

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會
作品說明書

國小組 數學科

080402

丟出面積-不規則面積的估算法

彰化縣和美鎮和東國民小學

作者姓名：

小六 葉東龍 小六 詹茗凱 小六 蔡佑民
小六 蔡孟炤

指導老師：

王文良 吳香樺

★丟出面積★

《不規則面積的估算法》

內容項目：

壹・研究動機

貳・研究目的

參・研究內容

肆・研究器材及材料

伍・研究過程及結果

陸・討論

柒・結論

捌・參考資料及其他

摘 要

本研究的目的是希望透過不同的方式，能估測出目標物的平面面積，研究中利用一立方公分的古氏積本的投擲，計算在範圍內，古氏積木進入所設定圖形面積的數目，換算出其機率，而推算出其所設定圖形面積，比較推算的面積與真實面積的差距，找出一個比較有效且簡易的估算方式，進而利用此方式來預估不規則圖形的面積。研究結果古氏積木的數量愈多（與設定範圍的面積比愈高）與投擲的次數愈多，其估測的面積與真實面積值愈高。因此本研究可提供在簡易的遊戲中來預估不規則圖形的面積。教師在課堂上利用遊戲快樂學習數學機率及面積概念並在日常生活中應用。

壹、研究動機

在某次的園遊會我們看到有人很辛苦的計算著不規則的圖形面積，當時想著有沒有更簡單的方法可以快速的估計出來。剛好此時看到了別人正在玩骰子,就突發奇想的想可不可能利用丟骰子的方式就可以簡單計算出圖形的面積。於是就問老師這樣的想法是否是異想天開，結果指導我們思考的方向，更邀請幾個同學討論如何進行這項”丟出面積”是實驗。

貳、研究目的

- 一、滿足好奇心，並尋找問題的答案。
- 二、找出簡單的估算不規則的圖形面積的方法，想造福大眾。
- 三、討論算數學不一定要使用複雜的公式，多加一種有效率估算方法。
- 四、尋找增加學習數學的有趣度。

參、研究內容

- 一、觀測丟古氏積木在設定圖形裡的數量的變化。
- 二、比較丟不同數量古氏積木在設定圖形裡的數量的差異。
- 三、觀測不同設定圖形位置在丟古氏積木在設定圖形裡的數量的變化。
- 四、尋找丟古氏積木在設定圖形裡的數量的規律性。
- 五、尋找有效且簡易的適當的方式。
- 六、綜合分析利用古氏積木估算面積的機制與成果的應用。

肆、研究器材及人員

器材：古氏積木；木板；尺；紙板；圓規。

伍、研究過程及結果

(活動 1-1)

- 1.外框面積 100 平方公分(10 公分×10 公分)。
- 2.設定圖形面積 9 平方公分(3 公分×3 公分)。 $(\frac{9}{100} = 0.09)$
- 3.設定圖形面積在中間。

古氏積木數	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	第七次	第八次	第九次	第十次	第十一次	第十二次	第十三次	第十四次	第十五次	第十六次	第十七次	第十八次	第十九次	第二十次	平均	比率	誤差率
10	1	1	2	1	0	1	0	2	1	0	0	1	0	2	3	0	3	2	1	2	1.15	0.115	28%
20	3	2	3	2	2	3	1	3	4	3	2	2	2	2	3	2	1	1	2	3	2.3	0.115	28%
40	3	3	2	4	4	4	2	2	4	3	2	5	3	3	4	4	2	3	3	1	3.05	0.076	16%
50	4	5	4	4	6	3	5	3	4	3	4	4	2	4	3	3	4	5	3	4	3.85	0.077	14%

(活動 1-2)

- 1.外框面積 100 平方公分(10 公分×10 公分)。
- 2.設定圖形面積 9 平方公分(3 公分×3 公分)。 $(\frac{9}{100} = 0.09)$
- 3.設定圖形面積在旁邊。

古氏積木數	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	第七次	第八次	第九次	第十次	第十一次	第十二次	第十三次	第十四次	第十五次	第十六次	第十七次	第十八次	第十九次	第二十次	平均	比率	誤差率
10	2	3	0	1	2	1	3	1	1	0	2	1	1	0	2	1	2	1	0	0	1.2	0.12	33%
20	2	2	2	1	1	2	2	2	2	2	1	1	1	1	3	2	3	1	4	4	1.85	0.093	3%
40	2	3	2	4	3	4	2	3	4	3	4	3	4	3	3	3	3	2	5	3	3	0.075	17%
50	4	3	5	7	3	4	6	3	3	5	4	5	4	3	4	4	6	5	2	3	4.15	0.083	8%

