

中華民國第四十四屆中小學科學展覽會

作者說明書

高中組物理科

040118

國立新竹女子高級中學

指導老師姓名

林智遠

李彥璋

作者姓名

李姿慧

余孟璘

弦歌不輟——用圓駐波振盪模式探討彈性模數

壹、研究摘要：

行為動機：鐘鳴繚繞，弦歌不輟，探究其奧秘，發現是金屬圈形成圓駐波，不停交織而成。
初試啼聲：彈性鋼弦半徑愈小的弦，剛性愈大；共振頻率愈高，波速也就隨之增大。
進階認知：彈性線材依其長短、斷面形狀、材質及負荷之分佈，而有不同彈性模數。
不能自拔：不同振盪模式，對彈性線材也有不同的彈性行為，進而了解金屬的機械性質。
爐火純青：從實驗設計，數據分析及統計，測得環狀鋼弦用圓駐波振盪模式的彈性模數。

貳、研究動機：

生活中每個角落都交雜著車聲、喇叭聲、交談聲，令人心煩；靜夜蟲鳴，清晨鳥叫，卻又教人清醒；唯假日深山寺院的悠悠鐘鳴，使人寧靜放鬆。一次到某寺還願，碰巧撞上僧人聚於大廳念佛誦經的時刻，渾厚深沈的鐘聲傳遍山頭的每個小角落，也引發了我們想要探討鈴聲鐘鳴美麗內在的動機。在寒假中展開了與聲波的邂逅，試驗再試驗，測量再測量，聲音終究現了形，發現駐波振盪不尋常規律的歌者，進而掉入環狀鋼弦的駐波振盪之相關探討。

參、研究目的：

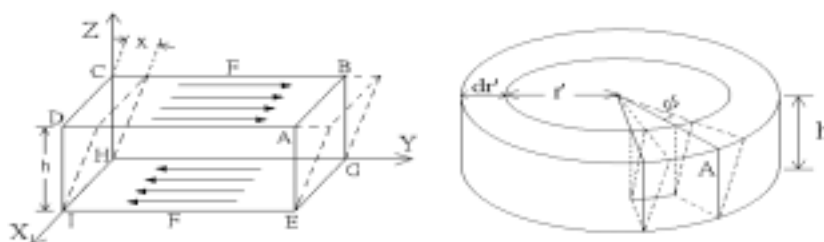
- 一、探討鉛直懸掛環狀弦，在某些特定頻率驅動下，形成美妙穩定的圓形駐波之奧秘。
- 二、利用鋼弦在垂直及平行環狀面上，探討環狀弦在不同振盪模式下，共振頻率、半波長、諧波數（節點數）波速之各種特性，分析各物理量的相關性。
- 三、進而探討彈性鋼弦在不同振盪模式下，切應變的彈性模數變化；進一步了解彈性材料線密度，環狀弦周長大小的剛性係數之機械性質。

肆、研究構想：

- 一、以垂直環狀面之振盪，探討共振頻率、節點數與鋼弦的彈性模數之相關性。
 - （一）控制頻率及節點數，探討不同大小之環狀弦與波長的關係。
 - （二）控制頻率及節點數，探討不同粗細之環狀弦與波長的關係。
- 二、以平行環狀面之振盪，探討共振頻率、節點數與鋼弦的彈性模數之相關性。
 - （一）控制頻率及節點數，探討不同大小之環狀弦與波長的關係。
 - （二）控制頻率及節點數，探討不同粗細之環狀弦與波長的關係。
- 三、研究環狀弦上圓駐波模式，隨弦圈半徑之改變下，波速變化的規律特性。
- 四、比較垂直振盪模式及平行振盪模式，研究鋼弦彈性模數之差異。

伍、實驗原理：

一、觀念 < >



依 應力=模數×應變 切應力= $\frac{F}{A}$ 切應變= $\frac{x}{h}$

切應變係數 Shear modulus= $\frac{F/A}{x/h}$ 又稱剛性係數 modulus of rigidity

中空圓柱的切應變：

$$\frac{F}{A} = S \frac{r'\phi}{h}$$

$$dF = S \frac{r'\phi}{h} 2\pi r' dr' \quad dF = \frac{2\pi S\phi}{h} r'^2 dr' \quad F = \frac{2\pi S\phi}{3h} r'^3 = \frac{2\pi S\phi}{3h} r'^3$$

$$d\tau = r' dF = \frac{2\pi S\phi}{h} r'^3 dr' \quad \tau = \int_0^r \frac{2\pi S\phi}{h} r'^3 dr' = \frac{\pi S\phi}{2h} r'^4$$

$$S = \frac{2h\tau}{\pi\phi r'^4} = \frac{2h}{\pi r'^4} \tau/\phi \quad \text{令 } \tau/\phi = k_\phi \quad \Rightarrow \text{故 } S = \frac{2h}{\pi r'^4} k_\phi$$

二、觀念 < >

$$\text{依切應變係數 } S = \frac{F/A}{\Delta x/h} = \frac{F/2\pi r_0 \Delta r}{(2\pi r_2 - 2\pi r_0)/\Delta r} = \frac{F}{\pi L_0 \Delta r}$$

$$\text{依 } V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \boxed{F = \mu V^2 = \pi L_0 S \Delta r} \quad \text{得 } V^2 = \frac{\pi L_0 S \Delta r}{\mu (= \frac{m}{L_0})} = \frac{\pi L_0^2 S \Delta r}{m}$$

$$\text{所以 } \left(\frac{V}{L_0}\right)^2 = \pi \frac{\Delta r}{m} S \quad \text{----- (1)} \quad \text{又 } \boxed{L_0 = n \frac{\lambda}{2} \quad \text{即 } 2L_0 = n\lambda}$$

$$\text{依 } V = f\lambda = f \frac{2L_0}{n} \Rightarrow \boxed{\frac{V}{L_0} = \frac{2f}{n}} \text{ 代入 (1) 故 } S = \frac{4mf^2}{\pi \Delta r n^2} \quad \text{----- (2)}$$

