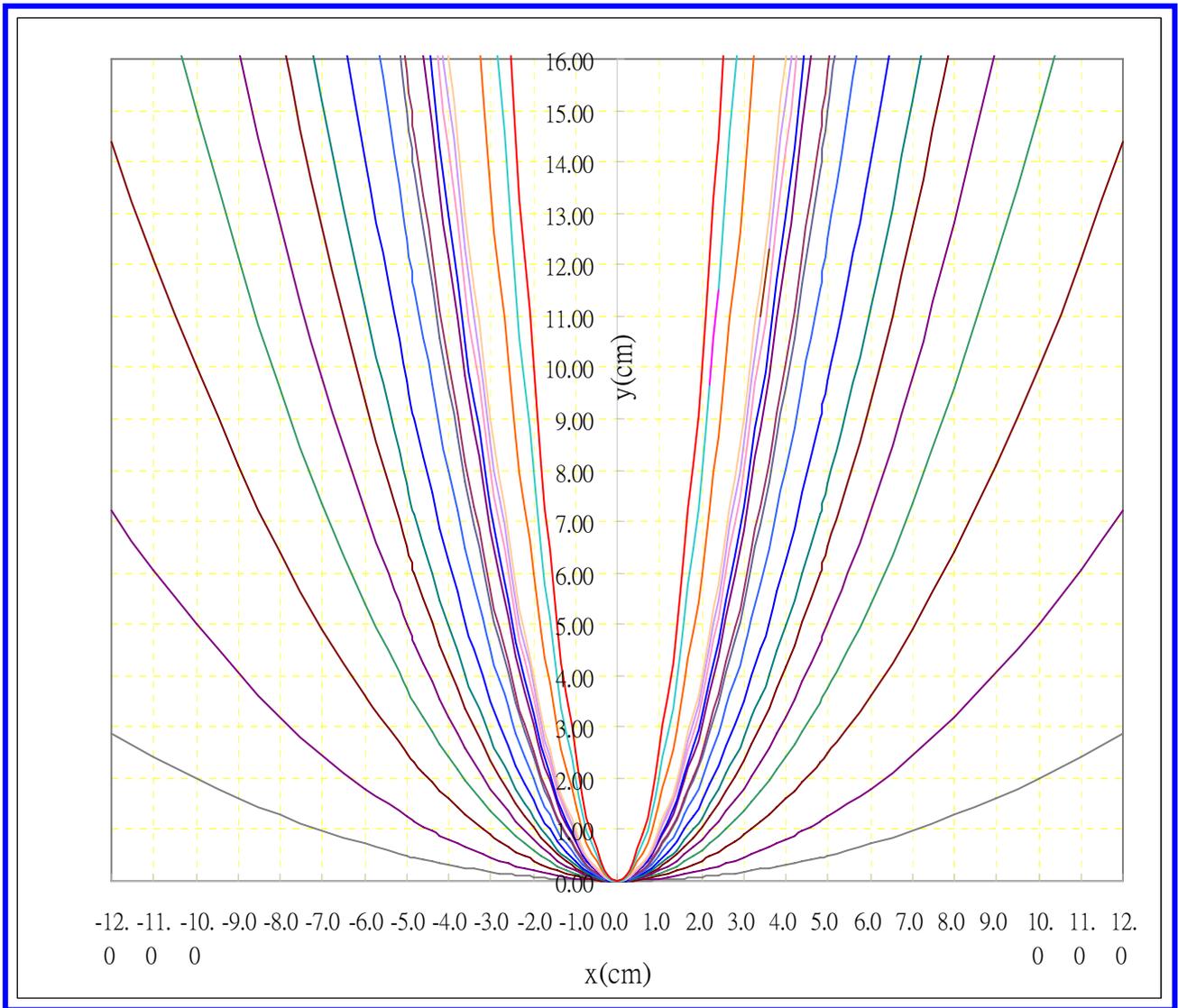


圖 41 研究一：19 條鏡面鋼的方程式圖形

說明：將研究一中的 19 條曲面，利用電腦 EXCEL 作圖，方便與研究二、三、四的曲面作比對。

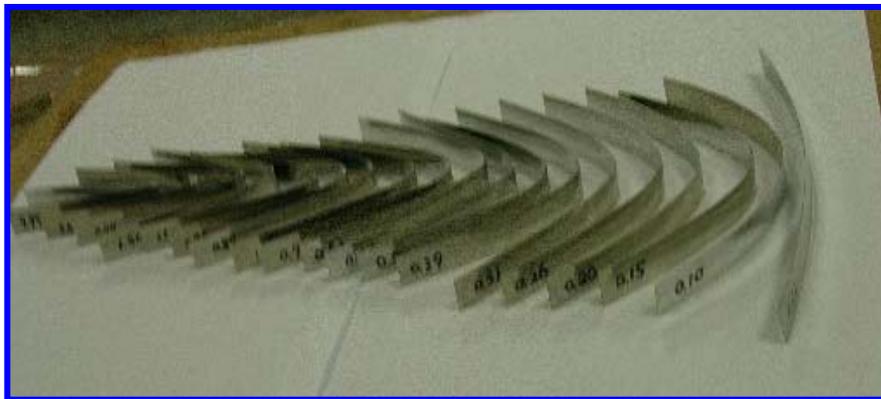


圖 42 研究一：19 條鏡面鋼

二、研究二：以視覺暫留的觀念結合改良的視差法，具體測量凸面鏡的虛像位置。

物距 (cm)	像距(1 st) (cm)	像距(2 nd) (cm)	像距(3 rd) (cm)	像距(4 th) (cm)	像距平均值 (cm)	像距理論值 (cm)	誤差
4.20	-2.60	-2.50	-2.50	-2.50	-2.53	-2.69	6.21%
6.20	-3.20	-3.20	-3.10	-3.30	-3.20	-3.39	5.72%
8.20	-3.70	-3.70	-3.80	-3.80	-3.75	-3.92	4.27%
10.20	-4.20	-4.10	-4.10	-4.20	-4.15	-4.32	3.98%
12.20	-4.50	-4.40	-4.50	-4.60	-4.50	-4.64	3.11%
14.20	-4.80	-4.90	-4.70	-4.80	-4.80	-4.91	2.20%
16.20	-5.00	-5.10	-5.00	-5.10	-5.05	-5.13	1.49%
18.20	-5.30	-5.20	-5.30	-5.20	-5.25	-5.31	1.15%