(活動 2-1)

1.外框面積 289 平方公分(17 公分×17 公分)。

2.設定圖形面積 25 平方公分(5 公分×5 公分)。($\frac{25}{289} = 0.086$)

3.設定圖形面積在中間。

古氏積木數	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	第七次	第八次	第九次	第十次	第十一次	第十二次	第十三次	第十四次	第十五次	第十六次	第十七次	第十八次	第十九次	第二十次	平均	比率	誤差率
10	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0.3	0.03	65%
20	0	1	2	3	0	1	1	1	5	0	3	3	0	3	0	1	1	2	0	0	1.35	0.077	10%
40	2	6	5	6	2	2	4	2	3	1	5	4	8	4	3	2	5	1	2	3	3.5	0.088	2%
50	5	5	4	5	4	4	7	7	3	4	3	5	1	5	4	5	3	3	3	5	4.25	0.085	1%

(活動 2-2)

1.外框面積 289 平方公分(17 公分×17 公分)。

2.設定圖形面積 25 平方公分(5 公分×5 公分)。($\frac{25}{289} = 0.086$)

3.設定圖形面積在旁邊。

古氏積木數	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	第七次	第八次	第九次	第十次	第十一次	第十二次	第十三次	第十四次	第十五次	第十六次	第十七次	第十八次	第十九次	第二十次	平均	比率	誤差率
10	0	0	2	2	0	2	0	1	2	1	0	0	1	2	2	0	2	2	2	1	1.1	0.11	28%
20	1	0	2	4	0	1	3	0	2	0	2	4	3	2	2	2	4	3	2	1	1.85	0.093	8%
40	5	3	4	4	5	4	2	2	2	4	4	2	3	5	4	3	4	4	4	0	3.4	0.085	1%
50	4	6	5	5	5	5	2	5	6	6	5	6	7	4	4	5	2	1	4	3	4.5	0.09	5%

(活動 3-1)

- 1.外框面積 289 平方公分(17 公分×17 公分)。
- 2.設定圖形面積 100 平方公分(10 公分×10 公分)。 $(\frac{100}{289} = 0.346)$
- 3.設定圖形面積在中間。

古氏積木數	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	第七次	第八次	第九次	第十次	第十一次	第十二次	第十三次	第十四次	第十五次	第十六次	第十七次	第十八次	第十九次	第二十次	平均	比率	誤差率
10	2	5	4	3	4	2	2	3	5	2	6	4	4	4	4	2	3	2	5	4	3.5	0.35	1%
20	10	9	8	7	7	8	7	9	7	8	7	8	7	8	9	8	6	11	11	7	8.1	0.405	17%
40	15	17	13	15	19	16	16	11	18	16	11	16	14	11	16	12	15	17	14	18	15	0.375	8%
50	18	17	17	20	19	19	21	21	14	18	21	17	15	18	16	20	22	16	23	19	18.8	0.376	9%

(活動 3-2)

- 1.外框面積 289 平方公分(17 公分×17 公分)。
- 2.設定圖形面積 100 平方公分(10 公分×10 公分)。 $(\frac{100}{289} = 0.346)$
- 3.設定圖形面積在旁邊。

古氏積木數	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	第七次	第八次	第九次	第十次	第十一次	第十二次	第十三次	第十四次	第十五次	第十六次	第十七次	第十八次	第十九次	第二十次	平均	比率	誤差率
10	3	6	4	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	2	5	4	3	2	2	3.45	0.345	0%
20	9	8	7	7	10	9	4	5	7	6	7	5	2	7	10	6	7	7	8	10	7.05	0.353	2%
40	15	14	10	11	12	13	13	14	15	14	15	14	15	12	12	11	17	13	14	14	13.4	0.335	3%
50	18	17	17	13	19	11	15	12	22	12	15	18	17	17	18	15	12	13	19	18	15.9	0.318	8%

(活動 4-1)

1.外框面積 400 平方公分(20 公分×20 公分)。

2.設定圖形面積 25 平方公分(5 公分×5 公分)。 $(\frac{25}{400} = \frac{1}{16} = 0.0625)$

3.設定圖形面積在中間。

古氏積木數	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	第七次	第八次	第九次	第十次	第十一次	第十二次	第十三次	第十四次	第十五次	第十六次	第十七次	第十八次	第十九次	第二十次	平均	比率	誤差率
10	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	1	0	0.35	0.035	44%
20	2	1	0	0	0	0	1	3	1	1	1	0	3	1	1	3	1	1	0	0	1	0.05	20%
40	2	2	5	2	2	2	4	3	0	2	2	3	1	5	4	0	3	3	2	3	2.5	0.063	1%
50	3	1	5	2	4	2	3	2	3	1	4	4	5	6	4	8	3	4	3	3	3	0.06	4%

