

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會
作品說明書

國中組 數學科

佳作

030419

出『棋』致勝

縣立大灣中學附設國中

作者姓名：

國二 李昀修 國二 陳盈君 國二 陳柏豪

國二 楊承翰

指導老師：

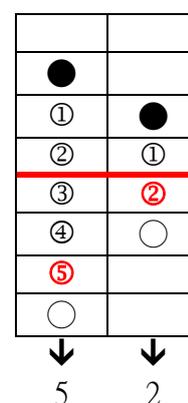
黃國展 余尚芸

出『棋』致勝

摘要：

正如大家所知：「鴿子棋」又稱「對頂棋」，是一種規則簡單，清晰易懂的遊戲，其玩法複雜且富挑戰性，便想要將其致勝的方法完全找出，可是過程中在網路上發現名為鴿子棋的遊戲可以直接在線上與電腦比賽，由此可見其致勝的方法一定被研究出來了，於是想到改變遊戲規則—最多走3步來研究，發現找到的一些致勝點在鴿子棋規則下是不適用的，且在網站中並未發現有類似的遊戲，也就是說這算是新的遊戲。

經歸納後發現：設「 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 」為一組棋盤 $m \times n$ 的間隔，若 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中有大於3的數字，先將其減去4的倍數，得到新數據「 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_r$ 」，其中 $1 \leq b_1, b_2, b_3, \dots, b_r \leq 3$ ，而當 r 為偶數時，若「間隔」可拆成 x 組棋盤 8×2 的致勝點，則「 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 」為一組 $m \times n$ 棋盤的致勝點；當 r 為奇數時，若「間隔」可拆成1組棋盤 8×3 及 y 組棋盤 8×2 的致勝點，則「 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 」為一組棋盤 $m \times n$ 的致勝點。



另外，我們也歸納出快速檢驗致勝點的方法：若有一組間隔，其中有數字大於或等於4，則先將該數字減去4的倍數後，而能將該組數據拆成若干組「1,1」、「2,2」、「3,3」或「1,2,3」的組合，而沒有剩下任何數字時，則此數據即為致勝點。

還有，在整個研究中我們也探討其致勝的規律、原因及致勝移子的技巧等相關性質；雙方棋子在「佈局」及「對奕」的過程是相當複雜及有趣的，若能利用本研究結果，不但方法容易、步驟簡便、且不易出錯，更能達到省時間與高效率！使我們充分體會「從遊戲中學數學」的樂趣。

壹、研究動機：

正如大家所知：「鴿子棋」又稱「對頂棋」，是一種規則簡單，清晰易懂的遊戲，其玩法複雜且富挑戰性，便想要將其致勝的方法完全找出，可是過程中我們在網路上名為鴿子棋的遊戲，可以直接在線上與電腦比賽，由此可見其致勝的方法一定被研究出來了，於是我們想到改變遊戲規則—最多走 3 步來研究，發現我們找到的一些致勝點在鴿子棋規則下是不適用的，且在網站中並未發現有類似的遊戲，也就是說這算是新的遊戲。

愈想愈有趣，但是不知到底從何著手？因此就去請教老師，老師告訴我們：可以從棋盤 8×1 與 8×2 先著手，利用課本第一冊（南版）中「數量的樣式與規律」的觀念，嘗試去觀察黑棋與白棋之間的格子數是否與致勝有關；對此深感好奇，在這些誘人的問題與討論之下，引出起了我們很大的興趣，於是展開一連串的研究。



貳、研究目的：

在最多走 3 步的遊戲規則下，找出 $m \times n$ 格棋盤的致勝點(格數)，並深入探討其致勝的規律及原因。

參、研究設備及器材：

方格棋盤、黑白棋各數顆、白紙、筆

肆、研究過程或方法：

【名詞解釋】

一、間隔：間隔就是黑、白兩棋之間的格子數，如右圖所示。

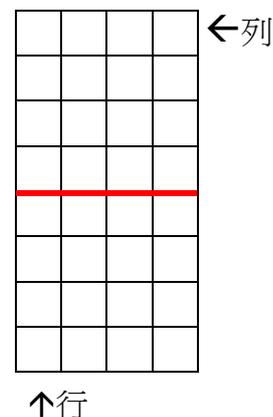
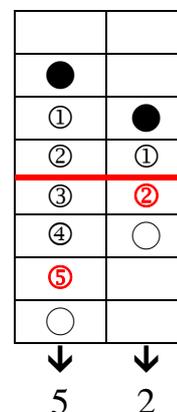
圖中的情形我們標記為「5」和「2」，記為「5,2」；在往後的報告中以此要領記之。

二、致勝點：意指在自己回合內移子，並達到致勝的格數，在後續的回合，持續移出各種致勝的格數，最後便能勝利。這些既定的格數組合，稱為致勝點。

註：「0」、「0,0」、「0,0,0」…為必然的致勝點。

三、 $m \times n$ 格棋盤：表示棋盤的列數是 m ，行數是 n ；右圖為 8×4 格棋盤，8 列 4 行。

四、基本致勝點：若「a,b,c,d」為致勝點，且 $0 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 3$ ，為方便快捷找出其他致勝點，則稱「a,b,c,d」基本致勝點。



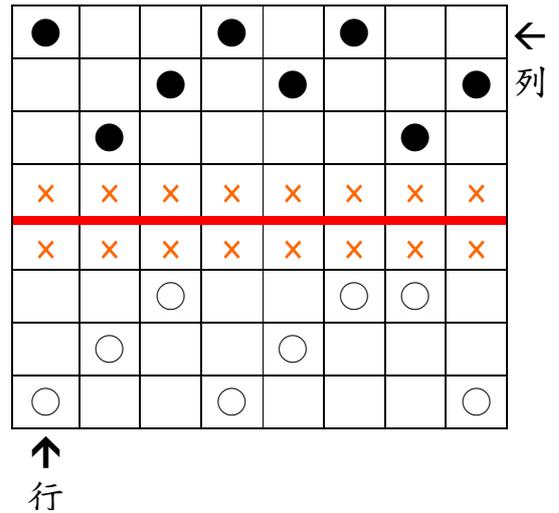
【遊戲規則】

以 8x8 格的棋盤為例說明：

- 一、在一個 8x8 格的棋盤中央（將棋盤分成兩個 4x8 的部分）用板子遮著，雙方玩家各執白棋、黑棋八顆，在各自的棋盤中佈局，佈局時需滿足下述規定：

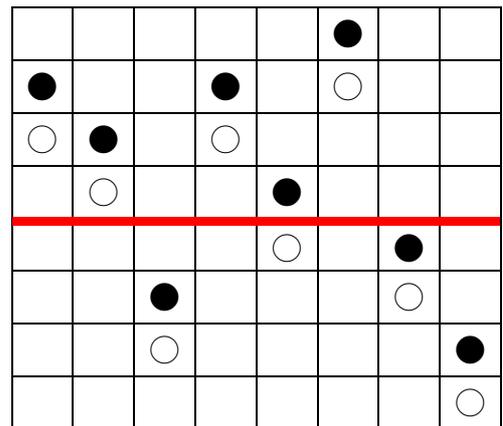
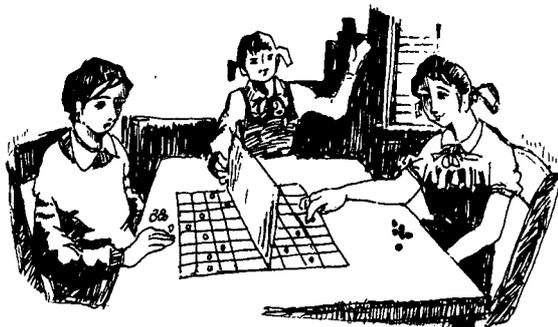
(一) 棋子須放在格子上(如右圖所示)。