三、觀念 < >

由數據分析 V-n 函數圖，得知 $\frac{V}{n} = k$ 令 $V = nk$ 又依 $V = f\lambda = f \frac{2L}{n}$

$$\therefore nk = \frac{f 2L}{n} \quad \text{即 } n^2 k = f 2L \quad \text{推得 } \Rightarrow n^2 \propto f \propto V^2 \quad \text{所以 } S = \frac{4mf^2}{\pi \Delta r} \quad \text{得 } \boxed{S \propto f}$$

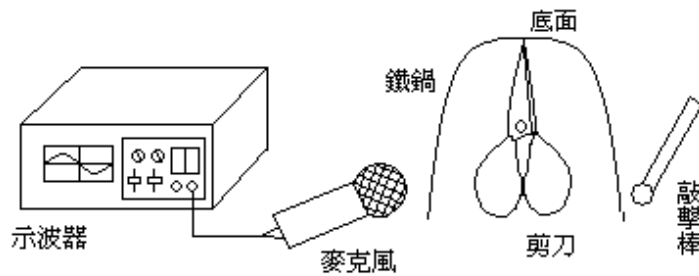
$$\text{以 } f = n^2 \frac{k}{2L} \text{ 代入 (2)} \quad S = \frac{mk^2}{\pi L \Delta r} n^2 \quad \text{得 } \boxed{S \propto n^2}$$

陸、實驗器材與方法：

一、**實驗一**----以鐵鍋、碗比擬鐘，利用示波器和麥克風先行測試、觀察及了解。

(一) 實驗器材：示波器、麥克風、鐵鍋、鐵碗、敲擊棒、剪刀。

(二) 實驗裝置：(圖一)



(圖一)



(三) 實驗步驟：

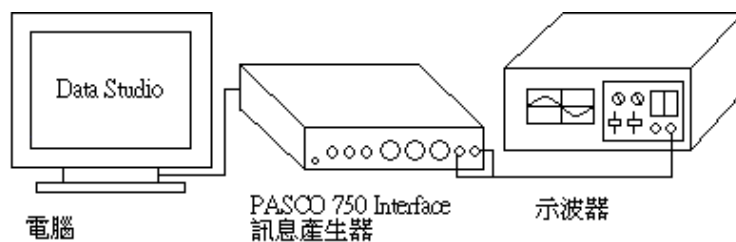
分別用敲擊棒敲擊靜止及在剪刀尖端上旋轉的鍋、碗底面、側面及開口處邊緣，用麥克風湊近鍋碗接收聲波，讀取示波器之訊號。

(四) 實驗結果：鐵鍋共振聲音複雜多變，但重且質佳的鐘有穩定的律音模式。

二、**實驗二**----頻率測試--測試 Data Studio 軟體配合 PASCO 750 Interface 輸出之訊號無誤

(一) 實驗器材：電腦、Data Studio 軟體、PASCO 750 Interface 訊息產生器、示波器。

(二) 實驗裝置：(圖二)



(圖二)



(三) 實驗步驟：

由電腦軟體輸入資料，指示訊息產生器輸出一特定振幅和頻率。讀取示波器之顯示。

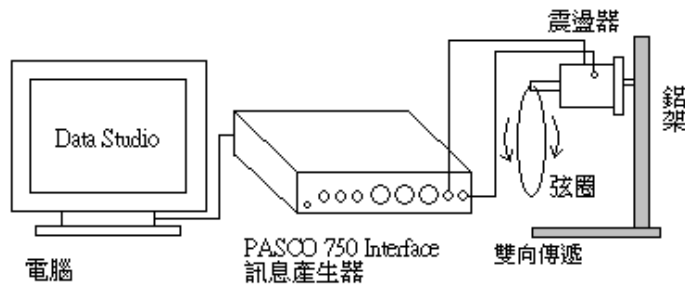
比較示波器顯示的頻率與電腦輸入的頻率是否吻合。

(四) 實驗結果：Data Studio 頻率之輸出是準確的。

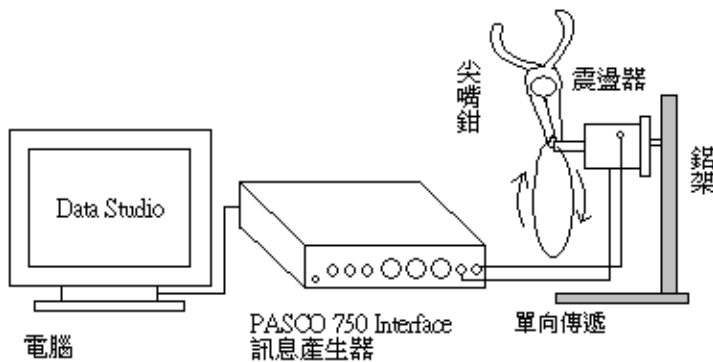
三、**實驗三**----測試環狀鋼弦上之波動由振動源雙向傳遞與單向傳遞，結果是否相同。

(一) 實驗器材:電腦、Data Studio 軟體、PASCO 750 Interface 訊息產生器、振盪器、旋夾、尖嘴鉗、C 型夾、180cm 高的鋁架、固定夾、細綿線、直尺、吉他弦。

(二) 實驗裝置：(圖三-1)、(圖三-2)



(圖三-1)



(圖三-2)



