

中華民國第四十四屆中小學科學展覽會

作者說明書

高中組物理科

040115

桃園縣私立新興高級中學

指導老師姓名

阮純儀

陳淑孟

作者姓名

倪瑋豪

郭威傑

賴玉淳

中華民國第 四十四 屆中小學科學展覽會

作品說明書

科別：物理科

組別：高中組

作品名稱：QQ 果凍--洋菜凍的彈性

關鍵詞：虎克定律、楊氏模數、軟物質

編號：



# 目 錄

目 錄 .....	I
圖 目 錄 .....	II
表 目 錄 .....	IV
壹、摘要 .....	1
貳、研究動機 .....	2
參、研究目的 .....	3
肆、研究設備及器材 .....	4
伍、研究過程或方法 .....	5
一、研究原理 .....	5
二、研究過程與方法 .....	7
陸、研究結果 .....	9
一、處理數據流程 .....	9
二、觀察洋菜凍的濃度情形 .....	11
三、洋菜凍的彈性數據 .....	11
柒、討論 .....	14
一、楊式模數的探討 .....	14
二、觀察洋菜受到擠壓形變 .....	16
三、分析形變之情形 .....	18
四、實驗困難及誤差的探討 .....	21
捌、結論 .....	24
玖、參考資料及其他 .....	25
十、附錄 .....	26
附錄一 .....	26
附錄二 .....	27

## 圖 目 錄

圖 4-1	實驗設備及器材圖 .....	4
圖 5-1	圓柱體壓縮圖 .....	6
圖 5-2	應力與應變曲線。 .....	6
圖 5-3	量測洋菜壓縮量之儀器簡圖 .....	7
圖 5-4	量測洋菜壓縮量之儀器圖 .....	8
圖 6-1	洋菜凍所受外力與壓縮量之關係圖 .....	10
圖 6-2	洋菜凍應力與應變之關係圖 .....	10
圖 6-3	不同面積，相同長度之洋菜凍的應力與應變關係圖 .....	11
圖 6-4	不同長度，相同面積之洋菜凍的應力與應變關係圖 .....	12
圖 6-5	不同體積之洋菜凍的應力與應變關係圖 .....	12
圖 6-6	不同形狀，相同體積之洋菜凍的應力與應變關係圖 .....	13
圖 7-1	不同面積，相同長度之洋菜凍，楊氏模數與面積之關係圖 ..	14
圖 7-2	不同長度，相同面積之洋菜凍，楊氏模數與原長之關係圖 ..	14
圖 7-3	不同體積，相同形狀之洋菜凍，楊氏模數與體積之關係圖 ..	14
圖 7-4	壓縮前之圓柱形變 .....	16
圖 7-5	壓縮後之圓柱形變 .....	16
圖 7-6	壓縮前之正方柱形變 .....	16
圖 7-7	壓縮後之正方柱形變 .....	16
圖 7-8	壓縮前之三角柱形變 .....	17
圖 7-9	壓縮後之三角柱形變 .....	17
圖 7-10	壓縮前之長方柱形變 .....	17
圖 7-11	壓縮後之長方柱形變 .....	17
圖 7-12	正方柱洋菜凍受到壓縮時可能發生之情形示意圖 .....	18
圖 7-13	正方柱之彈簧組合想像圖 .....	18
圖 7-14	三角柱洋菜凍受到壓縮時可能發生之情形示意圖 .....	19
圖 7-15	三角柱之彈簧組合想像圖 .....	19
圖 7-16	長方柱洋菜凍受到壓縮時可能發生之情形示意圖 .....	20
圖 7-17	長方柱之彈簧組合想像圖 .....	20

圖 7-18	早期的儀器圖 .....	2 1
圖 7-19	改良後的儀器圖 .....	2 1
圖 7-20	洋菜放入冰水中等待冷卻 .....	2 2
圖 7-21	洋菜放入冰箱中等待冷卻 .....	2 2
圖 7-22	超過彈性限度之草莓凍 .....	2 3
圖 7-23	防止洋菜滑動之方法 .....	2 3
圖 7-24	不平行之誤差示意圖 .....	2 3
圖 8-1	洋菜所受壓力與張量之示意圖 .....	2 4
圖 10-1	不同面積，相同長度之洋菜凍，虎克定律與面積之關係圖 ...	2 7
圖 10-2	不同長度(同樣面積的正方柱變化高度)虎克定律彈性問題 ...	2 7
圖 10-3	不同體積(變化不同體積的正立方體)虎克定律彈性問題 ...	2 8
圖 10-4	不同形狀(相同體積的柱體且高度相同，但形狀不同)虎克定律彈性問題 .....	2 8

## 表 目 錄

表 6-1	外力使洋菜凍壓縮之數據 .....	9
表 6-2	楊氏模數之數據 .....	10
表 6-3	洋菜凍不同濃度之數據 .....	11
表 6-4	洋菜凍不同面積之數據 .....	11
表 6-5	洋菜凍不同長度之數據 .....	12
表 6-6	洋菜凍不同體積之數據 .....	13
表 6-7	洋菜凍不同形狀之數據 .....	13
表 7-1	比較 $8*8*8$ 之洋菜凍上下兩半之差別 .....	22
表 7-2	比較 $8*8*4.6$ 之洋菜凍上下兩半之差別 .....	22

## 壹、 摘要

本實驗是『讓洋菜替彈性說話』，藉由自製之儀器來測量洋菜凍的形變情形，利用洋菜凍來探討虎克定律和楊氏模數之彈性問題。

實驗過程中發現洋菜凍在室溫下凝固，易造成內部濃度不均勻，於是，我們利用 0 的冰作冰水浴，改善此濃度問題。由實驗數據分析得知，相同濃度的楊氏模數並不是常數，而與長度、面積、體積及形狀有關，並推測楊氏模數的常數和面積及長度成線性關係。再者，我們發現壓縮洋菜凍時，圓柱狀的洋菜凍其形變輪廓為均勻變大，而三角柱、正方柱與長方柱的形變卻有不均勻的圓化現象，由此不均勻變大之輪廓，設定一內部等效彈簧模組計算，可說明上述三種柱體的變形有趨向於較低彈力位能之趨勢。

## 貳、 研究動機

吃著果凍時，心想，為什麼果凍咬起來會 QQ 的呢？於是，好奇心的驅使下，上網查看許多有關於果凍的資料，原來它是由一種叫果凍粉(即所謂吉利 T)的材料做出來的。它具有使液狀材料凝聚的功能，常用於果凍、穆斯及生果表面之光亮劑，凝固點是常溫，在這個網站裡，我發現原來使液狀體凝固的材料不只一種，還有如：魚膠粉、洋菜粉、海藻膠等，它們分別取自動物之皮和骨之膠質，洋菜粉即是由海藻中提製。

記得以前在高一基礎物理<sup>(一)</sup>及二上的物質科學物理篇<sup>(二)</sup>中時，提到物體的彈性「虎克定律」，不知是否能應用在果凍身上，了解彈性到底與那些東西相關，試著就果凍的濃度、材質、形狀、大小做一系列物體受力形變之情形。和老師討論相關的知識與準備後，便踏上研究它的旅程。其實，在我們生活中常會有令人意想不到的驚奇，只要我們能夠往細微處觀察，所看到的，一定超乎我們的想像，於是，我們決定將揭開果凍神秘的面紗。

## 參、 研究目的

洋菜凍是什麼物質呢？固體亦或是液體，在老師的帶領下，我們看了「固、特、異的軟物質」這本書，在書上讓我們了解到某些物質儘管所受的外力如此微弱，卻足以使物質的物理性質發生從液態轉成固態的巨大變化。這些物質會因微弱的外力作用而改變狀態，這也正是『軟物質』<sup>(四)</sup>的定義。這類物質與固體相比，就是缺少硬的結構，所以稱之為「軟物質」。我們將水溶液加入少許的洋菜凍，經過加熱，放置一段時間後，變得較黏稠，於是我們將洋菜凍定義在為軟物質的範圍內。「軟物質」通常被認為是「不乾淨」的物質，這裡的「不乾淨」意指離開「簡單」(如固態物體)甚遠，因而不能用嚴格的數學來處理，常存在與物理量的非線性的關係。但正是這種「不乾淨」的複雜性使「軟物質」存在著不可思議的古怪行為，也為研究者帶來直覺就可以創造發明的機遇。

利用高二物理所學之虎克定律  $F = kx$  ( $k$  為彈力常數，隨彈簧材料不同而異)，對於軟物質的彈性做一系列的探討和研究，尋找其結果與金屬物體的彈性有何差別，了解果凍彈性的問題。

一、利用物質科學物理篇中虎克定律及處理有一定體積金屬的楊氏模數之關係式，來探討洋菜、仙草等物質的彈性。

1. 探討彈性係數和面積的關係。
2. 探討彈性係數和長度的關係。
3. 探討彈性係數和體積的關係。
4. 探討彈性係數和形狀的關係。
5. 探討彈性係數和材質的關係。
6. 探討彈性係數和濃度的關係。

二、藉由彈性物質受力變形輪廓，探討儲存在果凍中之最低彈力位能趨勢。

三、藉由測量彈性物質的過程，試著探討什麼樣的形狀以及什麼樣濃度才可煮出 QQ 的洋菜凍。

## 肆、 研究設備及器材

洋菜粉	150g
抹茶粉	293.84g
三角柱(邊長 9.8 公分, 高 8 公分)	一個
正方柱(8*8*8 立方公分)	一個
正方柱(6.5*6.5*6.5 立方公分)	一個
長方柱(4*4*8 立方公分)	一個
燒杯(直徑 7.3 公分, 高 8 公分)	一個
砝碼組	二組
滑輪	二個
電子秤	一台
菜刀	一把
釣魚線	二條
放大鏡	一個
壓克力組合	一組
長尺	一把
瓦斯爐	一個
鍋子組	兩組
潤滑油	一罐

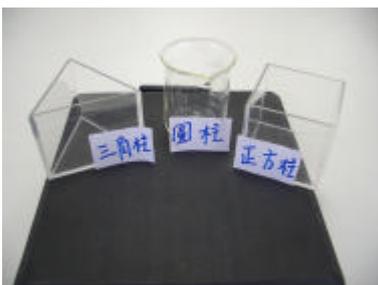
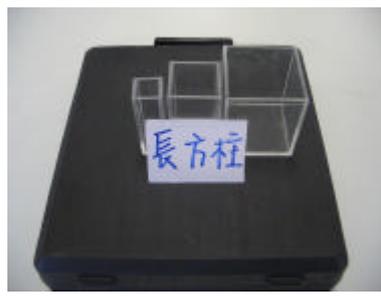


圖 4-1 實驗設備及器材圖

## 伍、 研究過程或方法

### 一、 研究原理：

#### (一) 虎克定律

##### 1、 虎克定律

材料受力變形時，當力消除後仍回復其原來形狀，則稱為彈性變形，該材料稱為完全彈性體，此時所受之力將被完全釋放。材料為完全彈性體時，在可以復原的範圍內形變量與所受之力成正比，稱為虎克定律(Hooke's law)。其數學式如式(1)：

$$F=kx \quad \dots\dots\dots(1)$$

(彈簧在彈性限度內，彈簧的伸長量(或壓縮量)x與所施之外力F成正比。k為彈力常數，隨彈簧材料不同而異 )

注意如果施力過大，超過了彈性極限，彈簧會出現變形，力消失了後仍不能完全復原。

##### 2、 彈簧的串聯

若彈力常數各為 $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$ ...的彈簧，串聯成彈力常數為k的彈簧，其數學式如式(2)：(五)

