

中華民國第四十四屆中小學科學展覽會

作品說明書

國小組數學科

080410

彰化縣秀水鄉秀水國民小學

指導老師姓名

蕭瑞琪

胡慧如

作者姓名

陳皓偉

柯維哲

梁柏鈞

梁容毓

中華民國第四十四屆中小學科學展覽會參展作品專輯



中華民國第四十四屆中小學科學展覽會

作品說明書

科別：數學科

組別：國小組

作品名稱：我切、我切、我切切切

關鍵詞：多邊形、圖形切割

編號：



我切、我切、我切切切

壹、摘要

一個多邊形經由一條直線切割可以形成兩個什麼圖形呢？這兩個圖形的組合可以有多少種呢？是否具有規律呢？經過實際切割後，以通過兩邊、通過一頂點一邊及通過兩頂點的切割方式來探討，發現當多邊形的邊數為奇數時，通過兩邊可以形成： $(n-1) \div 2$ 種；通過一頂點一邊可形成： $(n-3) \div 2 + 1$ 種；通過兩頂點可形成： $(n-3) \div 2$ 種，因此共可切割出 $(3n-5) \div 2$ 種圖形組合。而邊數為偶數時，通過兩邊可以形成： $n \div 2$ 種；通過一頂點一邊可形成： $(n-2) \div 2$ 種；通過兩頂點可形成： $(n-2) \div 2$ 種，因此共可切割出 $(3n-4) \div 2$ 種。

貳、研究動機

有一次上數學課時，老師出了一個數學題目，題目是：一個五邊形，可以被一條直線切割成什麼圖形？當時班上同學提出了許多不同的答案，因此，引發了我們的好奇心，不知道有什麼方法可以很快速的知道一個圖形可以被切成幾種圖形組合，所以，我們就展開了這次的研究。

參、研究目的

- (一) 探討 3~10 邊形由一條直線切割後，可形成哪些圖形？
- (二) 探討 3~10 邊形由一條直線切割後，所形成的圖形有幾種組合？
- (三) 探討 3~10 邊形由一條直線切割後，所形成的圖形組合是否具有規律性？

肆、研究器材

紙、筆、直尺

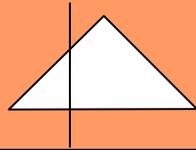
伍、研究過程

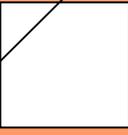
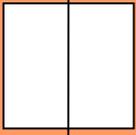
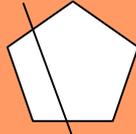
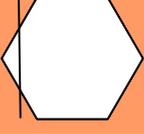
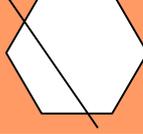
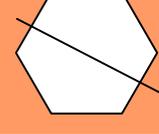
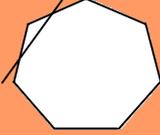
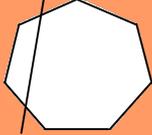
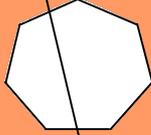
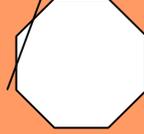
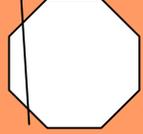
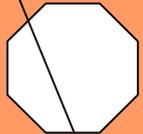
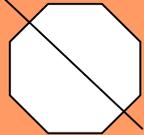
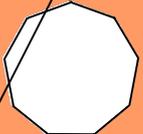
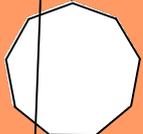
一、3~10 邊形由一條直線切割後，可形成哪些圖形？

【作法】將圖形畫出，實際切割，看看能形成什麼樣的圖形？

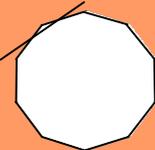
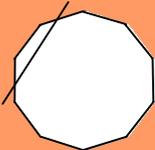
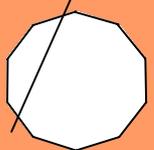
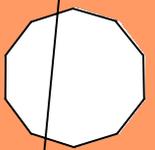
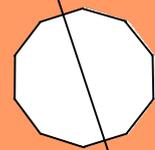
在實際的切割後，發現一個多邊形經由一條直線切割時，會有下面三種情形：