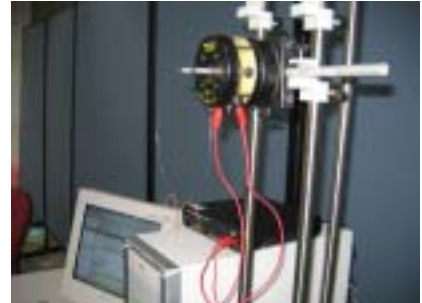
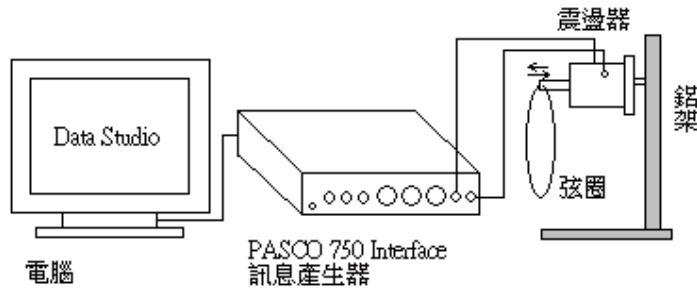
(三) 實驗步驟：

- 1.裝置如(圖三-1)，振盪器之振源振動時，波動經順、逆時鐘方向傳遞。
- 2.以電腦軟體輸入一特定振幅和 10Hz 之頻率，指示訊息產生器輸出此正弦波，使振盪器開始振動。以 1Hz 為單位，逐一增高頻率，觀察弦圈振動的情形。
- 3.當環狀鋼弦隨振盪頻率產生良好穩定共振駐波模式時，停止振動，增減此頻率值後再開啟振動。如此反覆檢測，求出使弦圈產生最明顯駐波的頻率，並記錄。
- 4.持續以此頻率振動。取兩條約 15cm 之細綿線，在弦圈最下端之兩節點上綁線標定位置。停止振動後，用直尺測量兩節點間之弦長，記錄半波長。
- 5.改裝置如(圖三-2)，弦圈另一端用尖嘴鉗固定，以測定單向傳遞，證明與(實驗三-1)相同。

(四) 實驗結果：環狀鋼弦之振源傳遞波動的方式，由(圖三-1)、(圖三-2)測得不同共振頻率下之節點位置相同，意即弦上的波動可視為單向傳遞與反射波干涉而成的圓形駐波，亦可看成振源雙向傳遞反向干涉而成。

四、**實驗四**----垂直振盪模式--環狀鋼弦面垂直振盪方向。

- (一) 實驗器材：吉他弦、電吉他弦、鋼琴弦，其他器材如(實驗三-1)。
(二) 實驗裝置：(圖四)



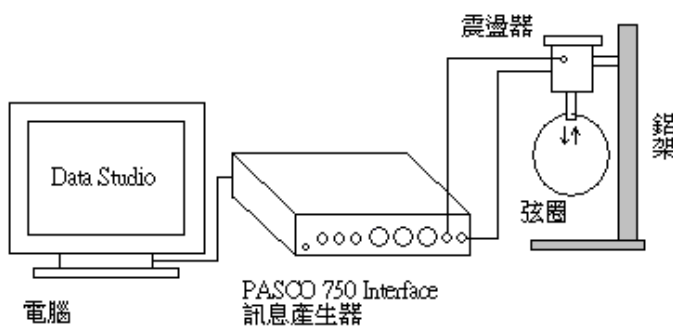
(圖四)

(三) 實驗步驟：

1. 重覆(實驗三-1)之步驟，測量半波長，每次取得三組數據之平均，並記錄。
2. 繼續逐一增高頻率，在振盪器可負荷之範圍內(約 450Hz)，以相同方式測得其他諧波數之對應頻率與其半波長。
3. 以 5 cm 為一單位取長度，從 100cm 到 40cm。以同樣振盪模式，測量同一弦不同長度之各諧波數的對應頻率與其半波長。
4. 以不同材質或不同粗細的弦，重覆步驟 1~3 實驗，記錄如次：吉他 2 號弦 - 如【實驗數據】，電吉他 2 號弦 - 如【實驗數據】，電吉他 3 號弦 - 如【實驗數據】。

五、**實驗五**----平行振盪模式--環狀鋼弦面平行振盪方向。

- (一) 實驗器材：如實驗四
(二) 實驗裝置：振盪器改鉛直向下，如(圖五)



(圖五)

(三) 實驗步驟：

- 重覆實驗四，並記錄如次：吉他 2 號弦 - 如【實驗數據】，電吉他 2 號弦 - 如【實驗數據】，電吉他 3 號弦 - 如【實驗數據】。

柒、實驗結果與分析：

一、實驗數據

垂直振盪

平行振盪

吉他2號弦 周長40cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	122	7.20	1756.80	351.36	36.00	9.76
7	238	5.35	2546.60	363.80	37.45	9.71
9	387	4.30	3328.20	369.80	38.70	9.56
吉他2號弦 周長45cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	97	8.20	1590.80	318.16	41.00	7.76
7	188	6.10	2293.60	327.66	42.70	7.67
9	312	4.70	2932.80	325.87	42.30	7.70
11	452	3.95	3570.80	324.62	43.45	7.47
吉他2號弦 周長50cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
3	30	13.80	828.00	276.00	41.40	6.67
5	81	9.15	1482.30	296.46	45.75	6.48
7	155	6.80	2108.00	301.14	47.60	6.33
9	258	5.30	2734.80	303.87	47.70	6.37
11	379	4.40	3335.20	303.20	48.40	6.26
吉他2號弦 周長55cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	66	10.10	1333.20	266.64	50.50	5.28
7	127	7.30	1854.20	264.89	51.10	5.18
9	205	5.90	2419.00	268.78	53.10	5.06
11	302	4.90	2959.60	269.05	53.90	4.99
13	419	4.05	3393.90	261.07	52.65	4.96
吉他2號弦 周長60cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
3	20	16.60	664.00	221.33	49.80	4.44
5	55	10.90	1199.00	239.80	54.50	4.40
7	106	8.20	1738.40	248.34	57.40	4.33
9	179	6.35	2273.30	252.59	57.15	4.42
11	264	5.30	2798.40	254.40	58.30	4.36
13	365	4.50	3285.00	252.69	58.50	4.32
吉他2號弦 周長65cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	47	11.90	1118.60	223.72	59.50	3.76
7	90	8.70	1566.00	223.71	60.90	3.67
9	147	6.75	1984.50	220.50	60.75	3.63
11	216	5.65	2440.80	221.89	62.15	3.57
13	298	4.80	2860.80	220.06	62.40	3.53
吉他2號弦 周長70cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
3	15	19.30	579.00	193.00	57.90	3.33