表二 研究二：以改良的視差法測量凸面鏡物距與像距的實驗數據

說明：

- (一) 像距為負號（表示成虛像）。
- (二) 實際測得的焦距：-7.50 cm。
- (三) 像距理論值是由 $1/p + 1/q = 1/f$ 推得。

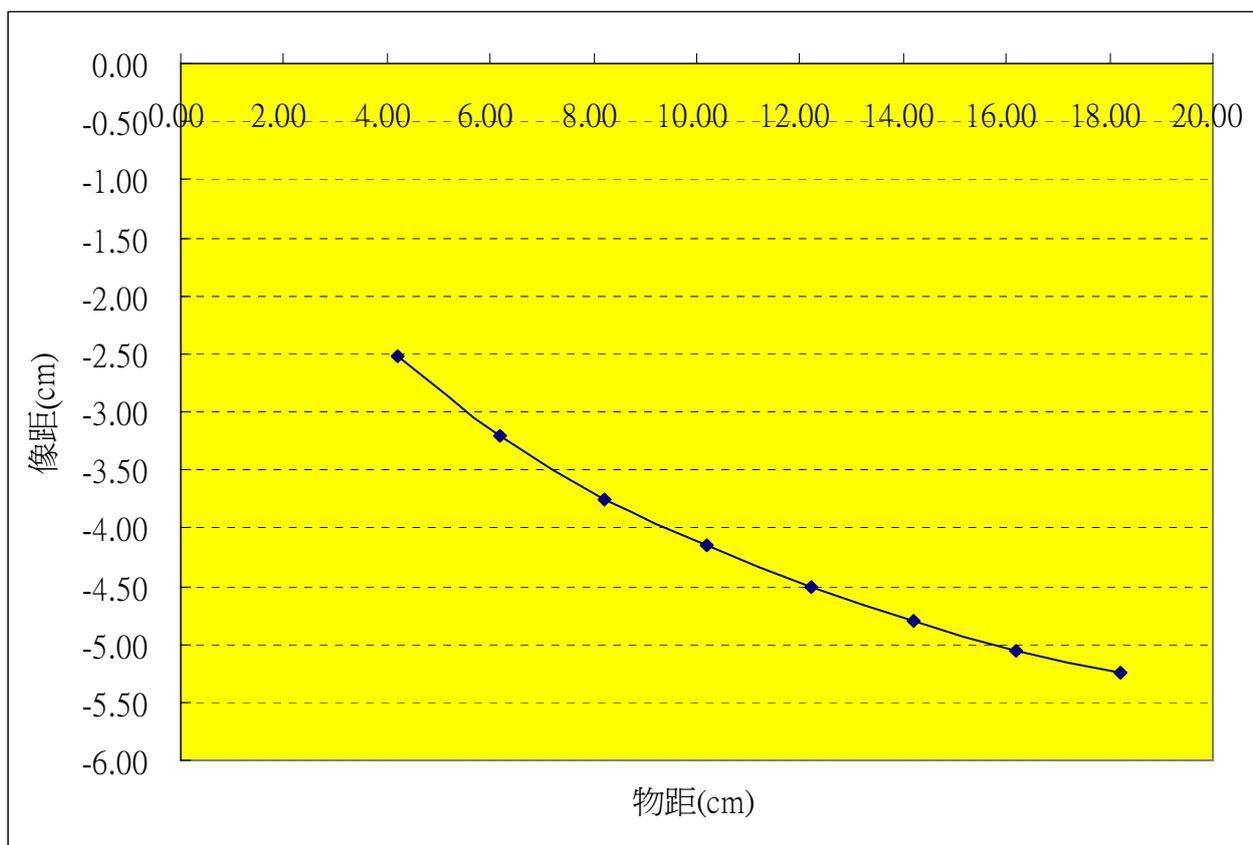


圖 43 研究二：利用視差法測量凸面鏡物距與像距的關係圖

物距(cm)	像距平均值(cm)	1/物距(1/cm)	1/像距平均值(1/cm)
4.20	-2.53	0.24	-0.40
6.20	-3.20	0.16	-0.31
8.20	-3.75	0.12	-0.27
10.20	-4.15	0.10	-0.24
12.20	-4.50	0.08	-0.22
14.20	-4.80	0.07	-0.21
16.20	-5.05	0.06	-0.20
18.20	-5.25	0.05	-0.19