(二) 每一行白棋、黑棋只能各放一個，但不能放在最前面一列（指鄰近板子兩邊的兩列打「x」處）。



- 二、雙方輪流移子，一次可以移動 1 格、2 格或 3 格，但只能前後移動，不能左右移動且不允許跳過對方的棋子。

- 三、勝負：如下圖所示，先和對方棋子對頂者，直到對方被逼得無法再移動任何一個棋子時，即分出勝負。



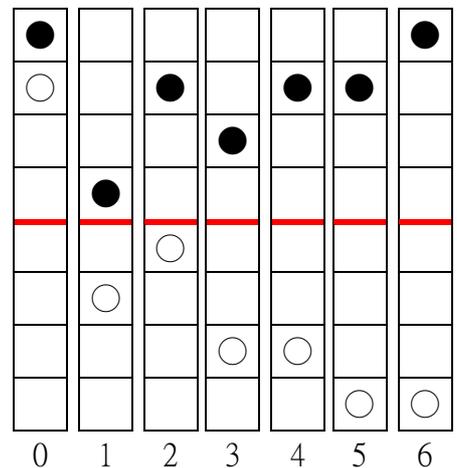
【研究過程】

- 一、找出棋盤 8x1~8x4 的致勝點

首先，以土法煉鋼的方式分別找出 8x1~8x4 的致勝點。

- (一) 探討棋盤 8x1 的致勝點：

在 8x1 的情形下，黑白兩棋之間隔(如右圖所示)可能是「0」、「1」、「2」、「3」、「4」、「5」、「6」，其中「0」、「4」是致勝點。



(二)探討棋盤 8x2 的致勝點：

在 8x2 的情形下，經實際反覆下棋後，研究發現：

黑白兩棋之間隔只有黃色網底標記才是致勝點

(如右表所示)。

00	10	20	30	40	50	60
01	11	21	31	41	51	61
02	12	22	32	42	52	62
03	13	23	33	43	53	63
04	14	24	34	44	54	64
05	15	25	35	45	55	65
06	16	26	36	46	56	66

表二

(三)探討棋盤 8x3 的致勝點：

在 8x3 的情形下，經實際反覆下棋後，研究發現：

1.黑白兩棋之間隔只有黃色網底標記如下表所示)。

2.設「a,b,c」為致勝點，若 $0 \leq a \pm 4, b \pm 4, c \pm 4 \leq 6$ ，則「(a±4),(b±4),(c±4)」

亦為致勝點。

如：「5,4,1」為致勝點，則「1,0,1」亦為致勝點。

3.「0,0,0」、「0,1,1」、「0,2,2」、「0,3,3」、「1,2,3」是 8x3 情形下的基本致勝點。

000	010	020	030	040	050	060	100	110	120	130	140	150	160	200	210	220	230	240	250	260
001	011	021	031	041	051	061	101	111	121	131	141	151	161	201	211	221	231	241	251	261
002	012	022	032	042	052	062	102	112	122	132	142	152	162	202	212	222	232	242	252	262
003	013	023	033	043	053	063	103	113	123	133	143	153	163	203	213	223	233	243	253	263
004	014	024	034	044	054	064	104	114	124	134	144	154	164	204	214	224	234	244	254	264
005	015	025	035	045	055	065	105	115	125	135	145	155	165	205	215	225	235	245	255	265
006	016	026	036	046	056	066	106	116	126	136	146	156	166	206	216	226	236	246	256	266

300	310	320	330	340	350	360	400	410	420	430	440	450	460	500	510	520	530	540	550	560
301	311	321	331	341	351	361	401	411	421	431	441	451	461	501	511	521	531	541	551	561
302	312	322	332	342	352	362	402	412	422	432	442	452	462	502	512	522	532	542	552	562
303	313	323	333	343	353	363	403	413	423	433	443	453	463	503	513	523	533	543	553	563
304	314	324	334	344	354	364	404	414	424	434	444	454	464	504	514	524	534	544	554	564
305	315	325	335	345	355	365	405	415	425	435	445	455	465	505	515	525	535	545	555	565
306	316	326	336	346	356	366	406	416	426	436	446	456	466	506	516	526	536	546	556	566

600	610	620	630	640	650	660
601	611	621	631	641	651	661
602	612	622	632	642	652	662
603	613	623	633	643	653	663
604	614	624	634	644	654	664
605	615	625	635	645	655	665
606	616	626	636	646	656	666

表三

4.(1)致勝點位置從「0,0,4」、「0,0,0」、「0,4,0」往右下依序為致勝點。

如：致勝點「0,0,0」往右下「0,1,1」、「0,2,2」、…依序為致勝點。

(2)致勝點位置從「0,6,2」、「0,6,6」、「1,3,6」往右上依序為致勝點。

如：致勝點「0,6,6」往右上「1,0,5」、「1,1,4」、…依序為致勝點。

000	010	020	030	040	050	060	100	110	120	130	140	150	160	200	210	220	230	240	250	260
001	011	021	031	041	051	061	101	111	121	131	141	151	161	201	211	221	231	241	251	261
002	012	022	032	042	052	062	102	112	122	132	142	152	162	202	212	222	232	242	252	262
003	013	023	033	043	053	063	103	113	123	133	143	153	163	203	213	223	233	243	253	263
004	014	024	034	044	054	064	104	114	124	134	144	154	164	204	214	224	234	244	254	264
005	015	025	035	045	055	065	105	115	125	135	145	155	165	205	215	225	235	245	255	265
006	016	026	036	046	056	066	106	116	126	136	146	156	166	206	216	226	236	246	256	266

5.當致勝點的第三位數*是偶數時，第二位數字逢6、0、6、0、…的順序，表格中致勝點的位置會改變方向，由右下(上)改為右上(下)。

*附註：「第三位數字」表示從「致勝點」由右向左數來第三個位置的數字，

如：「2,6,4」的第三位數字即為『2』。

6.上表中，紅色圈圈「0,6,6」、「2,0,2」、「2,6,4」為【致勝反折點】。

(四)探討棋盤 8×4 的致勝點

在 8×4 的情形下，經實際反覆下棋後，研究發現：

1.黑白兩棋之間隔只有黃色網底標記才是致勝點(如下表所示)。

2.假設「a,b,c,d」為致勝點，若 $0 \leq a \pm 4, b \pm 4, c \pm 4, d \pm 4 \leq 6$ ，則「(a±4),(b±4),(c±4),(d±4)」亦為致勝點。

如：「1,0,3,2」為致勝點，則「5,4,3,6」亦為致勝點。

0000	0010	0020	0030	0040	0050	0060	0100	0110	0120	0130	0140	0150	0160	0200	0210	0220	0230	0240	0250	0260
0001	0011	0021	0031	0041	0051	0061	0101	0111	0121	0131	0141	0151	0161	0201	0211	0221	0231	0241	0251	0261
0002	0012	0022	0032	0042	0052	0062	0102	0112	0122	0132	0142	0152	0162	0202	0212	0222	0232	0242	0252	0262
0003	0013	0023	0033	0043	0053	0063	0103	0113	0123	0133	0143	0153	0163	0203	0213	0223	0233	0243	0253	0263
0004	0014	0024	0034	0044	0054	0064	0104	0114	0124	0134	0144	0154	0164	0204	0214	0224	0234	0244	0254	0264
0005	0015	0025	0035	0045	0055	0065	0105	0115	0125	0135	0145	0155	0165	0205	0215	0225	0235	0245	0255	0265
0006	0016	0026	0036	0046	0056	0066	0106	0116	0126	0136	0146	0156	0166	0206	0216	0226	0236	0246	0256	0266