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \quad \dots\dots\dots(2)$$

若彈簧越長，彈力常數和長度成反比。

#### (二) 楊氏彈性模數

1807年，楊格<sub>[三]</sub>更在「有用知識推廣協會」的小冊上發表後來非常著名的「楊氏彈性係數」。他提出彈性是物體受力後可以恢復原來的形狀，繼而提出材料若要安全使用，所承受的力量必須在彈性範圍內，如果超越彈性的範圍，物質就會變形甚至斷裂破壞。在彈力範圍內，物體受拉力或壓力與所增加或減少的長度比例，是一個定值，楊格稱之為「彈性係數」。他也提出在彈性受力的範圍內，物質組成的粒子結構，也像彈簧一樣可以伸縮自如，由於每一種物質有其特殊的粒子結構排列，因此各有其彈性係數。在受力的情況下，彈性係數越大的物質其變形的長度越小，這種物質越適合作為建築材料使用

##### 1. 彈性模數

用於描述物體受力作用後所具彈性之行為(形變)。應變(物體大小的分數變化量對總量的比數)與應力(單位面積之力)互有線性關係。一般關係式為「應力=模數×應變」。

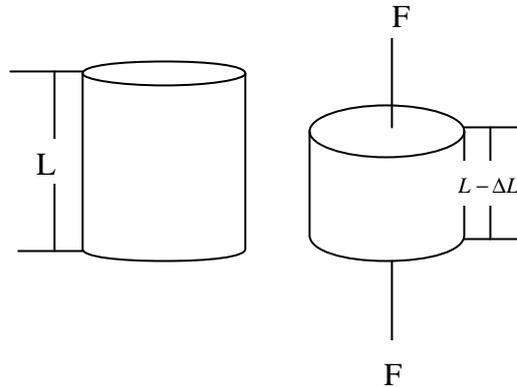
##### 2. 張力與壓力

當物體受到張力或壓力作用寫成式(3)。

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L} \quad \dots\dots\dots(3)$$

$\Delta L/L$  為物體之應變，F為產生應變之作用力 $\bar{F}$ 的大小，A為 $\bar{F}$ 作用之面積(兩者互相垂

直，如圖(5-1) ，E為物體之楊氏模數。



圓柱體因張應力而壓縮  $\Delta L$

圖5-1 圓柱體壓縮圖

若應力增加至超過樣品的降伏強度，樣品將會永久變形，應力移去後無法復原至最初的體積。若應力繼續增加，最後樣品會裂斷，此時之應力稱為極限強度。我們所做的範圍只有在圖(5-2)中的A部分。

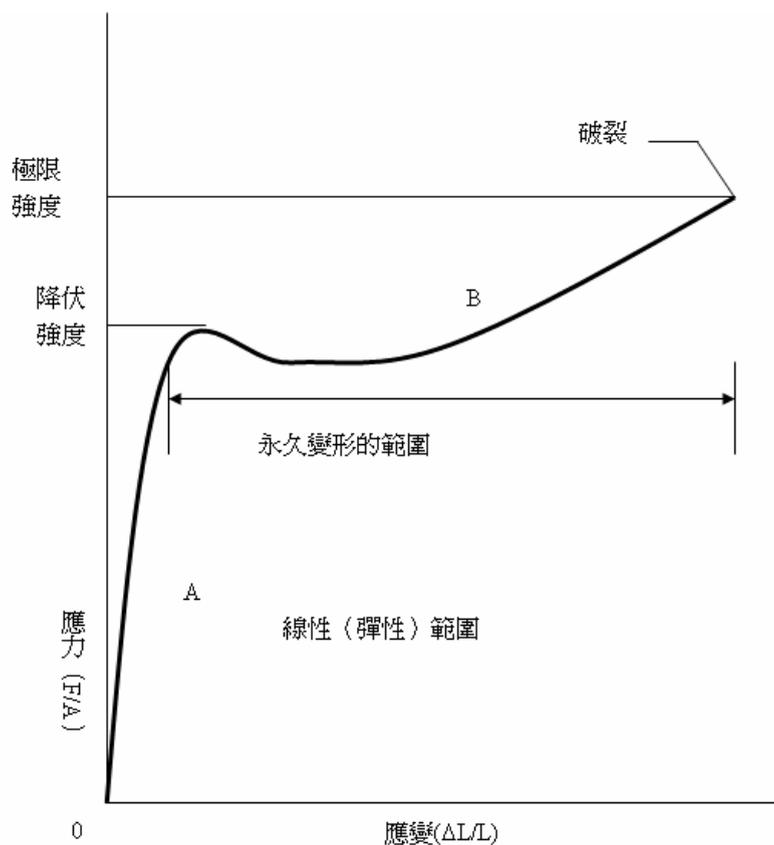


圖5-2 應力與應變曲線。(當應力等於材料之降伏強度時，該樣品永久變形。當應力等於材料之極限強度時，樣品剛好破裂。)

## 二、 研究過程與方法：

### (一)製作洋菜凍

- 1.在電子秤放一張白紙，歸零。
- 2.量取 20g 洋菜粉。
- 3.量測好的洋菜粉到入鍋中，加入 2000 cc 的水加熱攪拌至沸騰，並關上火源。
- 4.完全溶解之洋菜液分別到入不同模具中(正方柱、長方柱、圓柱及三角柱)。
- 5.冷卻後即可取出洋菜凍進行實驗。
- 6.若需其他濃度，只需將步驟(一)-3 中的水改為 3000cc 及 4000cc，而製作綠茶凍時，則必須先將水煮滾後，再加入材料。

### (二)組合儀器

- 1.將儀器組合如圖 5-3。
- 2.在滑輪上噴潤滑油(WD-40) (含 CO<sub>2</sub>)。
- 3.量測摩擦力，先將砝碼取出(1g、2g、5g 等)，放入秤盤上，使其自然滑下，連續做 3-5 次，並記錄下摩擦力大小。

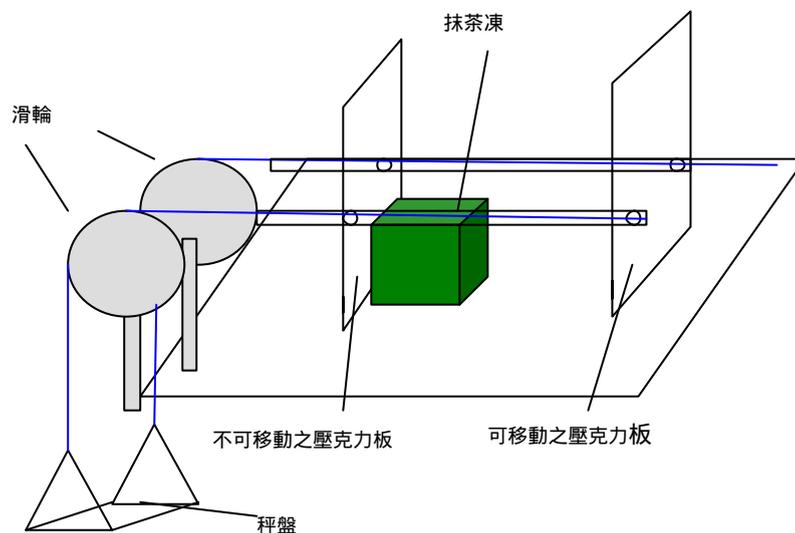


圖 5-3 量測洋菜壓縮量之儀器簡圖

### (三)量測其彈力常數

#### 1.不同面積(同樣長度的正方柱變化面積)

- (1)將比例『20g 洋菜粉：2000cc 水』的洋菜凍，體積為  $2*2*8\text{cm}^3$  的洋菜凍取出置入儀器。
- (2)測量洋菜彈性限度，分別將不同重量的砝碼(50g、100g、150g、200g、250g)放在秤盤上，記錄下洋菜受力後之壓縮量情形。並且重複此步驟 3-5 次。(每次操作需注意，是否洋菜能回到原長。)
- (3)分別將所有不同濃度洋菜凍(20g 洋菜粉：2000cc 水、30g 洋菜粉：2000cc 水、40g 洋菜粉：2000cc 水)和綠茶凍(174g 綠茶粉：2000cc 水)取出，依序將體積為  $2*2*8$ 、 $4*4*8$ 、 $6.5*6.5*8$ 、 $8*8*8\text{cm}^3$  的果凍置入儀器中，並重複上一步驟測其彈性大小。
- (4)將洋菜凍數據，利用虎克定律，以壓縮量 X 為橫軸、施力 F 為縱軸作圖；以及楊氏模數的方式，以壓縮量/原長(X/L)為橫軸、施力/截面積(F/A)為縱軸作圖。比較討論之。



圖 5-4 量測洋菜壓縮量之儀器圖

2.不同長度(同樣面積的正方柱變化高度)

(1)將所有不同濃度的洋菜凍以及綠茶凍，體積分別為  $2*2*8$ 、 $2*2*6$ 、 $2*2*4$ 、 $2*2*2$  及  $4*4*8$ 、 $4*4*6$ 、 $4*4*4$ 、 $4*4*2$   $\text{cm}^3$  的，依序置入儀器中，並重覆步驟(三)-1-(2)，測量彈性大小。

(2)同步驟(三)-1-(4)作圖比較。

3.不同體積(變化不同體積的正立方體)

(1)將所有不同濃度的洋菜凍以及綠茶凍，邊長分別為 2、4、6.5、8 cm 的正方柱，依序置入儀器中，並重覆步驟(三)-1-(2)，測量彈性大小。

(2)同步驟(三)-1-(4)作圖比較。

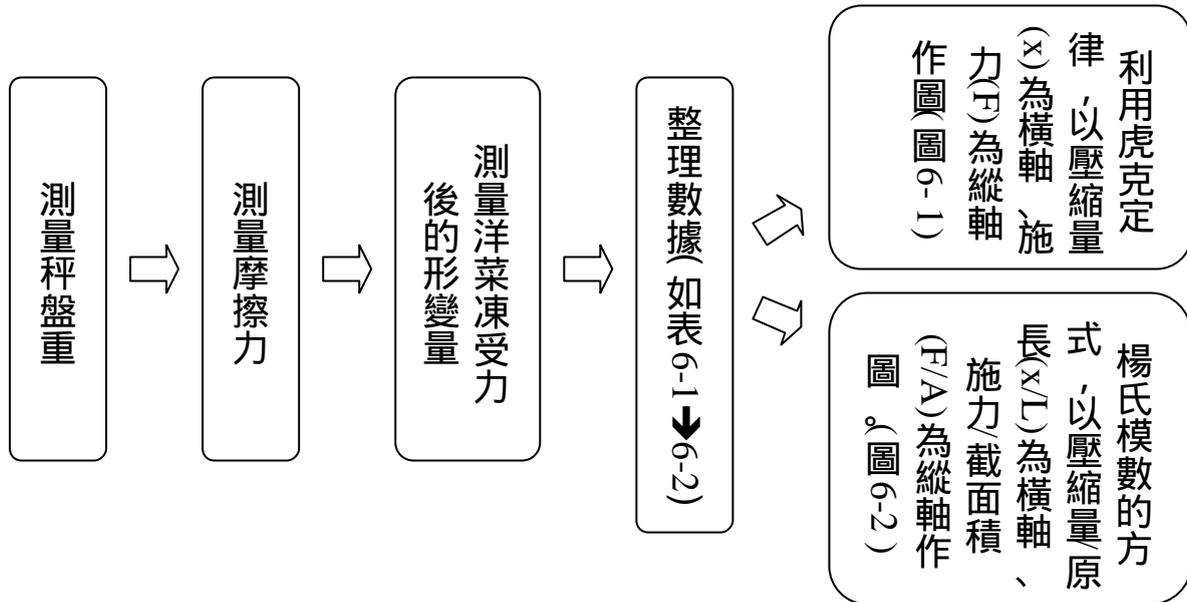
4.不同形狀(相同體積的柱體且高度相同，但形狀不同)

