

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會  
作品說明書

---

國小組 生活與應用科學科

佳作

080826

測量因你而容易，數學因此而有趣

臺北市文山區武功國民小學

作者姓名：

小六 張倚綸 小六 李岱瑾 小六 汪靖倫  
小六 張郁

指導老師：

許美慧

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會  
作品說明書

科 別： 生活與應用科學科

組 別： 國 小 組

作品名稱： 測量因你而容易，數學因此而有趣

關 鍵 詞： 比例、雷射、直角三角形

編 號：

# 目 次

壹、摘要 .....	1
貳、研究動機 .....	1
參、研究目的 .....	1
肆、研究器材設備 .....	1
伍、研究過程與結果	
研究一、探討各種直角三角形對邊長與鄰邊長的關係.....	1
實驗一-一 比較直角三角形鄰邊長固定時，若角度改變其對邊長與鄰邊長的關係	
實驗一-二 比較直角三角形對邊長固定時，若角度改變其對邊長與鄰邊長的關係	
實驗一-三 比較直角三角形斜邊長固定時，若角度改變其對邊長與鄰邊長的關係	
實驗二 分析實驗一各種直角三角形某角度相同時，其對邊長與鄰邊長的比值，並 利用電腦 Excel 求出三角函數 TAN 倍率數據，比較之	
實驗三 利用 Excel 軟體三角函數 TAN 所求出倍率數據，比較分析直角三角形 45-89 度之間每一度角度倍率差距值	
研究二、自製可調整角度的高度測量器，以克服測量時地面空間狹窄 及測高建築物的困擾。 .....	9
實驗四 利用雷射筆、量角器、捲尺與直角等腰三角板製作可調整角度的高度測量器	
實驗五 檢測可調整角度自製簡易高度測量器的精確性	
實驗六 以自製可調整角度測量器測量不同物體的高度，並與去年的簡易高度測量 器做比較	
研究三、自製可測量空間距離的簡易測量器，以克服不易丈量的空間 距離、不規則物體及深度。 .....	13
實驗七-一 製作手拿式底長固定的測量器	
實驗七-二 改良製作手拿式底長固定測量器的材質	
實驗八 檢測可測量空間距離簡易測量器的準確性	
實驗九 製作可觀察 0.1 刻度，且可測量空間距離的簡易測量器	
實驗十 測量各種不同空間的距離，檢測測量器的準確性	
實驗十一 各種自製簡易測量器誤差值之比較	
研究四、各種自製簡易測量器在生活上的運用.....	24
實驗十二- 一 測量河面寬度      實驗十二- 二 測量樹的最大直徑	
實驗十二- 三 建築物水平檢測      實驗十二- 四 觀測月亮高度	
陸、討論.....	28
柒、結論.....	29
捌、未來工作.....	29
玖、參考資料及其他.....	30

# 測量因你而容易，數學因此而有趣

## 壹、摘要

先畫出各種直角三角形並比較發現當某角度相同時，不論對邊、鄰邊或斜邊長固定，其對邊除鄰邊的比值皆相近成正比，我們可以鄰邊長 $\times \frac{\text{對邊長}}{\text{鄰邊長}}$ 的比值，求出所要測量的高度。

再配合雷射光束導向性佳的特性製作可調角度的測量器，不僅較以往省時省力，也克服測量時地面空間狹窄及測高建築物的困擾。又自製可測空間距離測量器，透過兩端雷射光源的交會，順利測得不易丈量的空間距離、不規則物體的高度、深度，無需皮尺作為底部丈量工具。且運用在測量河面寬度、樹的最大直徑、觀測月亮高度、水平檢測上…。並利用拆下聚光凸透鏡片的雷射筆可將物體清楚呈像的特性，配合一根頭髮，加裝在測具上後，可明顯觀察到 0.1 度的刻度，提高了精確性。

## 貳、研究動機

在五年級上數學課時，為了量出教室高度，找不到切確的方法來測量，因而引發我們去年利用直角等腰三角板鄰邊長等於對邊長的原理，配合雷射光直線前進導向性佳的特性，用它來代替直角三角形斜邊的延長線，順利測得教室高度，解決了測教室高度的不便。甚至可測得高約 20m 的建築物，但我們想「測量高度」方面應該不止這種方法，且去年的測量器受限於 45 度角，在測量較高距離時，底部皮尺需拉得很長，容易歪、誤差較大。如果測量器的角度可隨意改變的話，可否改善這個困擾？若角度可以調整，在測量平面距離的方式例：兩棟教室間距，可否簡便容易些？為了克服種種困難，而引發了我們解決困難的決心。

## 參、研究目的

- 一 探討各種直角三角形對邊長與鄰邊長的關係
- 二 自製可調整角度的高度測量器，以克服測量時地面空間狹窄及測高建築物的困擾
- 三 自製可測量空間距離的簡易測量器，以克服不易丈量的空間距離、不規則物體及深度
- 四 各種自製簡易測量器在生活上的運用

## 肆、研究器材及設備

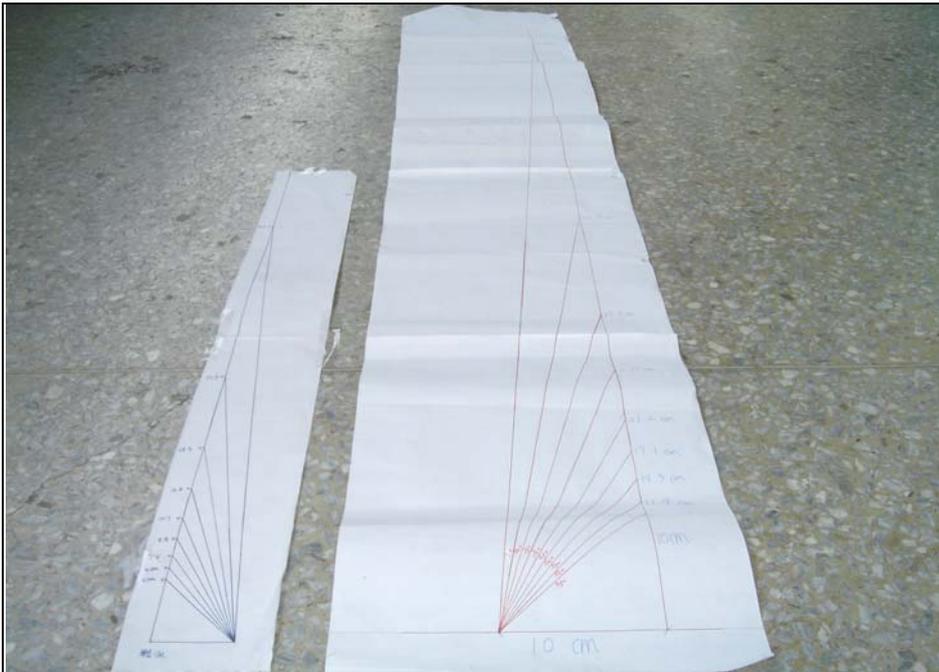
市售雷射筆	教具直角三角板	損壞的量角器 圓規
去年自製簡易高度測量器	捲尺 皮尺 直尺	紙板 木條 木板
電腦 Excel 軟體	塑膠底座	鉛板
工程計算機	固定螺絲組	黏土 空光碟片盒
電鑽	固定軸心	銼刀 鋸子

## 伍、研究過程與結果

### 研究一 探討各種直角三角形對邊長與鄰邊長的關係

實驗一-一 比較直角三角形鄰邊長固定時，若角度改變其對邊長與鄰邊長的關係

- (一) 步驟 照片一-A B



1 畫出鄰邊長固定的直角等腰三角形，在底邊端點處點出不同角度 (45 度~85 度)

照片一 A



2 依角度的不同畫出各斜邊並延長到對邊上，分別檢測兩角和是否為 90 度，記錄並比較兩邊長的比

照片一 B 鄰邊長固定為 50 cm，依角度的不同連結斜邊延長線，所畫出各個不同的直角三角形

(二) 結果 表一

表一 直角三角形鄰邊長固定，若角度改變其對邊長與鄰邊長的關係比較 單位：cm

項目 \ 角度	45 度	50 度	55 度	60 度	65 度	70 度	75 度	80 度	85 度
對邊	10	11.9	14.3	17.1	21.2	27.5	37.2	57.5	114.5
鄰邊	10								
對邊 / 鄰邊的比值	1	1.19	1.43	1.71	2.12	2.75	3.72	5.65	11.45
對邊	50	59.6	71.1	86.5	106	136.8	185.4	282.1	570
鄰邊	50								
對邊 / 鄰邊的比值	1	1.192	1.422	1.73	2.12	2.736	3.708	5.652	11.4

實驗一-二 比較直角三角形對邊長固定時，若角度改變其對邊長與鄰邊長的關係

(一) 步驟 照片一-CD

	<p>1 畫出等腰直角三角形高度長固定，依角度的不同畫出各斜邊延長線連接到底邊</p> <p>照片一 C</p>
	<p>2 找出 45 度~85 度的鄰邊長並比較</p> <p>照片一 D 對邊長固定為 1m，依不同角度所連結畫出的各個直角三角形</p>