吉他2號弦 周長40cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(m/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
3	29	13.60	788.80	262.93	40.80	6.44
5	103	7.15	1472.90	294.58	35.75	8.24
7	216	5.70	2462.40	351.77	39.90	8.82
9	364	4.25	3094.00	343.78	38.25	8.99
吉他2號弦 周長45cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(m/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
3	24	16.10	772.80	257.60	48.30	5.33
5	83	7.90	1311.40	262.28	39.50	6.64
7	175	6.15	2152.50	307.50	43.05	7.14
9	292	4.80	2803.20	311.47	43.20	7.21
11	441	4.10	3616.20	328.75	45.10	7.29
吉他2號弦 周長50cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(m/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	67	8.60	1152.40	230.48	43.00	5.36
7	142	7.00	1988.00	284.00	49.00	5.80
9	237	5.10	2417.40	268.60	45.90	5.85
11	358	4.40	3150.40	286.40	48.40	5.92
吉他2號弦 周長55cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(m/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	56	9.40	1052.80	210.56	47.00	4.48
7	117	7.75	1813.50	259.07	54.25	4.78
9	196	5.70	2234.40	248.27	51.30	4.84
11	295	4.90	2891.00	262.82	53.90	4.88
吉他2號弦 周長60cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(m/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	47	10.30	968.20	193.64	51.50	3.76
7	97	8.55	1658.70	236.96	59.85	3.96
9	165	6.40	2112.00	234.67	57.60	4.07
11	248	5.45	2703.20	245.75	59.95	4.10
吉他2號弦 周長65cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	40	11.30	904.00	180.80	56.50	3.20
7	84	9.10	1528.80	218.40	63.70	3.43
9	140	7.00	1960.00	217.78	63.00	3.46
11	211	5.85	2468.70	224.43	64.35	3.49
吉他2號弦 周長70cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	34	13.00	884.00	176.80	65.00	2.72
7	71	9.80	1391.60	198.80	68.60	2.90
9	121	7.20	1742.40	193.60	64.80	2.99
11	183	6.20	2269.20	206.29	68.20	3.02

垂直振盪

平行振盪

5	41	12.70	1041.40	208.28	63.50	3.28
7	79	9.40	1485.20	212.17	65.80	3.22
9	129	7.40	1909.20	212.13	66.60	3.19
11	192	6.15	2361.60	214.69	67.65	3.17
13	266	5.20	2766.40	212.80	67.60	3.15
吉他2號弦 周長75cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	36	13.40	964.80	192.96	67.00	2.88
7	69	10.20	1407.60	201.09	71.40	2.82
9	111	7.85	1742.70	193.63	70.65	2.74
11	162	6.60	2138.40	194.40	72.60	2.68
13	224	5.50	2464.00	189.54	71.50	2.65
吉他2號弦 周長80cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	32	14.20	908.80	181.76	71.00	2.56
7	61	10.65	1299.30	185.61	74.55	2.49
9	99	8.45	1673.10	185.90	76.05	2.44
11	146	7.00	2044.00	185.82	77.00	2.41
13	203	6.00	2436.00	187.38	78.00	2.40
吉他2號弦 周長85cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	28	15.20	851.20	170.24	76.00	2.24
7	54	11.40	1231.20	175.89	79.80	2.20
9	86	8.90	1530.80	170.09	80.10	2.12
11	126	7.50	1890.00	171.82	82.50	2.08
13	174	6.45	2244.60	172.66	83.85	2.06
吉他2號弦 周長90cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	25	16.30	815.00	163.00	81.50	2.00
7	48	11.95	1147.20	163.89	83.65	1.96
9	78	9.30	1450.80	161.20	83.70	1.93
11	115	7.85	1805.50	164.14	86.35	1.90
13	160	6.70	2144.00	164.92	87.10	1.89
吉他2號弦 周長95cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	22	17.10	752.40	150.48	85.50	1.76
7	42	13.05	1096.20	156.60	91.35	1.71
9	69	10.00	1380.00	153.33	90.00	1.70
11	102	8.40	1713.60	155.78	92.40	1.69
13	141	7.15	2016.30	155.10	92.95	1.67
吉他2號弦 周長100cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	20	18.25	730.00	146.00	91.25	1.60
7	38	13.40	1018.40	145.49	93.80	1.55
9	63	10.20	1285.20	142.80	91.80	1.56
11	92	8.60	1582.40	143.85	94.60	1.52
13	131	7.30	1912.60	147.12	94.90	1.55