0300	0310	0320	0330	0340	0350	0360	0400	0410	0420	0430	0440	0450	0460	0500	0510	0520	0530	0540	0550	0560
0301	0311	0321	0331	0341	0351	0361	0401	0411	0421	0431	0441	0451	0461	0501	0511	0521	0531	0541	0551	0561
0302	0312	0322	0332	0342	0352	0362	0402	0412	0422	0432	0442	0452	0462	0502	0512	0522	0532	0542	0552	0562
0303	0313	0323	0333	0343	0353	0363	0403	0413	0423	0433	0443	0453	0463	0503	0513	0523	0533	0543	0553	0563
0304	0314	0324	0334	0344	0354	0364	0404	0414	0424	0434	0444	0454	0464	0504	0514	0524	0534	0544	0554	0564
0305	0315	0325	0335	0345	0355	0365	0405	0415	0425	0435	0445	0455	0465	0505	0515	0525	0535	0545	0555	0565
0306	0316	0326	0336	0346	0356	0366	0406	0416	0426	0436	0446	0456	0466	0506	0516	0526	0536	0546	0556	0566

0600	0610	0620	0630	0640	0650	0660	1000	1010	1020	1030	1040	1050	1060	1100	1110	1120	1130	1140	1150	1160
0601	0611	0621	0631	0641	0651	0661	1001	1011	1021	1031	1041	1051	1061	1101	1111	1121	1131	1141	1151	1161
0602	0612	0622	0632	0642	0652	0662	1002	1012	1022	1032	1042	1052	1062	1102	1112	1122	1132	1142	1152	1162
0603	0613	0623	0633	0643	0653	0663	1003	1013	1023	1033	1043	1053	1063	1103	1113	1123	1133	1143	1153	1163
0604	0614	0624	0634	0644	0654	0664	1004	1014	1024	1034	1044	1054	1064	1104	1114	1124	1134	1144	1154	1164
0605	0615	0625	0635	0645	0655	0665	1005	1015	1025	1035	1045	1055	1065	1105	1115	1125	1135	1145	1155	1165
0606	0616	0626	0636	0646	0656	0666	1006	1016	1026	1036	1046	1056	1066	1106	1116	1126	1136	1146	1156	1166

1200	1210	1220	1230	1240	1250	1260	1300	1310	1320	1330	1340	1350	1360	1400	1410	1420	1430	1440	1450	1460
1201	1211	1221	1231	1241	1251	1261	1301	1311	1321	1331	1341	1351	1361	1401	1411	1421	1431	1441	1451	1461
1202	1212	1222	1232	1242	1252	1262	1302	1312	1322	1332	1342	1352	1362	1402	1412	1422	1432	1442	1452	1462
1203	1213	1223	1233	1243	1253	1263	1303	1313	1323	1333	1343	1353	1363	1403	1413	1423	1433	1443	1453	1463
1204	1214	1224	1234	1244	1254	1264	1304	1314	1324	1334	1344	1354	1364	1404	1414	1424	1434	1444	1454	1464
1205	1215	1225	1235	1245	1255	1265	1305	1315	1325	1335	1345	1355	1365	1405	1415	1425	1435	1445	1455	1465
1206	1216	1226	1236	1246	1256	1266	1306	1316	1326	1336	1346	1356	1366	1406	1416	1426	1436	1446	1456	1466

1500	1510	1520	1530	1540	1550	1560	1600	1610	1620	1630	1640	1650	1660	2000	2010	2020	2030	2040	2050	2060
1501	1511	1521	1531	1541	1551	1561	1601	1611	1621	1631	1641	1651	1661	2001	2011	2021	2031	2041	2051	2061
1502	1512	1522	1532	1542	1552	1562	1602	1612	1622	1632	1642	1652	1662	2002	2012	2022	2032	2042	2052	2062
1503	1513	1523	1533	1543	1553	1563	1603	1613	1623	1633	1643	1653	1663	2003	2013	2023	2033	2043	2053	2063
1504	1514	1524	1534	1544	1554	1564	1604	1614	1624	1634	1644	1654	1664	2004	2014	2024	2034	2044	2054	2064
1505	1515	1525	1535	1545	1555	1565	1605	1615	1625	1635	1645	1655	1665	2005	2015	2025	2035	2045	2055	2065
1506	1516	1526	1536	1546	1556	1566	1606	1616	1626	1636	1646	1656	1666	2006	2016	2026	2036	2046	2056	2066

2100	2110	2120	2130	2140	2150	2160	2200	2210	2220	2230	2240	2250	2260	2300	2310	2320	2330	2340	2350	2360
2101	2111	2121	2131	2141	2151	2161	2201	2211	2221	2231	2241	2251	2261	2301	2311	2321	2331	2341	2351	2361
2102	2112	2122	2132	2142	2152	2162	2202	2212	2222	2232	2242	2252	2262	2302	2312	2322	2332	2342	2352	2362
2103	2113	2123	2133	2143	2153	2163	2203	2213	2223	2233	2243	2253	2263	2303	2313	2323	2333	2343	2353	2363
2104	2114	2124	2134	2144	2154	2164	2204	2214	2224	2234	2244	2254	2264	2304	2314	2324	2334	2344	2354	2364
2105	2115	2125	2135	2145	2155	2165	2205	2215	2225	2235	2245	2255	2265	2305	2315	2325	2335	2345	2355	2365
2106	2116	2126	2136	2146	2156	2166	2206	2216	2226	2236	2246	2256	2266	2306	2315	2326	2336	2346	2356	2366

2400	2410	2420	2430	2440	2450	2460	2500	2510	2520	2530	2540	2550	2560	2600	2610	2620	2630	2640	2650	2660
2401	2411	2421	2431	2441	2451	2461	2501	2511	2521	2531	2541	2551	2561	2601	2611	2621	2631	2641	2651	2661
2402	2412	2422	2432	2442	2452	2462	2502	2512	2522	2532	2542	2552	2562	2602	2612	2622	2632	2642	2652	2662
2403	2413	2423	2433	2443	2453	2463	2503	2513	2523	2533	2543	2553	2563	2603	2613	2623	2633	2643	2653	2663
2404	2414	2424	2434	2444	2454	2464	2504	2514	2524	2534	2544	2554	2564	2604	2614	2624	2634	2644	2654	2664
2405	2415	2425	2435	2445	2455	2465	2505	2515	2525	2535	2545	2555	2565	2605	2615	2625	2635	2645	2655	2665
2406	2416	2426	2436	2446	2456	2466	2506	2516	2526	2536	2546	2556	2566	2606	2616	2626	2636	2646	2656	2666

