中華民國第四十五屆中小學科學展覽會
作品說明書

國小組 數學科

佳作

080406
樸克樸克你在哪

高雄市左營區新莊國民小學

作者姓名：
小五 曾金智 小五 劉羿廷 小五 姜沛伸
小五 劉佳璋

指導老師：
李怡德 洪淑文

樸克樸克你在哪？

摘要

使用樸克牌來進行尋牌遊戲，是很多人知道的方式，我們透過實際分析，加上結合運用輔助牌及進位制的方法，對尋牌遊戲中的發牌疊合造成的牌子位置變化關係，做一完整分析，並在了解其規律後，進一步探究其相關原理的推衍與應用，讓這尋牌活動有更多的方法可行。

壹、研究動機

樸克牌是我們常玩的遊戲，許多利用樸克牌玩耍的把戲，其實都有其原理可以去了解，因此我們希望去找出潛在的數學原理，也藉此看看是否能夠進一步找出或發展出其它的解法及規則，相信這樣也可以增加平日玩牌的樂趣。

貳、研究目的

探究出樸克牌尋牌遊戲的原理何在，進一步利用這個原理，去找出其它多元可行的解法。

參、研究設備及器材

樸克牌、輔助牌、分發表（有分爲三、四、五堆的分發表）、三（及四、五）進制數値對照表、記位表、數値卡（0～5）各若干張。

肆、研究過程或方法

有一次看到同學在玩樸克牌的猜數字遊戲，覺得滿有趣的，沒想到真的能找出同學所選的數字和花色的牌，因爲不明白其中的原因爲何，我們幾位同學便想要追根究底，試圖找出其中隱含的原理。

一、牌例子分析

（一）尋牌方式--21 支樸克牌尋牌例子分析

找牌的方式如下：

1. 任意拿出 21 支樸克牌。
2. 讓別人（認牌人）記住一支自己想被找出的牌（牌數字和花色），但不能告訴找牌人，接著開始找牌行動。
3. 找牌的方式是重複三次以下的過程：依序將 21 支牌輪流分發到三堆牌中直到發完爲止，然後逐堆拿起來問認牌人，問他所選的牌（稱之爲**目標牌**）是否在這堆當中，如果有則停止，不必再問剩下的牌堆，並將這堆含有目標牌的牌堆放入三堆中間的那堆再疊成一堆（另外二堆的順序可以隨意放），接著再進行二次和剛才相同的發牌疊合動作。

   ※注意三次過程中都不可進行洗牌動作，若有的話，就需得從頭再開始進行三遍。
4. 直到前述（4）完成三次後，找牌人便要開始找出目的地的那張牌，找牌的方法是數出這一堆牌中的第 11 支（也就全部中間那支），並問認牌人以確認是不是他所選出的那支牌，結果履試不爽，果然就都是被找出來的那張牌。

（二）原理分析

這樣的方法到底理由何在？爲何 21 支當中正中間的那支牌（第 11 支）就是目標牌？又爲何一定要做三次分發的過程？且要問目標牌在哪一堆的動作？不問三次目標牌在哪一堆不行嗎？又每次都要將所問到的那堆牌放在中間那一疊嗎？會不會有三次分發還不能（不夠）找到目標牌的情況？或是不是有不必三次分發就能找到目標牌的情況？需要幾次有分發才是足夠的？以下我們將對這些疑問逐一找出答案。

我們製作 21 支數字牌（標上 1～21），自己對自己做實驗，先自己選定一張牌，並將每次的牌分發時都打開數字花色那一面來看，以便分牌時觀察自己選的那張牌的位置會有怎樣的移動和變化，再藉此來找出是不是有一定的規律。表 1 可發現原來牌堆由 1～21 的順序經過一次的分發及疊合所成的新順序爲：1、4、7、10、13、16、19、2、5、8、11、14、17、20、3、6、9、12、15、18、21，以下接著進行三次分發及疊合的探究。

任選出 21 支牌如下（起始順序）：♣5、♣K、♣Q、♣9、♣2、♣A、♠8、♦8、♠9、♦A、♦J、♦K、♠7、♥7、♥4、♥3、♥5、♠6、♠10、♠3、♦2。接著選定一支牌♠7（黑桃七），並將之依順序分發入三堆，可發現黑桃七在第一堆當中，因此將這堆放入三堆中間（成爲新的第二堆），並將三堆結合成一疊，接著再進行第二、三次動作，最後再將完成的牌中第 11 支找出來，正是所選的♠7。我們追蹤黑桃七的流動情況，一開始在整疊的第 13 支，由表 2 可知♠7 的三次移動情形，及全部 21 支牌的分發及疊合的流動情形（表 3）。

表 1. 分發疊合前後的位置順序變動示意圖

	第一堆	第二堆	第三堆
第 1 支	1（8）	2（1）	3（15）
第 2 支	4（9）	5（2）	6（16）
第 3 支	7（10）	8（3）	9（17）
第 4 支	10（11）	11（4）	12（18）
第 5 支	13（12）	14（5）	15（19）
第 6 支	16（13）	17（6）	18（20）
第 7 支	19（14）	20（7）	21（21）