表三 研究二：將表二中物距與像距作倒數運算

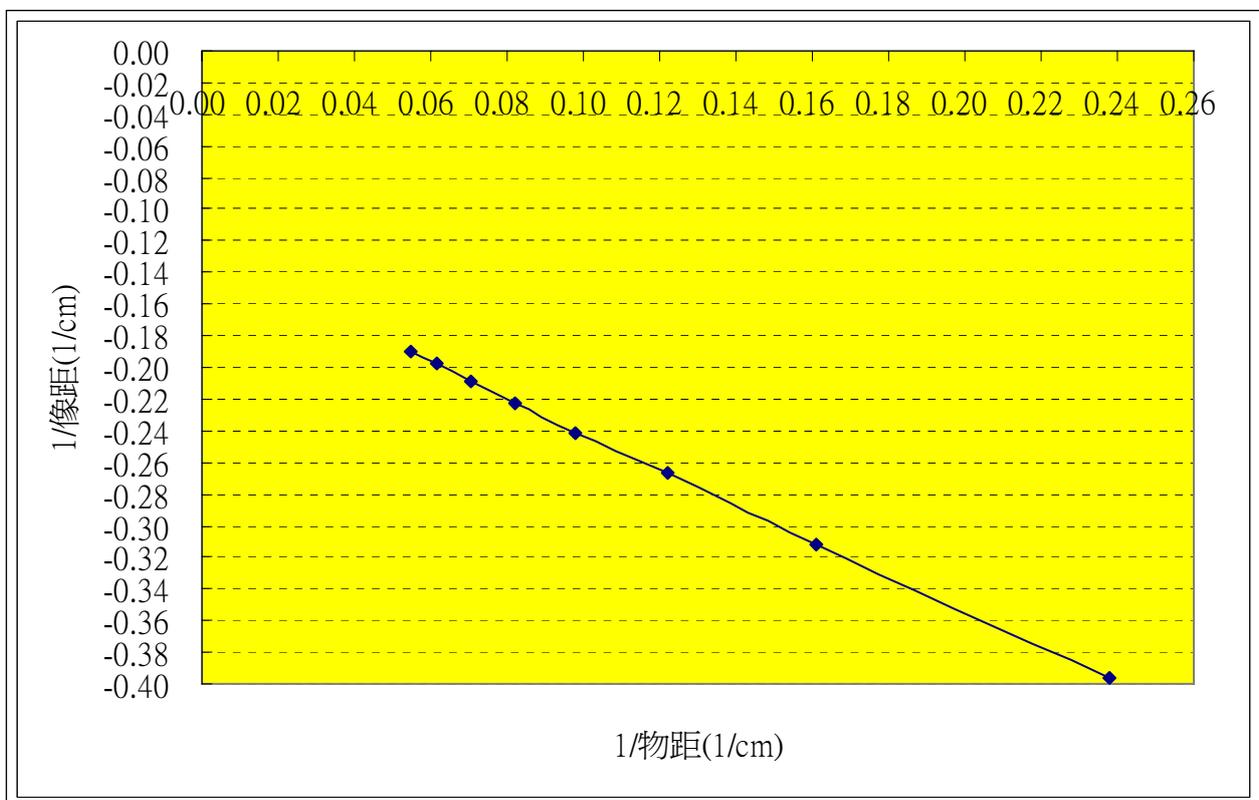


圖 44 研究二：利用視差法測量凸面鏡 1/物距 與 1/像距 的關係圖

說明：

- (一) 1/物距 與 1/像距 作圖。
- (二) 經電腦 EXCEL 程式分析，**趨勢線方程式： $y=-1.1246x-0.1295$** 。
- (三) 相關係數 R： **$|R|=0.9999$** （為高度相關）。
- (四) 由方程式可驗證：成像公式： $1/p + 1/q = 1/f$ 的關係。

三、研究三：以視覺暫留的觀念結合改良的視差法，測量凹面鏡的成像位置。並測量曲面。

(一) 第一部分：測量凹面鏡的成像位置

物距(cm)	像距(1 st) (cm)	像距(2 nd) (cm)	像距(3 rd) (cm)	像距(4 th) (cm)	像距平均值 (cm)	像距理論值 (cm)	誤差
1.00	-1.10	-1.15	-1.10	-1.20	-1.14	-1.15	1.42%
1.50	-1.90	-1.80	-1.85	-1.90	-1.86	-1.88	0.67%
2.00	-2.75	-2.80	-2.75	-2.75	-2.76	-2.73	1.29%
2.20	-3.00	-3.10	-3.15	-3.15	-3.10	-3.11	0.42%
2.40	-3.50	-3.55	-3.70	-3.65	-3.60	-3.53	2.00%
2.60	-4.10	-4.05	-4.10	-4.10	-4.09	-3.98	2.71%
2.80	-4.60	-4.55	-4.50	-4.70	-4.59	-4.47	2.67%
3.00	-5.10	-5.15	-5.05	-5.10	-5.10	-5.00	2.00%
3.20	-5.60	-5.50	-5.55	-5.40	-5.51	-5.58	1.23%
3.40	-6.20	-6.35	-6.20	-6.25	-6.25	-6.22	0.49%
3.60	-7.05	-7.10	-7.05	-7.00	-7.05	-6.92	1.83%
3.80	-7.90	-7.95	-7.75	-7.80	-7.85	-7.70	1.91%
4.00	-8.60	-8.50	-8.50	-8.65	-8.56	-8.57	0.10%
4.20	-10.00	-9.00	-9.50	-10.00	-9.63	-9.55	0.83%
4.40	-10.20	-10.50	-10.50	-11.00	-10.55	-10.65	0.89%
4.60	-12.20	-12.00	-12.15	-12.20	-12.14	-11.90	2.03%
4.80	-13.80	-13.50	-13.00	-13.50	-13.45	-13.33	0.88%
5.00	-14.55	-14.70	-14.75	-14.80	-14.70	-15.00	2.00%
5.20	-16.80	-16.80	-16.95	-16.65	-16.80	-16.96	0.92%
5.40	-19.00	-19.50	-20.00	-20.10	-19.65	-19.29	1.89%
5.60	-22.50	-22.30	-22.20	-22.60	-22.40	-22.11	1.33%
5.80	-26.20	-26.40	-26.00	-26.10	-26.18	-25.59	2.29%
6.00	-30.40	-30.30	-30.40	-30.45	-30.39	-30.00	1.29%
9.00	44.00	44.00	44.00	43.50	43.88	45.00	2.50%
9.20	39.50	39.00	40.00	39.00	39.38	40.59	2.99%
9.40	36.00	36.50	37.00	36.00	36.38	37.11	1.97%
9.60	34.00	34.50	34.50	33.00	34.00	34.29	0.83%
9.80	31.50	32.00	32.50	32.50	32.13	31.96	0.53%
10.00	29.50	30.00	30.00	30.00	29.88	30.00	0.42%
10.20	28.50	29.00	28.50	30.00	29.00	28.33	2.35%
10.40	26.50	27.00	28.00	28.00	27.38	26.90	1.78%
10.60	25.50	26.00	25.50	24.00	25.25	25.65	1.54%
10.80	24.50	26.00	24.00	25.00	24.88	24.55	1.34%
11.00	23.50	24.00	25.00	23.50	24.00	23.57	1.82%