(1)將所有不同濃度的洋菜凍以及綠茶凍的正方柱、長方柱、三角柱及圓柱，依序置入儀器中，並重覆步驟(三)-1-(2)，測量彈性大小。

(2)同步驟(三)-1-(4)作圖比較。

## 陸、 研究結果

### 一、處理數據流程



舉例：

6.5\*6.5\*8 cm<sup>3</sup> 的『30g 洋菜粉：2000cc 水』洋菜凍，擠壓過程，使用數位相機拍攝，觀察長度及面積再加以計算後，發現體積變化極微，誤差在 2% 以下。

表 6-1 外力使洋菜凍壓縮之數據

(摩擦力 6g，秤盤重 9.3g)

外力(kgw)	面積(m <sup>2</sup> )	外力/面積(kgw/m <sup>2</sup> )	原長(cm)	後來長度(cm)	壓縮量平均(m)	壓縮量/原長(張量)
0.0533	0.001620	32.90	8.02	7.9	0.0012	0.01496
			8	7.9		
			8	7.9		
0.1033	0.001641	62.95	8.02	7.8	0.0022	0.02743
			8	7.8		
			8	7.8		
0.1533	0.001658	92.46	8.02	7.72	0.003	0.03741
			8	7.75		
			8	7.75		
0.2033	0.001684	120.71	8.02	7.6	0.0042	0.05237
			8	7.6		
			8	7.6		
0.2533	0.001695	149.41	8.02	7.55	0.0047	0.05860
			8	7.55		
			8	7.55		

表 6-2 楊氏模數之數據

形變量 x (m)	外力 F (kgw)	形變量/原長 x/L	外力/面積 F/A (kgw/cm <sup>2</sup> )
0.0012	0.0533	0.01496	32.90
0.0022	0.1033	0.02743	62.95
0.003	0.1533	0.03741	92.46
0.0042	0.2033	0.05237	120.71
0.0047	0.2533	0.05860	149.41

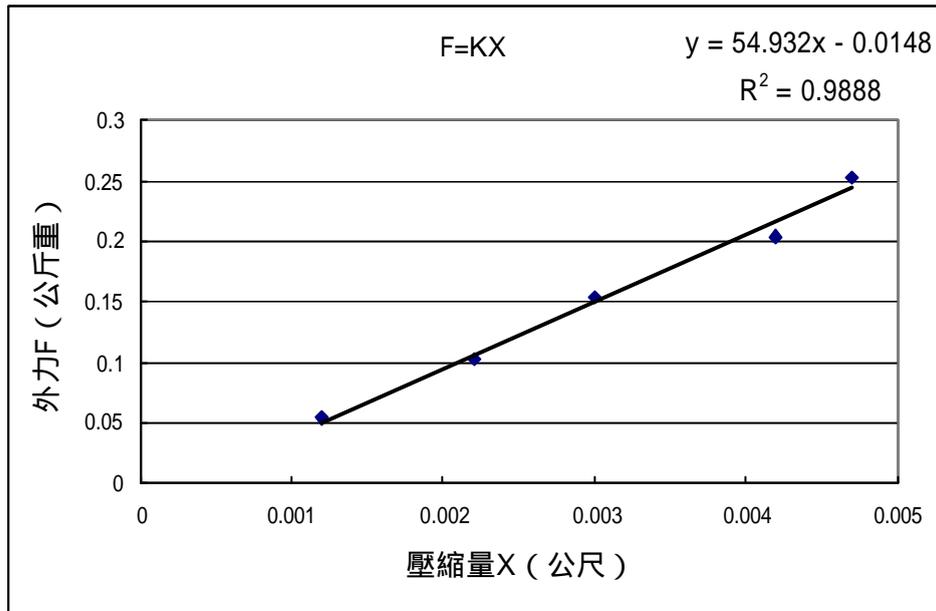


圖 6-1 洋菜凍所受外力與壓縮量之關係圖

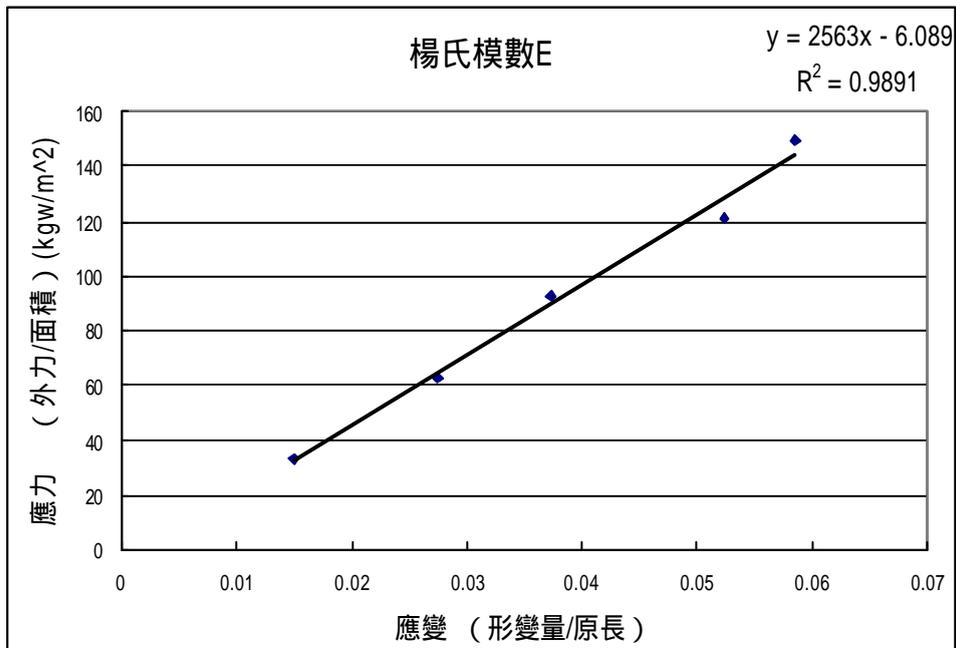


圖 6-2 洋菜凍應力與應變之關係圖

## 二、觀察洋菜凍的濃度情形

表 6-3 洋菜凍不同濃度之數據

8*8*8 之洋菜凍不同濃度之比較	濃度	楊氏模數 E	R-square
$y = 3664x - 17.445$	40g : 2000cc	3664	0.9704
$y = 3013x - 34.161$	30g : 2000cc	3013	0.9871
$y = 345.7x + 5.7014$	20g : 2000cc	345.7	0.9858

- 1.濃度較高之洋菜溶液所製成之洋菜凍，所得楊氏模數較大；相對的，濃度較低之洋菜溶液所製成之洋菜凍，所得楊氏模數較小。
- 2.濃度為『40g 洋菜粉與 2000cc 水』混合製作之洋菜凍，為較『硬』之洋菜凍，因此，實驗量測壓縮量時，壓縮量較不明顯，人為誤差較大；而濃度為『20g 洋菜粉與 2000cc 水』混合製作之洋菜凍，為較『軟』之洋菜凍，因此給予外力時，容易使洋菜凍無法回復原長且出水，重複量取數據時，材質已變形，且崩塌之情形明顯，易造成實驗極大誤差。

因此，此二部分的數據不再討論。在此僅使用多次改良後，設法減少實驗的誤差，以濃度為『30g 洋菜粉：2000cc 水』的洋菜凍，作為主要彈性情形之探討。而且發現若依虎克定律來探討此彈性時，較不易看出其規則性(如附錄二)，以下僅用楊氏模數討論結果。

## 三、洋菜凍的彈性數據

以下為濃度『30g 洋菜粉：2000cc 水』的洋菜凍之楊氏模數不同面積、長度、體積大小之探討。

### (一)不同面積(同樣長度的正方柱變化面積)

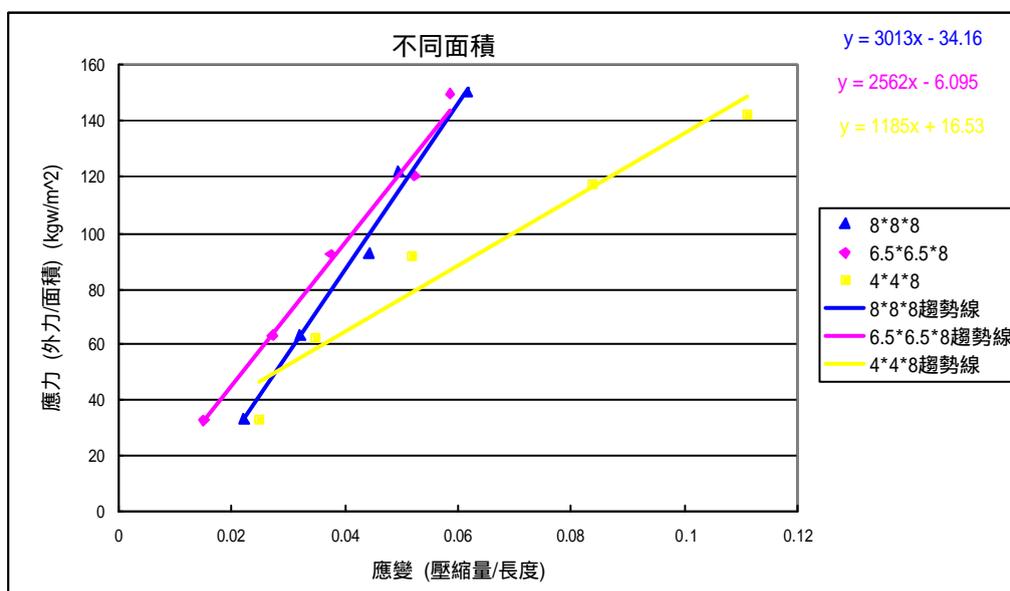


圖 6-3 不同面積、相同長度之洋菜凍的應力與應變關係圖

表 6-4 洋菜凍不同面積之數據

面積不同 長度相同 之正立方柱	體積 (長*寬*高)	楊氏模數 E	R-square
$y = 1185x + 16.53$	4*4*8	1185	0.9433
$y = 2562x - 6.095$	6.5*6.5*8	2562	0.9891
$y = 3013x - 34.16$	8*8*8	3013	0.9871

(二)不同長度(同樣面積的正方柱變化高度)

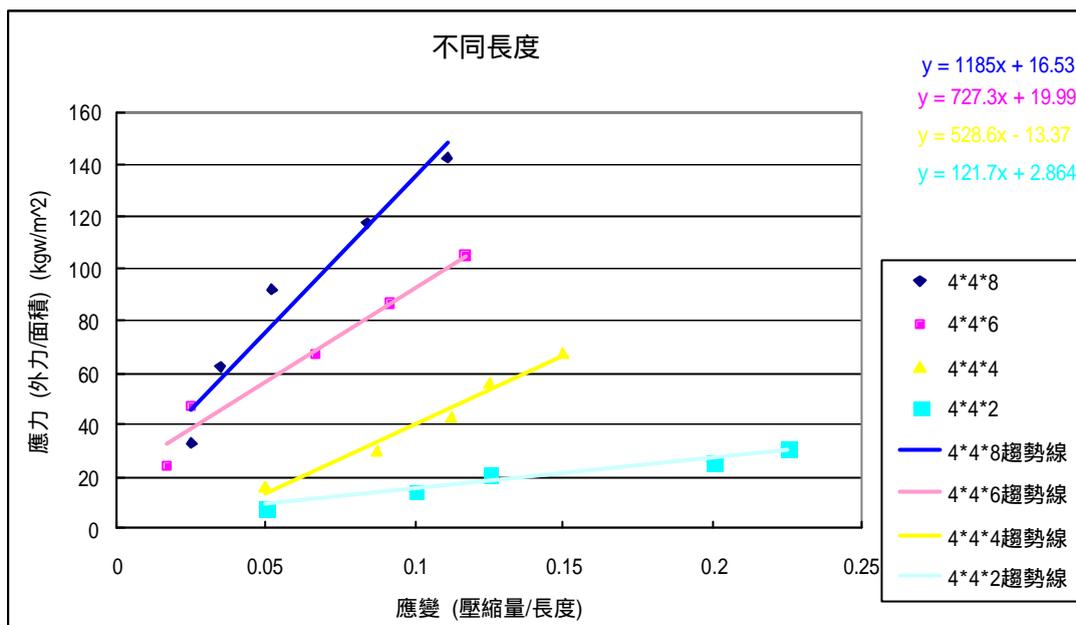


圖 6-4 不同長度、相同面積之洋菜凍的應力與應變關係圖

表 6-5 洋菜凍不同長度之數據

面積相同 長度不同 之立方柱	體積 (長*寬*高)	楊氏模數 E	R-square
$y = 1185x + 16.53$	4*4*8	1185	0.9433
$y = 727.3x + 19.99$	4*4*6	727.3	0.9649
$y = 528.6x - 13.37$	4*4*4	528.6	0.9746
$y = 121.7x + 2.864$	4*4*2	121.7	0.9593