(活動 4-2)

1.外框面積 400 平方公分(20 公分×20 公分)。

2.設定圖形面積 25 平方公分(5 公分×5 公分)。 $(\frac{25}{400} = \frac{1}{16} = 0.0625)$

3.設定圖形面積在旁邊。

古氏積木數	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	第七次	第八次	第九次	第十次	第十一次	第十二次	第十三次	第十四次	第十五次	第十六次	第十七次	第十八次	第十九次	第二十次	平均	比率	誤差率
10	2	1	0	1	0	1	2	1	1	0	1	1	1	2	1	2	0	0	1	2	1	0.1	60%
20	0	2	1	0	2	1	1	2	3	2	0	1	4	1	0	1	1	1	1	1	1.25	0.063	1%
40	2	0	3	4	3	1	3	2	2	3	1	4	3	2	3	1	1	2	2	3	2.25	0.056	10%
50	4	4	4	3	1	2	2	3	4	3	4	2	3	5	2	2	4	3	2	1	2.9	0.058	7%

(活動 5-1)

1.外框面積 900 平方公分(30 公分×30 公分)。

2.設定圖形面積 25 平方公分(5 公分×5 公分)。($\frac{25}{900} = \frac{1}{36} = 0.0278$)

3.設定圖形面積在中間。

古氏積木數	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	第七次	第八次	第九次	第十次	第十一次	第十二次	第十三次	第十四次	第十五次	第十六次	第十七次	第十八次	第十九次	第二十次	平均	比率	誤差率
10	0	0	1	0	0	3	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0.3	0.03	8%
20	1	1	1	1	2	1	1	0	0	0	2	1	2	2	1	2	0	0	0	0	0.9	0.045	62%
40	0	2	4	2	1	1	3	2	3	2	1	2	3	4	1	0	2	2	2	2	1.95	0.049	76%
50	3	1	3	2	2	1	3	2	5	2	1	0	1	1	1	0	2	4	2	3	1.95	0.039	40%

(活動 5-2)

1.外框面積 900 平方公分(30 公分×30 公分)。

2.設定圖形面積 25 平方公分(5 公分×5 公分)。($\frac{25}{900} = \frac{1}{36} = 0.0278$)

3.設定圖形面積在旁邊。

古氏積木數	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	第七次	第八次	第九次	第十次	第十一次	第十二次	第十三次	第十四次	第十五次	第十六次	第十七次	第十八次	第十九次	第二十次	平均	比率	誤差率
10	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0.4	0.04	44%
20	1	1	0	2	1	0	2	1	0	0	0	3	0	1	2	2	0	0	0	4	1	0.05	80%
40	4	2	0	1	2	3	3	1	4	0	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1.7	0.043	55%
50	2	2	1	0	2	1	1	3	0	0	1	2	1	1	2	2	1	0	0	5	1.35	0.027	3%

(活動 6-1)

1.外框面積 900 平方公分(30 公分×30 公分)。

2.設定圖形面積 100 平方公分(10 公分×10 公分)。 $(\frac{100}{900} = \frac{1}{9} = 0.1111)$

3.設定圖形面積在中間。

古氏積木數	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	第七次	第八次	第九次	第十次	第十一次	第十二次	第十三次	第十四次	第十五次	第十六次	第十七次	第十八次	第十九次	第二十次	平均	比率	誤差率
10	1	1	1	1	4	0	1	2	0	1	0	1	0	0	0	1	3	2	0	0	0.95	0.095	14%
20	1	2	2	2	2	0	1	2	3	2	1	2	3	2	0	1	2	3	1	1	1.65	0.083	25%
40	7	6	9	4	4	6	5	9	2	7	3	5	1	3	2	5	4	10	8	6	5.3	0.133	20%
50	11	6	12	7	9	7	5	6	4	8	12	5	6	3	4	5	3	12	8	5	6.9	0.138	24%

(活動 6-2)

1.外框面積 900 平方公分(30 公分×30 公分)。

2.設定圖形面積 100 平方公分(10 公分×10 公分)。 $(\frac{100}{900} = \frac{1}{9} = 0.1111)$

3.設定圖形面積在旁邊。

古氏積木數	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	第七次	第八次	第九次	第十次	第十一次	第十二次	第十三次	第十四次	第十五次	第十六次	第十七次	第十八次	第十九次	第二十次	平均	比率	誤差率
10	0	1	1	1	1	0	1	0	2	1	2	0	0	0	2	0	2	1	1	2	0.9	0.09	19%
20	0	3	1	4	0	1	2	2	3	0	1	3	0	0	1	3	4	2	3	4	1.84	0.092	17%
40	4	3	5	1	4	4	3	3	2	0	6	4	4	1	5	4	5	3	2	3	3.3	0.083	25%
50	4	3	6	4	4	9	8	6	1	4	6	6	5	7	4	6	3	5	3	6	5	0.1	10%