3000	3010	3020	3030	3040	3050	3060	3100	3110	3120	3130	3140	3150	3160	3200	3210	3220	3230	3240	3250	3260
3001	3011	3021	3031	3041	3051	3061	3101	3111	3121	3131	3141	3151	3161	3201	3211	3221	3231	3241	3251	3261
3002	3012	3022	3032	3042	3052	3062	3102	3112	3122	3132	3142	3152	3162	3202	3212	3222	3232	3242	3252	3262
3003	3013	3023	3033	3043	3053	3063	3103	3113	3123	3133	3143	3153	3163	3203	3213	3223	3233	3243	3253	3263
3004	3014	3024	3034	3044	3054	3064	3104	3114	3124	3134	3144	3154	3164	3204	3214	3224	3234	3244	3254	3264
3005	3015	3025	3035	3045	3055	3065	3105	3115	3125	3135	3145	3155	3165	3205	3215	3225	3235	3245	3255	3265
3006	3016	3026	3036	3046	3056	3066	3106	3116	3126	3136	3146	3156	3166	3206	3216	3226	3236	3246	3256	3266

3300	3310	3320	3330	3340	3350	3360	3400	3410	3420	3430	3440	3450	3460	3500	3510	3520	3530	3540	3550	3560
3301	3311	3321	3331	3341	3351	3361	3401	3411	3421	3431	3441	3451	3461	3501	3511	3521	3531	3541	3551	3561
3302	3312	3322	3332	3342	3352	3362	3402	3412	3422	3432	3442	3452	3462	3502	3512	3522	3532	3542	3552	3562
3303	3313	3323	3333	3343	3353	3363	3403	3413	3423	3433	3443	3453	3463	3503	3513	3523	3533	3543	3553	3563
3304	3314	3324	3334	3344	3354	3364	3404	3414	3424	3434	3444	3454	3464	3504	3514	3524	3534	3544	3554	3564
3305	3315	3325	3335	3345	3355	3365	3405	3415	3425	3435	3445	3455	3465	3505	3515	3525	3535	3545	3555	3565
3306	3316	3326	3336	3346	3356	3366	3406	3416	3426	3436	3446	3456	3466	3506	3516	3526	3536	3546	3556	3566

3600	3610	3620	3630	3640	3650	3660	4000	4010	4020	4030	4040	4050	4060	4100	4110	4120	4130	4140	4150	4160
3601	3611	3621	3631	3641	3651	3661	4001	4011	4021	4031	4041	4051	4061	4101	4111	4121	4131	4141	4151	4161
3602	3612	3622	3632	3642	3652	3662	4002	4012	4022	4032	4042	4052	4062	4102	4112	4122	4132	4142	4152	4162
3603	3613	3623	3633	3643	3653	3663	4003	4013	4023	4033	4043	4053	4063	4103	4113	4123	4133	4143	4153	4163
3604	3614	3624	3634	3644	3654	3664	4004	4014	4024	4034	4044	4054	4064	4104	4114	4124	4134	4144	4154	4164
3605	3615	3625	3635	3645	3655	3665	4005	4015	4025	4035	4045	4055	4065	4105	4115	4125	4135	4145	4155	4165
3606	3616	3626	3636	3646	3656	3666	4006	4016	4026	4036	4046	4056	4066	4106	4116	4126	4136	4146	4156	4166

4200	4210	4220	4230	4240	4250	4260	4300	4310	4320	4330	4340	4350	4360	4400	4410	4420	4430	4440	4450	4460
4201	4211	4221	4231	4241	4251	4261	4301	4311	4321	4331	4341	4351	4361	4401	4411	4421	4431	4441	4451	4461
4202	4212	4222	4232	4242	4252	4262	4302	4312	4322	4332	4342	4352	4362	4402	4412	4422	4432	4442	4452	4462
4203	4213	4223	4233	4243	4253	4263	4303	4313	4323	4333	4343	4353	4363	4403	4413	4423	4433	4443	4453	4463
4204	4214	4224	4234	4244	4254	4264	4304	4314	4324	4334	4344	4354	4364	4404	4414	4424	4434	4444	4454	4464
4205	4215	4225	4235	4245	4255	4265	4305	4315	4325	4335	4345	4355	4365	4405	4415	4425	4435	4445	4455	4465
4206	4216	4226	4236	4246	4256	4266	4306	4316	4326	4336	4346	4356	4366	4406	4416	4426	4436	4446	4456	4466

4500	4510	4520	4530	4540	4550	4560	4600	4610	4620	4630	4640	4650	4660	5000	5010	5020	5030	5040	5050	5060
4501	4511	4521	4531	4541	4551	4561	4601	4611	4621	4631	4641	4651	4661	5001	5011	5021	5031	5041	5051	5061
4502	4512	4522	4532	4542	4552	4562	4602	4612	4622	4632	4642	4652	4662	5002	5012	5022	5032	5042	5052	5062
4503	4513	4523	4533	4543	4553	4563	4603	4613	4623	4633	4643	4653	4663	5003	5013	5023	5033	5043	5053	5063
4504	4514	4524	4534	4544	4554	4564	4604	4614	4624	4634	4644	4654	4664	5004	5014	5024	5034	5044	5054	5064
4505	4515	4525	4535	4545	4555	4565	4605	4615	4625	4635	4645	4655	4665	5005	5015	5025	5035	5045	5055	5065
4506	4516	4526	4536	4546	4556	4566	4606	4616	4626	4636	4646	4656	4666	5006	5016	5026	5036	5046	5056	5066

5100	5110	5120	5130	5140	5150	5160	5200	5210	5220	5230	5240	5250	5260	5300	5310	5320	5330	5340	5350	5360
5101	5111	5121	5131	5141	5151	5161	5201	5211	5221	5231	5241	5251	5261	5301	5311	5321	5331	5341	5351	5361
5102	5112	5122	5132	5142	5152	5162	5202	5212	5222	5232	5242	5252	5262	5302	5312	5322	5332	5342	5352	5362
5103	5113	5123	5133	5143	5153	5163	5203	5213	5223	5233	5243	5253	5263	5303	5313	5323	5333	5343	5353	5363
5104	5114	5124	5134	5144	5154	5164	5204	5214	5224	5234	5244	5254	5264	5304	5314	5324	5334	5344	5354	5364
5105	5115	5125	5135	5145	5155	5165	5205	5215	5225	5235	5245	5255	5265	5305	5315	5325	5335	5345	5355	5365
5106	5116	5126	5136	5146	5156	5166	5206	5216	5226	5236	5246	5256	5266	5306	5316	5326	5336	5346	5356	5366

5400	5410	5420	5430	5440	5450	5460	5500	5510	5520	5530	5540	5550	5560	5600	5610	5620	5630	5640	5650	5660
5401	5411	5421	5431	5441	5451	5461	5501	5511	5521	5531	5541	5551	5561	5601	5611	5621	5631	5641	5651	5661
5402	5412	5422	5432	5442	5452	5462	5502	5512	5522	5532	5542	5552	5562	5602	5612	5622	5632	5642	5652	5662
5403	5413	5423	5433	5443	5453	5463	5503	5513	5523	5533	5543	5553	5563	5603	5613	5623	5633	5643	5653	5663
5404	5414	5424	5434	5444	5454	5464	5504	5514	5524	5534	5544	5554	5564	5604	5614	5624	5634	5644	5654	5664
5405	5415	5425	5435	5445	5455	5465	5505	5515	5525	5535	5545	5555	5565	5605	5615	5625	5635	5645	5655	5665
5406	5416	5426	5436	5446	5456	5466	5506	5516	5526	5536	5546	5556	5566	5606	5616	5626	5636	5646	5656	5666