(三)不同體積(變化不同體積的正立方體)

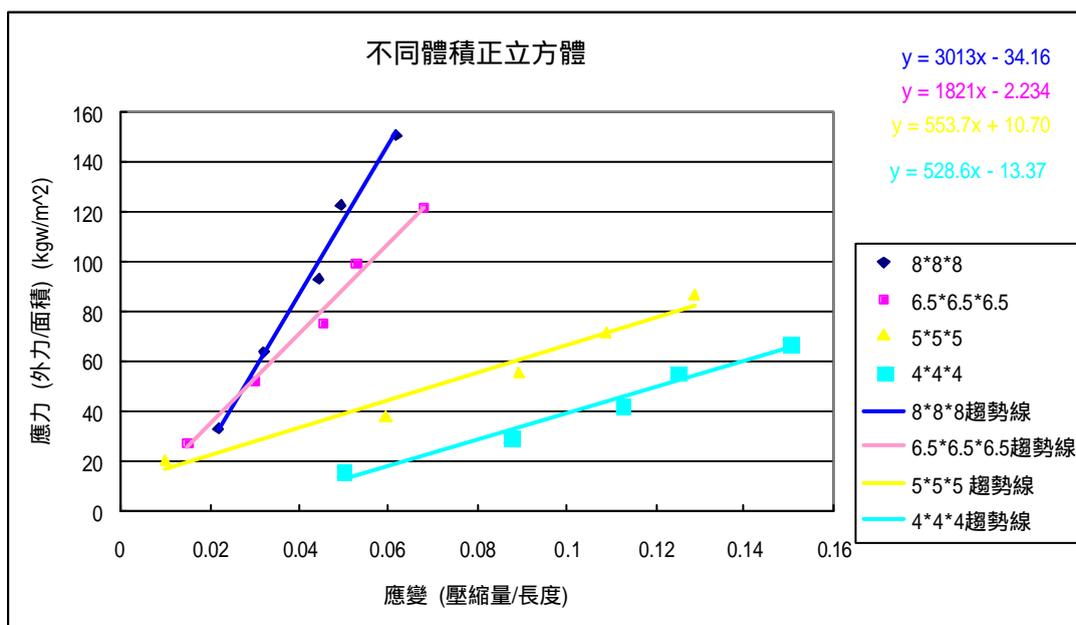


圖 6-5 不同體積之洋菜凍的應力與應變關係圖

表 6-6 洋菜凍不同體積之數據

體積不同 形狀相同	體積 (長*寬*高)	楊氏模數 E	R-square
$y = 528.6x - 13.37$	4*4*4	528.6	0.9746
$y = 553.7x + 10.70$	5*5*5	553.7	0.9636
$y = 1821x - 2.234$	6.5*6.5*6.5	1821	0.9902
$y = 3013x - 34.16$	8*8*8	3013	0.9871

(四)不同形狀(相同體積的柱體且高度相同，但形狀不同)

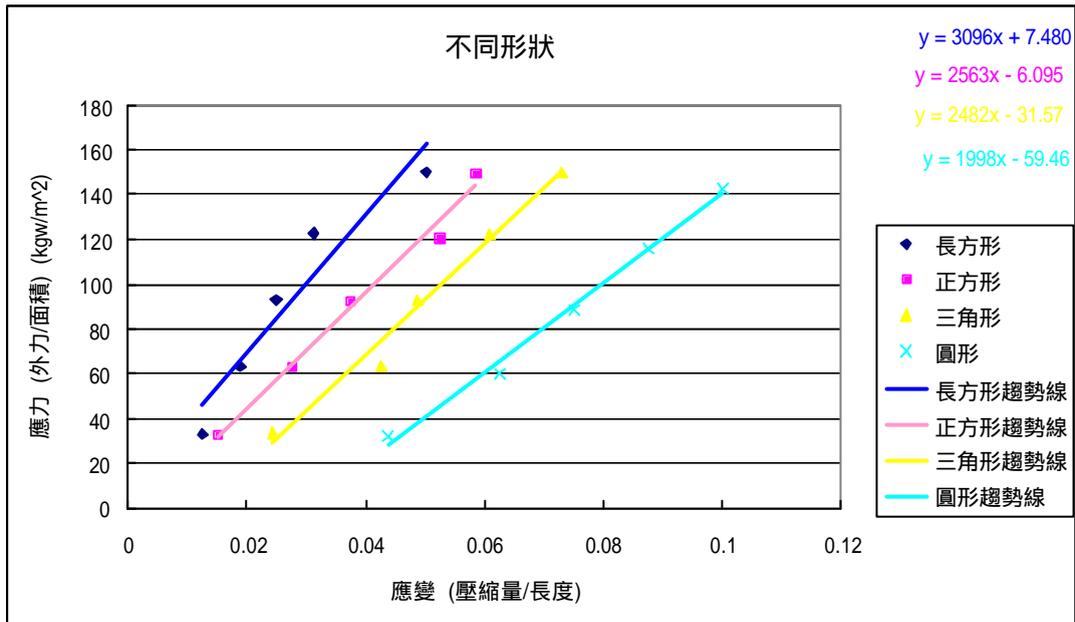


圖 6-6 不同形狀、體積相同之洋菜凍的應力與應變關係圖

表 6-7 洋菜凍不同形狀之數據

面積相同 長度相同 但形狀不同	尺寸	楊氏模數 E	R-square
$y = 3096x + 7.480$	長方柱 長 8 寬 5.3 高 8	3096	0.9136
$y = 2563x - 6.095$	正方柱 邊長 6.5	2563	0.9891
$y = 2482x - 31.57$	三角柱 邊長 9.8	2482	0.9811
$y = 1998x - 59.46$	圓柱 直徑 7.3	1998	0.9938

## 柒、 討論

### 一、 楊氏模數的探討

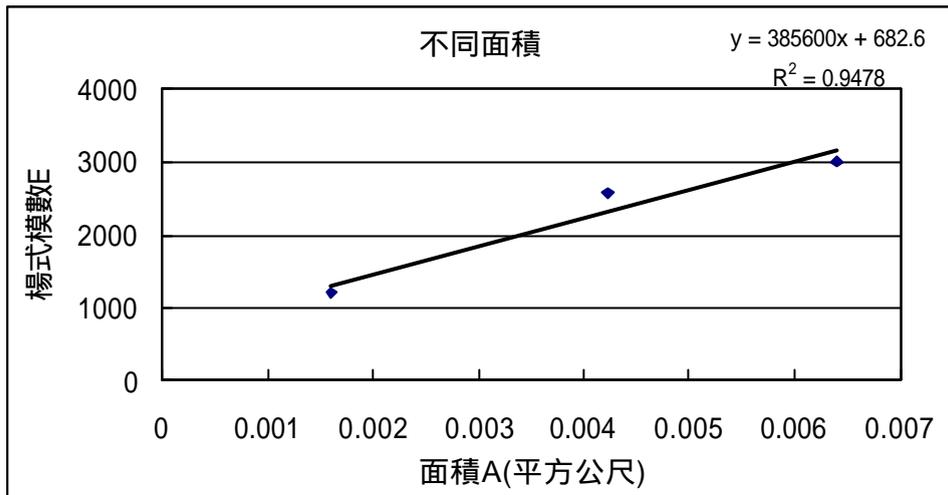


圖 7-1 不同面積、相同長度之洋菜凍，楊氏模數與面積之關係圖

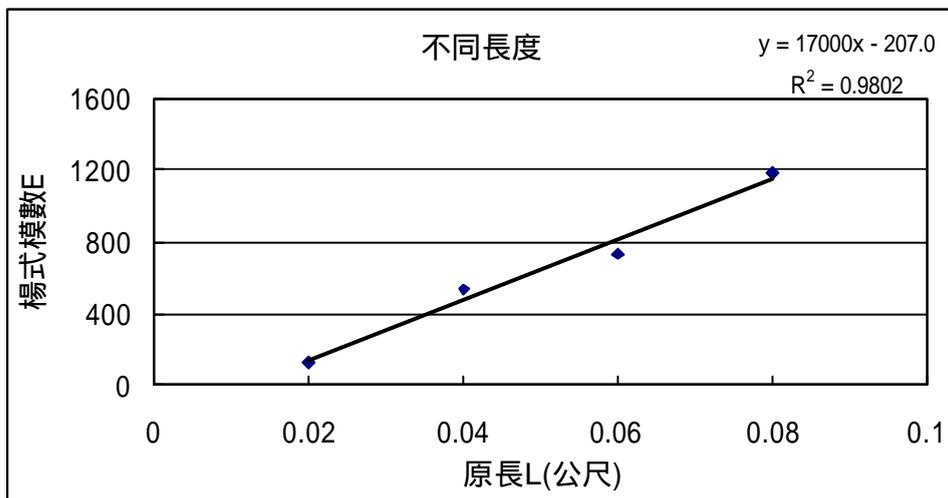


圖 7-2 不同長度、相同面積之洋菜凍，楊氏模數與原長之關係圖

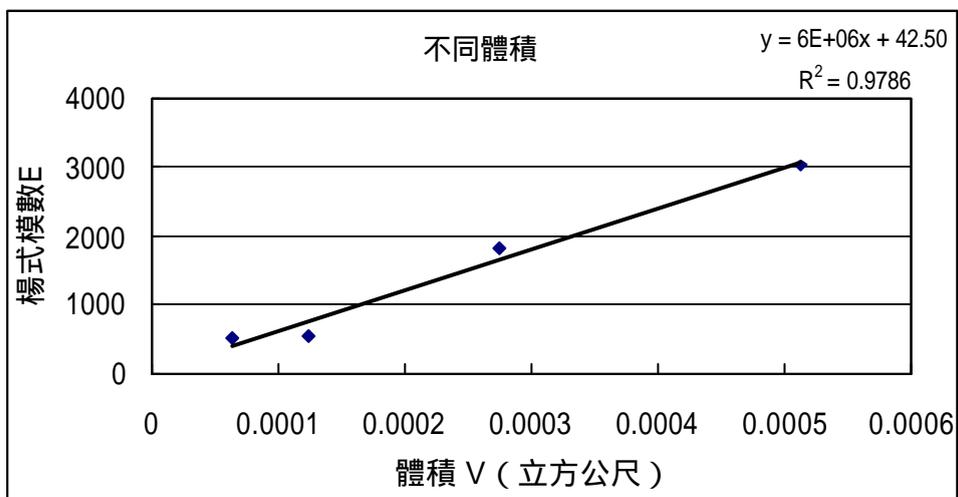


圖 7-3 不同體積、相同形狀之洋菜凍，楊氏模數與體積之關係圖

由實驗數據推測，楊氏模數 E 不是常數。

以下是我們的分析：

1. 由圖 6-3 及表 6-4 可以得知，對同樣長度的柱體而言，面積越大者，楊氏模數 E 越大，數據整理如圖 7-1，可推出楊氏模數 E 與原接觸面積  $A_0$  成線性關係。

$$E \propto A_0 + \text{常數}$$

2. 由圖 6-4 及表 6-5 可以得知，對同樣面積的柱體而言，長度越長者，其楊氏模數 E 越大，數據整理如圖 7-2，可推出楊氏模數 E 與原長度  $L_0$  成線性關係。

$$E \propto L_0 + \text{常數}$$

3. 由圖 6-6 及表 6-7 可以得知，體積越大，其楊氏模數 E 越大，整理數據如圖 7-3，可推出楊氏模數 E 與體積  $V_0$  (即  $A_0 \times L_0$ ) 成線性關係。同時驗證上述兩論述 1. 及 2. 之結果。

$$E \propto A_0 \times L_0 + \text{常數} = V_0 + \text{常數}$$

因此，推論若要將楊氏模數應用在洋菜凍身上，其數學式應有所更正，更正情形如下。

$$\text{原式} \Rightarrow \frac{F}{A} = E \times \frac{\Delta L}{L_0} \Rightarrow \frac{F}{A} = (E_0 \times A_0 \times L_0 + C) \times \frac{\Delta L}{L_0} = (E_0 \times V_0 + C) \times \frac{\Delta L}{L_0} \dots\dots\dots(4)$$