(活動 7-1)

1.外框面積 289 平方公分(17 公分×17 公分)。

2.設定圖形面積 78.5 平方公分(5 公分×5 公分×3.14)。($\frac{78.5}{289} = \frac{157}{574} = 0.2716$)

3.設定圖形面積在中間。

古氏積木數	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	第七次	第八次	第九次	第十次	第十一次	第十二次	第十三次	第十四次	第十五次	第十六次	第十七次	第十八次	第十九次	第二十次	平均	比率	誤差率
10	3	3	1	2	0	4	3	4	3	2	1	5	1	2	2	2	0	1	3	2	2.2	0.22	19%
20	7	6	4	6	8	8	3	8	5	8	7	5	6	7	6	8	6	8	7	7	6.5	0.325	20%
40	14	11	12	16	16	15	17	12	10	12	8	16	16	16	17	16	17	13	12	15	14.05	0.351	29%
50	21	16	18	15	16	18	20	16	16	20	17	18	21	17	17	19	18	19	16	16	17.7	0.354	30%

(活動 7-2)

1.外框面積 289 平方公分(17 公分×17 公分)。

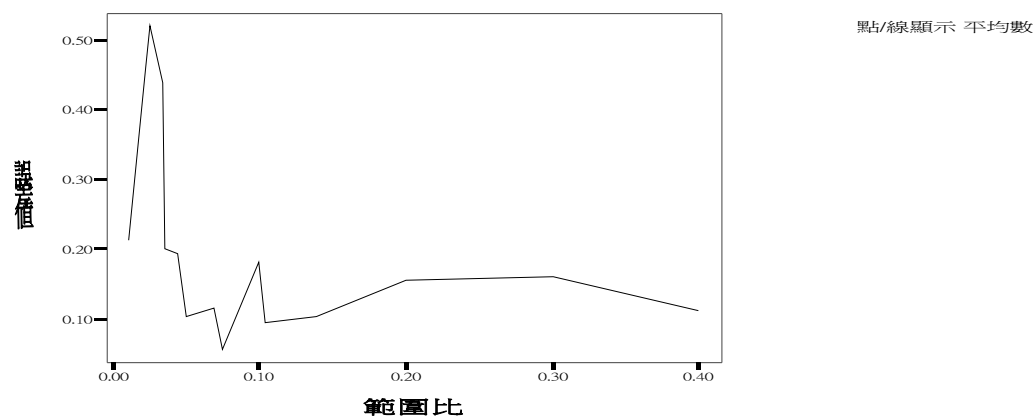
2.設定圖形面積 78.5 平方公分(5 公分×5 公分×3.14)。($\frac{78.5}{289} = \frac{157}{574} = 0.2716$)

3.設定圖形面積在旁邊。

古氏積木數	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	第七次	第八次	第九次	第十次	第十一次	第十二次	第十三次	第十四次	第十五次	第十六次	第十七次	第十八次	第十九次	第二十次	平均	比率	誤差率
10	2	2	4	1	1	4	6	1	4	2	2	2	2	3	1	3	5	4	3	6	2.9	0.29	7%
20	5	5	4	3	1	4	4	4	1	1	7	9	6	6	5	6	7	9	7	2	4.8	0.24	12%
40	11	9	8	9	11	9	9	13	9	12	9	7	10	13	8	9	6	10	12	7	9.55	0.239	12%
50	14	13	10	10	15	13	13	15	16	11	17	14	18	16	18	15	15	22	15	15	14.75	0.295	9%

陸、討論

- 一、使用古氏積木的數量愈多估算面積的能力愈準確。
- 二、設定圖形面積在旁邊估算面積的能力愈準確。
- 三、但設定圖形面積在旁邊外框面積愈小估算面積的能力比較準確。
- 四、利用古氏積木估算時，會因剛好壓在線上或在線中間，造成數量上的誤差。
- 五、因丟擲時古氏積木時，丟擲處的古氏積木會往旁邊跳，造成設定圖形面積在旁邊的比較易有積木進入。
- 六、丟擲的次數愈多，估計愈準確，實驗結果『 $(\text{數量} \div \text{範圍面積}) \times \text{次數} > 2$ 』或『 $\text{古氏積木數} \div \text{範圍面積} > 0.1$ 』(如附錄一)即可達到可接受的數值。