- (一) 切割的直線通過多邊形的 2 個邊

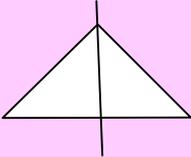
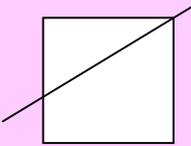
多邊形	可以有的組合	
三角形	(1) 	
	三角形+四邊形	

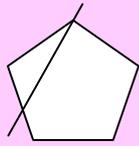
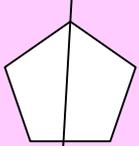
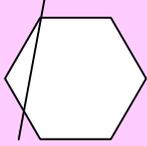
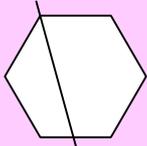
四邊形	(1) 	(2) 	
	三角形+五邊形	四邊形+四邊形	
多邊形	可以有的組合		
五邊形	(1) 	(2) 	
	三角形+六邊形	四邊形+五邊形	
六邊形	(1) 	(2) 	(3) 
	三角形+七邊形	四邊形+六邊形	五邊形+五邊形
七邊形	(1) 	(2) 	(3) 
	三角形+八邊形	四邊形+七邊形	五邊形+六邊形
八邊形	(1) 	(2) 	(3) 
	三角形+九邊形	四邊形+八邊形	五邊形+七邊形
	(4) 		
	六邊形+六邊形		
九邊形	(1) 	(2) 	(3) 
	三角形+十邊形	四邊形+九邊形	五邊形+八邊形

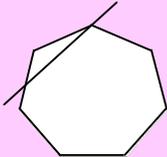
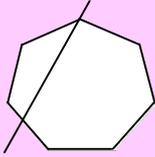
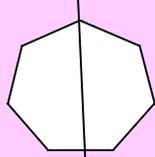
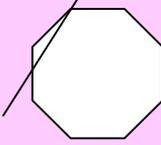
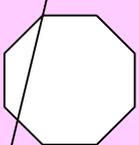
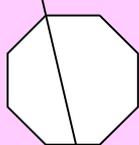
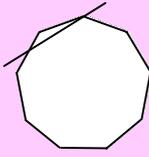
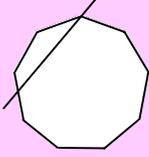
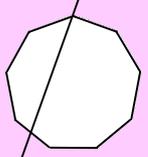
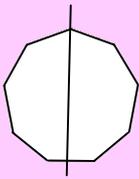
	(4) 	
	六邊形+七邊形	

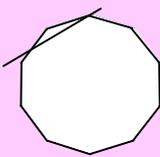
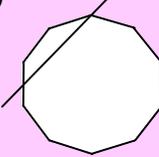
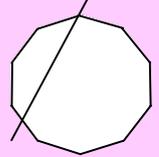
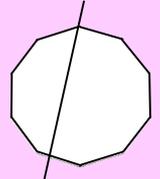
多邊形	可以有的組合		
十邊形	(1) 	(2) 	(3) 
	三角形+十一邊形	四邊形+十邊形	五邊形+九邊形
	(4) 	(5) 	
	六邊形+八邊形	七邊形+七邊形	

(二)、切割的直線通過多邊形的 1 個頂點及 1 個邊

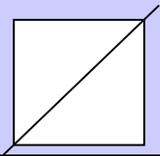
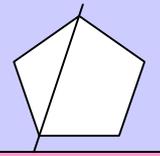
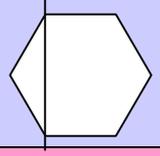
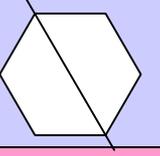
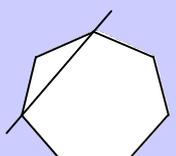
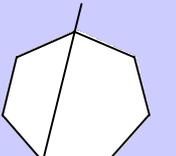
多邊形	可以有的組合		
三角形	(1) 		
	三角形+三角形		
四邊形	(1) 		
	三角形+四邊形		