※a（ b ）：a 表示分發前原牌堆中的位置，b 表示疊合後在牌堆中的新位置

※新順序是決定在目標牌（第 4 張）堆放中間而排出來的

從第一堆第 5 支（合一起爲第 12 支） → 第三堆第 4 支（合一起爲第 11 支） → 第二堆第 4 支（合一起爲第 11 支） → 完成

表 2.　21 支牌（含♠7）在三次分發過程中流動的情形

	第一次分發			第二次分發			第三次分發		
	第一堆	第二堆	第三堆	第一堆	第二堆	第三堆	第一堆	第二堆	第三堆
第1支	♣5	♣K	♣Q	♣K	♣2	♦8	♣K	♦J	♠3
第2支	♣9	♣2	♣A	♦J	♥7	♥5	♠8	♥3	♣A
第3支	♠8	♦8	♠9	♠3	♣5	♣9	♥4	♦8	♥5
第4支	♦A	♦J	♦K	♠8	♦A	♠7	♣9	♠7	♣Q
第5支	♠7	♥7	♥4	♥3	♠10	♣Q	♦K	♦2	♣2
第6支	♥3	♥5	♠6	♣A	♠9	♦K	♥7	♣5	♦A
第7支	♠10	♠3	♦2	♥4	♠6	♦2	♠10	♠9	♠6

爲目標牌

表 3. 21 支牌（含目標牌）的在三次疊合過程中新位置的情形

起始位置	第一次分發		第二次分發		第三次分發	
牌色	被分在	疊一起的位置	被分在	疊一起的位置	被分在	疊一起的位置
1. ♣5	第一堆第1支	8	第二堆第3支	17	第二堆第6支	13
2. ♣K	第二堆第1支	1	第一堆第1支	1	第一堆第1支	1
3. ♣Q	第三堆第1支	15	第三堆第5支	12	第三堆第4支	18
4. ♣9	第一堆第2支	9	第三堆第3支	10	第一堆第4支	4
5. ♣2	第二堆第2支	2	第二堆第1支	15	第三堆第5支	19
6. ♣A	第三堆第2支	16	第一堆第6支	6	第三堆第2支	16
7. ♠8	第一堆第3支	10	第一堆第4支	4	第一堆第2支	2
8. ♦8	第二堆第3支	3	第三堆第1支	8	第二堆第3支	10
9. ♠9	第三堆第3支	17	第二堆第6支	20	第二堆第7支	14
10. ♦A	第一堆第4支	11	第二堆第4支	18	第三堆第6支	13
11. ♦J	第二堆第4支	4	第一堆第2支	2	第二堆第1支	8
12. ♦K	第三堆第4支	18	第三堆第6支	13	第一堆第5支	5
13. ♠7	第一堆第5支	12	第三堆第5支	11	第二堆第４	11
14. ♥7	第二堆第5支	5	第二堆第2支	16	第一堆第6支	6
15. ♥4	第三堆第5支	19	第一堆第7支	7	第一堆第3支	3
16. ♥3	第一堆第6支	13	第一堆第5支	5	第二堆第2支	9
17. ♥5	第二堆第6支	6	第三堆第2支	9	第三堆第3支	17
18. ♠6	第三堆第6支	20	第二堆第7支	21	第三堆第7支	21
19.♠10	第一堆第7支	14	第二堆第5支	19	第一堆第7支	7
20. ♠3	第二堆第7支	7	第一堆第3支	3	第三堆第1支	15
21. ♦2	第三堆第7支	21	第三堆第7支	14	第二堆第5支	12

爲目標牌

再進一步以每次分發及合成後移動到新位置做一分析（如表 4）：

表 4. 分發合成後新位置的移動

	第一堆	第二堆	第三堆
第 1 支	1 →	2	← 3
第 2 支	4 →	5	← 6
第 3 支	7 →	8	← 9
第 4 支	10 →	11	← 12
第 5 支	13 →	14	← 15
第 6 支	16 →	17	← 18
第 7 支	19 →	20	← 21

其中：

1. →（黑色箭號）是指某一堆被放入中間那堆後疊合成一堆會流動到新位置的情況。可知：不論是哪一堆被放到中間那堆，都可使目標牌落在新一疊的第 8～20 支的位置。

2. →（紅色箭號）爲經過再次分發後會跑去的新位置。

可知：

目標牌位在每疊的第幾支	經再次分發後會移動到
1（如分發前的第1～3支）	第二堆第3支
2（如分發前的第4～6支）	第三堆第3支
3（如分發前的第7～9支）	第一堆第4支
4（如：分發前的第10～12支）	第二堆第4支
5（如：分發前的第13～15支）	第三堆第4支
6（如：分發前的第16～18支）	第一堆第5支
7（如：分發前的第19～21支）	第二堆第5支

二、近似方法的推衍—固定堆及不固定堆

（一）固定堆的尋牌方式分析

以上是將目標牌所在那堆放在中間，現在**改將目標牌所在那一堆放在最上面一堆（第一堆）**，用同樣的方式去推估，則經過三次分發後，目標牌將會移到最後疊合後的第 1 張。例如：原本在第 11 張的目標牌移動位置如表 5，經第一次分發疊合後跑到第 4 張，經第二次分發疊合後跑到第 2 張，經第三次分發疊合後就跑到第 1 張。