$L_0 =$  原長度       $A_0 =$  原面積       $E_0 =$  常數       $V_0 =$  原體積       $C =$  常數

## 二、觀察洋菜受到擠壓形變

### (一)圓柱形

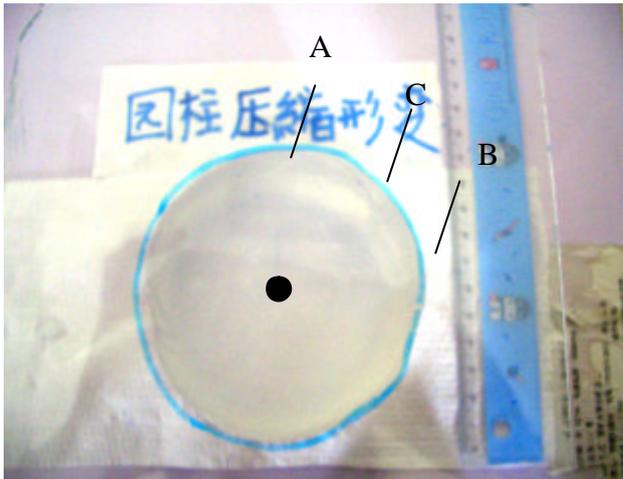


圖 7-4 壓縮前之圓柱形變

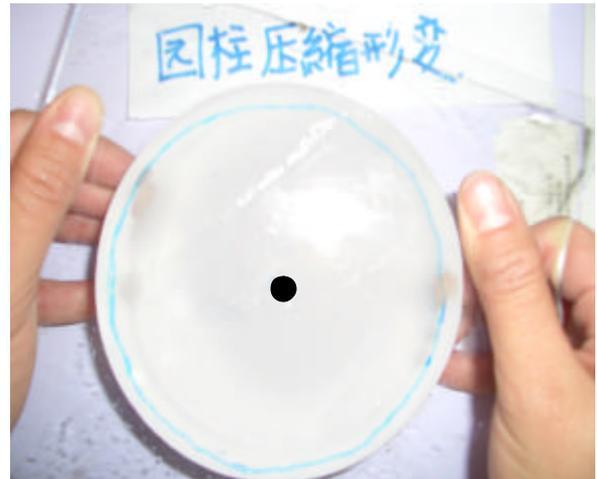


圖 7-5 壓縮後之圓柱形變

由圖 7-4 到圖 7-5 得知，當我們壓縮洋菜凍時，洋菜為規則變形。固定中心點來看：

1. 任意一點之變形均為均勻變大，如 A、B、C 三點。
2. 因此圓形為規則變大。

### (二)正方柱

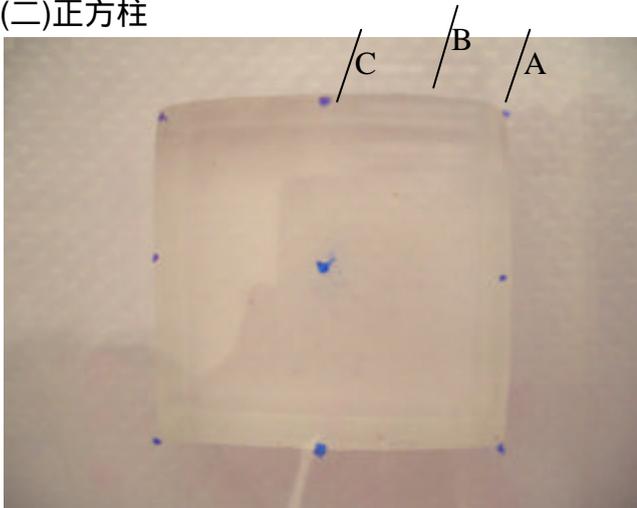


圖 7-6 壓縮前之正方柱形變



圖 7-7 壓縮後之正方柱形變

由圖 7-6 到圖 7-7 得知，當我們壓縮洋菜凍時，洋菜為不規則變形。固定中心點來看：

1. 四個頂點之變形為對稱，但呈不規則變大且邊線有圓化的現象。
2. 邊長中心點 C 比邊長上任一點 B 之變形量較大。

### (三)三角形

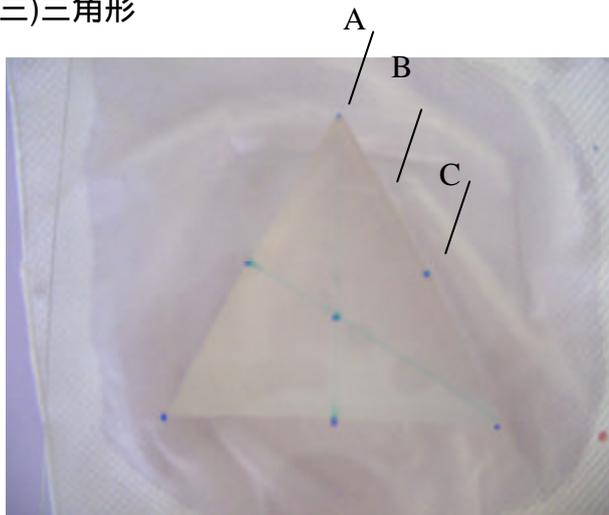


圖 7-8 壓縮前之三角柱形變

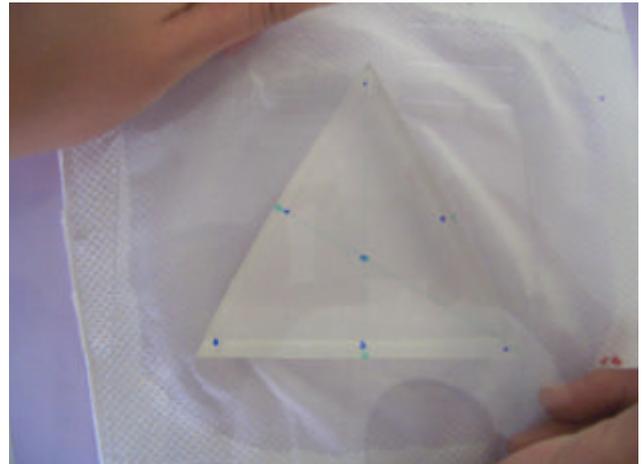


圖 7-9 壓縮後之三角柱形變

由圖 7-8 到圖 7-9 得知，當我們壓縮洋菜凍時，洋菜為不規則變形。固定中心點來看：

1. 三個頂點之變形為對稱，但呈不規則變大且邊線有圓化的現象。
2. 邊長中心點 C 比邊長上任一點 B 之變形量較大。

### (四)長方形

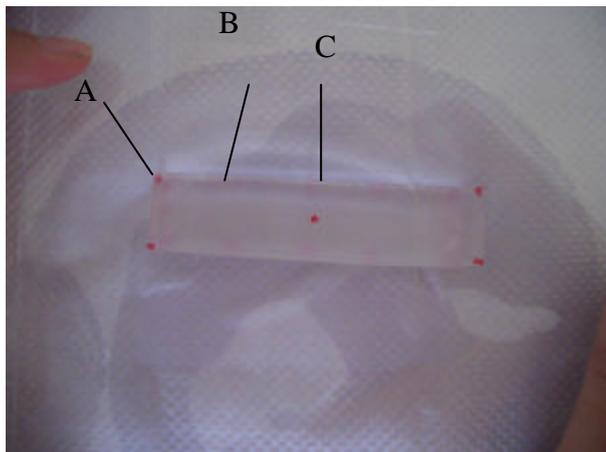


圖 7-10 壓縮前之長方柱形變



圖 7-11 壓縮後之長方柱形變

由圖 7-10 到圖 7-11 得知，當我們壓縮洋菜凍時，洋菜為不規則變形。固定中心點來看：

1. 四個頂點之變形為對稱，但呈不規則變大亦有邊線圓化的現象。
2. 邊長中心點 C 比邊長上任一點 B 之變形量較大。

### 三、分析形變之情形

#### (一) 比較正方柱變形的能量儲存

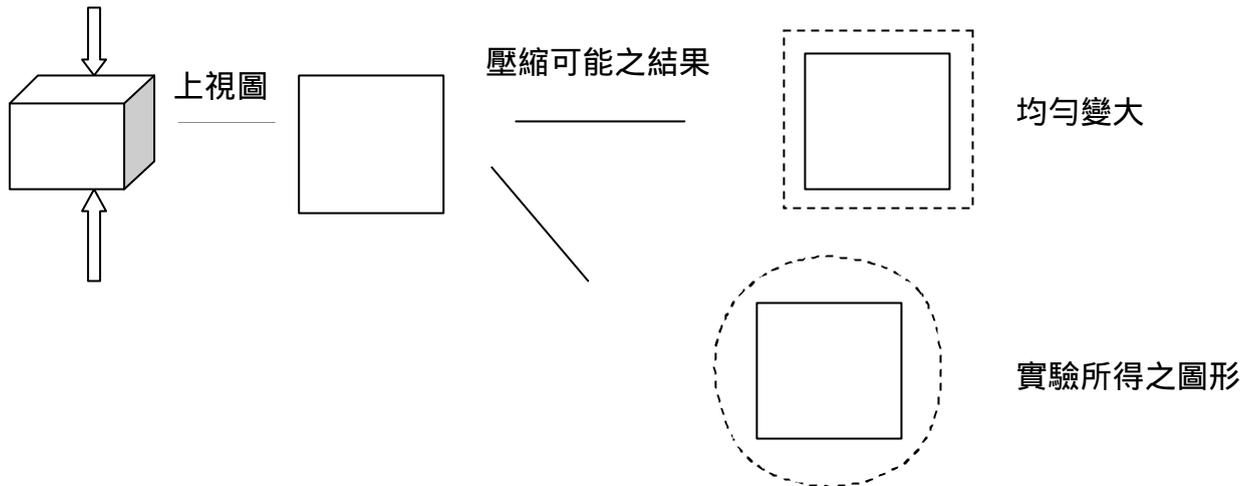


圖 7-12 正方柱洋菜凍受到壓縮時可能發生之情形示意圖

計算方法(以下計算為  $4 \times 4 \times 4$  立方公分的正方柱)：

1. 想像正方形上有八條彈簧，自中心出發。
2. 四條為質心到四邊之中點，另四條為質心到頂點。
3. 一種彈簧 1 之長度為  $\overline{OP} = 2\sqrt{2}$  公分，圖 7-13。  
另一種彈簧 2 之長度為  $\overline{OQ} = 2$  公分，圖 7-13。