6000	6010	6020	6030	6040	6050	6060	6100	6110	6120	6130	6140	6150	6160	6200	6210	6220	6230	6240	6250	6260
6001	6011	6021	6031	6041	6051	6061	6101	6111	6121	6131	6141	6151	6161	6201	6211	6221	6231	6241	6251	6261
6002	6012	6022	6032	6042	6052	6062	6102	6112	6122	6132	6142	6152	6162	6202	6212	6222	6232	6242	6252	6262
6003	6013	6023	6033	6043	6053	6063	6103	6113	6123	6133	6143	6153	6163	6203	6213	6223	6233	6243	6253	6263
6004	6014	6024	6034	6044	6054	6064	6104	6114	6124	6134	6144	6154	6164	6204	6214	6224	6234	6244	6254	6264
6005	6015	6025	6035	6045	6055	6065	6105	6115	6125	6135	6145	6155	6165	6205	6215	6225	6235	6245	6255	6265
6006	6016	6026	6036	6046	6056	6066	6106	6116	6126	6136	6146	6156	6166	6206	6216	6226	6236	6246	6256	6266

6300	6310	6320	6330	6340	6350	6360	6400	6410	6420	6430	6440	6450	6460	6500	6510	6520	6530	6540	6550	6560
6301	6311	6321	6331	6341	6351	6361	6401	6411	6421	6431	6441	6451	6461	6501	6511	6521	6531	6541	6551	6561
6302	6312	6322	6332	6342	6352	6362	6402	6412	6422	6432	6442	6452	6462	6502	6512	6522	6532	6542	6552	6562
6303	6313	6323	6333	6343	6353	6363	6403	6413	6423	6433	6443	6453	6463	6503	6513	6523	6533	6543	6553	6563
6304	6314	6324	6334	6344	6354	6364	6404	6414	6424	6434	6444	6454	6464	6504	6514	6524	6534	6544	6554	6564
6305	6315	6325	6335	6345	6355	6365	6405	6415	6425	6435	6445	6455	6465	6505	6515	6525	6535	6545	6555	6565
6306	6316	6326	6336	6346	6356	6366	6406	6416	6426	6436	6446	6456	6466	6506	6516	6526	6536	6546	6556	6566

6600	6610	6620	6630	6640	6650	6660
6601	6611	6621	6631	6641	6651	6661
6602	6612	6622	6632	6642	6652	6662
6603	6613	6623	6633	6643	6653	6663
6604	6614	6624	6634	6644	6654	6664
6605	6615	6625	6635	6645	6655	6665
6606	6616	6626	6636	6646	6656	6666

表四

3. 「0,0,0,0」、「0,0,1,1」、「0,0,2,2」、「0,0,3,3」、「0,1,2,3」、「1,1,1,1」、「1,1,2,2」、「1,1,3,3」、「2,2,2,2」、「2,2,3,3」、「3,3,3,3」是 8x4 情形下的基本致勝點。
- 4.(1)致勝點位置從「0,0,0,0」、「0,0,0,4」、「0,0,4,0」往右下依序為致勝點。
如：致勝點「0,0,0,0」往右下「0,0,1,1」、「0,0,2,2」、…依序為致勝點。
- (2)致勝點位置從「0,0,6,2」、「0,0,6,6」、「0,1,3,6」往右上依序為致勝點。
如：致勝點「0,0,6,6」往右上「0,1,0,5」、「0,1,1,4」、…依序為致勝點。

0000	0010	0020	0030	0040	0050	0060	0100	0110	0120	0130	0140	0150	0160	0200	0210	0220	0230	0240	0250	0260
0001	0011	0021	0031	0041	0051	0061	0101	0111	0121	0131	0141	0151	0161	0201	0211	0221	0231	0241	0251	0261
0002	0012	0022	0032	0042	0052	0062	0102	0112	0122	0132	0142	0152	0162	0202	0212	0222	0232	0242	0252	0262
0003	0013	0023	0033	0043	0053	0063	0103	0113	0123	0133	0143	0153	0163	0203	0213	0223	0233	0243	0253	0263
0004	0014	0024	0034	0044	0054	0064	0104	0114	0124	0134	0144	0154	0164	0204	0214	0224	0234	0244	0254	0264
0005	0015	0025	0035	0045	0055	0065	0105	0115	0125	0135	0145	0155	0165	0205	0215	0225	0235	0245	0255	0265
0006	0016	0026	0036	0046	0056	0066	0106	0116	0126	0136	0146	0156	0166	0206	0216	0226	0236	0246	0256	0266

- 5.當致勝點的第三位數是偶數時，第二位數字逢 6、0、6、0、…的順序，表格中致勝點的位置會改變方向。但當第四位數字由
- (1) 0→1、2→3、4→5 時，第二位數字逢 0、6、0、6…的順序，會改變方向。
- (2) 1→2、3→4、5→6 時，第二位數字逢 6、0、6、0…的順序，會改變方向。
- * 附註：「第三位數字」表示從「致勝點」由右向左數來第三個位置的數字，如：「2,6,4」的第三位數字即為『2』。
- 6.上表中，紅色圈圈「0,0,6,6」、「0,2,0,2」、「0,2,6,4」為【致勝反折點】。

二、探討棋盤 8x5 的致勝點位置

從 8x1、8x2、8x3、8x4 的規律來『預測』8x5 致勝點的位置，也就是：

(一)設「a,b,c,d,e」為致勝點，若 $0 \leq a \pm 4, b \pm 4, c \pm 4, d \pm 4, e \pm 4 \leq 6$ ，則

「(a±4),(b±4),(c±4),(d±4),(e±4)」應亦為致勝點。

(二) 棋盤 8x5 的基本致勝點應為：

棋盤格數	基本致勝點
8x5	「0,0,0,0,0」、「0,0,0,1,1」、「0,0,0,2,2」、「0,0,0,3,3」、「0,0,1,2,3」
	「0,1,1,1,1」、「0,2,2,2,2」、「0,3,3,3,3」
	「0,1,1,2,2」、「0,1,1,3,3」、「0,2,2,3,3」
	「1,1,1,2,3」、「1,2,2,2,3」、「1,2,3,3,3」

(三)當致勝點的第三位數是偶數時，第二位數字逢6、0、6、0、...的順序，表格中致勝點的位置會改變方向。但當第四位數字由

1. 0→1、2→3、4→5 時，第二位數字逢0、6、0、6、...的順序，會改變方向。

2. 1→2、3→4、5→6 時，第二位數字逢6、0、6、0、...的順序，會改變方向。

以下是棋盤 8x5 的部分致勝點位置(黃色網底標示處)，其它資料詳見附錄

00000	00010	00020	00030	00040	00050	00060	00100	00110	00120	00130	00140	00150	00160
00001	00011	00021	00031	00041	00051	00061	00101	00111	00121	00131	00141	00151	00161
00002	00012	00022	00032	00042	00052	00062	00102	00112	00122	00132	00142	00152	00162
00003	00013	00023	00033	00043	00053	00063	00103	00113	00123	00133	00143	00153	00163
00004	00014	00024	00034	00044	00054	00064	00104	00114	00124	00134	00144	00154	00164
00005	00015	00025	00035	00045	00055	00065	00105	00115	00125	00135	00145	00155	00165
00006	00016	00026	00036	00046	00056	00066	00106	00116	00126	00136	00146	00156	00166

00200	00210	00220	00230	00240	00250	00260	00300	00310	00320	00330	00340	00350	00360
00201	00211	00221	00231	00241	00251	00261	00301	00311	00321	00331	00341	00351	00361
00202	00212	00222	00232	00242	00252	00262	00302	00312	00322	00332	00342	00352	00362
00203	00213	00223	00233	00243	00253	00263	00303	00313	00323	00333	00343	00353	00363
00204	00214	00224	00234	00244	00254	00264	00304	00314	00324	00334	00344	00354	00364
00205	00215	00225	00235	00245	00255	00265	00305	00315	00325	00335	00345	00355	00365
00206	00216	00226	00236	00246	00256	00266	00306	00316	00326	00336	00346	00356	00366