表 5. 第 11 張目標牌的位置移動

	第一堆	第二堆	第三堆
第 1 支	1	2	3
第 2 支	4	5	6
第 3 支	7	8	9
第 4 支	10	11	12
第 5 支	13	14	15
第 6 支	16	17	18
第 7 支	19	20	21

為目標牌

類似上法，將目標牌所在那一堆放在最上面一堆（第一堆），經過三次分發後，可以將全部牌子位置變化歸納為下表 6，由表 6 可知，即便是最下面的第 19～21 張牌，最多也只需經過三次分發疊合就能移動到達第一張的位置，可見分發疊合過程**只需要進行三次**就可以開始去找目標牌，道理也便在此。像其中的第 1～9 張，在第二次分發疊合就能到達第一張的位置。

表 6. 目標牌堆放在第一堆的位置收斂情形

	第一堆	第二堆	第三堆
第 1 支	$\boxed{1}$	2	3
第 2 支	4	5	6
第 3 支	7	8	9
第 4 支	10	11	12
第 5 支	13	14	15
第 6 支	16	17	18
第 7 支	19	20	21

□：表示最後會收斂到的位置

用同樣的方法來推估，若把目標牌那一堆改**放在最下面那一堆（第三堆）**試試看，是不是也是最多僅需三次就能到達某一張的位置呢？移動過程分析如下：

表 7. 目標牌堆放在第三堆的位置收斂情形

	第一堆	第二堆	第三堆
第 1 支	1	2	3
第 2 支	4	5	6
第 3 支	7	8	9
第 4 支	10	11	12
第 5 支	13	14	15
第 6 支	16	17	18
第 7 支	19	20	$\boxed{21}$

□：表示最後會收斂到的位置

沒錯，任何位置的目標牌最後都必將落在第 21 張。那麼如果分成四堆呢？是不是也會收斂到某些位置呢？先以每次分發後將目標牌堆放到第一堆（最上堆）爲例，則收斂情形如下：

表 8. 目標牌堆放在第一堆的位置收斂情形（分發四堆）

	第一堆	第二堆	第三堆	第四堆
第 1 支	$\boxed{1}$	2	3	4
第 2 支	5	6	7	8
第 3 支	9	10	11	12
第 4 支	13	14	15	16
第 5 支	17	18	19	20
第 6 支	21			

□：表示最後會收斂到的位置（第 1 支牌）

可知有時二次分發疊合後，目標牌就能收斂到達第一支牌，也可說是目標牌的目的地將是位於第一支牌，任何初始位置的目標牌最後都將落在這個位置。

再改以每次分發後將目標牌那堆放到第二（三、四）堆疊合爲例，那麼收斂情形如下表 9（10、11）：

表 9. 目標牌堆放在第二堆的位置收斂情形（分發四堆）

	第一堆	第二堆	第三堆	第四堆
第 1 支	1	2	3	4
第 2 支	5	$\boxed{6}$	7	8
第 3 支	9	10	11	12
第 4 支	13	14	15	16
第 5 支	17	18	19	20
第 6 支	21			

□：表示最後會收斂到的位置（第 8 支牌）

表 10. 目標牌堆放在第三堆的位置收斂情形（分發四堆）

	第一堆	第二堆	第三堆	第四堆
第 1 支	1	2	3	4
第 2 支	5	6	7	8
第 3 支	9	10	11	12
第 4 支	13	14	$\boxed{15}$	16
第 5 支	17	18	19	20
第 6 支	21			

□：表示最後會收斂到的位置（第 15 支牌）

表 11. 目標牌堆放在第四堆的位置收斂情形（分發四堆）

	第一堆	第二堆	第三堆	第四堆
第 1 支	1	2	3	4
第 2 支	5	6	7	8
第 3 支	9	10	11	12
第 4 支	13	14	15	16
第 5 支	17	18	19	20
第 6 支	$\boxed{21}$			

□：表示最後會收斂到的位置（第 21 支牌）

分成五堆也會收斂到某些位置，以下僅舉目標牌堆放到第一堆爲例，收斂情形如下：

表 12. 目標牌堆放在第一堆的位置收斂情形（分發五堆）

	第一堆	第二堆	第三堆	第四堆	第五堆
第 1 支	$\boxed{1}$	2	3	4	5
第 2 支	6	7	8	9	10
第 3 支	11	12	13	14	15
第 4 支	16	17	18	19	20
第 5 支	21				

□：表示最後會收斂到的位置（第 1 支牌）

由上述情況來分析，分成四堆也可以找出目標牌，不一定只有分成三堆才行的通，而分發到五堆的收斂次數更少（只 2 次分發疊合就到第一支牌，分五堆可更快找到目標牌）。

（二）不固定堆的尋牌方式分析

若每次疊合時目標牌堆並不固定放在某一堆，那麼目標牌會到達什麼位置，目標牌還會收斂某一位置嗎？我們有查到一個方法可以解決這個問題，以 27 張牌爲例子：使用的方法是用三進制，用三進制來估牌的方法如下：