柒、結論

- 一、使用古氏積木丟擲來估測面積是可行的。
- 二、使用古氏積木丟擲來估測不規則面積是簡易可行的，因古氏積木攜帶方便及標準化的規格，所以可以善用古氏積木。
- 三、使面積的計算及估算學習上更為有趣。

捌、參考資料及其他

- 一、大美百科全書。
- 二、大英百科全書。
- 三、中華兒童百科全書。
- 四、科學研習。

附錄一

	估量	實量	比率	誤差 值	積木數/ 範圍			估量	實量	比率	誤差 值	積木數/ 範圍	
1.1	0.115	0.09	127.8%	28%	10/100	2.8	1.2	0.12	0.09	133.3%	33%	10/100	3.3
	0.115	0.09	127.8%	28%	20/100	1.4		0.093	0.09	103.3%	3%	20/100	0.2
	0.076	0.09	84.4%	16%	30/100	0.5		0.075	0.09	83.3%	17%	30/100	0.6
	0.077	0.09	85.6%	14%	40/100	0.4		0.083	0.09	92.2%	8%	40/100	0.2
2.1	0.03	0.086	34.9%	65%	3/100	18.8	2.2	0.11	0.086	127.9%	28%	3/100	8.1
	0.077	0.086	89.5%	10%	7/100	1.5		0.093	0.086	108.1%	8%	7/100	1.2
	0.088	0.086	102.3%	2%	10/100	0.2		0.085	0.086	98.8%	1%	10/100	0.1
	0.085	0.086	98.8%	1%	14/100	0.1		0.09	0.086	104.7%	5%	14/100	0.3
3.1	0.35	0.346	101.2%	1%	3/100	0.3	3.2	0.345	0.346	99.7%	0%	3/100	0.1
	0.405	0.346	117.1%	17%	7/100	2.5		0.353	0.346	102.0%	2%	7/100	0.3
	0.375	0.346	108.4%	8%	10/100	0.8		0.335	0.346	96.8%	3%	10/100	0.3
	0.376	0.346	108.7%	9%	14/100	0.6		0.318	0.346	91.9%	8%	14/100	0.6
4.1	0.035	0.063	56.0%	44%	3/100	17.6	4.2	0.1	0.063	160.0%	60%	3/100	24.0
	0.05	0.063	80.0%	20%	5/100	4.0		0.063	0.063	100.8%	1%	5/100	0.2
	0.063	0.063	100.8%	1%	8/100	0.1		0.056	0.063	89.6%	10%	8/100	1.4
	0.06	0.063	96.0%	4%	10/100	0.4		0.058	0.063	92.8%	7%	10/100	0.7
5.1	0.03	0.028	107.9%	8%	1/100	7.1	5.2	0.04	0.028	143.9%	44%	1/100	39.5
	0.045	0.028	161.9%	62%	2/100	27.8		0.05	0.028	179.9%	80%	2/100	35.9
	0.049	0.028	176.3%	76%	3/100	22.9		0.043	0.028	154.7%	55%	3/100	16.4
	0.039	0.028	140.3%	40%	4/100	9.1		0.027	0.028	97.1%	3%	4/100	0.6
6.1	0.095	0.111	85.5%	14%	1/100	13.0	6.2	0.09	0.111	81.0%	19%	1/100	17.1
	0.083	0.111	74.7%	25%	2/100	11.4		0.092	0.111	82.8%	17%	2/100	7.7
	0.133	0.111	119.7%	20%	3/100	5.9		0.083	0.111	74.7%	25%	3/100	7.6
	0.138	0.111	124.2%	24%	4/100	5.4		0.1	0.111	90.0%	10%	4/100	2.2
7.1	0.29	0.272	106.8%	7%	3/100	2.0	7.2	0.22	0.272	81.0%	19%	3/100	5.5
	0.24	0.272	88.4%	12%	7/100	1.7		0.325	0.272	119.7%	20%	7/100	2.8
	0.239	0.272	88.0%	12%	10/100	1.2		0.351	0.272	129.2%	29%	10/100	2.8
	0.295	0.272	108.6%	9%	14/100	0.6		0.354	0.272	130.3%	30%	14/100	2.2

中華民國第四十五屆中小學科學展覽會
評 語

國小組 數學科

080402

丟出面積-不規則面積的估算法

彰化縣和美鎮和東國民小學

評語：

想法具有創意，研究精神可佩，唯研究過程敘述不清，變項的控制有問題，致研究的推論可信度不高，是後續改進應注意之處。