吉他2號弦 周長75cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	30	12.90	774.00	154.80	64.50	2.40
7	62	10.50	1302.00	186.00	73.50	2.53
9	106	7.75	1643.00	182.56	69.75	2.62
11	159	6.85	2178.30	198.03	75.35	2.63
吉他2號弦 周長80cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	26	13.60	707.20	141.44	68.00	2.08
7	56	11.00	1232.00	176.00	77.00	2.29
9	93	8.30	1543.80	171.53	74.70	2.30
11	140	7.10	1988.00	180.73	78.10	2.31
吉他2號弦 周長85cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	23	15.00	690.00	138.00	75.00	1.84
7	49	12.00	1176.00	168.00	84.00	2.00
9	82	8.95	1467.80	163.09	80.55	2.02
11	123	7.80	1918.80	174.44	85.80	2.03
吉他2號弦 周長90cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	21	16.80	705.60	141.12	84.00	1.68
7	42	14.95	1255.80	179.40	104.65	1.71
9	74	9.20	1361.60	151.29	82.80	1.83
11	110	8.15	1793.00	163.00	89.65	1.82
吉他2號弦 周長95cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	19	16.00	608.00	121.60	80.00	1.52
7	40	12.80	1024.00	146.29	89.60	1.63
9	65	10.10	1313.00	145.89	90.90	1.60
11	98	8.20	1607.20	146.11	90.20	1.62
吉他2號弦 周長100cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	17	17.30	588.20	117.64	86.50	1.36
7	36	14.00	1008.00	144.00	98.00	1.47
9	59	10.30	1215.40	135.04	92.70	1.46
11	88	8.55	1504.80	136.80	94.05	1.45
電吉他2號弦 周長40cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	81	7.00	1134.00	226.80	35.00	6.48
7	170	5.50	1870.00	267.14	38.50	6.94
9	283	4.20	2377.20	264.13	37.80	6.99
11	427	3.40	2903.60	263.96	37.40	7.06
電吉他2號弦 周長45cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	64	7.30	934.40	186.88	36.50	5.12
7	135	6.35	1714.50	244.93	44.45	5.51
9	224	4.60	2060.80	228.98	41.40	5.53

垂直振盪

平行振盪

電吉他2號弦 周長40cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	97	7.30	1416.20	283.24	36.50	7.76
7	187	5.30	1982.20	283.17	37.10	7.63
9	306	4.35	2662.20	295.80	39.15	7.56
11	451	3.55	3202.10	291.10	39.05	7.45
電吉他2號弦 周長45cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	77	8.20	1262.80	252.56	41.00	6.16
7	148	6.10	1805.60	257.94	42.70	6.04
9	242	4.70	2274.80	252.76	42.30	5.98
11	356	3.95	2812.40	255.67	43.45	5.88
電吉他2號弦 周長50cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	62	9.30	1153.20	230.64	46.50	4.96
7	120	6.80	1632.00	233.14	47.60	4.90
9	195	5.40	2106.00	234.00	48.60	4.81
11	289	4.50	2601.00	236.45	49.50	4.78
13	399	3.85	3072.30	236.33	50.05	4.72
電吉他2號弦 周長55cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	51	10.05	1025.10	205.02	50.25	4.08
7	100	7.40	1480.00	211.43	51.80	4.08
9	161	5.90	1899.80	211.09	53.10	3.98
11	238	4.80	2284.80	207.71	52.80	3.93
13	330	4.10	2706.00	208.15	53.30	3.91
電吉他2號弦 周長60cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	43	10.90	937.40	187.48	54.50	3.44
7	83	8.10	1344.60	192.09	56.70	3.39
9	135	6.50	1755.00	195.00	58.50	3.33
11	200	5.20	2080.00	189.09	57.20	3.31
13	277	4.50	2493.00	191.77	58.50	3.28
15	366	3.80	2781.60	185.44	57.00	3.25
電吉他2號弦 周長65cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	37	11.80	873.20	174.64	59.00	2.96
7	71	8.55	1214.10	173.44	59.85	2.90
9	115	7.00	1610.00	178.89	63.00	2.84
11	170	5.70	1938.00	176.18	62.70	2.81
13	236	4.90	2312.80	177.91	63.70	2.79
15	312	4.30	2683.20	178.88	64.50	2.77
電吉他2號弦 周長70cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	33	12.50	825.00	165.00	62.50	2.64
7	62	9.50	1178.00	168.29	66.50	2.53
9	99	7.30	1445.40	160.60	65.70	2.44
11	147	6.20	1822.80	165.71	68.20	2.43
13	204	5.30	2162.40	166.34	68.90	2.41
15	269	4.55	2447.90	163.19	68.25	2.39

11	337	4.10	2763.40	251.22	45.10	5.57
電吉他2號弦 周長50cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	52	8.60	894.40	178.88	43.00	4.16
7	109	7.30	1591.40	227.34	51.10	4.45
9	181	5.45	1972.90	219.21	49.05	4.47
11	273	4.75	2593.50	235.77	52.25	4.51
13	382	3.80	2903.20	223.32	49.40	4.52
電吉他2號弦 周長55cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	43	9.15	786.90	157.38	45.75	3.44
7	89	8.20	1459.60	208.51	57.40	3.63
9	148	5.55	1642.80	182.53	49.95	3.65
11	224	4.95	2217.60	201.60	54.45	3.70
13	313	4.05	2535.30	195.02	52.65	3.70
電吉他2號弦 周長60cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	37	10.00	740.00	148.00	50.00	2.96
7	76	8.40	1276.80	182.40	58.80	3.10
9	126	6.25	1575.00	175.00	56.25	3.11
11	190	5.50	2090.00	190.00	60.50	3.14
13	265	4.60	2438.00	187.54	59.80	3.14
電吉他2號弦 周長65cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	31	11.10	688.20	137.64	55.50	2.48
7	65	9.00	1170.00	167.14	63.00	2.65
9	108	6.65	1436.40	159.60	59.85	2.67
11	160	5.80	1856.00	168.73	63.80	2.64
13	226	4.90	2214.80	170.37	63.70	2.67
電吉他2號弦 周長70cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	27	11.80	637.20	127.44	59.00	2.16
7	56	9.90	1108.80	158.40	69.30	2.29
9	93	7.25	1348.50	149.83	65.25	2.30
11	138	6.80	1876.80	170.62	74.80	2.28
13	195	5.20	2028.00	156.00	67.60	2.31
電吉他2號弦 周長75cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	25	12.40	620.00	124.00	62.00	2.00
7	49	10.70	1048.60	149.80	74.90	2.00
9	81	7.80	1263.60	140.40	70.20	2.00
11	120	6.90	1656.00	150.55	75.90	1.98
13	169	5.55	1875.90	144.30	72.15	2.00
電吉他2號弦 周長80cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	22	13.50	594.00	118.80	67.50	1.76
7	43	11.20	963.20	137.60	78.40	1.76
9	72	8.10	1166.40	129.60	72.90	1.78
11	106	7.20	1526.40	138.76	79.20	1.75
13	149	5.80	1728.40	132.95	75.40	1.76