1. 首先也是將牌分發成三堆，然後給予每一堆一個堆號，第一堆爲０，第二堆爲１，第三堆爲２。

2. 接著要把每次疊合時將目標牌那堆放到第幾堆的堆號記下來，假設：

第一次疊合時放在第一堆，就在記位表第一位記下來０，
第二次疊合時放在第三堆，就在記位表第二位記下來２，
第三次疊合時放在第二堆，就在記位表第三位記下來１，例如下表之記位表的記錄

表 13. 記位表

第三位	第二位	第一位
1	2	0

上面這樣的記位表要如何協助不固定堆時的尋牌計算呢？只要把**第三位數字乘以９**

加**第二位數字乘以 3** 加**第一位數字乘以 1** 再加 1 ，所得到的位置也就是想要找的目標牌，以上面表 13 爲例，$1\times 9 + 2\times 3 + 0\times 1 + 1 = 9 + 6 + 0 + 1 = 16$，找出最後疊合結果的第 16 支牌就是目標牌，這是爲什麼呢？

因爲放在第一堆必定是在第一到九張，放在第二堆必定是在十到十八張，放在第三堆必定是在第十九到二十七張，下面是舉上述 27 支樸克牌的例子。可以得知記位表用於不將目標牌那堆疊合在固定的某一堆的情形下使用，而所記下來的位數，正剛好可得知目標牌那堆疊合時被放到哪裡去，但這對結果有何影響呢？沒錯，放在哪一堆確實會影響到目標牌最後的位置。

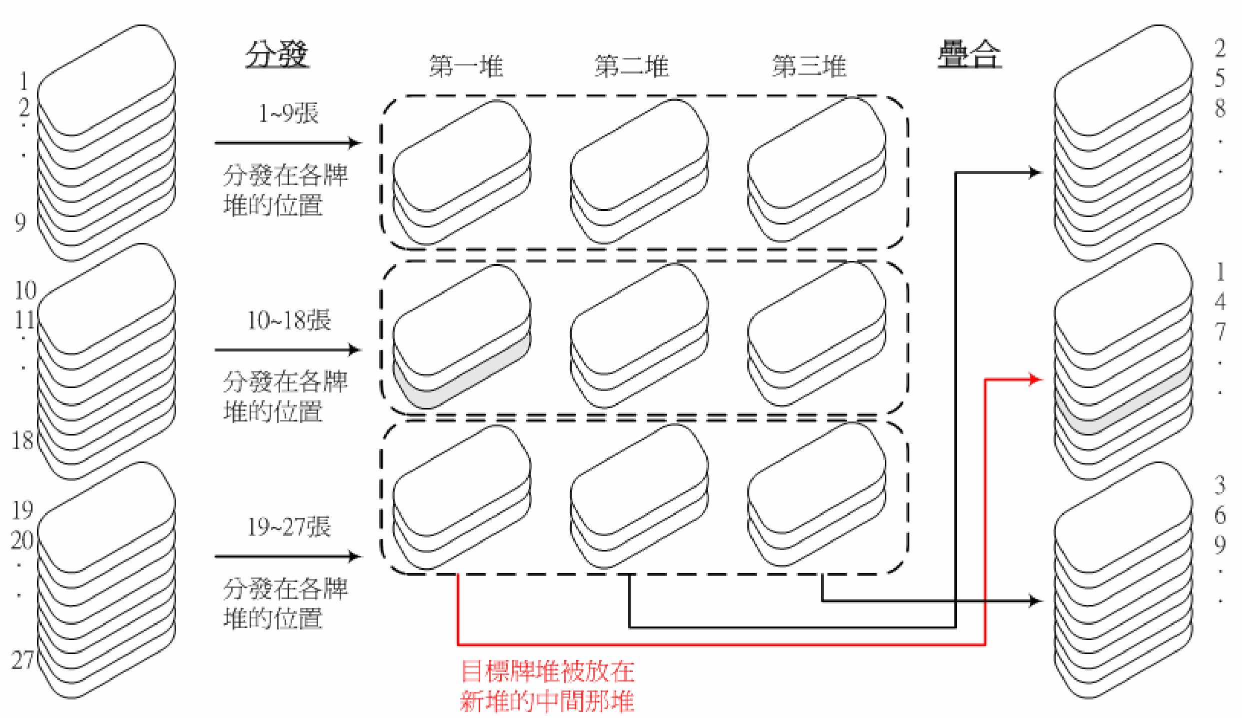

圖 1. 牌堆的分發及疊合

由圖 1 明顯可知原牌堆的 1～9 支牌會分發在每一堆的前三支，接著必定被疊合在新牌堆中的第 4、5、6、13、14、15、22、23、24 張牌的位置（假設這堆需被疊合到中間的牌堆位置）。而這幾支牌再次（第二次）分發時又必定是落在每堆的第 2、5、8 張的位置。

如果 21 支樸克牌也要用這種不固定堆的方法來算的話，可以用加入輔助牌的方法在牌堆中以便協助於計算，但不列入找牌的對象，整個過程如下圖所示，其中 6 支輔助牌可編插在任一個位置，但爲了方便，我們將 6 支輔助牌安插在最初牌子的最後 6 張的位置，接著找牌的方式也就和上面 27 張樸克牌的方法相同了。