經檢驗後發現結果均無誤。因此，8x6、8x7、8x8 亦仿照上述方法得到預測致勝點，並經檢驗後均無誤。

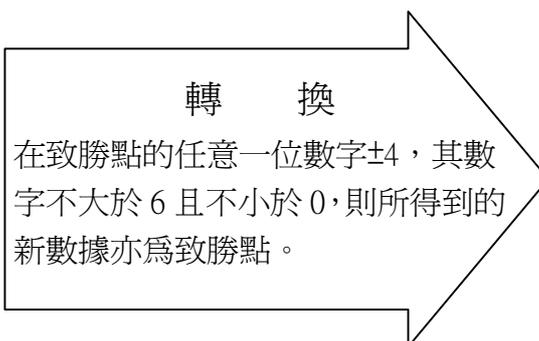
三、探討棋盤 8xn 的致勝點位置

假如棋盤的大小不只是 8x8，而是 8x9、8x10、8x11...甚至到 8xn，那致勝點的位置及規律性又是如何呢？

我們嘗試將之前的發現應用到 8x2 的致勝點，並加以轉換如下：

00	10	20	30	40	50	60
01	11	21	31	41	51	61
02	12	22	32	42	52	62
03	13	23	33	43	53	63
04	14	24	34	44	54	64
05	15	25	35	45	55	65
06	16	26	36	46	56	66

表二



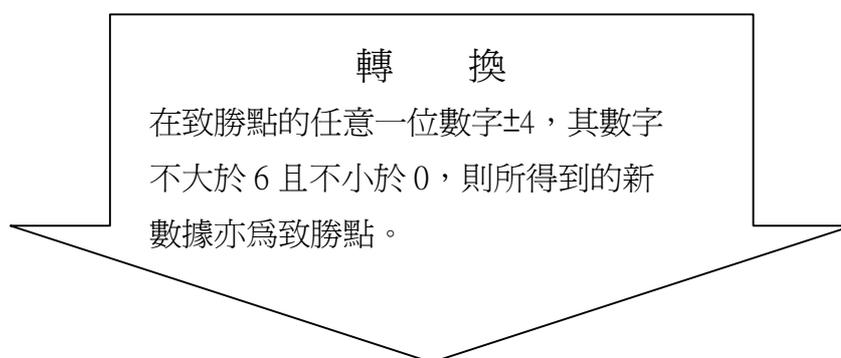
00	10	20	30	00	50	60
01	11	21	31	41	11	61
02	12	22	32	42	52	22
03	13	23	33	43	53	63
00	14	24	34	00	54	64
05	11	25	35	45	11	65
06	16	22	36	46	56	22

表二-1

觀察發現：棋盤 8×2 所有的致勝點都找出來，共有 13 組，經轉換後的致勝點其實只有「0,0」、「1,1」、「2,2」、「3,3」這 4 組致勝點。如：「1,5」=「1,1」、「6,2」=「2,2」、「4,4」=「0,0」。

在 8×3 的情形也是如此，

100	110	120	130	140	150	160	200	210	220	230	240	250	260	300	310	320	330	340	350	360
101	111	121	131	141	151	161	201	211	221	231	241	251	261	301	311	321	331	341	351	361
102	112	122	132	142	152	162	202	212	222	232	242	252	262	302	312	322	332	342	352	362
103	113	123	133	143	153	163	203	213	223	233	243	253	263	303	313	323	333	343	353	363
104	114	124	134	144	154	164	204	214	224	234	244	254	264	304	314	324	334	344	354	364
105	115	125	135	145	155	165	205	215	225	235	245	255	265	305	315	325	335	345	355	365
106	116	126	136	146	156	166	206	216	226	236	246	256	266	306	316	326	336	346	356	366



100	110	120	130	140	110	160	200	210	220	230	240	250	220	300	310	320	330	340	350	360
101	111	121	131	101	151	161	201	211	221	231	241	251	261	301	311	321	331	341	351	321
102	112	122	132	142	152	162	202	212	222	232	202	252	262	302	312	322	332	342	312	362
103	113	123	133	143	153	123	203	213	223	233	243	213	263	303	313	323	333	303	353	363
104	110	124	134	144	110	164	204	214	220	234	244	254	220	304	314	324	330	344	354	364
101	115	125	135	101	155	165	205	215	225	231	245	255	265	305	315	321	335	345	355	321
106	116	126	132	146	156	166	202	216	226	236	202	256	266	306	312	326	336	346	312	366

觀察發現：「3,2,5」=「2,3,5」=「6,3,5」=「3,6,5」=6,1,3」=「1,3,6」=「1,2,3」，而像「2,4,6」=「2,0,2」應該看成 8×2 中的「2,2」致勝點，或是「5,1,4」=「1,1,0」應該看成 8×2 中的「1,1」致勝點；因此在 86 組致勝點中，經轉換後的致勝點其實只有「0,0」、「1,1」、「2,2」、「3,3」、「1,2,3」這 5 組致勝點；只有「1,2,3」是屬於 8×3。

有了以上的發現，可以得到下面的推論：

- (一) 棋盤是【8×偶數】，其致勝點可看成由 X 組 8×2 的致勝點所組成。
如：8×8 的致勝點可看成由 4 組 8×2 的致勝點所組成。
- (二) 棋盤是【8×奇數】，其致勝點可看成由 1 組 8×3 及 Y 組 8×2 的致勝點所組成。
如：8×7 的致勝點可看成由 1 組 8×3 及 2 組 8×2 的致勝點所組成。

也就是說，若「 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 」為一組 $8 \times n$ 的間隔數，且先將 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中有大於 3 的數字先將其減去 4 得到新數據「 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_r$ 」，其中 $1 \leq b_1, b_2, b_3, \dots, b_r \leq 3$ ：

- (一)當 r 為偶數時，若可拆成 X 組 8×2 的致勝點，則「 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 」為一組棋盤 $8 \times n$ 的致勝點。
- (二)當 r 為奇數時，若可拆成 1 組 8×3 及 Y 組 8×2 的致勝點，則「 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 」為一組棋盤 $8 \times n$ 的致勝點。

四、探討棋盤 $m \times n$ 的致勝點位置

假如棋盤的大小又繼續向下延伸成 $9 \times n$ 、 $10 \times n$ 、 $11 \times n$...甚至到 $m \times n$ ，那致勝點的位置及規律性又是如何呢？假如棋盤的大小又繼續向下延伸成 $9 \times n$ 、 $10 \times n$ 、 $11 \times n$...甚至到 $m \times n$ ，那致勝點的位置及規律性又是如何呢？

探討後發現：

- (一)在雙方公平比賽的原則下，列數『 m 』應該為偶數，而且 $m \geq 4$ 。
- (二)列數『 m 』 >8 時，棋盤 $m \times n$ 與棋盤 $8 \times n$ 的基本致勝點完全相同，只是遊戲比較耗時；例如：『象棋』也是列數『8』，由此可見。
- (三)若「 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 」為一組 $m \times n$ 的間隔數，而且 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中有大於 3 的數字，應先將其減去 4 的倍數，得到新數據「 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_r$ 」，其中 $1 \leq b_1, b_2, b_3, \dots, b_r \leq 3$ ：
 - 1.當 r 為偶數時，若可拆成 X 組 8×2 的致勝點，則「 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 」為一組棋盤 $m \times n$ 的致勝點。
 - 2.當 r 為奇數時，若可拆成 1 組 8×3 及 Y 組 8×2 的致勝點，則「 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 」為一組棋盤 $m \times n$ 的致勝點。