垂直振盪

平行振盪

電吉他2號弦 周長75cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	28	13.45	753.20	150.64	67.25	2.24
7	54	10.20	1101.60	157.37	71.40	2.20
9	87	7.95	1383.30	153.70	71.55	2.15
11	128	6.55	1676.80	152.44	72.05	2.12
13	177	5.55	1964.70	151.13	72.15	2.09
15	234	5.00	2340.00	156.00	75.00	2.08
電吉他2號弦 周長80cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	25	14.10	705.00	141.00	70.50	2.00
7	47	10.20	958.80	136.97	71.40	1.92
9	76	8.40	1276.80	141.87	75.60	1.88
11	112	7.10	1590.40	144.58	78.10	1.85
13	155	5.90	1829.00	140.69	76.70	1.83
15	206	5.25	2163.00	144.20	78.75	1.83
電吉他2號弦 周長85cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	22	15.15	666.60	133.32	75.75	1.76
7	42	11.30	949.20	135.60	79.10	1.71
9	68	9.00	1224.00	136.00	81.00	1.68
11	99	7.50	1485.00	135.00	82.50	1.64
13	138	6.35	1752.60	134.82	82.55	1.63
15	183	5.50	2013.00	134.20	82.50	1.63
電吉他2號弦 周長90cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	20	16.05	642.00	128.40	80.25	1.60
7	38	12.00	912.00	130.29	84.00	1.55
	61	9.50	1159.00	128.78	85.50	1.51
11	88	7.90	1390.40	126.40	86.90	1.45
13	122	6.70	1634.80	125.75	87.10	1.44
15	163	5.80	1890.80	126.05	87.00	1.45
電吉他2號弦 周長95cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	18	16.85	606.60	121.32	84.25	1.44
7	34	12.40	843.20	120.46	86.80	1.39
9	55	9.95	1094.50	121.61	89.55	1.36
11	79	8.20	1295.60	117.78	90.20	1.31
13	110	7.05	1551.00	119.31	91.65	1.30
15	146	6.30	1839.60	122.64	94.50	1.30

電吉他3號弦 周長40cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	141	7.30	2058.60	411.72	36.50	11.28
7	274	5.50	3014.00	430.57	38.50	11.18
9	447	4.25	3799.50	422.17	38.25	11.04
電吉他3號弦 周長45cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	112	8.25	1848.00	369.60	41.25	8.96

電吉他2號弦 周長85cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	19	14.05	533.90	106.78	70.25	1.52
7	38	11.90	904.40	129.20	83.30	1.55
9	63	8.60	1083.60	120.40	77.40	1.56
11	93	7.70	1432.20	130.20	84.70	1.54
13	131	6.25	1637.50	125.96	81.25	1.55
電吉他2號弦 周長90cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	18	14.65	527.40	105.48	73.25	1.44
7	35	12.25	857.50	122.50	85.75	1.43
9	57	9.40	1071.60	119.07	84.60	1.41
11	83	8.10	1344.60	122.24	89.10	1.37
13	117	6.55	1532.70	117.90	85.15	1.38
電吉他2號弦 周長95cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	14	15.75	441.00	88.20	78.75	1.12
7	31	13.05	809.10	115.59	91.35	1.27
9	51	9.70	989.40	109.93	87.30	1.26
11	74	8.55	1265.40	115.04	94.05	1.22
13	104	7.00	1456.00	112.00	91.00	1.23

電吉他3號弦 周長40cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	117	7.15	1673.10	334.62	35.75	9.36
7	247	5.80	2865.20	409.31	40.60	10.08
9	415	4.15	3444.50	382.72	37.35	10.25

電吉他3號弦 周長45cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	93	7.80	1450.80	290.16	39.00	7.44
7	196	6.35	2489.20	355.60	44.45	8.00
9	329	4.75	3125.50	347.28	42.75	8.12

電吉他3號弦 周長50cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	77	8.80	1355.20	271.04	44.00	6.16
7	160	7.00	2240.00	320.00	49.00	6.53
9	268	5.10	2733.60	303.73	45.90	6.62
11	405	4.50	3645.00	331.36	49.50	6.69

電吉他3號弦 周長55cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	63	9.70	1222.20	244.44	48.50	5.04
7	132	7.85	2072.40	296.06	54.95	5.39
9	220	5.60	2464.00	273.78	50.40	5.43
11	334	4.90	3273.20	297.56	53.90	5.52

電吉他3號弦 周長60cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	53	10.50	1113.00	222.60	52.50	4.24
7	112	8.45	1892.80	270.40	59.15	4.57
9	186	6.40	2380.80	264.53	57.60	4.59