由上例的做法，可以直接觀察到輔助牌在最後 6 個位置的變化情形，因此我們進一步

嘗試將輔助牌拿掉，並找出能算出目標牌不固定放在某一堆的方法，做法如下：第一次分發（圖 2），可**想像成**虛線處有輔助牌，所以在第二次分發時（圖 3），每發 7 張牌就空 2 個位置不發牌（當成那是輔助牌的空位，見圖 3，以虛線表示）。

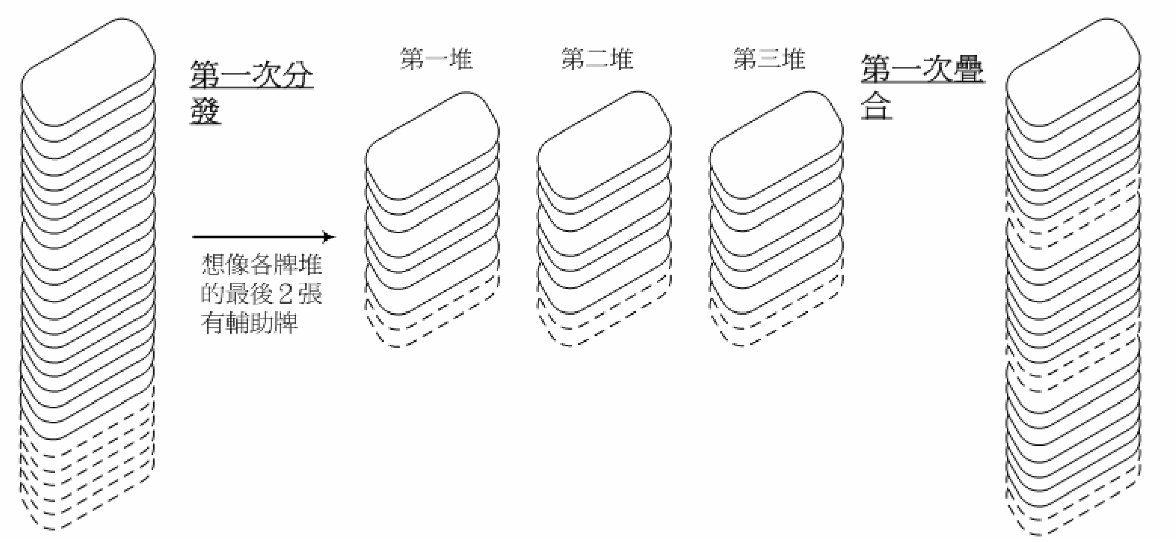

圖 2. 第一次分發

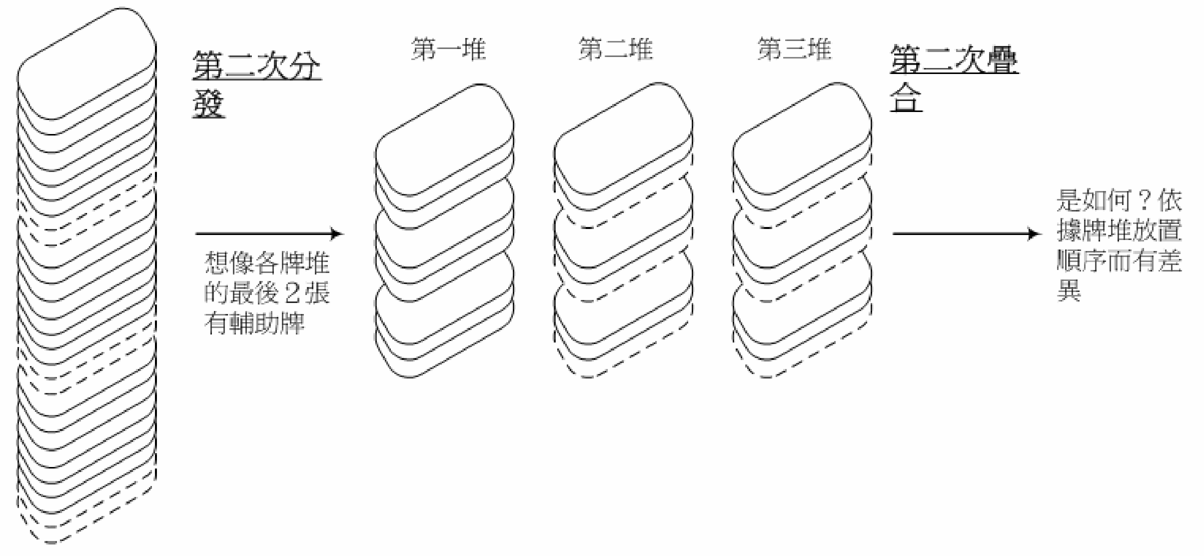

圖 3. 第二次分發

第二次分發之後產生的新牌堆，空位（輔助牌）的情況有如下三種（圖 4、5、6）：

Case1. 圖 4 的新排牌堆情形，可能是目標牌在第一堆，且這堆被疊放在最上堆；也可能是目標牌在第三（或二）堆，且這堆被疊放在中間，那麼第三次分發疊合結果（見圖 7），將可算出目標牌位置如下情況：