表四 研究三：以改良的視差法測量凹面鏡物距與像距的實驗數據

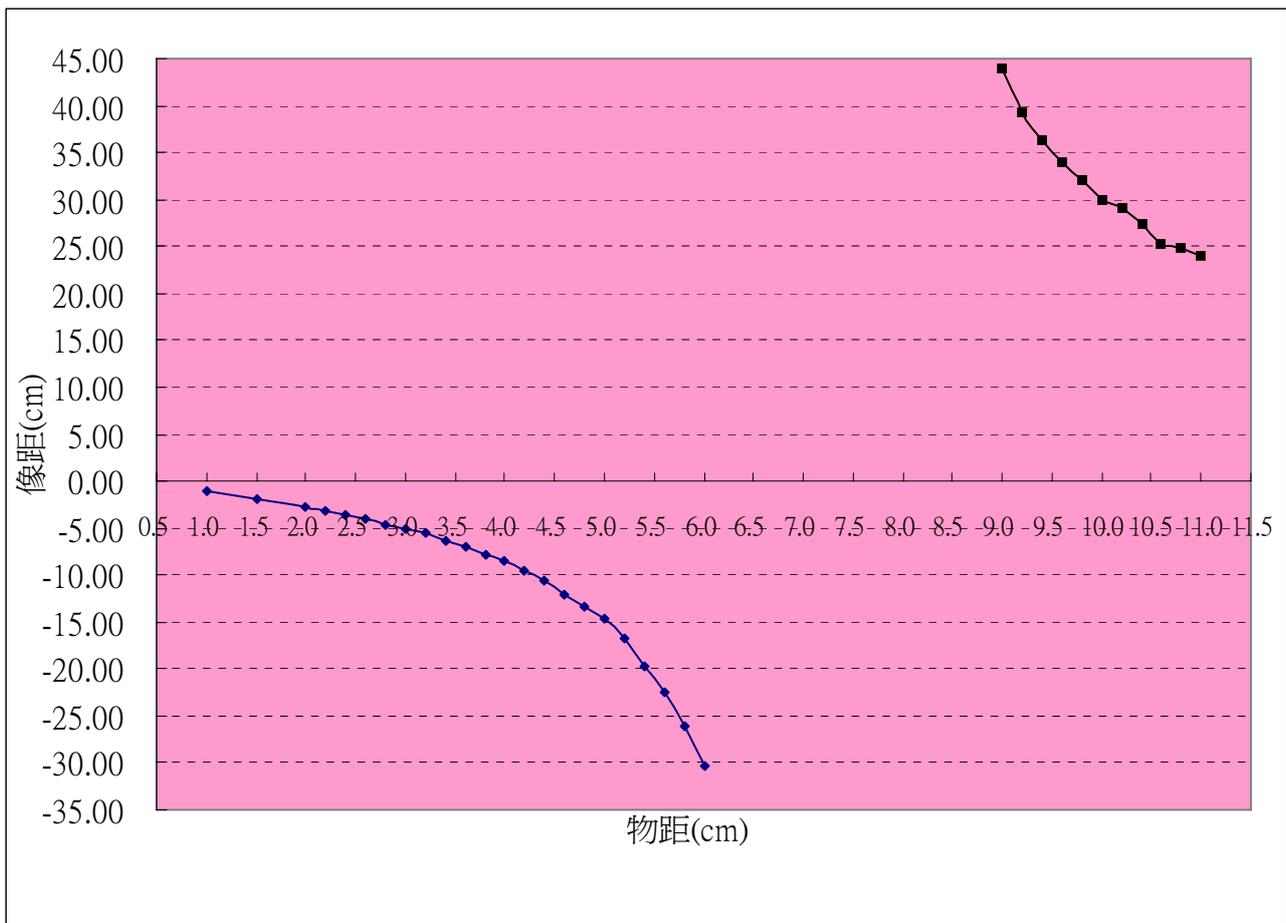


圖 45 研究三：利用視差法測量凹面鏡物距與像距的關係圖

說明：像距為負號，表示成虛像；像距為正號，表示成實像。

物距(cm)	像距平均值(cm)	1/物距(1/cm)	1/像距平均值(1/cm)
1.00	-1.14	1.00	-0.88
1.50	-1.86	0.67	-0.54
2.00	-2.76	0.50	-0.36
2.20	-3.10	0.45	-0.32
2.40	-3.60	0.42	-0.28
2.60	-4.09	0.38	-0.24
2.80	-4.59	0.36	-0.22
3.00	-5.10	0.33	-0.20
3.20	-5.51	0.31	-0.18
3.40	-6.25	0.29	-0.16
3.60	-7.05	0.28	-0.14
3.80	-7.85	0.26	-0.13
4.00	-8.56	0.25	-0.12
4.20	-9.63	0.24	-0.10
4.40	-10.55	0.23	-0.09
4.60	-12.14	0.22	-0.08
4.80	-13.45	0.21	-0.07

5.00	-14.70	0.20	-0.07
5.20	-16.80	0.19	-0.06
5.40	-19.65	0.19	-0.05
5.60	-22.40	0.18	-0.04
5.80	-26.18	0.17	-0.04
6.00	-30.39	0.17	-0.03
9.00	43.88	0.11	0.02
9.20	39.38	0.11	0.03
9.40	36.38	0.11	0.03
9.60	34.00	0.10	0.03
9.80	32.13	0.10	0.03
10.00	29.88	0.10	0.03
10.20	29.00	0.10	0.03
10.40	27.38	0.10	0.04
10.60	25.25	0.09	0.04
10.80	24.88	0.09	0.04
11.00	24.00	0.09	0.04