垂直振盪

平行振盪

7	217	6.00	2604.00	372.00	42.00	8.86
9	353	4.85	3424.10	380.46	43.65	8.72
電吉他3號弦 周長50cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	91	9.15	1665.30	333.06	45.75	7.28
7	176	6.60	2323.20	331.89	46.20	7.18
9	286	5.25	3003.00	333.67	47.25	7.06
11	422	4.40	3713.60	337.60	48.40	6.98
電吉他3號弦 周長55cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	75	10.05	1507.50	301.50	50.25	6.00
7	147	7.15	2102.10	300.30	50.05	6.00
9	238	5.80	2760.80	306.76	52.20	5.88
11	351	4.80	3369.60	306.33	52.80	5.80
電吉他3號弦 周長60cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	65	11.10	1443.00	288.60	55.50	5.20
7	124	8.10	2008.80	286.97	56.70	5.06
9	200	6.30	2520.00	280.00	56.70	4.94
11	294	5.25	3087.00	280.64	57.75	4.86
13	407	4.50	3663.00	281.77	58.50	4.82
電吉他3號弦 周長65cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	57	11.45	1305.30	261.06	57.25	4.56
7	105	8.60	1806.00	258.00	60.20	4.29
9	170	6.80	2312.00	256.89	61.20	4.20
11	251	5.70	2861.40	260.13	62.70	4.15
13	346	4.80	3321.60	255.51	62.40	4.09
電吉他3號弦 周長70cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	47	12.75	1198.50	239.70	63.75	3.76
7	91	9.40	1710.80	244.40	65.80	3.71
9	146	7.50	2190.00	243.33	67.50	3.60
11	215	6.20	2666.00	242.36	68.20	3.55
13	297	5.15	3059.10	235.32	66.95	3.51
15	394	4.65	3664.20	244.28	69.75	3.50
電吉他3號弦 周長75cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	41	13.70	1123.40	224.68	68.50	3.28
7	79	10.10	1595.80	227.97	70.70	3.22
9	127	7.95	2019.30	224.37	71.55	3.14
11	188	6.50	2444.00	222.18	71.50	3.11
13	260	5.60	2912.00	224.00	72.80	3.08
15	343	5.10	3498.60	233.24	76.50	3.05
電吉他3號弦 周長80cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	36	14.30	1029.60	205.92	71.50	2.88
7	70	10.60	1484.00	212.00	74.20	2.86
9	113	8.50	1921.00	213.44	76.50	2.79

11	281	5.55	3119.10	283.55	61.05	4.64
13	393	4.45	3497.70	269.05	57.85	4.65
電吉他3號弦 周長65cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	45	11.50	1035.00	207.00	57.50	3.60
7	95	9.20	1748.00	249.71	64.40	3.88
9	158	7.35	2322.60	258.07	66.15	3.90
11	238	5.70	2713.20	246.65	62.70	3.93
13	333	4.85	3230.10	248.47	63.05	3.94
電吉他3號弦 周長70cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	39	12.30	959.40	191.88	61.50	3.12
7	83	9.80	1626.80	232.40	68.60	3.39
9	137	7.40	2027.60	225.29	66.60	3.38
11	207	6.05	2504.70	227.70	66.55	3.42
13	289	5.20	3005.60	231.20	67.60	3.42
15	387	4.55	3521.70	234.78	68.25	3.44
電吉他3號弦 周長75cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	36	12.50	900.00	180.00	62.50	2.88
7	72	10.40	1497.60	213.94	72.80	2.94
9	119	7.80	1856.40	206.27	70.20	2.94
11	179	6.70	2398.60	218.05	73.70	2.96
13	251	5.55	2786.10	214.32	72.15	2.97
15	334	5.05	3373.40	224.89	75.75	2.97
電吉他3號弦 周長80cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	30	14.15	849.00	169.80	70.75	2.40
7	63	10.80	1360.80	194.40	75.60	2.57
9	104	8.25	1716.00	190.67	74.25	2.57
11	158	7.05	2227.80	202.53	77.55	2.61
13	221	5.85	2585.70	198.90	76.05	2.62
15	295	5.40	3186.00	212.40	81.00	2.62
電吉他3號弦 周長85cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	25	14.80	740.00	148.00	74.00	2.00
7	56	11.85	1327.20	189.60	82.95	2.29
9	93	8.95	1664.70	184.97	80.55	2.30
11	140	7.60	2128.00	193.45	83.60	2.31
13	196	6.20	2430.40	186.95	80.60	2.32
15	261	5.40	2818.80	187.92	81.00	2.32
電吉他3號弦 周長90cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	24	15.25	732.00	146.40	76.25	1.92
7	50	12.30	1230.00	175.71	86.10	2.04
9	84	9.35	1570.80	174.53	84.15	2.07
11	126	8.00	2016.00	183.27	88.00	2.08
13	175	6.65	2327.50	179.04	86.45	2.07
15	233	6.10	2842.60	189.51	91.50	2.07