→若目標牌在第一或第二堆，則

(1) 若疊放入上、中堆位置，則三進制算出的位置就是答案了。

(2) 若疊放入下堆位置，則三進制算出的位置還要減 6 才是答案。

→若目標牌在第三堆，則三進制算出的位置就是答案。

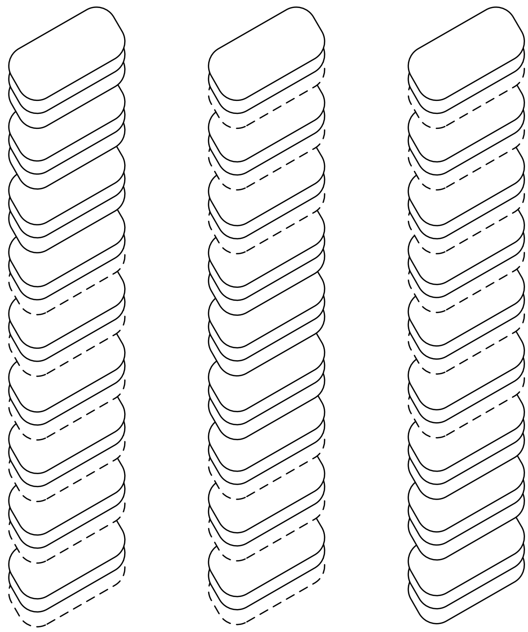

圖 4　　　　圖 5　　　　圖 6

Case2. 圖 5 的新排牌堆情形，可能是目標牌在第一堆，且這堆被疊放在中堆；也可能是目標牌在第三（或二）堆，且這堆被疊放在上堆或下堆，那麼第三次分發疊合結果（見圖 8），將可算出目標牌位置如下情況：

→若目標牌在第一或第二堆，則

(1) 若疊放入上、中堆位置，則三進制算出的位置就是答案了。

(2) 若疊放入下堆，則三進制算出的位置還要減 6 才是答案。

→若目標牌在第三堆，則三進制算出的位置還要減 3 才是答案。

Case3. 圖 6 的新排牌堆情形，可能是目標牌在第一堆，且這堆被疊放在下堆；也可能是目標牌在第二（或三）堆，且這堆被疊放在上堆或中堆，那麼第三次分發疊合結果（見圖 9），將可算出目標牌位置如下情況：

→若目標牌在第一或第二堆，則

(1) 若疊放入上、中堆位置，則三進制算出的位置就是答案了。

(2) 若疊放入下堆，則三進制算出的位置還要減 6 才是答案。

→若目標牌在第三堆，則三進制算出的位置還要減 6 才是答案。

上面就是 21 張牌，分發的牌不放在固定的位置，又不使用 6 張輔助牌的最後算牌公式。

若是其他牌數，既不固定堆又不使用輔助牌，算牌方式也可如上推算出來。

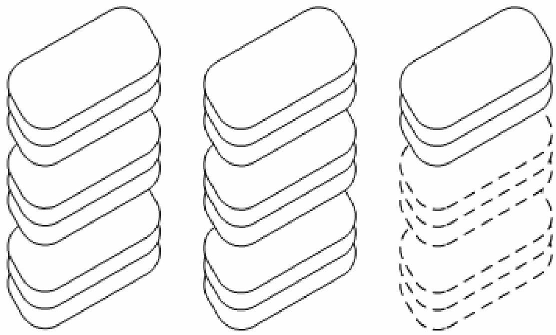

圖 4 經過第三次分發的結果

圖 7

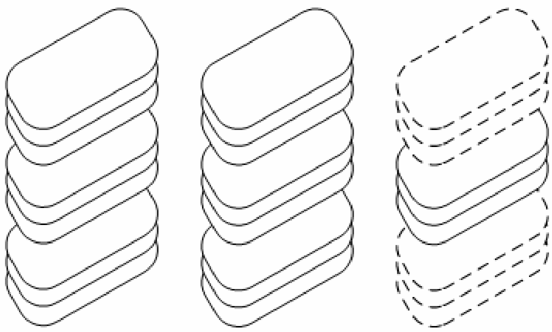

圖 5 經過第三次分發的結果

圖 8

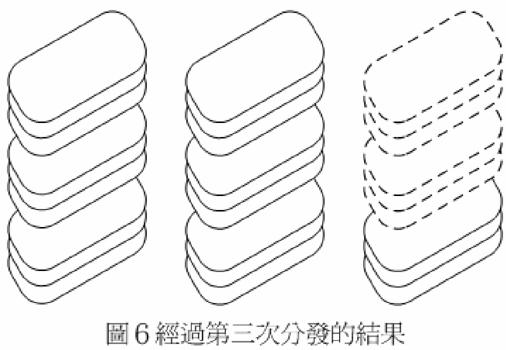

圖 6 經過第三次分發的結果

圖 9

推估至此，我們心中又有了新的疑問，如果用四進制來算呢？以下以 16 支牌爲例，並使用四進制方式的計算。要解決四進制算出目標牌的目的位置，首先要分成四堆來計算（因爲四進制的數字用到 0、1、2、3），好比三進制一樣，第一堆記爲０，第二堆記爲１，第