表五 將表四中物距與像距作倒數運算

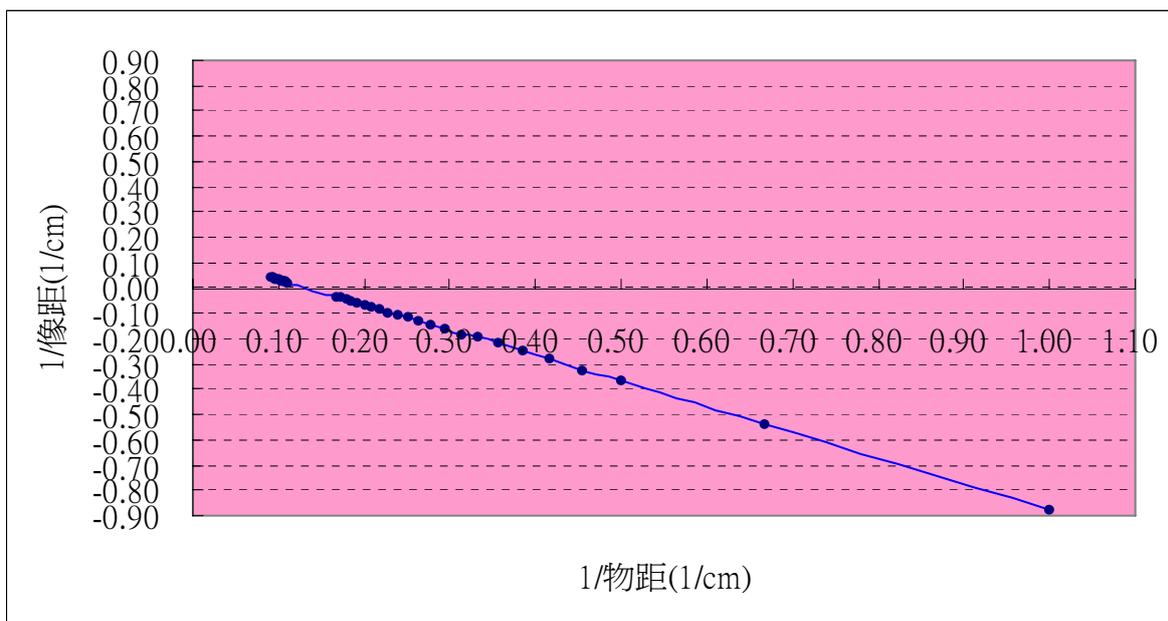


圖 46 研究三：利用視差法測量凹面鏡 1/物距 與 1/像距 的關係圖

說明：

- 1、1/物距 與 1/像距 作圖。
- 2、經電腦 EXCEL 程式分析，**趨勢線方程式： $y=-1.0062x+0.1354$** 。
- 3、相關係數 R： **$|R|=0.9999$** （為高度相關）。