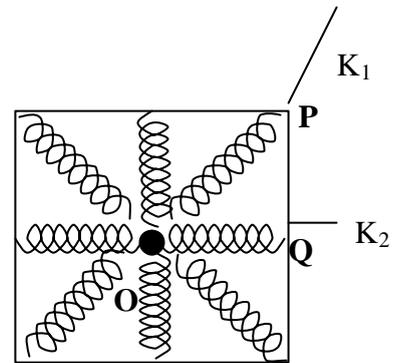


圖 7-13 正方柱之彈簧組合想像圖

4. 利用虎克定律，若此彈簧的力常數為  $K$ ，則切割後的力常數與長度成反比。

假設  $K$  為此材質彈簧之彈性係數  
 彈簧 1 及彈簧 2 之截面積面積相同  
 彈簧 1 之彈性係數  $K_1 = K / \overline{OP} = K / (2\sqrt{2})$   
 彈簧 2 之彈性係數  $K_2 = K / \overline{OQ} = K / 2$

故  $\overline{OP}$  之彈性係數為  $K_1 = K / 2\sqrt{2}$

$\overline{OQ}$  之彈性係數為  $K_2 = K / 2$

5. 計算

壓縮後  $\overline{OP}$  長度變為 3.3 公分， $\overline{OQ}$  長度變為  $\frac{9\sqrt{2}}{5}$  公分。依實驗所得之彈性能

$$U = \left[ \frac{1}{2} K_1 (3.3 - 2\sqrt{2})^2 + \frac{1}{2} K_2 \left( \frac{9\sqrt{2}}{5} - 2 \right)^2 \right] \times 4$$

$$U = 0.1547K + 0.303K = 0.4577K$$

6. 若均勻變大之彈性能

推算壓縮後  $\overline{OP}' = \frac{4.8\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$ ， $\overline{OQ}' = \frac{4.8}{2} \text{ cm}$ 。理論推算所得之彈性能

$$U' = \left[ \frac{1}{2} K_1 \left( \frac{4.8\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} \right)^2 + \frac{1}{2} K_2 \left( \frac{4.8}{2} - 2 \right)^2 \right] \times 4$$

$$U' = (0.0987K + 0.04K) \times 4 = 0.5543K$$

在此假設下實驗計算不均勻變大  $U <$  理論均勻變大  $U'$ ，計算可得正方柱之洋菜凍受壓變形後，符合物體傾向處於低位能。將此彈簧模組應用在三角柱及長方柱上。

(二) 比較三角柱變形的能量儲存

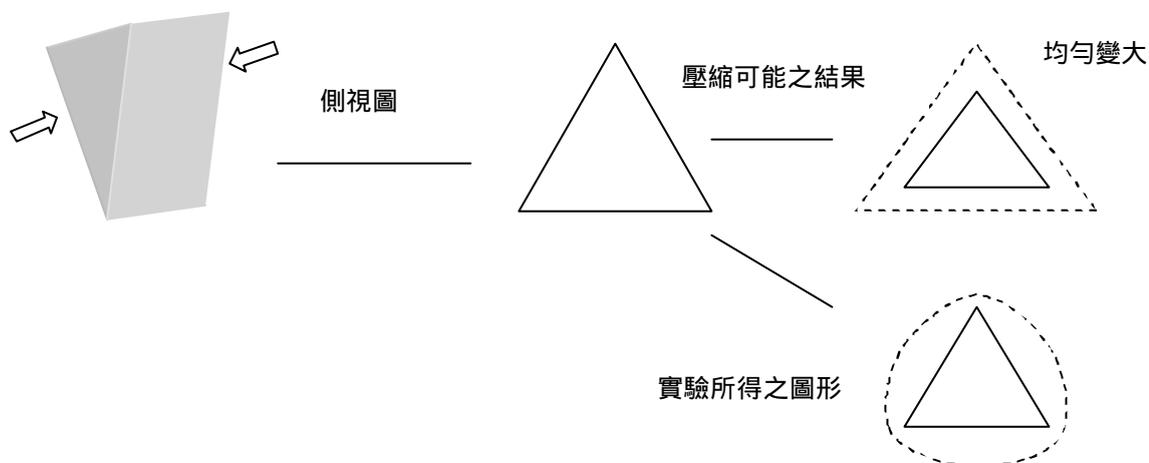
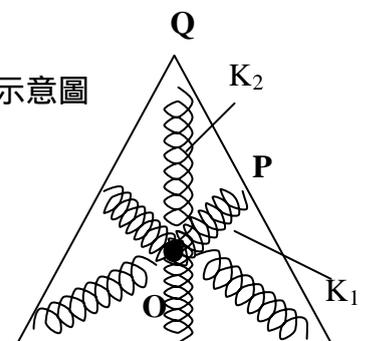


圖 7-14 三角柱洋菜凍受到壓縮時可能發生之情形示意圖

計算方法(以下計算為邊長 9.8 高 8 公分三角柱)：

1. 想像三角形上有 6 條彈簧，自中心出發。
2. 三條為質心到三邊之中點，另三條為質心到頂點。
3. 一種彈簧 1 之長度為  $\overline{OP} = 2.8$  公分，如圖 7-15。

另一種彈簧 2 之長度  $\overline{OQ}$  為 5.44 公分，圖 7-15。 圖 7-15 三方柱之彈簧組合想像圖



4. 同理  $\overline{OP}$  之彈性係數為  $K_1 = K/\overline{OP} = K/2.8$ ， $\overline{OQ}$  之彈性係數為  $K_2 = K/\overline{OQ} = K/5.44$

5. 計算

壓縮後  $\overline{OP}$  長度變為 3.27 公分， $\overline{OQ}$  長度變為 6.1 公分。依實驗所得之彈性能

$$U = \left[ \frac{1}{2} K_1 (3.27 - 2.8)^2 + \frac{1}{2} K_2 (6.1 - 5.44)^2 \right] \times 3$$

$$U = 0.0394K + 0.04K = 0.0794K$$

6. 若均勻變大之彈力位能

推算壓縮後  $\overline{OP}' = 3.15\text{cm}$ ， $\overline{OQ}' = 6.29\text{cm}$ 。理論推算所得之彈性能

$$U' = \left[ \frac{1}{2} K_1 (3.15 - 2.8)^2 + \frac{1}{2} K_2 (6.29 - 5.44)^2 \right] \times 3$$

$$U' = 0.0219K + 0.0664K = 0.0883K$$

在此彈簧模組假設下仍是不均勻  $U <$  均勻  $U'$ ，可得三角柱之洋菜凍受壓變形後，符合物體傾向處於低位能之趨勢。

(三) 比較長方柱變形的能量儲存

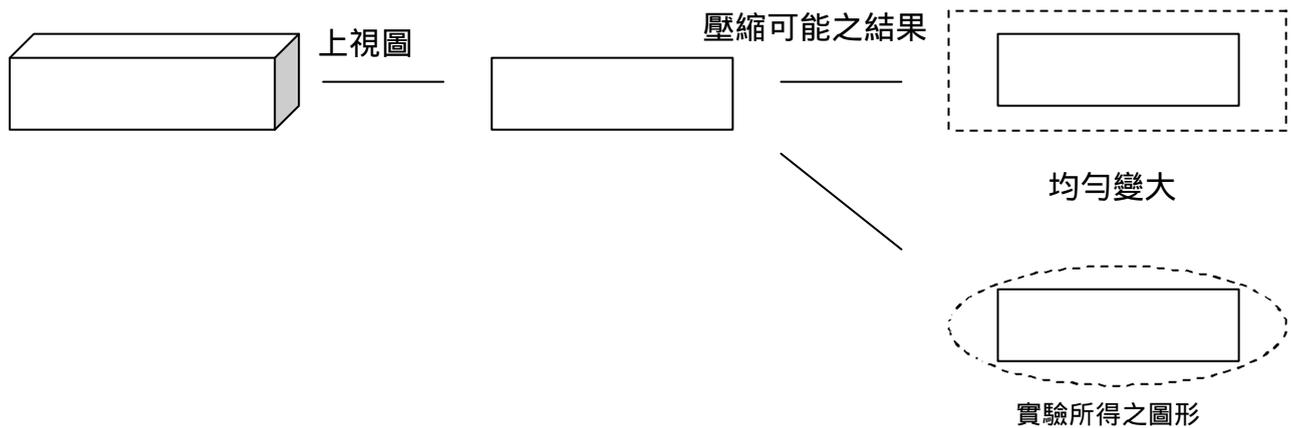


圖 7-16 長方柱洋菜凍受到壓縮時可能發生之情形示意圖

計算方法(以下計算為 2\*2\*8 公分之長方柱)：

1. 想像長方形上有八條彈簧，自中心出發。
2. 四條為質心到頂點，二條為質心到四邊之寬中點，另二條為質心到四邊之長中點。
3. 一種彈簧 1 之長度為  $\overline{ZO} = \sqrt{17}$  公分，如圖 7-17。  
一種之彈簧 2 之長度為  $\overline{PO} = 1$  公分，如圖 7-17。  
另一種彈簧 3 之長度為  $\overline{QO} = 4$  公分，如圖 7-17。
4. 同理  $\overline{ZO}$  之彈性係數為  $K_1 = K/\overline{ZO} = K/\sqrt{17}$

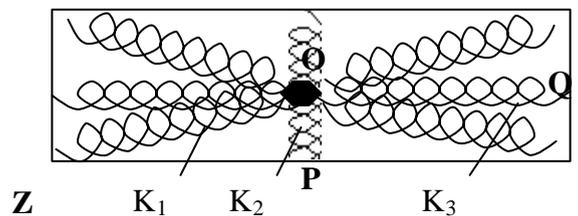


圖 7-17 長方柱之彈簧組合想像圖

$\overline{PO}$  之彈性係數為  $K_2 = K/\overline{PO} = K/1$

$\overline{QO}$  之彈性係數為  $K_3=K/\overline{QO}=K/4$

#### 5. 計算

壓縮後  $\overline{OP}$  長度變為  $1.115\text{cm}$ ,  $\overline{OQ}$  長度變為  $4.46\text{cm}$ ,  $\overline{OZ}$  長度變為  $4.597\text{cm}$ 。依實驗所得之彈性位能

$$U = \left[ \frac{1}{2} K_3 (4.46 - 4)^2 + \frac{1}{2} K_2 (1.115 - 1)^2 \right] \times 2 + \left[ \frac{1}{2} K_1 (4.597 - \sqrt{17})^2 \right] \times 4$$
$$U = 0.0297K + 0.1088K = 0.1385K$$

#### 6. 若均勻變大之彈力位能

推算壓縮後  $\overline{OP}' = 1.125\text{cm}$ ,  $\overline{OQ}' = 4.43\text{cm}$ ,  $\overline{OZ}' = 4.565\text{cm}$ 。理論推算所得之彈性位能

$$U' = \left[ \frac{1}{2} K_3 (4.43 - 4)^2 + \frac{1}{2} K_2 (1.125 - 1)^2 \right] \times 2 + \left[ \frac{1}{2} K_1 (4.565 - \sqrt{17})^2 \right] \times 4$$
$$U' = 0.03092K + 0.10892K = 0.1398K$$

在此彈簧模組假設下仍是不均勻  $U < \text{均勻 } U'$ ，可得長方柱之洋菜凍受壓變形後，符合物體傾向處於低位能之趨勢。

### 四、實驗困難及誤差的探討

#### (一) 實驗儀器困難克服

1. 為了切得整齊曾使用薄鋁片及菜刀切洋菜凍。果凍易坍塌容易切不平均，易有實驗誤差。  
方法→製作模具克服困難。
2. 初期架設是經由儀器中間拉線固定，量測較大塊洋菜凍時，為使洋菜凍保持在一定軌道上，用針線穿過洋菜凍中間，但測量過程中卻使得果凍內部有破壞情形。  
方法→原本只有一個滑輪易受力不平均，使用 2 個滑輪架，使其受力平均，由兩邊拉線。如圖 7-18 及 7-19。