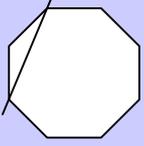
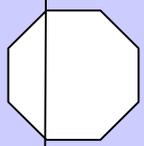
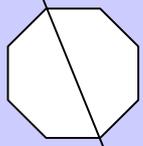
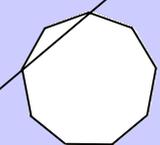
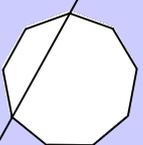
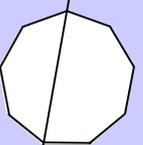
五邊形	(1) 	(2) 
	三角形+五邊形	四邊形+四邊形
六邊形	(1) 	(2) 
	三角形+六邊形	四邊形+五邊形

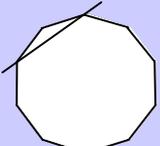
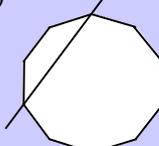
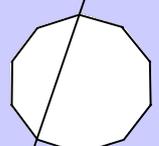
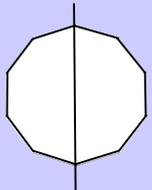
多邊形	可以有的組合		
七邊形	(1) 	(2) 	(3) 
	三角形+七邊形	四邊形+六邊形	五邊形+五邊形
八邊形	(1) 	(2) 	(3) 
	三角形+八邊形	四邊形+七邊形	五邊形+六邊形
九邊形	(1) 	(2) 	(3) 
	三角形+九邊形	四邊形+八邊形	五邊形+七邊形
	(4) 	六邊形+六邊形	

十邊形	(1) 	(2) 	(3) 	
	三角形+十邊形	四邊形+九邊形	五邊形+八邊形	
	(4) 			
	六邊形+七邊形			

(三) 切割的直線通過多邊形的 2 個頂點

多邊形	可以有的組合		
三角形	無		
四邊形	(1) 		
	三角形+三角形		
五邊形	(1) 		
	三角形+四邊形		
六邊形	(1) 	(2) 	
	三角形+五邊形	四邊形+四邊形	
七邊形	(1) 	(2) 	

	三角形+六邊形	四邊形+五邊形	
八邊形	(1) 	(2) 	(3) 
	三角形+七邊形	四邊形+六邊形	五邊形+五邊形
九邊形	(1) 	(2) 	(3) 
	三角形+八邊形	四邊形+七邊形	五邊形+六邊形