(二) 第二部分：研究三曲面弧度的測量

將數據經由電腦 EXCEL 製圖

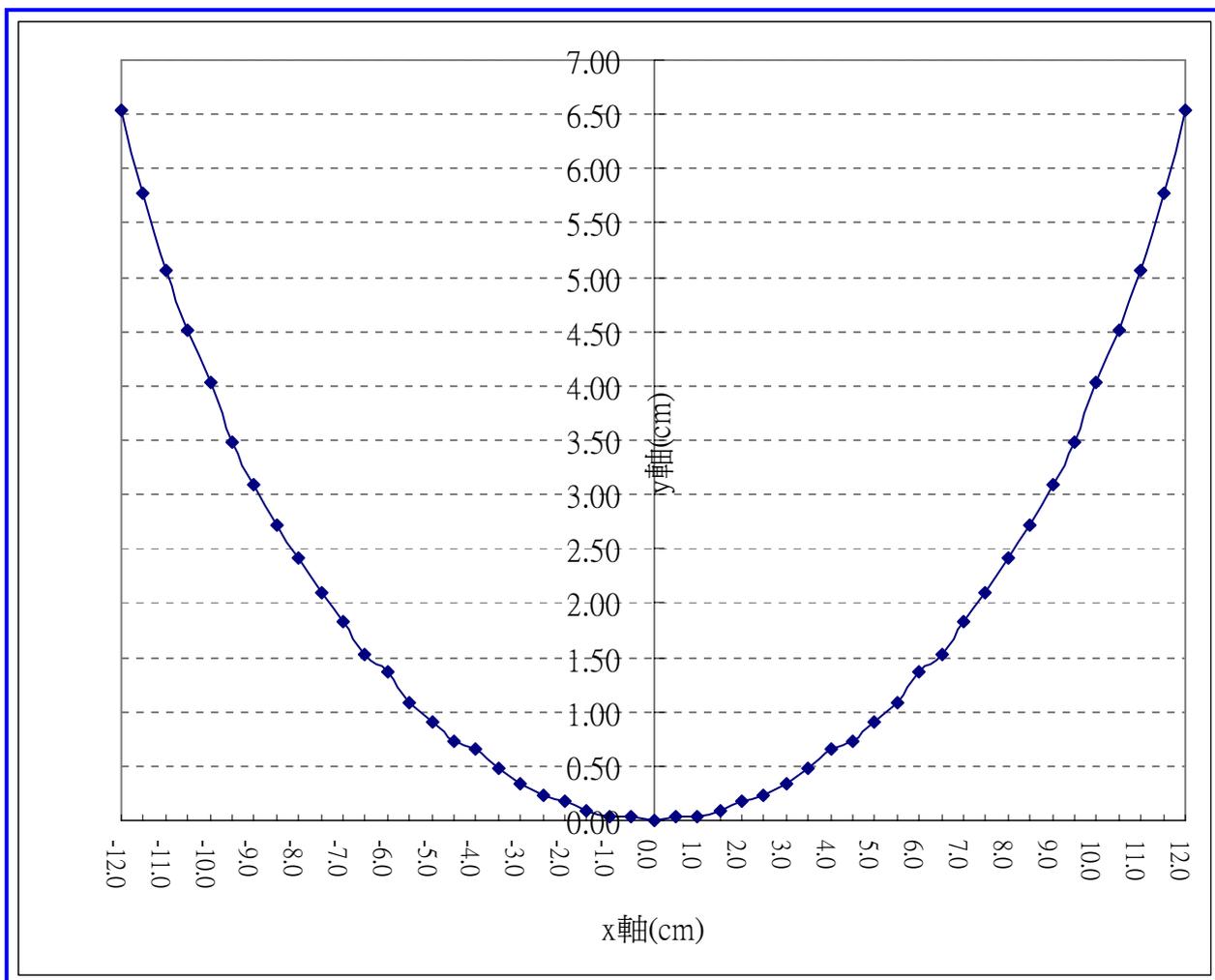


圖 47 利用游標尺測量研究中凹面鏡的曲面

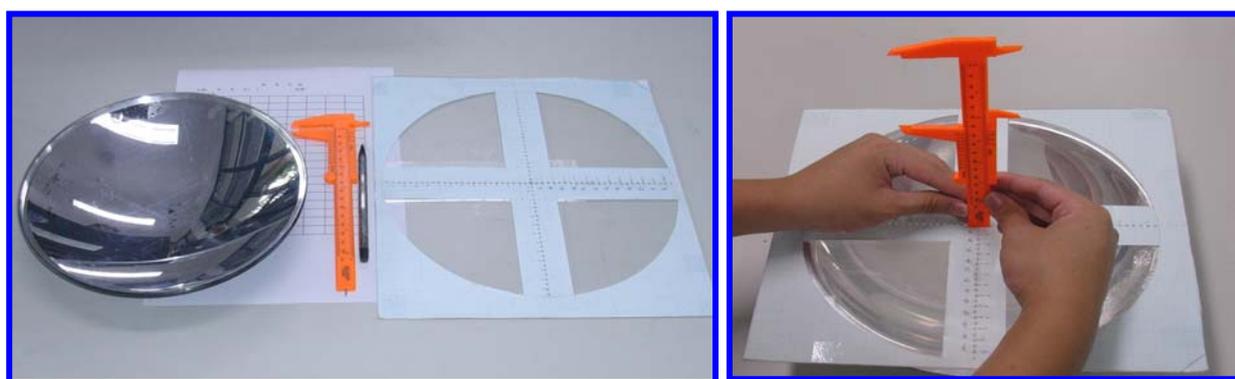


圖 48 利用游標尺測量凹面鏡曲面示意圖

說明：

- 1、利用游標尺中主尺與副尺的運用，可準確到 0.05mm。
- 2、與研究一中的 19 條 $y=ax^2$ 軌跡比較，發現只有在接近主軸部分是拋物曲面。

四、研究四：設計一種可調式凹面鏡，改變面鏡焦距，觀察實像的變化。

物距 (cm)	焦距為 4.78cm			焦距為 5.65cm			焦距為 6.15cm		
	像距 平均值 (cm)	像距 理論值 (cm)	誤差 %	像距 平均值 (cm)	像距 理論值 (cm)	誤差 %	像距 平均值 (cm)	像距 理論值 (cm)	誤差 %
30.00	5.40	5.69	5.03%	6.95	6.96	0.16%	7.76	7.74	0.34%
29.00	5.44	5.72	4.99%	7.03	7.02	0.18%	7.80	7.81	0.07%
28.00	5.49	5.76	4.80%	7.10	7.08	0.31%	7.89	7.88	0.08%
27.00	5.54	5.81	4.66%	7.20	7.15	0.77%	7.96	7.96	0.02%
26.00	5.69	5.86	2.89%	7.25	7.22	0.43%	8.06	8.06	0.09%
25.00	5.80	5.91	1.86%	7.32	7.30	0.41%	8.18	8.16	0.23%
24.00	5.90	5.97	1.15%	7.41	7.39	0.14%	8.30	8.27	0.38%
23.00	6.04	6.03	0.06%	7.50	7.49	0.13%	8.39	8.39	0.09%
22.00	6.10	6.11	0.11%	7.61	7.60	0.03%	8.50	8.54	0.42%
21.00	6.23	6.19	0.59%	7.80	7.73	0.91%	8.69	8.70	0.11%
20.00	6.30	6.28	0.26%	7.91	7.87	0.32%	8.78	8.88	1.19%
19.00	6.45	6.39	0.99%	8.05	8.04	0.11%	8.96	9.09	1.44%
18.00	6.63	6.51	1.79%	8.20	8.23	0.42%	9.11	9.34	2.45%
17.00	6.83	6.65	2.64%	8.45	8.46	0.15%	9.69	9.64	0.54%
16.00	6.98	6.82	2.33%	8.70	8.73	0.39%	10.00	9.99	0.10%
15.00	7.15	7.02	1.91%	9.11	9.06	0.40%	10.30	10.42	1.19%
14.00	7.45	7.26	2.64%	9.56	9.47	0.81%	10.89	10.97	0.74%
13.00	7.76	7.56	2.68%	9.88	9.99	0.07%	11.56	11.67	0.93%
12.00	7.98	7.94	0.38%	10.64	10.68	0.72%	12.60	12.62	0.12%
11.00	8.45	8.45	0.04%	11.66	11.62	0.14%	13.98	13.95	0.19%
10.00	9.34	9.16	1.97%	13.03	12.99	0.09%	15.88	15.97	0.62%
9.00	10.18	10.19	0.19%	14.99	15.18	1.18%	19.28	19.42	0.75%
8.00	12.23	11.88	2.94%	19.28	19.23	0.08%	27.85	26.59	4.72%
趨勢線 方程式	$y=-1.0968x+0.2159$			$y=-0.9917x+0.1763$			$y=-1.0049x+0.1632$		
相 關 係數 R	R = 0.9922 高度相關			R = 0.9998 高度相關			R = 0.9994 高度相關		