圖 7-18 早期的儀器圖

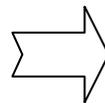


圖 7-19 改良後的儀器圖

3. 原秤盤為塑膠製作約為 25 克，相較於重物 50 克的砝碼此秤盤佔大比例。  
方法→改用保麗龍製作，僅剩 9.3 克。
4. 摩擦力太大。  
方法→使用潤滑油來減少摩擦力。

5. 為何儀器裝置使用側壓，而不是正上壓下  
 原因→(1)因為須考慮壓得是否均勻，由上向下壓容易因壓得不勻而使果凍滑動。  
 (2)重力影響太大，外力不加壓，已有形變的問題。

(二)果凍的困難克服

1. 曾使用燒仙草，但因燒仙草的彈性度低，易疲乏或破裂，不易量測其改變量。內部有氣泡使得切割不易平均，出水狀況明顯。  
 方法→在使用多種果凍粉後發現洋菜凍較少出水問題。
2. 室溫下冷卻的洋菜凍易有分布不均勻的情形，實驗數據發現，上面較稀，底下較濃。

表 7-1 比較 8\*8\*8 之洋菜凍上下兩半之差別

8*8*8 之洋菜凍切成上下兩半比較	尺寸	楊氏模數 E	R-square
$1.499x + 0.0034$	4*4*4 上半	1.499	0.9919
$3x + 0.0217$	4*4*4 下半	3.000	1.000

此種情形，綠茶凍也有，使用冰水浴後仍有濃度不均勻的問題，上下的濃度誤差也有將近 50%。後來測試草莓凍，仍是無法解決濃度問題，猜想是因為成分中含有糖的緣故。

表 7-2 比較 8\*8\*8 之洋菜凍上下兩半之差別

8*8*8 之抹茶凍切成上下兩半比較	尺寸	楊氏模數 E	R-square
$y = 42.72x + 3.431$	8*8*8 上半	42.72	0.9878
$y = 77.09x + 2.156$	8*8*8 下半	77.09	0.9920

方法→把煮沸後的洋菜凍置入模具中，並放入零 的冰水中冷卻，以此冰水浴的方法，減少因密度不同沈降造成的誤差，如表 7-2，或把煮好的洋菜凍放入保溫的小冰箱。

如圖 7-20 及 7-21。

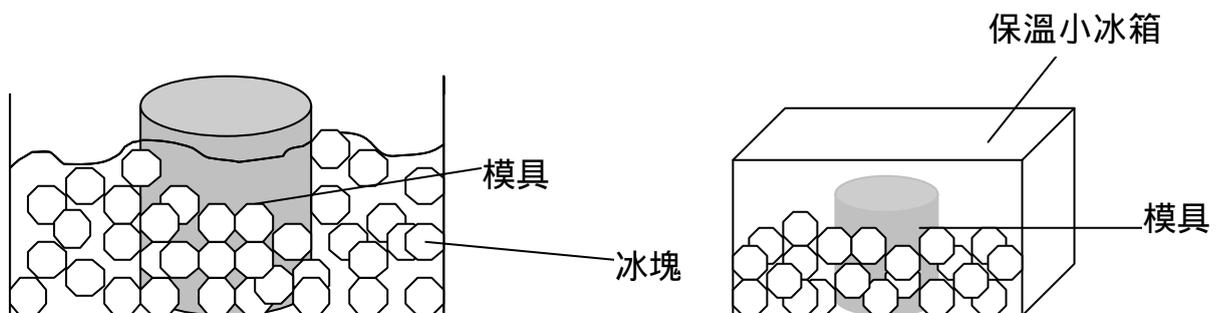


圖 7-20 洋菜放入冰水中等待冷卻

圖 7-21 洋菜放入冰箱中等待冷卻

3. 洋菜凍取出後，不馬上使用，久了洋菜凍會變形出水而不能使用。

方法→洋菜凍取出後立即使用或者是要使用時才取出。

4. 草莓凍與綠茶凍

- (1) 在一定的外力下，草莓凍跟抹茶凍比起來較容易超過彈性限度。  
 (2) 抹茶凍因為太軟、不易切，所以改用洋菜凍。如圖 7-22

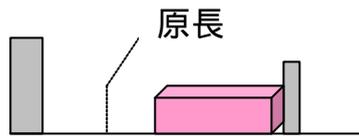


圖 7-22 超過彈性限度之草莓凍

(三)誤差來源

1. 人為判讀誤差，約為 $\pm 0.25\text{mm}$ 之間。
2. 測量過程果凍會滑動，需注意確認是否在軌道上，以及滑輪是否準確地與”擠壓洋菜的板子”垂直。

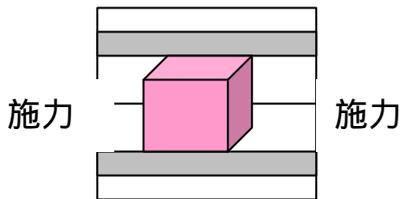


圖 7-23 防止洋菜滑動之方法

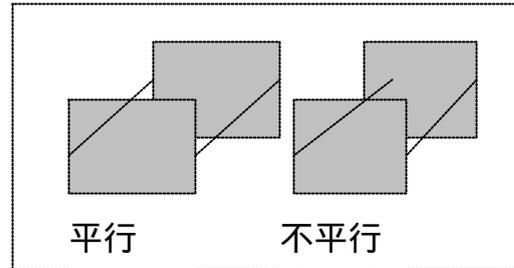


圖 7-24 不平行之誤差示意圖

3. 若超過彈性限度則數據不準，不應再繼續測量，應改作一個新的洋菜凍，並注意放入砝碼時，是否超過彈性限度。
4. 熱的洋菜溶液在冷卻及凝固過程中，內部會向內收縮之情形，因此模具表面有凹陷現象。
5. 洋菜凍與壓克力板面的吸附現象需克服，因此，量測前務必除去多於水分。
6. 洋菜凍凝固後經一段時間會有出水現象，使得體積變小，因此避免隔天使用之情形，減少出水造成的誤差。

## 捌、 結論

一、 實驗發現，洋菜凍受力後的應力(F/A)和應變( $\Delta L/L$ )確實成線性關係，如圖 8-1。

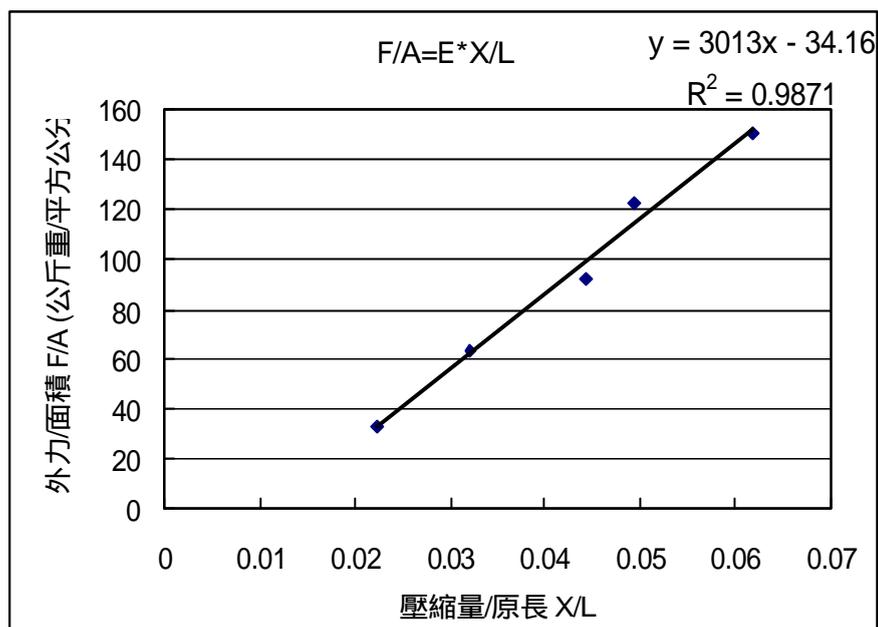


圖 8-1 洋菜所受應力與應變之關係圖

二、 高度不同，面積相同之立方柱其長度越長楊氏模數越大。

三、 面積不同，高度相同之立方柱其面積越大楊氏模數越大。

四、 體積不同，形狀相同之正方柱，體積越大的洋菜凍，其楊氏模數 E 越大。

五、 總結前三結論，推論楊氏模數  $E \propto A_0 \times L_0 + C$ ，因此，對此有體積之軟物質彈性描述或

許可將關係式改為  $\frac{F}{A} = (E_0 \times A_0 \times L_0 + C) \times \frac{\Delta L}{L_0}$ 。(如討論一)

六、 由實驗得知，面積相同，高度相同，但形狀不同之洋菜凍，其楊氏模數相近，因此形狀的影響較小。

七、 實驗發現正方柱、三角柱之洋菜凍受壓變形，為不均勻之變大之輪廓，而圓柱之洋菜凍為均勻變大之輪廓，自然界物體喜歡處於較低之彈性能相關，因此推論此中心輻射的彈簧模型可說明此現象，(如討論二 四)。

八、 感想：

一開始想要了解圓形的粉圓為何會 QQ 的，在老師引導下接觸了『軟物質』這個新名詞，雖然它的複雜性很高，但希望就我們所學設法理解軟物質的彈性問題，所以選擇了無糖的洋菜來切入這個領域。從洋菜身上看到，它的性質的確不容易定義得很明確，我們也試圖去盡量解釋它，這個過程對我們而言很新奇、很有挑戰性，我們認為這是一個很特別的研究方向，並且認為相關的題目很值得投入去發現與探討。

## 玖、參考資料及其他

- 一、管傑雄、孫允武、林中一、羅芳晁 基礎物理  
修訂二版三刷 台灣 三民書局 p37 第二章 運動 2-3-3 力的量度  
民國九十二年八月
- 二、陳文典 物質科學物理篇  
修訂二版 台灣 康熙圖書 第三章 p62 靜力平衡 3-1 力與力平衡  
民國九十一年八月
- 三、張文亮 回到起初 科學大師的發現  
初版 台灣 時報出版社 博古通今 - 奇才 楊格與光的繞射  
民國九十二年四月十日
- 四、熱納(Pierre - Gilles de Gennes)、巴竇(Jacques Badoz)著；郭兆林、周念縈譯  
固、特、異的軟物質  
第一版 台北市 天下遠見出版 導讀二至四  
民國八十八年
- 五、林明瑞、張仁昌、劉國棟、劉怡君  
物質科學物理篇  
二版 台南市 南一書局企業股份有限公司 p87~p88  
民國九十三年
- 六、HALLIDAY/RESNICK/WALKER；黃崢瑜、王耀常、賴俊豪、廖顯文譯  
物理 上 第六版(Fundamentals of Physics)  
出版三刷 台北市 全華科技圖書股份有限公司 13-11~13-15  
民國九十二年
- 七、參閱網站  
[http://hk-phy.org/glossary/mech/hooke\\_law.html](http://hk-phy.org/glossary/mech/hooke_law.html)  
<http://www.chefsrecipe.net/dictionary.htm>  
<http://cslin.auto.fcu.edu.tw/nowsci/now7/now7a/now7a-4.htm>  
[http://cra-server.mcvs.tp.edu.tw/makeupexam1/start/phyhtm/CH04\\_P.htm](http://cra-server.mcvs.tp.edu.tw/makeupexam1/start/phyhtm/CH04_P.htm)