三堆記爲２，第四堆記爲３。接著要做幾次分發呢？假設需要三次，那麼所需的輔助牌要有幾張呢？因爲三次，所以應要有 4×4×4 = 64 張牌，扣掉已有的 16 張，所需的輔助牌便是 64－16 = 48 張，以下找一開始原本在第 7 張的目標牌做例子。

表 14. 第 7 張目標牌的分發（16 支牌，四進制）

第一次分發

	0	1	2	3
1	1	2	3	4
2	5	6	7	8
3	9	10	11	12
4	13	14	15	16
5–16	共 48 支輔助牌			
新第幾堆	↑第一堆	↑第三堆	↑第二堆	↑第四堆

→第一次疊合

第二次分發

	0	1	2	3
1	1	5	9	13
2–4	共 12 支輔助牌			
5	2	6	10	14
6–8	共 12 支輔助牌			
9	3	7	12	15
10–12	共 12 支輔助牌			
13	4	8	12	16
14–16	共 12 支輔助牌			
新第幾堆	↑第一堆	↑第三堆	↑第二堆	↑第四堆

→第二次疊合

第三次分發

	0	1	2	3
1	1	共 48 支輔助牌		
2	3			
3	2			
4	4			
5	9			
6	11			
7	10			
8	12			
9	5			
10	7			
11	6			
12	8			
13	13			
14	15			
15	14			
16	16			
新第幾堆	↑只一堆			

■ 表示目標牌

表 15. 記位表

第三位	第二位	第一位
0	2	1

由上例來算，目標牌的位置在 0×16 ＋ 2×4 ＋ 1×1 ＋ 1 = 8 ＋ 1 ＋ 1 = 10，也就是第 10 張牌正是目標牌。接著拿 20 張牌同樣使用四進制的方式爲例，其中目標牌爲起初的第 17 張，以下是三次分發情形記錄在分發表的結果。

表 16. 第 17 張目標牌的分發（20 支牌，四進制）

第一次分發

	0	1	2	3
1	1	2	3	4
2	5	6	7	8
3	9	10	11	12
4	13	14	15	16
5	17	18	19	20
6	共 44 支輔助牌			
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
新第幾堆	第二堆	第一堆	第三堆	第四堆

→ 第一次疊合

第二次分發

	0	1	2	3
1	2	6	10	14
2	18	共 11 支輔助牌		
3				
4				
5	1	5	9	13
6	17	共 11 支輔助牌		
7				
8				
9	3	7	11	15
10	19	共 11 支輔助牌		
11				
12				
13	4	8	12	16
14	20	共 11 支輔助牌		
15				
16				
新第幾堆	第三堆	第一堆	第二堆	第四堆

→ 第二次疊合

第三次分發

	0	1	2	3
1	6	共 44 支輔助牌		
2	5			
3	7			
4	8			
5	10			
6	9			
7	11			
8	12			
9	2	18		
10	1	17		
11	3	19		
12	4	20		
13	14			
14	13			
15	15			
16	16			
新第幾堆	第一堆	第二堆		

爲目標牌

表 17. 記位表

第三位	第二位	第一位
1	2	1

由上例來算，目標牌的位置在 $1\times16 + 2\times4 + 1\times1 + 1 = 16 + 8 + 1 + 1 = 26$，也就是第 26 張牌正是目標牌。但爲了最後一次方便數牌，最後一次疊合可以將目標牌堆改放在第一堆（所以第三位要改記爲 0），見表 18。

表 18. 記位表

第三位	第二位	第一位
0	2	1

這樣一來，目標牌的位置會改變到 $0\times16 + 2\times4 + 1\times1 + 1 = 8 + 1 + 1 = 10$，也就是第 10 張牌正是目標牌，其中前 8 張牌是輔助牌，所以數出第 2 張牌即是。

又用五進制呢？以下用 25 張牌爲例，因爲使用五進制，所以共要分發成五堆（分別將一到五堆記爲 0、1、2、3、4），而分發次數呢？分發 2 次就了（因爲若分發 3 次要使用 $5\times5\times5=125$ 張牌，則還需要加入 $125-25=100$ 張的補助牌，這將較麻煩），下例假設所要找的目標牌在原先牌堆的第 18 張。

表 19.

第一次分發

	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	5
2	6	7	8	9	10
3	11	12	13	14	15
4	16	17	**18**	19	20
5	21	22	23	24	25
新第幾堆	↑ 第一堆	↑ 第三堆	↑ 第二堆	↑ 第四堆	↑ 第五堆

→

第二次分發

	0	1	2	3	4
1	1	6	11	16	21
2	3	8	13	**18**	23
3	2	7	12	17	22
4	4	9	14	19	24
5	5	10	15	20	25
新第幾堆	↑ 第一堆	↑ 第二堆	↑ 第三堆	↑ 第五堆	↑ 第四堆

→ 完成

爲目標牌

表 20. 記位表

第二位	第一位
4	1

依照五進制來算，目標牌將落在第 $4\times5 + 1\times1 = 20 + 1 + 1 = 22$ 張牌，沒想到很快就找到了，才做二次的分發而已。

伍、研究結果

一、　目標牌堆固定放在某堆（稱爲固定堆的方式），可以不使用輔助牌，只要推算出目標牌會收斂到什麼位置即可找到目標牌，但要注意的是，有些牌數及分堆數並不只收斂在某一固定位置（表 21），至於牌數與收斂的關係式還值得進一步去探究。