伍、研究結果

一、棋盤為 $8 \times 1 \sim 8 \times n$ 的致勝點位置：

- (一) 8×1 的致勝點是「0」、「4」。
- (二) 8×2 的致勝點是「0,0」、「1,1」、「2,2」、「3,3」、「4,4」、「5,5」、「6,6」、「0,4」、「1,5」、「2,6」、「4,0」、「5,1」、「6,2」。經轉換後得到 8×2 的基本致勝點是「1,1」、「2,2」、「3,3」。
- (三)若「 a, b, c 」為 8×3 的致勝點，且 $0 \leq a \pm 4$ 、 $b \pm 4$ 、 $c \pm 4 \leq 6$ ，則「 $(a \pm 4), (b \pm 4), (c \pm 4)$ 」亦為致勝點，其中經轉換後得到「0,1,1」、「0,2,2」、「0,3,3」、「1,2,3」是 8×3 的基本致勝點。

(四) $8 \times n$ ($4 \leq n \leq 8$) 的致勝點位置為：

1. 若棋盤是【 $8 \times$ 偶數】，其致勝點可看成由 X 組 8×2 的致勝點所組成。
若棋盤是【 $8 \times$ 奇數】，其致勝點可看成由 1 組 8×3 及 Y 組 8×2 的致勝點所組成。
2. 致勝點位置在致勝點的任意一位數字 ± 4 ，其數字不大於 6 且不小於 0，則所得到的新數據亦為致勝點。

二、棋盤為 $m \times n$ 的基本致勝點位置和 $8 \times n$ 的基本致勝點位置相同。

若「 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 」為一組 $m \times n$ 的間隔，且 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中有大於 3 的數字，先將其減去 4 的倍數，得到新數據「 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_r$ 」，其中 $1 \leq b_1, b_2, b_3, \dots, b_r \leq 3$ ，

- (一) 當「 r 為偶數」時，若可拆成 x 組 8×2 的致勝點，則「 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 」為一組 $m \times n$ 格棋盤的致勝點。其中 8×2 的基本致勝點是「1,1」、「2,2」、「3,3」。
- (二) 當「 r 為奇數」時，若可拆成 1 組 8×3 (特別是指 1,2,3) 及 y 組 8×2 的致勝點，則「 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 」為一組 $m \times n$ 格棋盤的致勝點。

三、在整個研究中，發現「非致勝點」的個數多於「致勝點」，故『我方先攻』獲勝的機率較大。

陸、討論

- 一、「5,2」就是黑、白兩棋之間的格子數，表示桌上棋盤有兩列，各列間隔分別為 5 格和 2 格，其實，「」中的數字順序不會影響致勝結果。
如：「1,3,2」、「2,1,3」、「3,2,1」等等，都與「1,2,3」表示同一種狀態。

二、為什麼「致勝點」的每一位置數字「 ± 4 」所形成新的數據亦為致勝點？

其主要的原因和我們所定的遊戲規則最多只能走 3 步有關，我們以 8×3 的「123」致勝點為例：如「1,2,3」是「(1+4),2,3」之後的致勝點，此時不管對手走幾步、走哪一位置都無法得到致勝點。

對手	走 1 步	走 2 步	走 3 步
523 右邊第一位	522	521	520
523 右邊第二位	513	503	×
523 右邊第三位	423	323	223

上表中的 8 組數據，查閱表三便可知道均不是致勝點，但我方卻可以在下一回合移子時再使那 8 組數據變成致勝點。

三、致勝反折點的判斷

在尋找『致勝點』的過程中，『致勝反折點』的發現，使我們節省不少重複試驗的時間，無疑是一大助力！

當致勝點的第三位數是偶數*時，第二位數字逢 6、0、6、0、... 的順序，表格中致勝點的位置會改變方向。但當第四位數字由：

(一) $0 \rightarrow 1、2 \rightarrow 3、4 \rightarrow 5、\dots、2n \rightarrow (2n+1)$ 時，第二位數字逢 0、6、0、6... 的順序時，則會改變方向。

(二) $1 \rightarrow 2、3 \rightarrow 4、\dots、(2n+1) \rightarrow (2n+2)$ 時，第二位數字逢 6、0、6、0... 的順序時，則會改變方向。

四、當取得『致勝點』後，為什麼一定能致勝呢？

我們進一步利用「1,1」、「2,2」、「3,3」或「1,2,3」這四組數據來研究將黑白子之間的『間隔數』用「步數」來加以分析其「必勝」之原因。底下是雙方可能移動的情形：

間隔數		對方 1		我方 2		對方 3		我方 4		對方 5		我方 6
1,1	→	0,1	→	0,0								
2,2	→	1,2	→	1,1	→	0,1	→	0,0				
		0,2	→	0,0								
3,3	→	2,3	→	2,2	→	1,2	→	1,1	→	0,1	→	0,0
			0,2	→	0,0							
		1,3	→	1,1	→	0,1	→	0,0				
			0,3	→	0,0							
1,2,3	→	0,2,3	→	0,2,2	→	0,1,2	→	0,1,1	→	0,1,0	→	0,0,0
			0,2,0	→	0,0,0							
		1,1,3	→	1,1,0	→	0,1,0	→	0,0,0				
		1,0,3	→	1,0,1	→	0,0,1	→	0,0,0				
		1,2,2	→	0,2,2	→	0,1,2	→	0,1,1	→	0,0,1	→	0,0,0
			0,0,2	→	0,0,0							
		1,2,1	→	1,0,1	→	0,0,1	→	0,0,0				
1,2,0	→	1,1,0	→	0,1,0	→	0,0,0						
步數		1		2		3		4		5		6
1,1,2	→	1,1,0	→	1,0,0	→	0,0,0						

當我方取得致勝點後到比賽結束之間，我方移動的步數必須是「偶數」；因此，間隔「1,1」、「2,2」、「3,3」或「1,2,3」都可以使得我方移動「偶數步」。

探討後發現：

1. 利用『**偶數+偶數=偶數**』的原理，則由「**1,1**」、「**2,2**」、「**3,3**」或「**1,2,3**」所組成的『致勝點』是必勝的！
2. 『**奇數+偶數=奇數**』和『**偶數+奇數=奇數**』的情形在雙方玩家一輪移子之後必不能取得致勝點。
3. 『**奇數+奇數**也會等於**偶數**』是否能**反敗為勝**呢？

在本遊戲中單純「**奇數+奇數=偶數**」的例子並不存在。

例如：「1,2,2,3」=「1,2」+「2,3」→ 奇數+奇數=偶數：**卻不能致勝！**

理由：「1,2,2,3」也能=「2,2」+「1,3」→ 偶數+奇數：因此不是致勝點！

五、探討尋找快速檢驗致勝點的方法

雖然我們已經將棋盤 $m \times n$ 的所有致勝點完全找出，可是那麼多的數據，在實戰的過程中是沒有幫助的，因為我們不可能逐一去核對對手留給我們的是不是致勝點，或是下一個致勝點是多少！