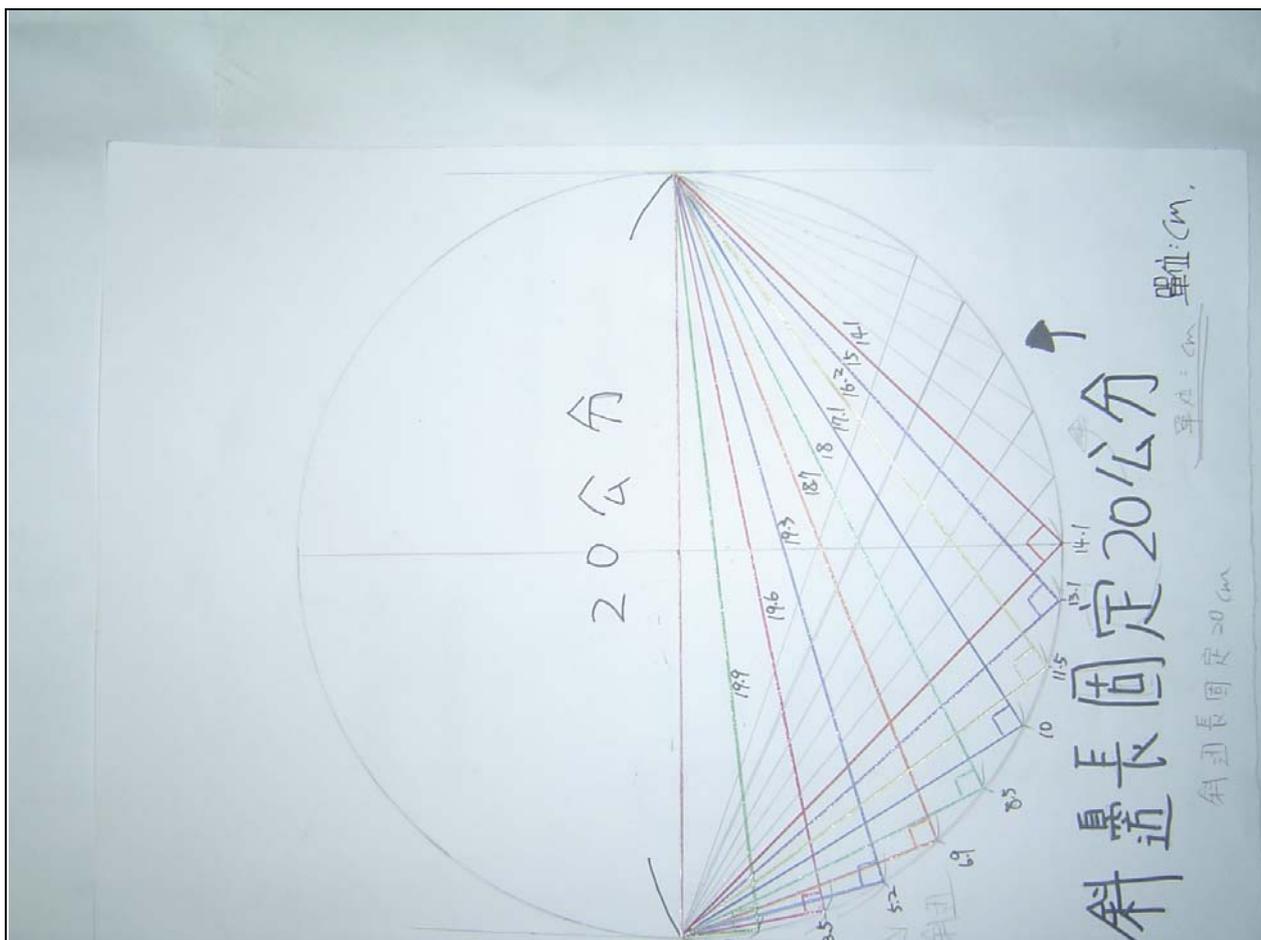
(二) 結果 表二

表二 直角三角形對邊長固定，若角度改變其對邊長與鄰邊長的关系比較 單位：cm

項目 \ 角度	45 度	50 度	55 度	60 度	65 度	70 度	75 度	80 度	85 度
對邊	25								
鄰邊	25	21	17.37	14.1	11.7	9.1	6.7	4.4	2.1
對邊/鄰邊的比值	1	1.19	1.422	1.773	2.136	2.747	3.703	5.68	11.9
對邊	100								
鄰邊	100	84	70.5	58	46.5	36.05	27	17.6	8.7
對邊/鄰邊的比值	1	1.19	1.41	1.724	2.15	2.73	3.73	5.68	11.49

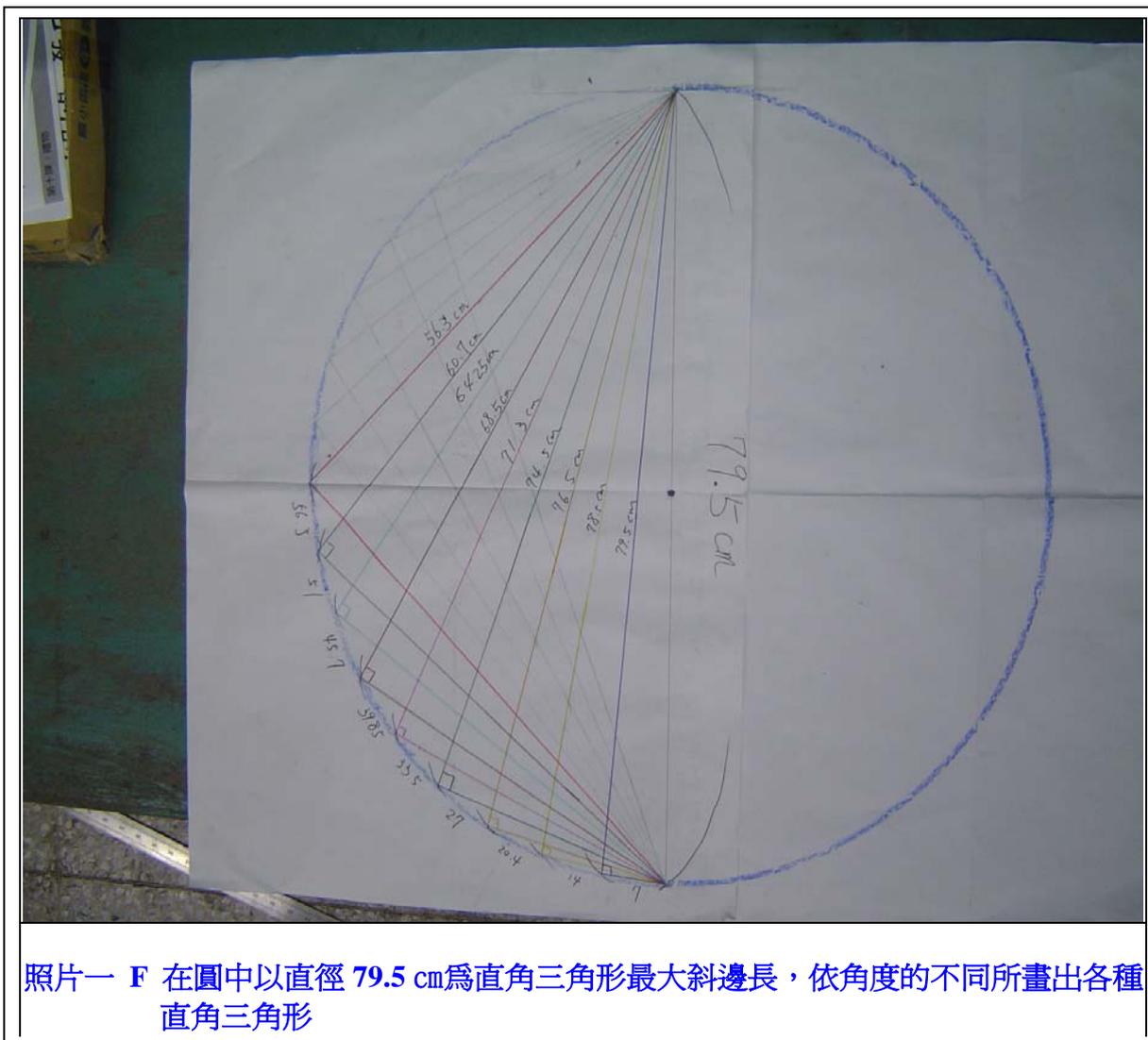
實驗一-三 比較直角三角形斜邊長固定時，若角度改變其對邊長與鄰邊長的關係

(一) 步驟 照片一-E F



- 1 畫出直徑不同的圓，以圓的直徑為三角形的斜邊
- 2 在直徑和圓周的交界點處點出不同角度並延伸底邊線段到圓周，與另一端連結成各種直角三角形
- 3 檢查兩角合是否為 90 度
- 4 標示出角度和長度，算出對邊長和鄰邊長的比並比較

照片一 E



照片一 F 在圓中以直徑 79.5 cm 為直角三角形最大斜邊長，依角度的不同所畫出各種直角三角形

(二) 結果 表三

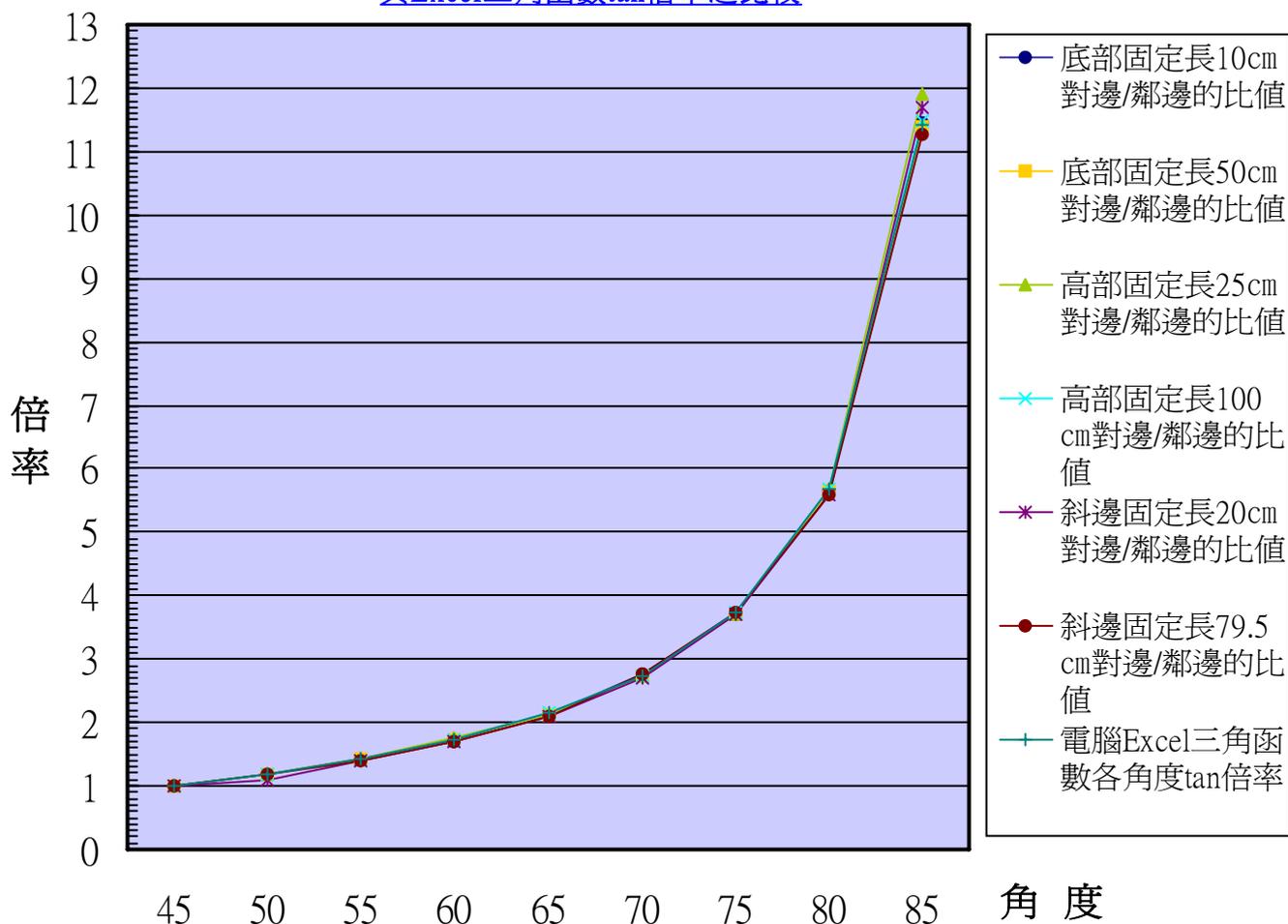
表三 直角三角形斜邊長固定，若角度改變其對邊長與鄰邊長的關係比較表 單位：cm

項目 \ 角度	45 度	50 度	55 度	60 度	65 度	70 度	75 度	80 度	85 度
斜邊	20								
對邊	14.1	15	16.2	17.1	18	18.7	19.3	19.6	19.9
鄰邊	14.1	13.1	11.5	10	8.5	6.9	5.2	3.5	1.7
對邊 / 鄰邊的比值	1	1.1	1.4	1.7	2.1	2.7	3.7	5.6	11.7
斜邊	79.5								
對邊	56.3	60.7	64.25	68.5	71.3	74.5	76.5	78.5	79.5
鄰邊	56.3	51	45.7	39.85	33.5	27	20.4	14	7
對邊 / 鄰邊的比值	1	1.19	1.4	1.7	2.1	2.75	3.75	5.6	11.28