表六 研究四：以改變凹面鏡焦距後，物距與像距的實驗數據

說明：

- (一) 像距理論值由 $1/p + 1/q = 1/f$ 推得。
- (二) 像距均取四次平均。

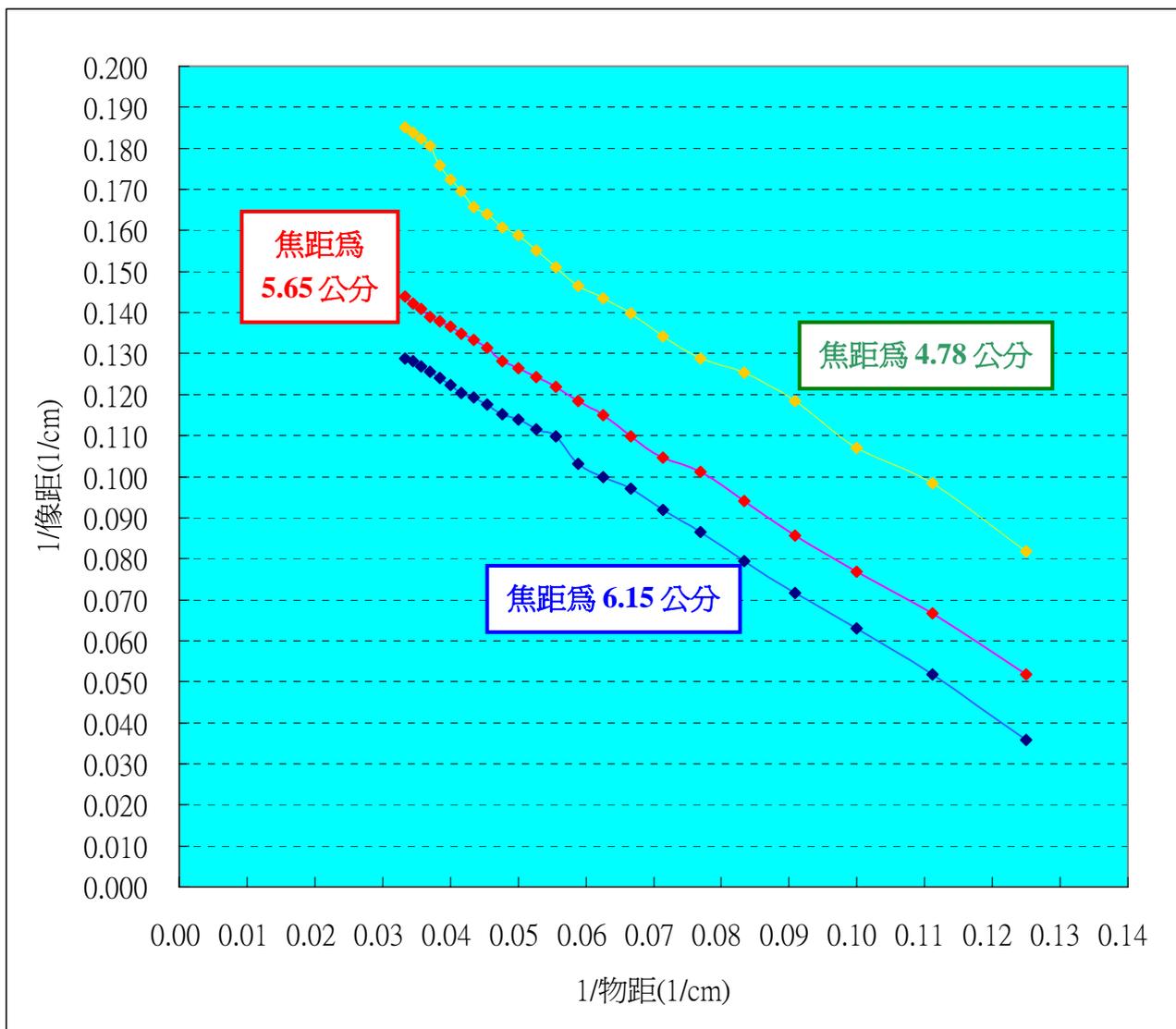


圖 49 研究四：自製可調式凹面鏡 1/物距 與 1/像距 關係圖

說明：

- 1、將 1/物距 與 1/像距 作圖
- 2、經電腦 EXCEL 程式分析，趨勢線方程式
 $y = -1.0968x + 0.2159$ (調整焦距為 4.78 公分)
 $y = -0.9917x + 0.1763$ (調整焦距為 5.65 公分)
 $y = -1.0049x + 0.1632$ (調整焦距為 6.15 公分)
- 3、相關係數 R 分別為
 $|R| = 0.9922$ (為高度相關)
 $|R| = 0.9998$ (為高度相關)
 $|R| = 0.9994$ (為高度相關)



圖 50 自製凹面鏡之成像實驗

柒、研究討論

- 一、在研究一中以實際實驗分析二元二次曲線： $y = ax^2$ 中， a 值與焦距 f 之間的關係。當 a 達到 2.51 時，實驗發現焦點小於 0.10cm，實驗測量上是有困難的。因此，未繼續將 a 值再變大。
- 二、在研究一中一般的二元二次曲線為 $y = ax^2 + bx + c$ ，其中 b 與 c 並不影響曲線的弧曲程度，因此，將 b 、 c 均令為 0，以簡化實驗。
- 三、我們有了研究一中的 19 條標準的拋物線的軌跡後，便可知道研究二、三及四中的曲面是否為標準的拋物線。結果，我們發現只有在平行主軸的一小段範圍內，可作近似處理（部分關係圖如圖 51 所示）。