表 21. 固定堆收斂位置表

堆	分3堆			分4堆				分5堆				
張	一	二	三	一	二	三	四	一	二	三	四	五
16		9			6	11			5	9	13	
17		9.10			7	12			5.6	10	14	
18		同上			7	13			同上	10.11	15	
19		10.11			同上	14			同上	同上	15.16	
20		11			同上	同上			同上	同上	同上	
21		同上			8	15			6.7	11.12	16.17	
22		12			8.9	16			7	12.13	17.18	
23		12.13			同上	16.17			同上	13	18.19	
24	都	同上	都	都	同上	同上	都	都	同上	同上	19	都
25	是	13.14	是	是	9.10	17.18	是	是	同上	同上	同上	是
26	收	14	收	收	10	18.19	收	收	8	14	20	收
27	斂	同上	斂	斂	同上	19	斂	斂	8	15	21	斂
28	到	15	到	到	同上	同上	到	到	同上	15.16	22	到
29	第	15.16	最	第	11	20	最	第	同上	同上	23	最
30	1	同上	後	1	11	21	後	1	同上	同上	同上	後
31	張	16.17	1	張	同上	22	1	張	9	16.17	24	1
32		17	張		同上	同上	張		9	17.18	25	張
33		同上			12	23			同上	18	26	
34		18			12.13	24			同上	同上	27	
35		18.19			同上	24.25			同上	同上	同上	
36		同上			同上	同上			10	19	28	
37		19.20			13.14	25.26			10.11	20	29	
38		20			14	26.27			同上	20.21	30	
39		同上			同上	27			同上	同上	30.31	
40		21			同上	同上			同上	同上	同上	
41		21.22			15	28			11.12	21.22	31.32	
42		同上			15	29			12	22.23	32.33	
43		21			同上	30			同上	23	33.34	
44		23			同上	同上			同上	同上	34	
45		同上			16	31			同上	同上	同上	
46		24			16.17	32			13	24	35	
47		24.25			同上	32.33			13	25	36	
48		同上			同上	同上			同上	25.26	37	
49		25.26			17.18	33.34			同上	同上	38	
50		26			18	34.35			同上	同上	同上	
51		同上			同上	35			14	26.27	39	
52		27			同上	同上			14	27.28	40	

2次分發可收斂到達目的位置
3次分發可收斂到達目的位置
4次分發可收斂到達目的位置

二、採用不固定堆尋牌時，雖可不用推算目標牌的收斂位置，但卻需要藉由進位制及輔助牌來幫忙計算出目標牌會到達什麼位置。

三、不管用幾進位，只要在其可計算內的數目，幾都能用來算出目標牌在哪裡。

四、對於一定數量的樸克牌數的尋牌遊戲，有多種的尋牌方式，可依牌數來選擇固定堆或不固定堆的方法，再進一步選擇方便的進位制算牌方式來找出目標牌。

五、當輔助牌使用數量較多時，分發時會較久較麻煩，這時可以不去使用輔助牌，而改用分發表來協助計算，以免失誤算錯目標牌的位置，兩者都是估算牌位很有效的方法。

六、分發的堆數越多，可以更快找到目標牌的分發次數就可以越少次（也就是目標牌收斂到目的地的情況越快），但相對問牌的次數也必增加。

陸、討論

由上面的分析可以了解，要使用三、四、五或其他進制的估牌時，首先要先依據總牌數，再依最方便的情況而做決定使用幾進制，當決定使用幾進制之後，便接著可以決定要分發成幾堆，同時也就能算出需要分發的次數，當然也就能應用在估算目標牌位置而找出目標牌，並可依據進位制所需牌數而加入輔助牌，以協助分發時計數牌子的便利，在此，輔助牌使用的數量要是能越少越好，因爲總牌數越少時，越方便分發過程的進行），最好是不用輔助牌，以分發表取代來協助計算出，因爲畢竟是用在玩樸克牌的找牌活動，不要放有輔助牌是最好不過的！

柒、結論

歷經一連串的提出疑問、討論、分析及實驗，一副副的樸克牌被我們弄到磨損，也給了我們許多的滿足感，當實驗證實了推論的正確性，我們也進一步發現許多新的尋牌方法，同時也解析出其中的規律及原理，可見在生活上的許多實例，其實也是有系統原理可循，也希望透過這次的實驗經驗，我們也會一直秉持追究柢的精神去探尋其他的實驗，並從中得到新的、不同的生活感受及樂趣。

捌、參考資料及其他

1. 溫亦剛（民 75）。**數學萬花筒－①遊戲篇**。臺北市：九鼎。

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會

評　　語

國小組 數學科

佳作

080406

樸克樸克你在哪

高雄市左營區新莊國民小學

評語：

本作品非常適合國小程度學童，以遊戲方式進行，進而歸納出各種策略及比較它們之間的異同。

可惜並無歸網出各種不同情境下之最佳策略。整體而言，本作品內容堪為佳作。