實驗二 分析實驗一各種直角三角形某角度相同時，其對邊長與鄰邊長的比值，並利用電腦 Excel 求出三角函數 TAN 倍率數據，比較之

結果 如圖一 照片二-A

圖一 實測各種直角三角形對邊長／鄰邊長的比值  
與Excel三角函數tan倍率之比較



	45 度	50 度	55 度	60 度	65 度	70 度	75 度	80 度	85 度
底部固定長 10 cm 對邊／鄰邊的比值	1	1.19	1.43	1.71	2.12	2.75	3.72	5.65	11.45
底部固定長 50 cm 對邊／鄰邊的比值	1	1.192	1.422	1.73	2.12	2.736	3.708	5.652	11.4
高部固定長 25 cm 對邊／鄰邊的比值	1	1.19	1.422	1.773	2.136	2.747	3.703	5.68	11.9
高部固定長 100 cm 對邊／鄰邊的比值	1	1.19	1.41	1.724	2.15	2.73	3.73	5.68	11.49
斜邊固定長 20 cm 對邊／鄰邊的比值	1	1.1	1.4	1.7	2.1	2.7	3.7	5.6	11.7
斜邊固定長 79.5 cm 對邊／鄰邊的比值	1	1.19	1.4	1.7	2.1	2.75	3.75	5.6	11.28
Excel 三角函數 各角度 tan 倍率	1	1.1917	1.4281	1.7320	2.1445	2.7474	3.7320	5.6712	11.4300

由實驗一中所畫出的直角三角形及數據中發現當某角度相同時，不論對邊、鄰邊或斜邊長固定，其對邊長與鄰邊長所求出的比值相近，也就是成正比。我們很好奇，請教老師有關直角三角形角度的問題，老師指導我們三角的概念並利用 Excel 軟體求出 TAN 三角函數找出各個角度對邊長與鄰邊長的倍率，發現所畫出同一角度對邊長與鄰邊長所求出的比值和用軟體換算出的倍率幾乎相同

我們可以鄰邊長 $\times$  $\frac{\text{對邊長}}{\text{鄰邊長}}$ 的比值，求出所要測量的高度

也可利用電腦求出角度倍率，以底長  $\times$  角度倍率換算後，求出直角三角形的對邊長

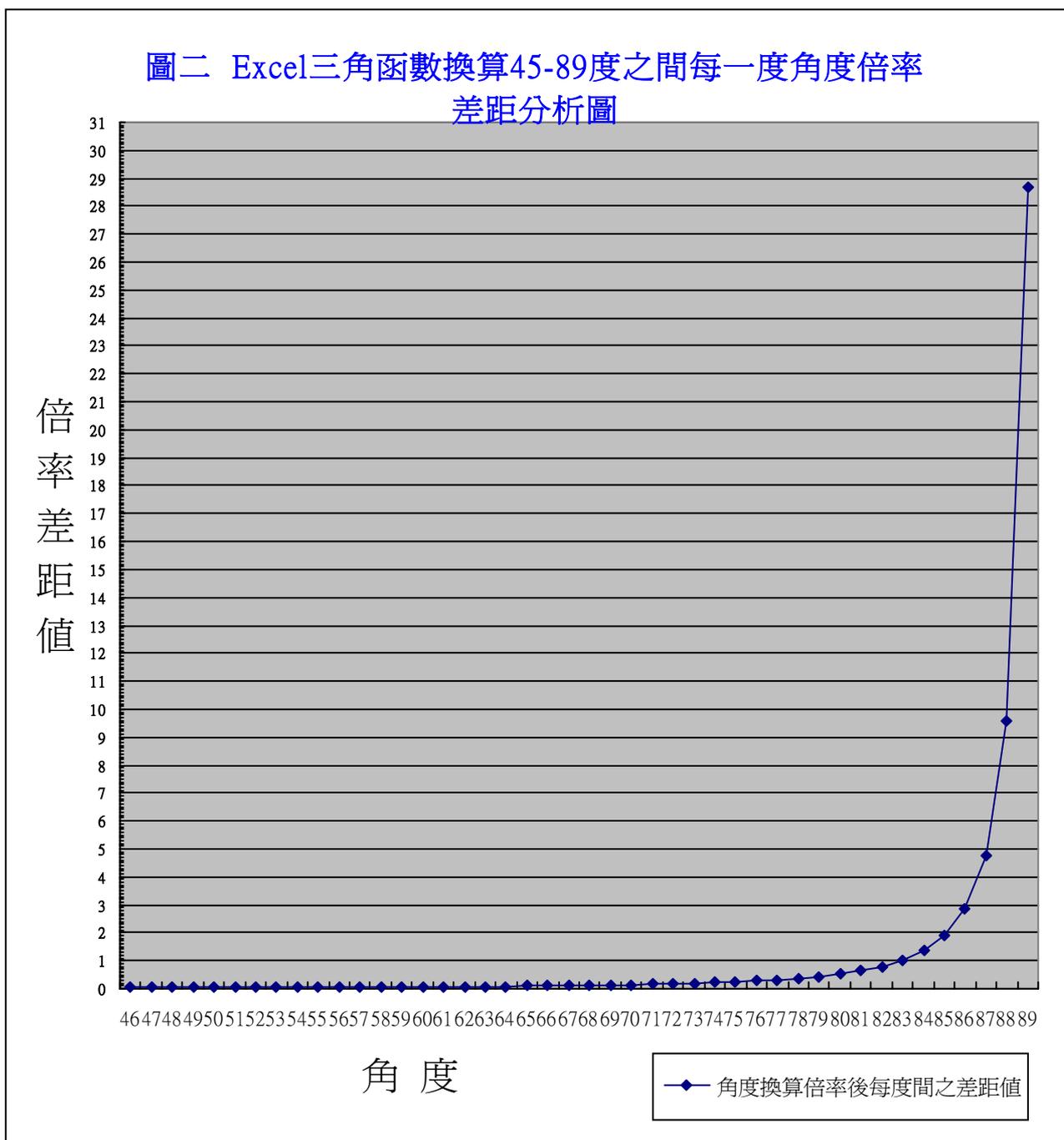
公式：直角三角形鄰邊長（底邊長） $\times$  角度換算倍率 = 對邊長（所要測量的高度距離）

角度	倍率	角度	倍率	角度	倍率	角度	倍率
52.6	1.307946	56.9	1.533997	61.2	1.818993	65.5	2.1943
52.7	1.312688	57	1.539865	61.3	1.826537	65.6	2.204488
52.8	1.317451	57.1	1.545765	61.4	1.83413	65.7	2.214754
52.9	1.322237	57.2	1.551696	61.5	1.841771	65.8	2.225101
53	1.327045	57.3	1.55766	61.6	1.849461	65.9	2.235528
53.1	1.331875	57.4	1.563656	61.7	1.857202	66	2.246037
53.2	1.336728	57.5	1.569686	61.8	1.864992	66.1	2.256628
53.3	1.341603	57.6	1.575748	61.9	1.872834	66.2	2.267304
53.4	1.346501	57.7	1.581844	62	1.880726	66.3	2.278064
53.5	1.351422	57.8	1.587973	62.1	1.888671	66.4	2.28891
53.6	1.356367	57.9	1.594137	62.2	1.896669	66.5	2.299843
53.7	1.361335	58	1.600335	62.3	1.904719	66.6	2.310864
53.8	1.366327	58.1	1.606567	62.4	1.912824	66.7	2.321974
53.9	1.371342	58.2	1.612835	62.5	1.920982	66.8	2.333175
54	1.376382	58.3	1.619138	62.6	1.929196	66.9	2.344467
54.1	1.381446	58.4	1.625477	62.7	1.937465	67	2.355852
54.2	1.386534	58.5	1.631852	62.8	1.94579	67.1	2.367332
54.3	1.391647	58.6	1.638263	62.9	1.954171	67.2	2.378906
54.4	1.396785	58.7	1.644711	63	1.962611	67.3	2.390577
54.5	1.401948	58.8	1.651196	63.1	1.971108	67.4	2.402346
54.6	1.407137	58.9	1.657719	63.2	1.979664	67.5	2.414214
54.7	1.412351	59	1.664279	63.3	1.988279	67.6	2.426182
54.8	1.41759	59.1	1.670878	63.4	1.996954	67.7	2.438252
54.9	1.422856	59.2	1.677516	63.5	2.00569	67.8	2.450425
55	1.428148	59.3	1.684192	63.6	2.014487	67.9	2.462703
55.1	1.433466	59.4	1.690908	63.7	2.023346	68	2.475087
55.2	1.438811	59.5	1.697663	63.8	2.032268	68.1	2.487578
55.3	1.444183	59.6	1.704459	63.9	2.041254	68.2	2.500178
55.4	1.449583	59.7	1.711295	64	2.050304	68.3	2.512889
55.5	1.455009	59.8	1.718172	64.1	2.059419	68.4	2.525712
55.6	1.460463	59.9	1.725091	64.2	2.068599	68.5	2.538648
55.7	1.465945	60	1.732051	64.3	2.077847	68.6	2.551699
55.8	1.471455	60.1	1.739053	64.4	2.087161	68.7	2.564867
55.9	1.476994	60.2	1.746098	64.5	2.096544	68.8	2.578154
56	1.482561	60.3	1.753187	64.6	2.105995	68.9	2.591561
56.1	1.488157	60.4	1.760318	64.7	2.115516	69	2.605089
56.2	1.493782	60.5	1.767494	64.8	2.125108	69.1	2.618741
56.3	1.499437	60.6	1.774714	64.9	2.134771	69.2	2.632519
56.4	1.505121	60.7	1.781979	65	2.144507	69.3	2.646423
56.5	1.510835	60.8	1.789289	65.1	2.154316	69.4	2.660457
56.6	1.51658	60.9	1.796645	65.2	2.164198	69.5	2.674621
56.7	1.522355	61	1.804048	65.3	2.174156	69.6	2.688919
56.8	1.52816	61.1	1.811497	65.4	2.184189	69.7	2.703351