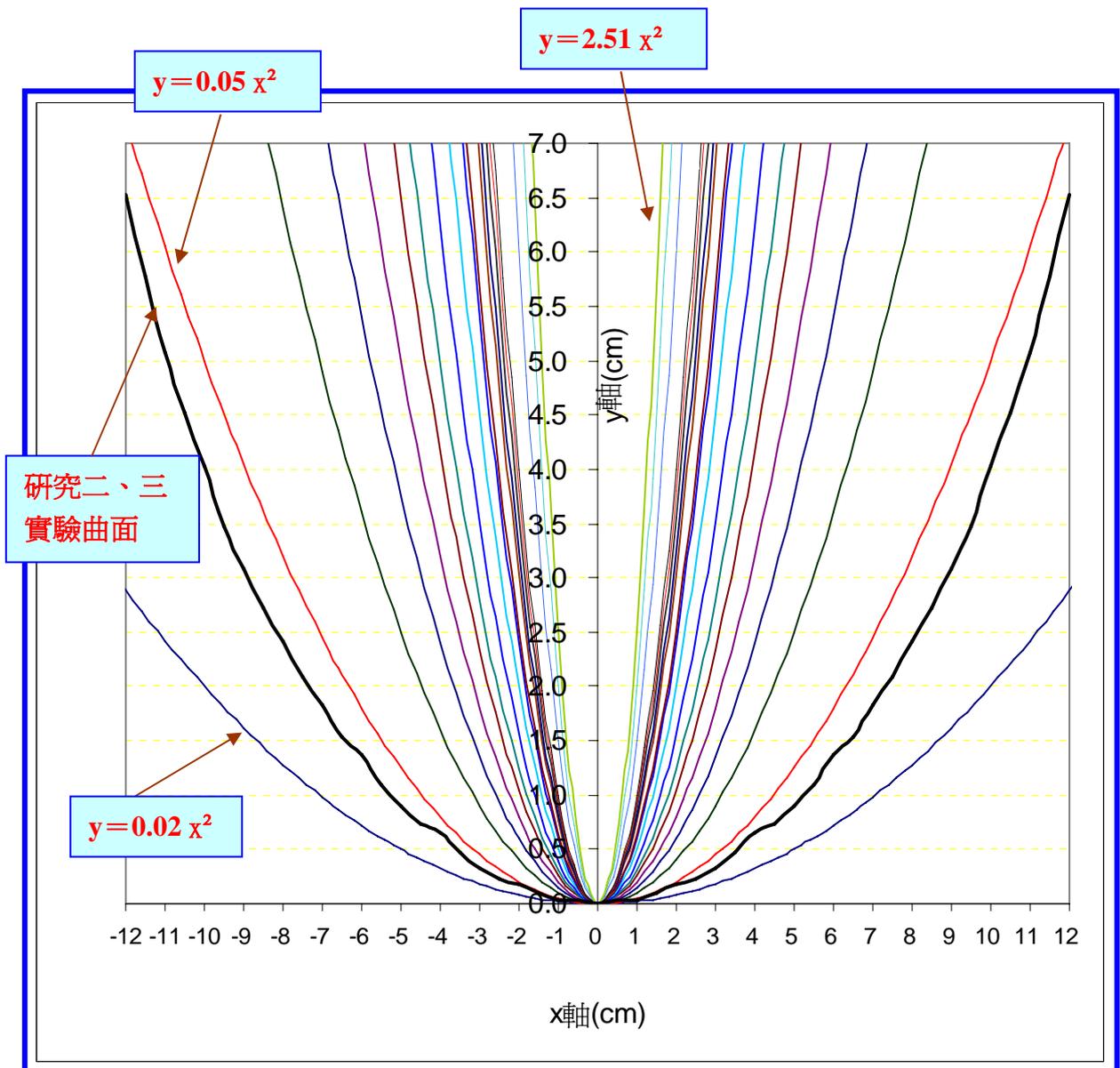


圖 51 標準拋物曲面與實驗曲面的比較

- 四、在研究二中，我們發現成像公式： $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ ，可由基本作圖法及七年級數學中所學的相似三角形來推導。

五、在研究二、三中的視差法是我們查閱高中物理實驗課本中，凹透鏡成像實驗後改良的，主要的方面有：

- (一) 課本是有關凹透鏡實驗（與折射有關），我們則用於凸、凹面鏡實驗（與反射有關）。
- (二) 如果我們模仿課本使用整個曲面做實驗時，會發現成像的誤差很大。所以研究中我們只取下接近面鏡中心的一小部分（如圖 16）。目前我們尚未查到有人利用類似的方法做研究。
- (三) 接著我們又發現若使用膠帶把面鏡部分電鍍面黏掉，如此可實驗更準確。
- (四) 最後我們更進一步利用膠帶將所取下的面鏡磨去上、下部分，只保留中央一小部分，實驗發現誤差非常小。

六、在研究二、三中，雖然我們須要較費心的將小曲面由面鏡中取下，但卻非常有利我們對實、虛像位置的具體瞭解，加上我們無意間所去除的亮面，更是大大提昇對像的觀察。最後，將面鏡接在馬達上，利用視覺暫留的現象，我們又可看到被拆除前整個凸、凹面鏡的成像。

七、在研究二、三及四中，我們爲了運用成像公式作理論像距的推測。

八、在研究四中我們的自製面鏡的塑膠膜，以黑、白兩色噴漆處理，在觀察實像方面黑、白兩種膜差異不大，但在觀察虛像方面噴黑的膜（圖 52）卻遠勝過白色（圖 53），對比明顯。



圖 52 以黑色噴膜製成的可調式面鏡



圖 53 以白色噴膜製成的可調式面鏡

九、在研究四中我們以 LED 燈泡爲光源，大大改善傳統實驗的不穩定及危險。

十、研究四是我們設計一種可以任意調整凹凸的面鏡，可以讓我們具體瞭解面鏡由凸到凹時，成像的變化。而應用方面我們可以作生活化的推廣，如：

1. 車用後視鏡
2. 可調式車燈或照明設備的曲面
3. 一般便利商店在轉角處所擺設的凸面鏡
4. 望遠鏡的製作
5. 雷達設備中的曲面可設計成可調式。

捌、研究結論：

- 一、在研究一中，研究發現二元二次曲線： $y = a x^2$ 中，**焦距 f 等於 $1/(4a)$** ，兩者數據為高度相關（如圖 40）。
- 二、在研究二中，以**視覺暫留的現象結合改良的視差法**，具體找到凸面鏡的虛像位置。並作圖分析 $(1/p)$ 及 $(1/q)$ 的關係圖為線性關係，數據為高度相關（如圖 44）。
- 三、在研究三中，亦以**視覺暫留的現象結合改良的視差法**，具體測量凹面鏡所成的實、虛像位置（如圖 46）。
- 四、在研究四中，我們成功設計出可任意調整凹凸的面鏡，以改變焦距，進行實像的測量（如圖 49）。

玖、參考資料

- 一、郭重吉等、國中自然與生活科技第三冊、台灣、南一書局、p58-61、2004 年
- 二、林明瑞等、高中物理上冊、台灣、南一書局、P 15-51、2003 年
- 三、林明瑞等、高中物理實驗活動手冊三年級上冊、台灣、南一書局、P 17-23、2003 年
- 四、管傑雄等、高中物理實驗活動手冊下冊、台灣、三民書局、p21-38、2003 年
- 五、林福來等、高中數學（乙）上冊、台灣、南一書局、p60-75、2004 年
- 六、余文卿等、高中數學第五冊、台灣、龍騰文化、p33-48、2004 年
- 七、北一女中物理資訊站 <http://www.fg.tp.edu.tw/%7Ephysics/index111.htm>
- 八、國立台灣師範大學物理教學站 <http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/ruler/index.html>

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會
評 語

國中組 理化科

第一名

031607

凹凸無秩，虛實有具

臺北市立民生國民中學

評語：

1. 作品非常有創意，設計可變焦的凹凸面鏡能實際應用於國中的教材中，是相當值得推廣且表現頗佳的作品。
2. 學生實驗及解決問題的精神非常好，數據處理驗證可理定面鏡的焦距方法可行。
3. 宜改進聚焦光點之清晰度及強度，尤其在充氣凹凸鏡之表面振動及粗糙度方面。