在我們分析很多的「致勝點」與『基本致勝點』後，有以下的發現：

- (一) 在致勝點的任意一位數字「 ± 4 」，其數字大於或等於 0，則所得到的新數據亦為致勝點。

例如：「1,2,3,1,2,3」是棋盤 8×6 中的致勝點，「5,2,3,1,2,3」、「5,6,3,1,2,3」、…亦為致勝點。

- (二) 若有一組間隔，其每一個數字皆大於 0、小於 4，而且能將該組數據拆成若干組「**1,1**」、「**2,2**」、「**3,3**」或「**1,2,3**」致勝點元素，而沒有剩下任何數字時，那麼，此時的數據即為致勝點。

例如：①「3,3,2,3,2,1,2」是由『一組「2,2」、一組「3,3」、一組「1,2,3」』組合而成，故「3,3,2,3,2,1,2」是棋盤 8×7 的致勝點。

②「1,1,3,3,2,2,1,1」是由『二組「1,1」、一組「2,2」、二組「3,3」』組合而成，故「1,1,3,3,2,2,1,1」是棋盤 8×8 的致勝點。

但是，③「3,2,1,1,2,3,1」可拆成兩組「1,2,3」，但還剩下一個「1」，故「3,2,1,1,2,3,1」不為棋盤 8×7 的致勝點。

六、如果對方是“生手”，玩家不必如臨大敵，因為開始時，每列間隔很多，列數也很多，玩家完全可以隨心所欲地移子，等到間隔數剩下差不多時，在看準那些形如「1,1」、「2,2」、「3,3」、「1,2,3」之類基本致勝點或是它們的組合，勝利完全不是問題！

七、當我們知道了如何快速檢驗致勝點的方法後，那麼，如何能快速有效地『移子』就是下一個重要的課題。

雖然我們找出了快速檢驗致勝點的方法，但是在實際移子的時候，常常要花不少的時間來想：下一步如何移子才能得到下一個致勝點？非常沒有效率，而且影響下棋的時間；如何才能有效率呢？

探討後發現：

- (一) 佈局後，我方須先搶得「致勝點」。
- (二) 我方在移動棋子時，隨時配合基本致勝點，而且以「1,2,3」優先考慮改變成「1,1」、「2,2」、「3,3」，可以使致勝點的型態更簡單。
- (三) 若對方移動棋子的列之間隔數為 b_t ， $1 \leq t \leq n$ ，當 $4 \leq b_t \leq m-2$ 時，我方則移動與對方同列之棋子，且移動的格子數是「4 - 對方移動的格子數」。
- (四) 若對方移動棋子的列之間隔數為 b_t ， $1 \leq t \leq n$ ，當 $1 \leq b_t \leq 3$ 時，設對方移動 k 格，我方則在間隔數是「 b_t 或 $b_t \pm 4$ 的倍數」的另一列來移棋子，使得該列的間隔數變為「 $b_t - k$ 」或「 $(b_t \pm 4 \text{ 的倍數}) - k$ 」。
- (五) 如果對方棋子向後退，不管退幾格，我方就得跟幾格，保持致勝點。

以棋盤 8x8，【我方先走】為例：佈局後雙方棋子的間隔數為「6,3,5,4,3,4,4,2」，經轉換得「2,3,1,0,3,0,0,2」。

原始格數	6	3	5	4	3	4	4	2	
轉換後格數	2	3	1	0	3	0	0	2	
我方先移子 基本致勝點	「22」+「33」+『1』或「123」+『23』 我方應該先移動某一列『1→0』或某一列『3→2』								
	2	3	0	0	3	0	0	2	
	6	3	4	4	3	4	4	2	
對方 移子 的 情形	2 走一步	6	3	4	4	3	4	4	1
	我方	5	3	4	4	3	4	4	1
	4 走3步	5	3	1	4	3	4	4	1
	我方	5	3	0	4	3	4	4	1
	3 走2步	5	1	0	4	3	4	4	1
	我方	3	1	0	4	3	4	4	1
	3 走1步	2	1	0	4	3	4	4	1
	我方	2	1	0	4	2	4	4	1
以下以此類推……									

八、我們嘗試將間隔數進行轉換（若間隔數大於等於 4，則減去 4 的倍數），再將間隔數的各行數碼改成二進位數，然後作直式相加(但不進位)，並將各行相加的結果之奇偶性寫在該行之下方，例如：

致勝點	「1,1」	「2,2」	「3,3」	「1,2,3」	「1,1,2」	「1,1,3」
二進位	0,1	1,0	1,1	0,1	0,1	0,1
直式 相加	0,1	1,0	1,1	1,0	0,1	0,1
奇偶性	偶,偶	偶,偶	偶,偶	偶,偶	奇,偶	奇,偶

我們發現：將間隔數的各行相加，如果「**全是偶數**」，那麼這種狀態所對應的位置，便是致勝點，否則便不是致勝點，如：「1,1,2」、「1,1,3」不是致勝點。

柒、結論

一、 $m \times n$ 格棋盤致勝點(格數)的判斷：

若「 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 」為一組 $m \times n$ 的間隔，且 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中有大於 3 的數字，先將其減去 4 的倍數，得到新數據「 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_r$ 」，其中 $1 \leq b_1, b_2, b_3, \dots, b_r \leq 3$ ，

- (一)當『**r 為偶數**』時，若可拆成 x 組 8×2 的致勝點，則「 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 」為一組 $m \times n$ 格棋盤的致勝點。其中 8×2 的基本致勝點是「1,1」、「2,2」、「3,3」
- (二)當『**r 為奇數**』時，若可拆成 1 組 8×3 (特別是指 1,2,3)及 y 組 8×2 的致勝點，則「 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 」為一組 $m \times n$ 格棋盤的致勝點。

二、快速檢驗致勝點的方法：

- (一) 若有一組間隔，其中有數字大於等於 4，則先將該數字減去 4 的倍數後，而能將該組數據拆成若干組「1,1」、「2,2」、「3,3」或「1,2,3」的組合，而沒有剩下任何數字時，則此數據即為致勝點。
- (二) 若將間隔數進行轉換（若間隔數大於等於 4，則減去 4 的倍數），再將間隔數的各行數字改成二進位數，然後作直式相加(但不進位)，並將各行相加的結果之奇偶性寫在該行之下方，如果「**全是偶數**」，便是致勝點。

三、致勝秘訣：

(一)佈局後，先下贏的機會大。

(二)佈局後，我方須先搶得「致勝點」，且盡量保持致勝點：

情形		因應策略
若對方棋子向後退 k 步	➔	我方跟進 k 步
若對方棋子在「間隔數大於 3 之列」向前進 k 步	➔	我方移動與對方 <u>同列</u> 之棋子「 $4-k$ 」步
若對方棋子在「間隔數 ≤ 3 之列」向前進 k 步	➔	我方移動與對方不同列(但該列需和對方移動之列原間隔數相同)之棋子「 k 」步 (備註：若無列與對方移動之列原間隔數相同，則視情形盡量保持致勝點位置。)

(三)當我方取得致勝點後到比賽結束之間，我方移動的步數盡量是「偶數」。

(四)方在移動棋子時，隨時配合基本致勝點，且以「1,2,3」優先考慮改變成「1,1」、「2,2」、「3,3」，可以使致勝點的型態更簡單。

捌、參考資料

一、張遠南(民 85)。對頂棋。使人聰明的智力遊戲(148 - 149)。臺北市：九章。

二、陳冒海(民 93)。數量的樣式與規律－奇數與偶數。南一版國中第一冊數學課本。
臺南市：南一。

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會
評 語

國中組 數學科

佳作

030419

出『棋』致勝

縣立大灣中學附設國中

評語：

研究主題由一個簡單的棋局開始立意不錯，但遊戲的方法若能再加變化將更為生動有趣。