照片二 A 此表例為利用 Excel 軟體三角函數 TAN 角統計出 52.6-69.7 度的倍率數據

實驗三 利用 Excel 軟體三角函數 TAN 所求出倍率數據，比較分析直角三角形 45-89 度之間每一度角度倍率差距值

結果 如圖二 照片三-A



由圖二比較出當角度大於 85 度時，所求出的倍率差距越大，相同的誤差也將提高，較不宜使用。除非操作時更謹慎，故我們覺得 45~85 度之間的度數較適合用來測量

若利用去年的簡易高度測量器底邊長固定，而將角度調整到大於 45 度以上時，雷射筆光源可以順利測得大於底邊長的高度嗎? ( 實驗四 五中進行)

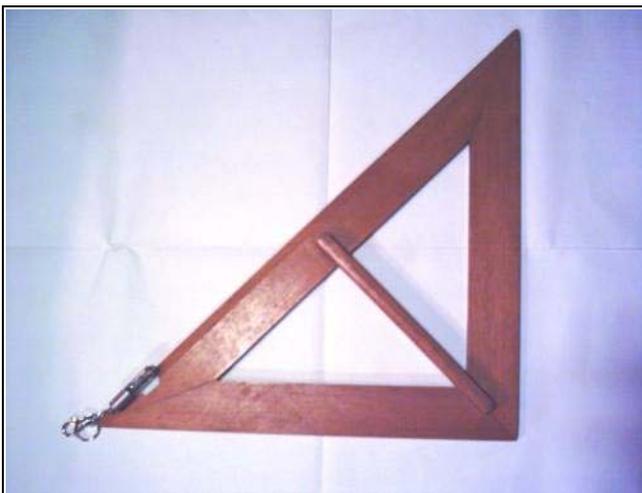
角度	倍率A	角度	倍率B	角度換算之倍率B-A差距值
45	1	46	1.03553	0.035530314
46	1.03553	47	1.072369	0.036838296
47	1.072369	48	1.110613	0.038243805
48	1.110613	49	1.150368	0.039755892
49	1.150368	50	1.191754	0.041385185
50	1.191754	51	1.234897	0.043143564
51	1.234897	52	1.279942	0.045044476
52	1.279942	53	1.327045	0.047103189
53	1.327045	54	1.376382	0.049337099
54	1.376382	55	1.428148	0.051766986
55	1.428148	56	1.482561	0.054412962
56	1.482561	57	1.539865	0.057303995
57	1.539865	58	1.600335	0.060469565
58	1.600335	59	1.664279	0.063944953
59	1.664279	60	1.732051	0.067771325
60	1.732051	61	1.804048	0.07196948
61	1.804048	62	1.880726	0.076667871
62	1.880726	63	1.962611	0.08188404
63	1.962611	64	2.050304	0.087693336
64	2.050304	65	2.144507	0.094103079
65	2.144507	66	2.246037	0.101229853
66	2.246037	67	2.355852	0.109185592
67	2.355852	68	2.475087	0.117973488
68	2.475087	69	2.605089	0.127602711
69	2.605089	70	2.747477	0.138083555
70	2.747477	71	2.904211	0.149423458
71	2.904211	72	3.076684	0.173472659
72	3.076684	73	3.270853	0.193169081
73	3.270853	74	3.487414	0.216561825
74	3.487414	75	3.732051	0.244636364
75	3.732051	76	4.010781	0.278730126
76	4.010781	77	4.331476	0.320694941
77	4.331476	78	4.70463	0.373154235
78	4.70463	79	5.144554	0.439223906
79	5.144554	80	5.671282	0.526727804
80	5.671282	81	6.313752	0.642469925
81	6.313752	82	7.11537	0.801618208
82	7.11537	83	8.144346	1.028976706
83	8.144346	84	9.514364	1.370018026
84	9.514364	85	11.43005	1.915687849
85	11.43005	86	14.30067	2.870613954
86	14.30067	87	19.08114	4.780470431
87	19.08114	88	28.63625	9.555116595
88	28.63625	89	57.28926	28.65370835
89	57.28926	90	1.638+16	1.632468+16

照片三 A

為利用 Excel 軟體三角函數 TAN 角統計出 45-89 度之間每度角度的倍率差距數據

研究二 自製可調整角度的高度測量器，以克服測量時地面空間狹窄及測高建築物的困擾

去年以雷射筆投射光源導向性佳的特性，將雷射筆固定在三角板斜邊上，以投射的光源取代斜邊延長線，測得以往不易測得的高度（照片四-A）現要製作可調整角度的測量器，我們試過許多方法（照片四-B），包括量角器、圓規，最後仍覺得在原來測具上加裝可移動的尺規及雷射筆較適合



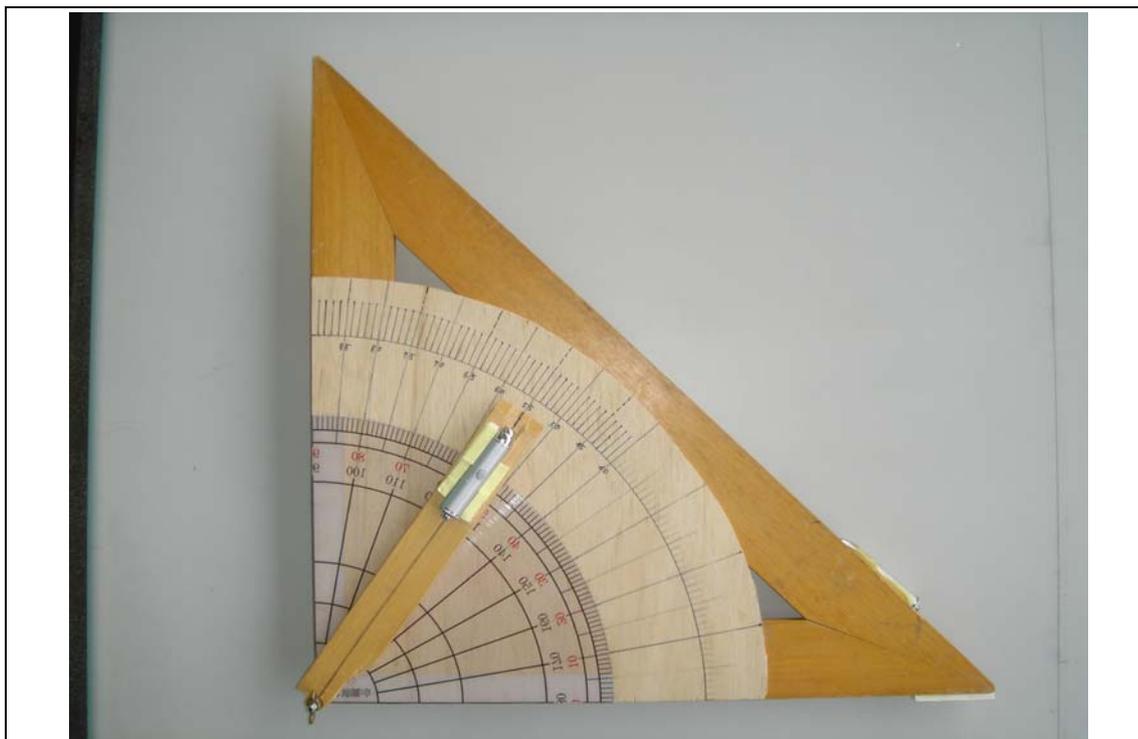
照片四-A 去年參加科展我們利用雷射筆、皮尺和直角等腰三角板自製簡易高度測量器，可順利測得約 20 公尺高的建築物



照片四-B 以紙板所做的測具雛型，固定軸容易歪斜

實驗四 利用雷射筆、量角器、捲尺與直角等腰三角板製作可調整角度的高度測量器

(一) 步驟 照片四-C



- 1 在木板上畫一個大圓並取四分之一圓
  - 2 在圓上畫出 0~90 度角後裁下備用
  - 3 利用螺絲軸將角度指標及四分之一圓固定在三角板上
  - 4 在指標軸中央固定雷射筆並檢測光源是否對準角度
- 照片四-C

實驗五 檢測可調整角度自製簡易高度測量器的精確性

(一) 步驟

- 1 在牆面及地板上皆黏上捲尺
- 2 將測量器定位在 50 cm 處
- 3 將角度分別改變後，乘以對邊/鄰邊的比值
- 4 計算出數據並與實測後的高度做比較

(二) 結果 如表四

表四 使用簡易高度測量器角度改變所測得高度比較表 底部固定：50 cm

調整角度(度)	45	50	55	60	65	70	75	80
高度測得長度	50	59.5	71.5	86.6	107.5	137.5	187	285
實測高度	50	59.5	71.4	86.5	107.2	137.3	186.5	不易觀察

當測具底部固定，角度大於 45 度時可順利測得大於底邊長的高度，且與實測結果相近

實驗六 以自製可調整角度測量器測量不同物體的高度，並與去年的簡易高度測量器做比較

(一) 步驟

- 1 用測量器調整不同角度測出物體的高度(底邊長自訂)
- 2 與去年測量器測得結果及實測比較

(二) 結果 表五 照片六-ABCDE

表五 自製可調整角度測量器與去年測量器及實測結果比較表 單位：m

高度項目		受測物										
		教室高度	教室門	狹窄樓梯間		遊樂場	籃球架高	大王椰子	行政大樓			
自製可調整角度測量器	底部長	1	1	1	2	2	2	5	1	5	7	
	角度(度)	73	64	78	67	53	57	73.3	86.9	74.8	69.2	
	換算所得高度	3.27	2.05	4.7	4.7	2.65	3.07	16.55	18.4	18.4	18.4	
去年簡易高度測量器測得高度		3.30	2.06	地面空間不足 4m 無法測得		2.69	3.10	16.54	18.43 (晚上 7 點測得)			
實際測得高度		3.28	2.05	目測約 4		2.65	3.05	目測約 17	詢問總務處建物高度為 18.30			

- 1 由上述數據可看出調整角度測具所測出的物體高度與實測接近
- 2 在測5 m以上高度時，使用可調角度測量器可將底部設定為短距離，透過角度的調整及倍率換算求得高度。不必再將皮尺拉得和高度距離一樣長，解決了去年測量器測高建物時的不便

新發現

透過可調角度測量器可以較大的角度，配合現有的地面空間順利測得高度，遠比估測誤差要小，克服測量時地面空間狹窄及測高建物的困擾

問題

去年用高度測量器再配合另一支雷射筆，嘗試測出兩棟教室間距及河面寬度，而可調角度的測量器，也能測平面空間的距離嗎?(實驗七 八十進行)