多邊形	可以有的組合		
十邊形	(1) 	(2) 	(3) 
	三角形+九邊形	四邊形+八邊形	五邊形+七邊形
	(4) 		
	六邊形+六邊形		

【發現】：

- 1、一個多邊形，經由一條直線切割後，可以形成兩個多邊形。
- 2、一個多邊形，經由一條直線切割後，可以形成 $3 \sim n+1$ 邊形

二、3~10 邊形由一條直線切割後，所形成的圖形有幾種組合？

由研究過程一發現：

多邊形	三角形	四邊形	五邊形	六邊形
-----	-----	-----	-----	-----

切割後，圖形組合數	2 種	4 種	5 種	7 種
-----------	-----	-----	-----	-----

多邊形	七邊形	八邊形	九邊形	十邊形
切割後，圖形組合數	8 種	10 種	11 種	13 種

三、3~10 邊形由一條直線切割後，所形成的圖形組合是否具有規律性？

(一) 切割的直線通過多邊形的 2 個邊

經過操作比較分析後，發現單就一條直線通過多邊形的 2 個邊，所切割出的圖形組合數，是具有規律性的，且與多邊形的邊數有相關性。

當邊數為奇數時有： $(n-1) \div 2$ 種

當邊數為偶數時有： $n \div 2$ 種

(二) 切割的直線通過多邊形的 1 個頂點及 1 個邊

經過操作比較分析後，發現單就一條直線通過多邊形的 1 個頂點及 1 個邊，所切割出的圖形組合數，是具有規律性的，且與多邊形的邊數有相關性。

當邊數為奇數時有： $(n-3) \div 2 + 1$ 種

當邊數為偶數時有： $(n-2) \div 2$ 種

(三) 切割的直線通過多邊形的 2 個頂點

經過操作比較分析後，發現單就一條直線通過多邊形的 2 個頂點，所切割出的圖形組合數，是具有規律性的，且與多邊形的邊數有相關性。

當邊數為奇數時有： $(n-3) \div 2$ 種

當邊數為偶數時有： $(n-2) \div 2$ 種

由以上三種情況得知：

當多邊形的邊數為奇數時，一條直線可將多邊形切割出 2 個圖形的組合數為：

$$\begin{aligned}
 & (n-1) \div 2 + (n-3) \div 2 + 1 + (n-3) \div 2 \\
 & = (n-1+n-3+2+n-3) \div 2 \\
 & = (3n-5) \div 2
 \end{aligned}$$

當多邊形的邊數為偶數時，一條直線可將多邊形切割出 2 個圖形的組合數為：

$$\begin{aligned} & n \div 2 + (n-2) \div 2 + (n-2) \div 2 \\ & = (n+n-2+n-2) \div 2 \\ & = (3n-4) \div 2 \end{aligned}$$

【討論】

1、三角形由一條直線切割後所形成的圖形組合數：

$$(3 \times 3 - 5) \div 2 = 2$$

2、四邊形由一條直線切割後所形成的圖形組合數：

$$(3 \times 4 - 4) \div 2 = 4$$

3、五邊形由一條直線切割後所形成的圖形組合數：

$$(3 \times 5 - 5) \div 2 = 5$$

4、六邊形由一條直線切割後所形成的圖形組合數：

$$(3 \times 6 - 4) \div 2 = 7$$

5、七邊形由一條直線切割後所形成的圖形組合數：

$$(3 \times 7 - 5) \div 2 = 8$$

6、八邊形由一條直線切割後所形成的圖形組合數：

$$(3 \times 8 - 4) \div 2 = 10$$

7、九邊形由一條直線切割後所形成的圖形組合數：

$$(3 \times 9 - 5) \div 2 = 11$$

8、十邊形由一條直線切割後所形成的圖形組合數：

$$(3 \times 10 - 4) \div 2 = 13$$

陸、結論

一、一個多邊形經由一條直線切割後，可形成 $3 \sim n+1$ 邊形。

二、多邊形經由一條直線切割後，所形成的圖形組合數是具有規律性的。

三、當多邊形邊數為奇數時，一條直線切割所形成的圖形組合有

$$(3n-5) \div 2 \text{ 種}$$

四、當多邊形邊數為偶數時，一條直線切割所形成的圖形組合有

$$(3n-4) \div 2 \text{ 種}$$

五、我們發現圖形的世界真是奧妙，一條直線切割一個多邊形，就可以產生那麼多的變化，而這些變化都是具有規律性的，難怪數學的世界是這樣的迷人及有趣。

柒、參考資料

- 一、康軒文教事業股份有限公司（民 92）：數學學習領域教科書第七冊。康軒文教事業股份有限公司。
- 二、黃敏晃（民 89）：規律的尋求。心裡出版社。

評語

080410 國小組數學科

我切、我切、我切切切

由操作歸納並推出公式，整個研究過程交待清楚，報告寫法亦佳，可惜研究主題張力有限。解決問題之創意可再加強。