## 十、 附錄

附錄一：

R-square 的定義：

用來衡量數據與趨勢線之相關程度的指標，R-square 為相關係數的平方法介於 0 與 1 之間，R-square 越大表示相關性越高。

附錄二：

利用虎克定律所畫出的外力與壓縮量關係圖：

(因以下列出之圖形不足以幫助我們分析所得結果，所以不在分析中使用。)

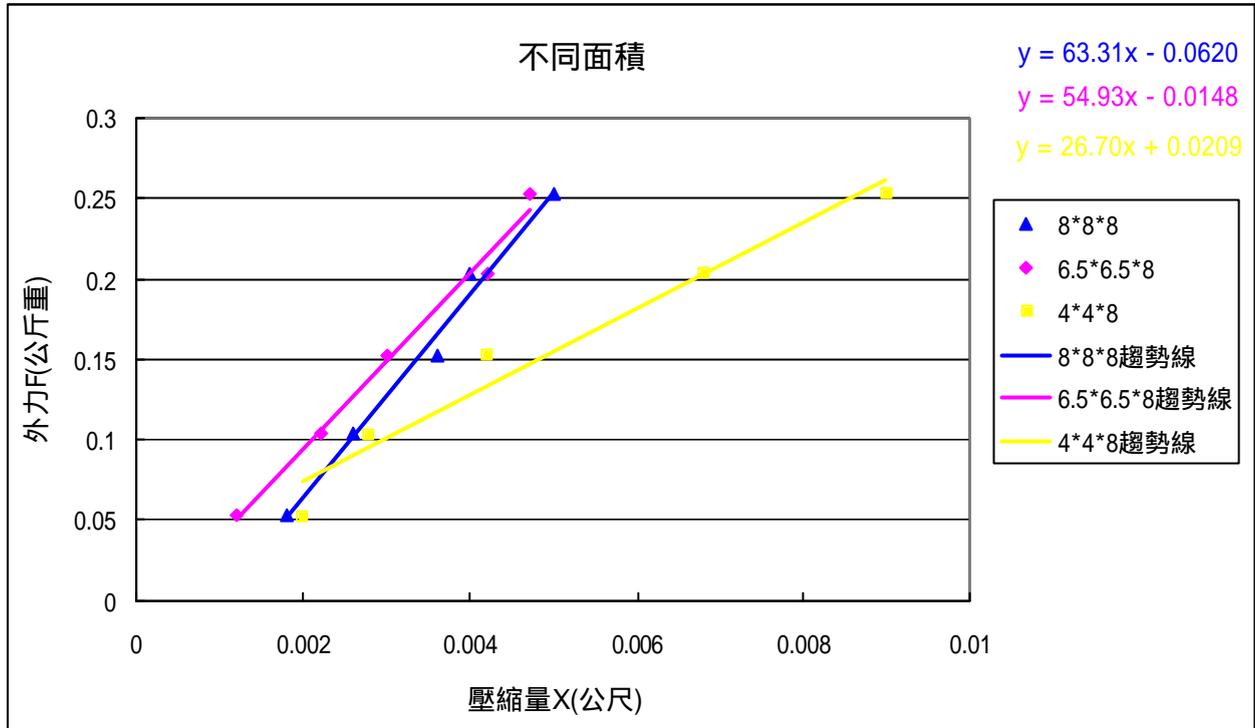


圖 10-1 不同面積，相同長度之洋菜凍，虎克定律與面積之關係圖

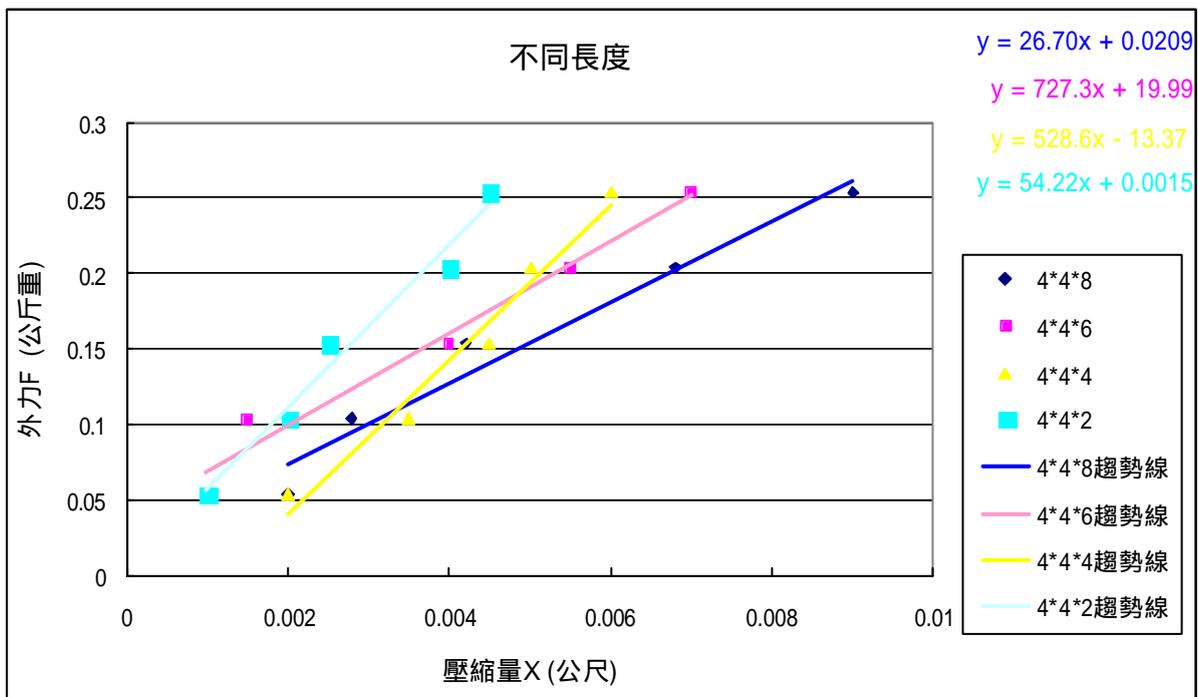


圖 10-2 不同長度(同樣面積的正方柱變化高度)虎克定律彈性問題

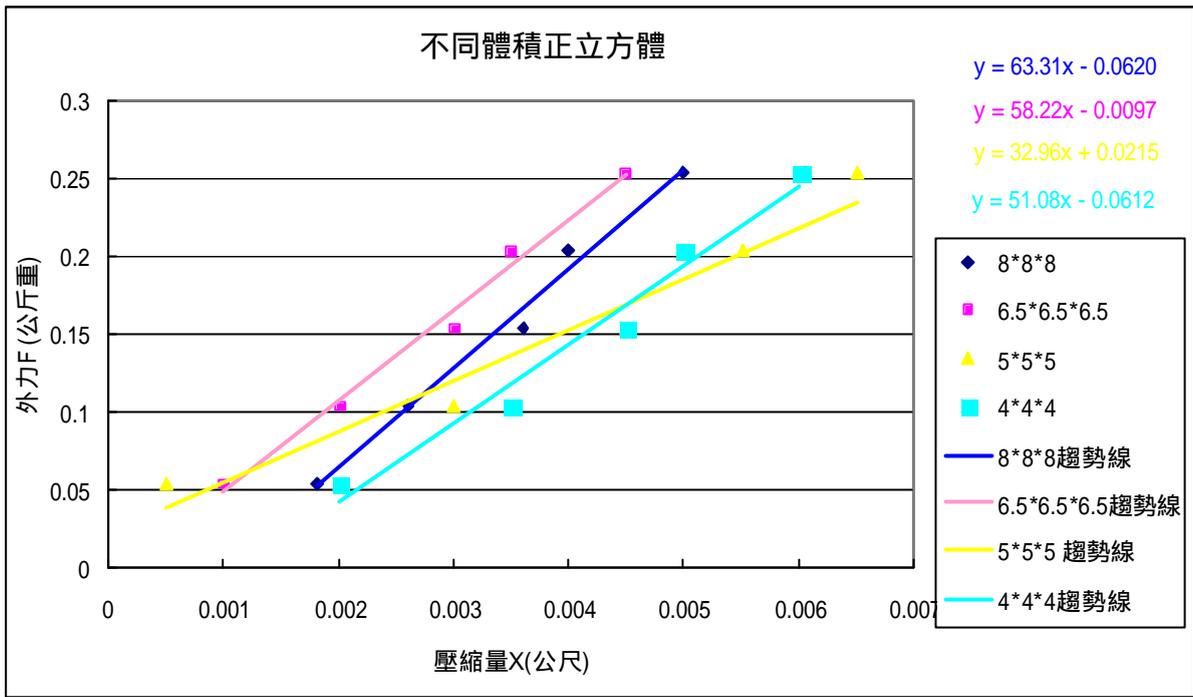


圖 10-3 不同體積(變化不同體積的正立方體)虎克定律彈性問題

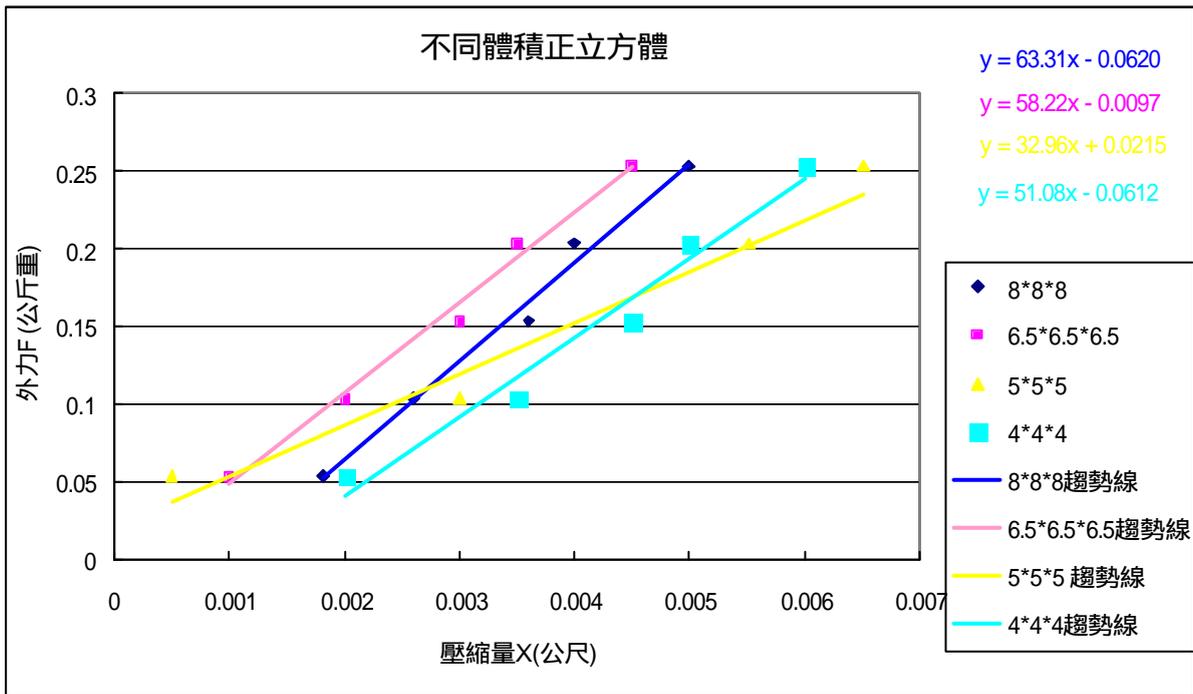


圖 10-4 不同形狀(相同體積的柱體且高度相同，但形狀不同)虎克定律彈性問題

## 評語

040115 高中組物理科 佳作

QQ 果凍-洋菜凍的彈性

1. 需增加內容深度與廣度。
2. 主題研究難度高，富挑戰性。