照片六-A 以可調角度測量器用較短的底長測得教室門高 約 2.05m



照片六-B 去年用自製測量器測得教室門高度約 2.06 m



雷射光點可清楚的打在天花板上

照片六-D 用可調角度測量器測量，以 1 m 底長×角度倍率約 73 度，換算後測得教室高約 3.27m



照片六-C 再用捲尺實測，觀察記錄並比較



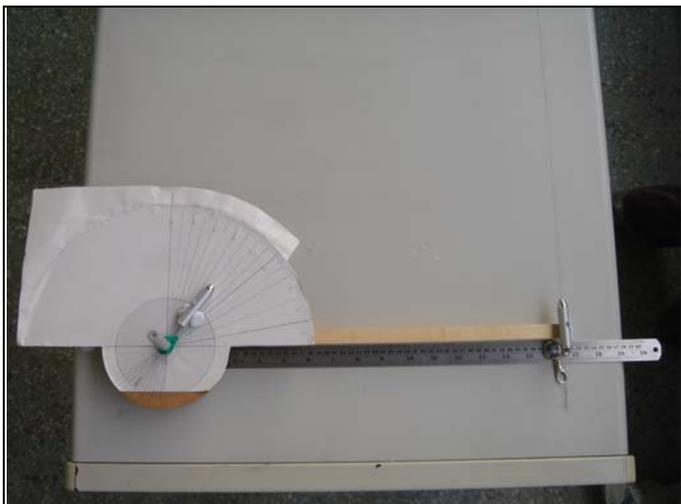
照片六-E 在測量狹窄樓梯間時，用去年的測量器無法順利測得；可調角度測量器底部皮尺訂定 1 m 時，角度調到約 78 度，可測得樓梯間高度約 4.7m

### 研究三 自製可測量空間距離的簡易測量器，以克服不易丈量的空間距離、不規則物體及深度

用可調角度測量器測兩棟教室間距時，發現測具改放平面式仍須將底墊高並不簡便。我們想嘗試做一個手拿式固定測具，之前實驗中底部固定1m時角度調整在88度左右，應可測得30m的距離，我們曾做了幾個測具之後在老師的協助指導下，選擇較好的材質製作，覺得實驗七-二 測具誤差較小

#### 實驗七一 一 製作手拿式底長固定的測量器

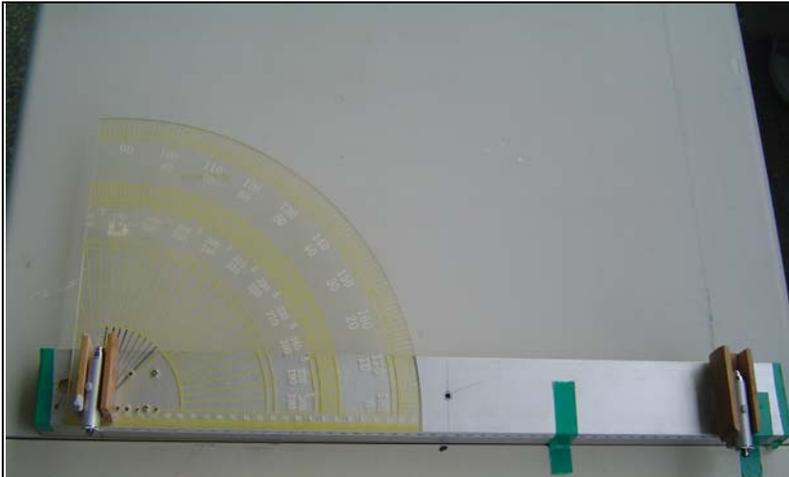
##### (一) 步驟 照片七 - A B

	<ol style="list-style-type: none"> <li>1 利用光碟空盒做調整角度的軸心</li> <li>2 在紙板上畫出小圓及大圓(取半圓)，並畫出角度刻度及軸線並剪下</li> <li>3 黏妥軸心並固定雷射筆</li> <li>4 裁木條 50 cm做底部固定尺規，一端固定一支雷射筆( 投射光源需與固定尺規成垂直)，一端固定調整轉盤及另一支雷射筆</li> </ol> <p>照片七-A</p>
	<ol style="list-style-type: none"> <li>5 兩支雷射筆的高度成水平</li> <li>6 檢測其雷射光源可否交會</li> </ol> <p>(二) 結果 雷射筆投射光源無法重疊，表水平仍需調整改良</p> <p>照片七 -B</p>

#### 實驗七 一二 改良製作手拿式底長固定測量器的材質

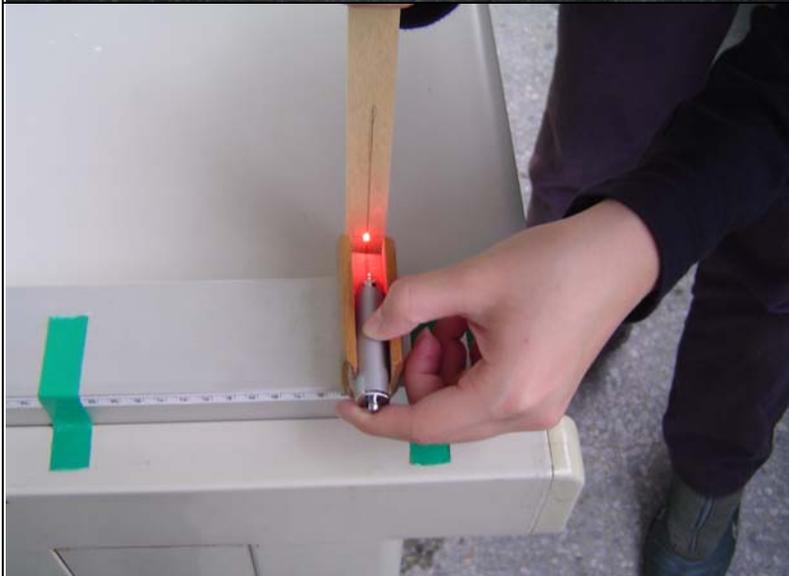
##### (一) 步驟 照片七 - C DEFGH

	<ol style="list-style-type: none"> <li>1 找出損壞量角器、圓規及鋁板裁切利用</li> <li>2 在量角器中心點鑽洞定軸心</li> <li>3 在鋁板上找出50cm、100cm作為底部固定尺規，各鑽上固定的孔洞</li> </ol> <p>照片七 -C</p>
---	--



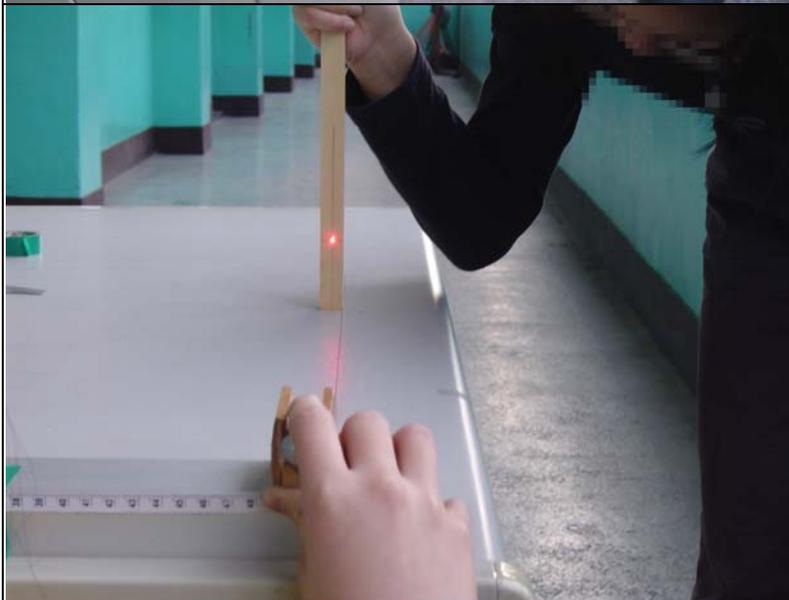
- 4 將量角器及雷射筆架固定在鋁板上
- 5 將兩支雷射筆調整出正確位置，一端投射光源需與固定尺規成垂直，且兩端的高度需成水平，再分別定位在左右兩端

照片七 -D



- 6 檢測一端投射光源是否與固定尺規成垂直，取一木條對準投射光源畫出中心位置

照片七 -E



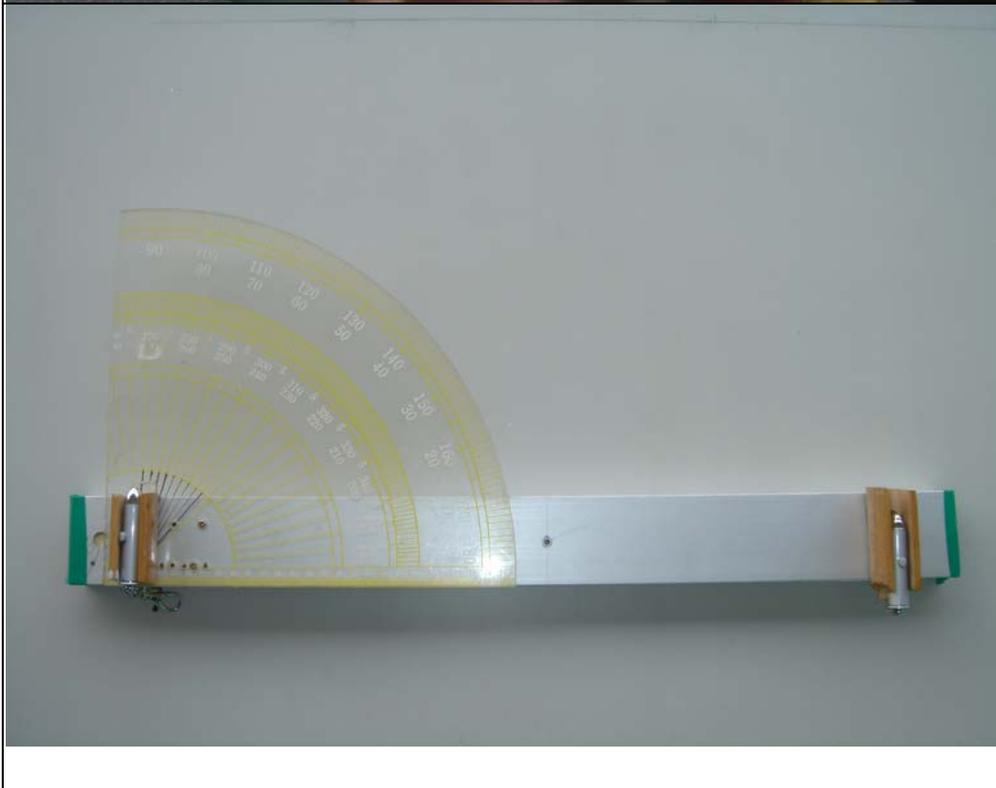
- 7 在桌面畫一垂直線，將木條直線往後移動，觀察光點是否仍在中心位置

照片七 -F



8 檢測左右兩端  
雷射筆所投射光  
源是否可交會並  
成水平

照片七 -G



照片七 -H  
此為可測空間離，底  
長固定 50 cm的測量  
器

## (二) 結果

左右雷射光源幾乎可交會在一起並接近重疊，形成一個大的直角三角形  
以底長 $\times$ 角度換算倍率後，求出直角三角形的對邊長，就是所要測的距離

實驗八 檢測可測量空間距離簡易測量器的準確性

步驟及結果 照片八 -ABC

	<p>步驟及結果</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1 以底長 50 cm 的測具，在皮尺 2m 處打亮兩端光點，使轉盤上的兩端雷射光點重疊</li><li>2 測得角度 76 度換算倍率後<math>\times</math>底長所得數據 2m，為距離長度</li></ol> <p>照片八 -A</p>
	<ol style="list-style-type: none"><li>3 在皮尺 5m 處同法測量，以 84.3 度使光點交會，換算後為 5 m 與底部皮尺等長</li></ol> <p>照片八-B</p>
	<ol style="list-style-type: none"><li>4 站立手拿測具在皮尺 5m 處同法測量，求出對邊長為 5m</li><li>5 8m 處 角度調整到約 87.1~87.2 度換算後測得對邊長約 8m</li></ol> <p>照片八 -C</p>

測具在 85 度以下時，所測得結果與實測相近，但角度調整在 86~89 度時，操作觀察需更謹慎，否則小小一點刻度，會影響測量結果很多。要如何改善這個問題？去年曾比較各種雷射筆，其中可拆下聚光凸透鏡片的雷射筆光源可將物體清楚且等比例放大來觀察，是否也能將它運用在觀察微小刻度上？（如 照片九 -ABCDE ）



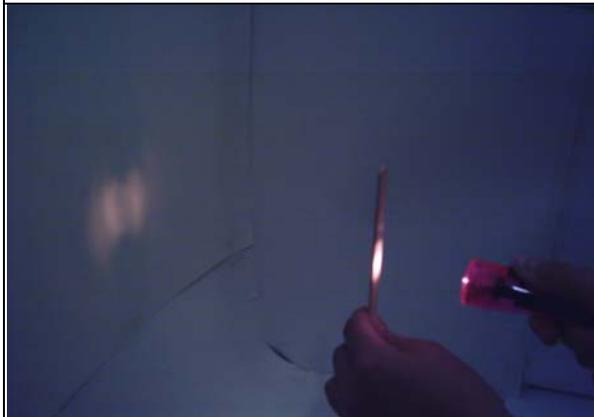
照片九 -A 在各種雷射筆中，可旋轉調整焦距式的雷射筆，能將前面聚光凸透鏡鏡片拆下

照片九 -B 右者為可拆下聚光凸透鏡片的雷射筆其光源可將物體清楚且等比例放大



照片九 -C 可拆下聚光凸透鏡片的雷射筆物體呈像於接近布幕正前方，可清楚呈現影像與實物一樣大小

照片九 -D 將竹棒慢慢移向雷射鏡頭時，影像清楚且成比例放大，是一般照射光源所沒有的



照片九 -E 而一般手電筒投射光源則模糊，無法清楚呈像

實驗九 製作可觀察 0.1 刻度，且可測量空間距離的簡易測量器

以除去鏡頭的雷射筆其光源可將物體清楚且等比例放大的特性，配合一根頭髮加裝在可測量空間距離的測量器上

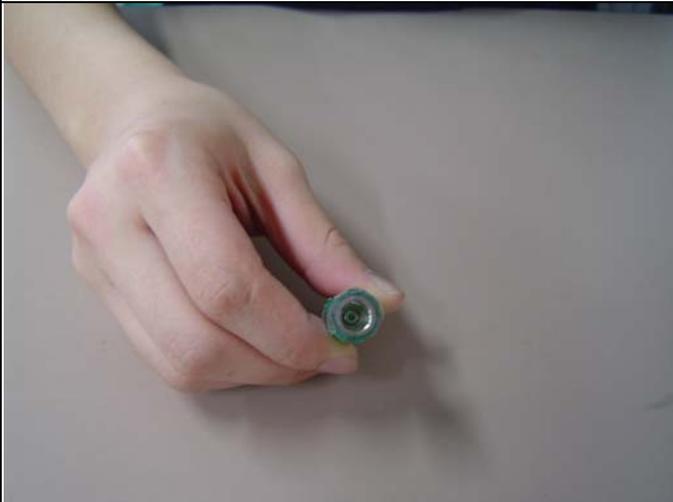
(一) 步驟 照片九 - FGHIJ



1 將實驗八所做測具量角器部分，量測出每一度的寬度，畫成長條狀 照片九 -F



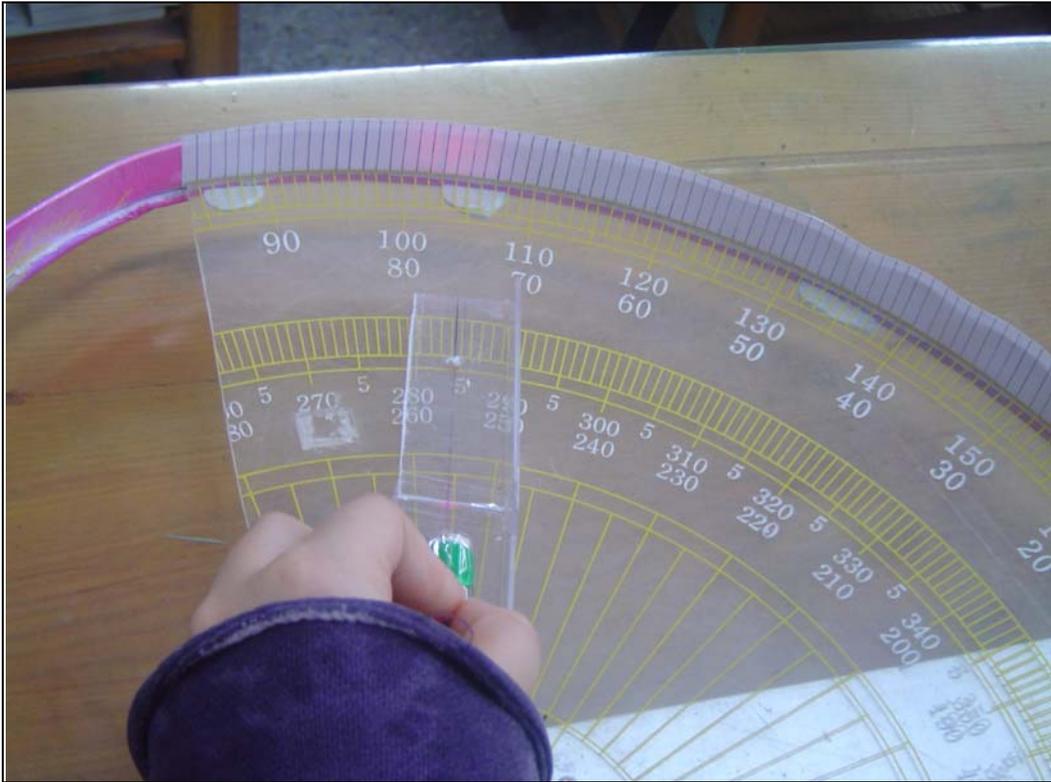
2 剪蛋糕盒外緣作支撐物，將刻度對準量角器刻度，立起黏在量角器的外圍 照片九-G



3 在除去鏡頭的雷射筆前黏上一根頭髮，作為 0.1 度指示刻度 照片九 -H

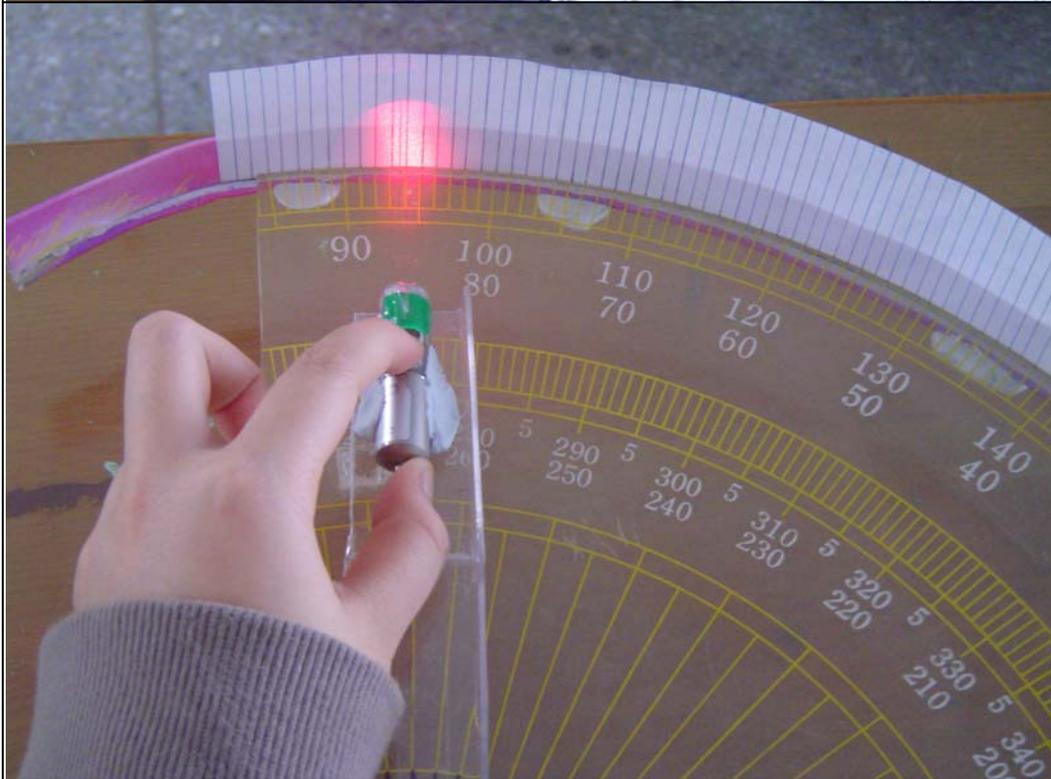


4 做一底座置固定除去鏡頭的雷射筆並與調整用雷射光源成一直線 照片九-I



6 調整雷射筆投射在刻度表上的距離 將雷射筆往後移則頭髮會等比例變寬

照片九-J



7 往前調整雷射筆 使其頭髮寬度剛好為 0.1 度寬

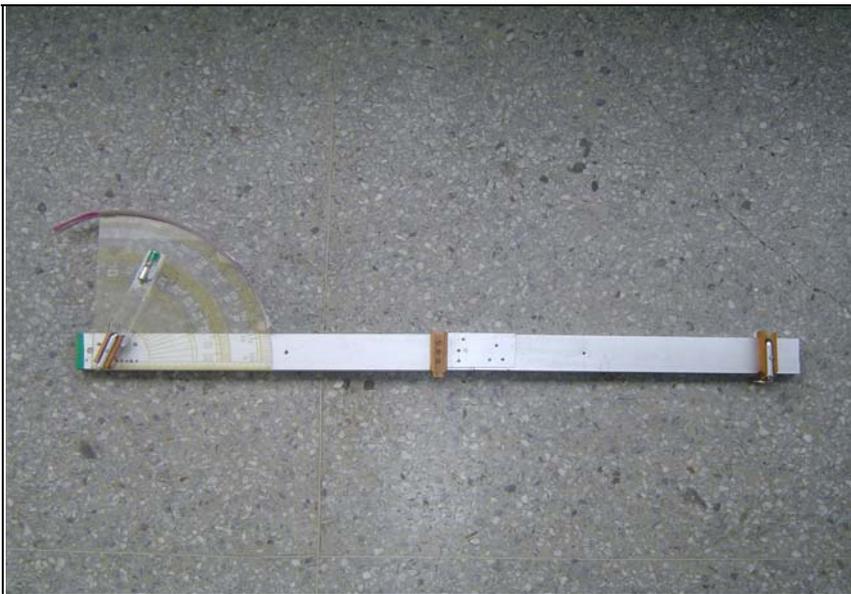
8 檢測指示刻度的準確性

照片九-K

(二) 結果 頭髮藉由除去聚光凸透鏡片雷射筆光源的投射可清楚的觀察到 0.1 度的刻度，可作為 0.1 度的指示刻度

實驗十 測量各種不同空間的距離，檢測測量器的準確性

(一) 步驟 照片十 -ABCDEF GH



1 將測量器底長加長為 1m，用螺絲固定，以增加測量長度的範圍

照片十 -A



2 以底長 1 m 的測量器測活動中心的長，待光點交會後再按下除去鏡頭的雷射筆，以觀察細微刻度

照片十 -B



3 同法測量活動中心的寬且實測並與測量結果做比較

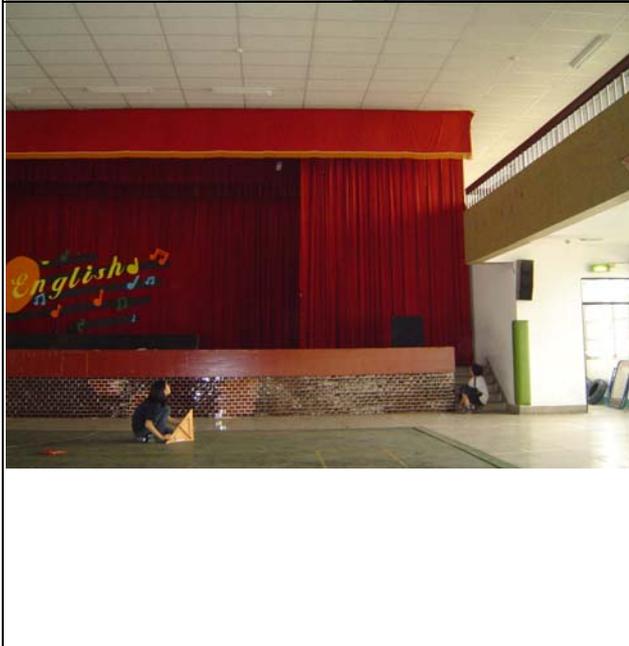
照片十 -C



4 以可觀察 0.1 刻度測量器，向上測活動中心高度

兩雷射光點交會在天花板上

照片十 -D



5 以去年測量器測高度

照片十 -E



6 以可調角度的高度測量器測高度，可以較短的底長測得

照片十 -F



照片十 - G 可利用測量器向下測量物體的深度



照片十 - H 以 71 度測得數據加桌子高度，求得涼亭高度約 3.65m (量測不規則物體)

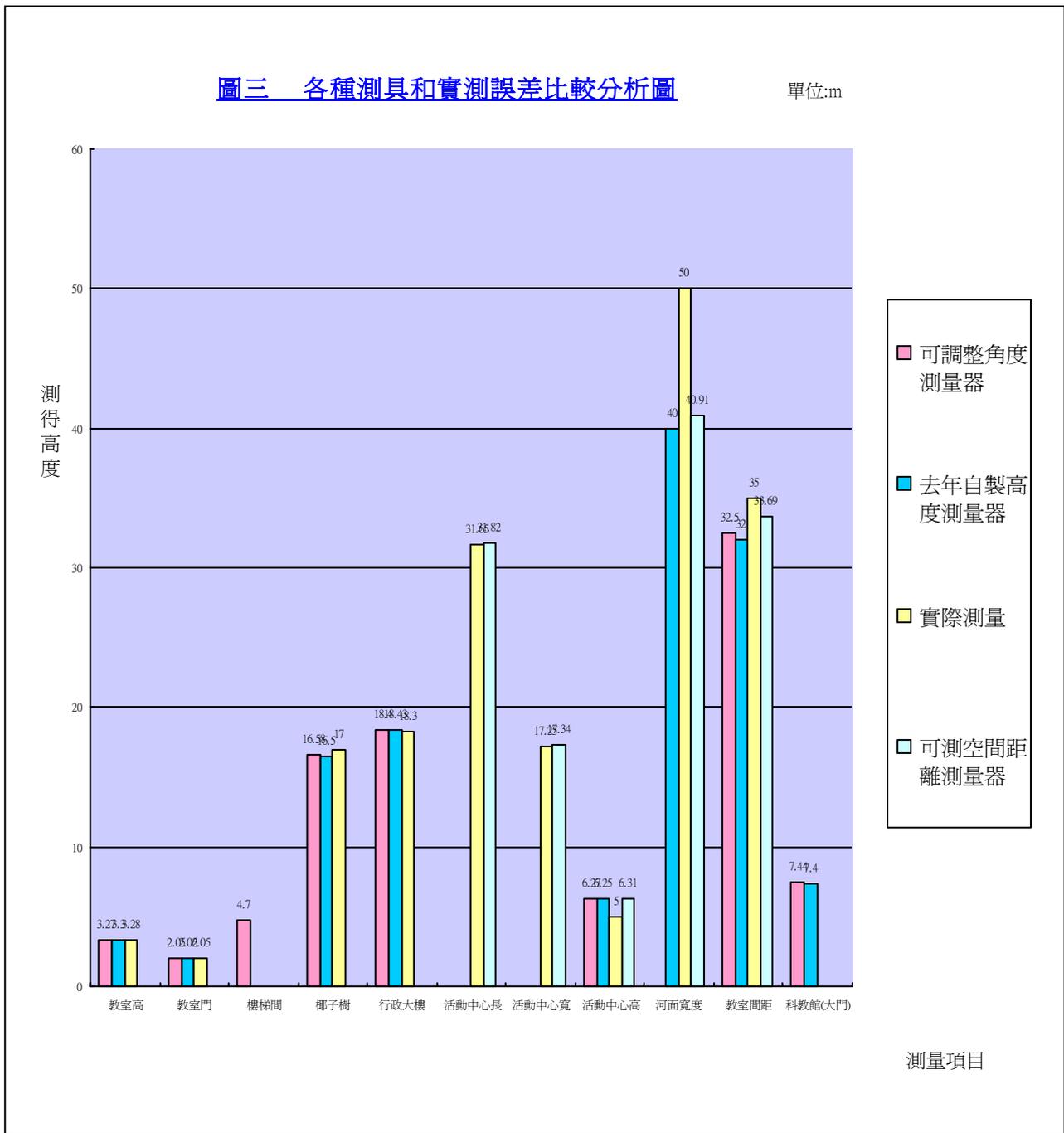
(二) 結果 表六

表六 自製可測量空間距離的簡易測量器與去年測量器及實測結果比較表 單位：m

種類	測量物	活動中心			兩棟教室間距	涼亭高度 (不規則物體)	車水馬龍的馬路寬度
		長	寬	高			
可測量空間距離的簡易測量器	底長	1	1	1	1	1	1
	角度(度)	88.2	86.7	81	88.3	71	85.5
	換算測得結果	31.82	17.34	6.31	33.69	3.65 2.90 加桌高 0.75	12.7
可調整角度簡易高度測量器				6.27	32.5		
去年測量器				6.25	32		
實測		31.65	17.25	估測約 5	估測約 35 實測約 31.5	估測約 5	估測約 10

站在定點上利用可測量空間距離的測量器，可測量平常不易丈量的空間距離例：兩棟教室間距、不規則物體、深度。比去年測具要簡便，同時也可測得定點到目標間夾角的度數

# 實驗十一 各種自製簡易測量器誤差值之比較



## 結果

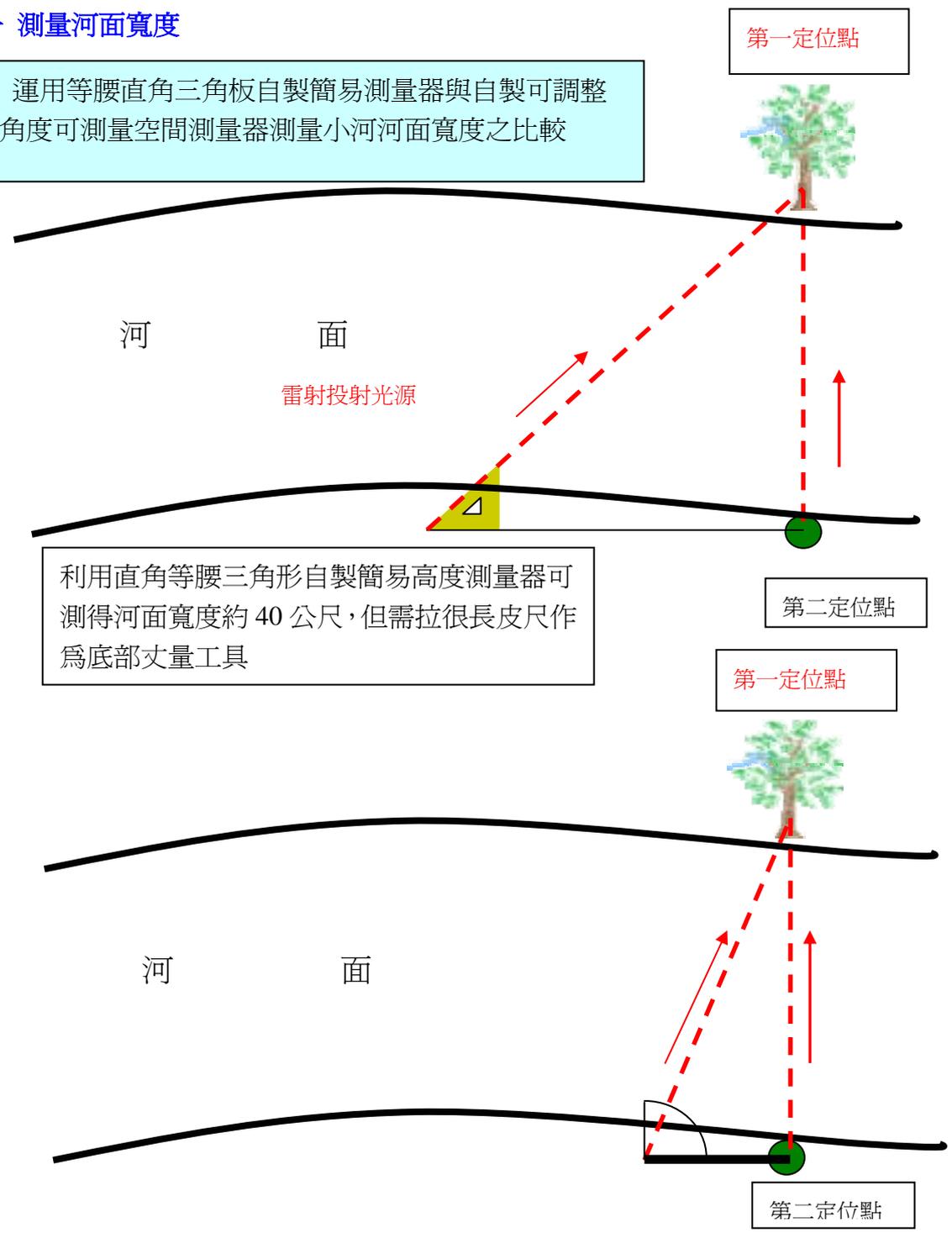
去年測量器平均約 2 m 誤差 1 cm

今年的兩組測量器 5 m 內平均約 2 m 誤差 1 cm

使用較大角度或量測較長距離時平均約 3 m 誤差 2 cm

研究四、各種自製簡易測量器在生活上的運用  
 實驗十二- 一 測量河面寬度

圖四 運用等腰直角三角板自製簡易測量器與自製可調整角度可測量空間測量器測量小河河面寬度之比較



以底長固定一公尺並利用兩支雷射筆分別替代直角三角形垂直及斜邊的延長線，所自製的可調整角度可測空間距離的測量器，可以 88.6 度的角度測得河面寬度約 40.91 公尺，無須再拉長長的皮尺做為底部的丈量工具，而可以較大的角度順利測得河面寬度。

結果

在晚上約 7 點，利用可調角度可測空間距離的測量器，可以固定底長、較大的角度，順利測得河面寬度，無須再拉長長的皮尺做為底部丈量工具，較使用去年自製高度測量器要方便，也比估測約 50 m 準確

實驗十二- 二 測量樹的最大直徑  
步驟 照片十二-ABCDEF



- 1 用雷射光垂直找出樹幹最寬的部分
- 2 在地面畫出基準線

照片十二-AB



- 3 再用測量器由右向左水平移動

照片十二-C



雷射兩光束  
交會在樹幹  
的一端

4 並量出寬度

照片十二-D 所量出樹  
幹直徑為 1.8 m



5 用皮尺量出樹幹周  
長求出平均直徑

照片十二-E 所量出樹  
幹周長為 3.4 m，平  
均直徑為 1.08 m

### 結果

一般觀察植物生長多會透過年輪的觀察或樹幹的粗細來估測，而樹幹的周長並不是正圓，若以平均值較難找出最大直徑的範圍，而我們使用可調角度可測空間距離測量器，利用水平移動的方法可簡單測得大樹的最大直徑，可用來觀察植物的生長，將來也可用來量測神木的最大直徑



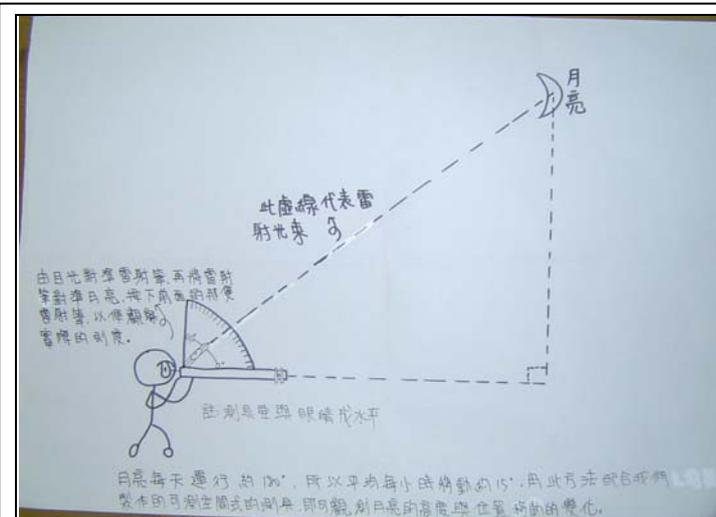
照片十二-F G 以可調角度測量器可以 1m 的底長 65 度的角度檢測看板兩端高皆為 2.14m



照片十二-H I 以可調角度可測空間測量器 75 度角度換算後求出看板兩端與測量器具離皆為 1.86m

結果 兩種可調角度測量器皆可用來檢測水平，將可用來檢測寺廟及建築物的水平

實驗十二- 四 觀測月亮高度



照片十二-J 我們用可測空間測量器來觀測月亮高度，只要注意測量器與目光成水平就可輕鬆測得。只可惜晚上相機照不清楚。有別於自然課的簡易月亮觀測器

## 陸、討論

### 一 直角三角形中某角度相同時，對邊長與鄰邊長的比都相同嗎？

由研究一中所畫出直角三角形及數據中發現當同一角度時，不論對邊、鄰邊或斜邊長固定，其對邊長與鄰邊長所求的比值相近且成正比，可明顯看出直角三角形，不管等比例放大幾倍，只要是同一角度的直角三角形，對邊長與鄰邊長的比有一定的倍率可循。我們感到好奇，於是請教老師有關直角三角形角度的問題，才知這和將來會學的三角函數相關，老師指導我們三角的概念並利用 Excel 軟體求出 TAN 三角函數找出各個角度對邊長與鄰邊長的倍率，發現所畫出同一角度對邊長與鄰邊長所求出的比值和用軟體換算出的倍率幾乎相同。也就是直角三角形中對邊長與鄰邊長之間是有一定的倍率，有助於我們製作可調整角度高度測量器的可行性

### 二 直角三角形中某角度相同時，對邊長/鄰邊長的比值都適合做測量的數據嗎？

由實驗三的倍率表中，比較出 45 度以下比值小於 1 倍無需採用，而當角度大於 85 度時，所求的倍率差距越大，若想使用這些角度操作需更謹慎，否則小小 1 度之間誤差將提高。故我們覺得 45~85 度之間度數較適合使用

### 三 我們所做的高度測量器與前人測高度的方法有何優缺點？

測量工具	優點	缺點
前人以陽光及影子來觀測椰子樹高	較環保	1 在室內無法測得 2.室外受限太陽光角度及光線強弱，變因較多
我們以雷射筆配合三角板皮尺或以雷射筆配合量角器來測量高度、河面寬度、樹的最大直徑...	操作簡單方便 取材容易 室內皆可測得	1 白天室外光線太強 3 m 以上的高度不易測得 2 約在晚上 7 點方可測得高約 20 m 的高度及河面寬度...

### 四 實驗中影響測量器精準性的最大原因？

雷射筆的品質是其中之一，但實驗七、八中發現測具上雷射筆的放置是否垂直與平行是影響雷射光束交會的重要因素。且測具使用久了只要有定點鬆脫，則易出現光束無法交會的情形影響測量結果。故測量前的檢測是很重要的且越精細的測量需要更精密的測具才能達成，而我們所做的測具仍有改進空間

### 五 實驗中各種測量器的誤差值都一樣嗎？

比較各種測量器的誤差值之後發現：

去年測量器依數據所求出平均誤差約 2m 誤差 1 cm

今年的兩組測量器在 5m 內平均約 2m 誤差 1 cm

用較大角度或量測較長距離時平均約 3m 誤差 2 cm

## 柒、結論

- 一 我們利用小小的雷射筆光束直線前進導向性佳的特性，加裝在自製的各種測量器上，用它來替代直角三角形邊長的延長線，又運用了三角的概念，順利測得以往不易測量的物體，使得測量變容易了，也因為參與此次的科展學到很多數學的運用，更讓我們覺得學數學是如此生活化、有用且有趣的
- 二 由實驗一中所畫出的直角三角形及數據中發現當某角度相同時，不論對邊、鄰邊或斜邊長固定，其對邊長與鄰邊長所求出的比值幾乎相同

我們可以鄰邊長 $\times$ 自己所找出 $\frac{\text{對邊長}}{\text{鄰邊長}}$ 的比值，求出所要測量的高度

也可利用電腦求出角度倍率，以底長 $\times$ 角度倍率換算後即可求出直角三角形的對邊長  
公式：直角三角形鄰邊長（底邊長） $\times$ 角度換算倍率=對邊長（所要測量的高度距離）

- 三 **研究二中**透過可調整角度測量器可將底部設定為短距離，以較大的角度配合現有的地面空間即可測得高度，不必再將皮尺拉得和高度距離一樣長，解決了去年測量器測高建築物時的不便。比估測誤差要小，克服當地面空間狹窄時，測量高建築物的困擾
- 四 **研究三中**可調整角度可測空間距離的測量器，透過兩端雷射光束的交會，在空間中可形成一個大的直角三角形，經角度的倍率換算後，順利測得所要測的距離且與實測相近。無須再拉長長的皮尺做為底部丈量工具，克服了不易丈量的空間距離（兩棟教室間距、馬路寬度）、不規則物體（涼亭高度、寺廟）及向下測量深度。以此測量器測平面距離的方式較去年的測具要操作簡單且較不受空間限制，也更省時省力、有趣多了。同時也可測得定點到目標間夾角的度數
- 五 實驗九、十中以除去聚光凸透鏡片的雷射筆光源可將物體清楚且等比例放大的特性，配合一根頭髮加裝在測量器上後，可明顯得觀察到 0.1 度的刻度，提高了測量器的精確性。
- 六 **研究四中**運用所做的各種測量器來測量河面寬度、樹的最大直徑、檢測寺廟和建物水平檢測上、觀測月亮高度...

## 捌、未來工作

- 一 我們想以可調角度可測空間距離測量器，利用水平移動的方法加上固定架，測「神木」最大直徑
- 二 我們也曾試著在建築物中心對準各個角落測出數據做成比例分析，相信應可運用在畫建築物的縮小比例圖或建築模型上
- 三 我們想利用雷射筆光束直線前進導向性佳的特性及光源投射水平及垂直的原理，製作一個橋樑防治災害發生的警示觀察器（用太陽能來發電）如照片十三



## 玖、參考資料及其他

- 一 第三十屆中小學科展優勝作品專輯（國小組 應用科學科）P325~336
- 二 第四十四屆中小學科展優勝作品專輯（國小組 應用科學科）.測量-我有絕招
- 三 古腰欣司作.陳蒼杰譯.圖解雷射應用與原理.初版.新店市：世茂出版社.（民 90）
- 四 劉君祖總編輯.小牛頓數學百科 6.台北市.牛頓出版股份有限公司. P214-217（民 91）
- 五 網路蒐集相關資料

<http://home.kimo.com.tw/leeyuanjia/mathbook>

<http://webcai.math.fcu.edu.tw/course>

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會  
評 語

---

國小組 生活與應用科學科

佳作

080826

測量因你而容易，數學因此而有趣

臺北市文山區武功國民小學

評語：

本研究透過直角三角形邊長及角度關係，自行設計長度量測製具。該製具可以透過二雷射點交會點的校準，以量角及製具量尺轉換出遠方長度或距離。本作品在學理面雖不艱深，卻非常實用，由小學生透過簡單的數學公式，應用於生活實際所需！充份顯示學以致用的精神。獨立完成可操作的製具，更呈現作者實務應用的學習成效。