垂直振盪

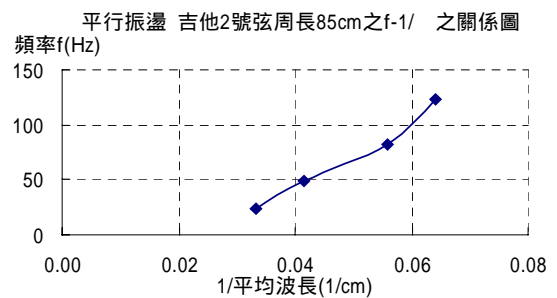
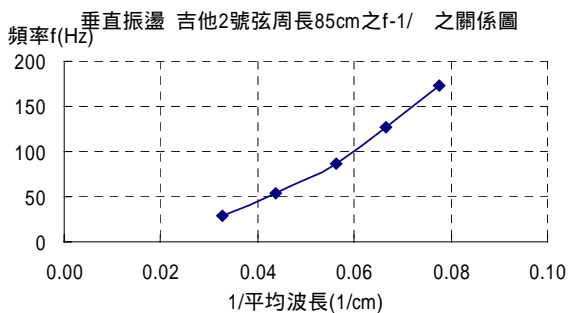
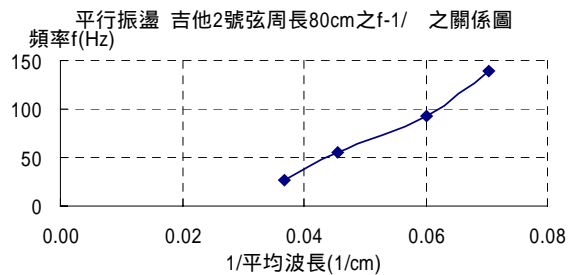
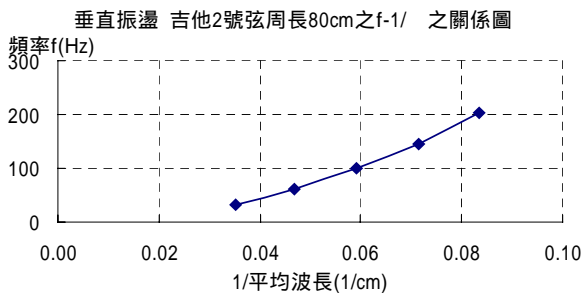
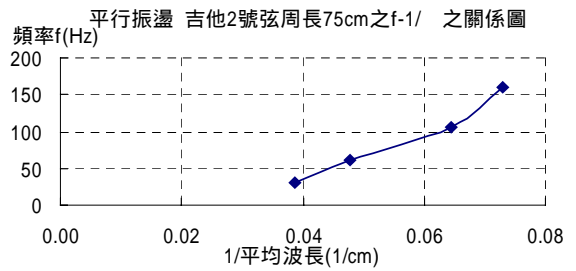
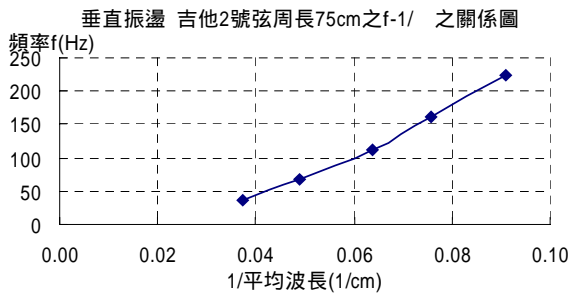
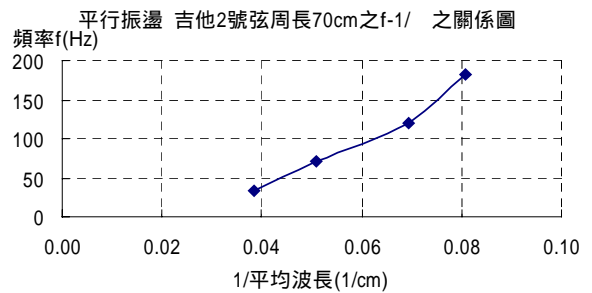
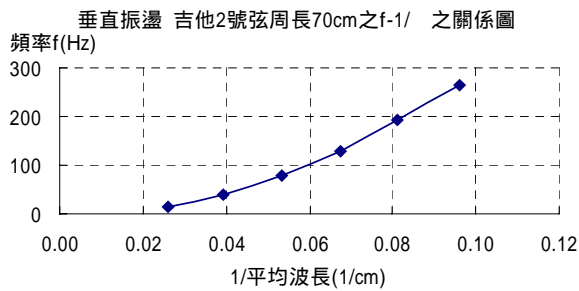
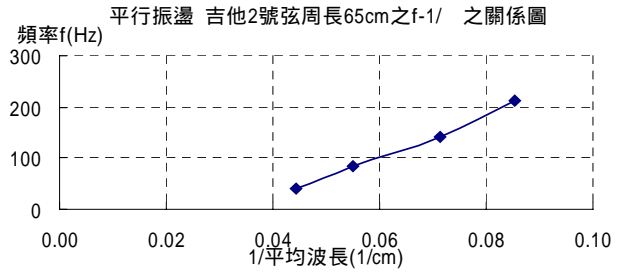
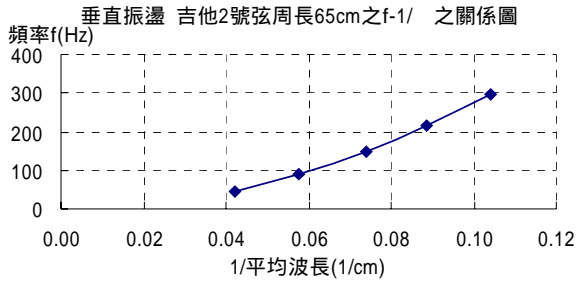
11	164	6.90	2263.20	205.75	75.90	2.71
13	228	5.90	2690.40	206.95	76.70	2.70
15	302	5.20	3140.80	209.39	78.00	2.68
電吉他3號弦 周長85cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	32	15.30	979.20	195.84	76.50	2.56
7	62	11.10	1376.40	196.63	77.70	2.53
9	100	8.90	1780.00	197.78	80.10	2.47
11	144	7.40	2131.20	193.75	81.40	2.38
13	200	6.30	2520.00	193.85	81.90	2.37
15	266	5.50	2926.00	195.07	82.50	2.36
電吉他3號弦 周長90cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	29	16.20	939.60	187.92	81.00	2.32
7	55	12.55	1380.50	197.21	87.85	2.24
9	88	9.40	1654.40	183.82	84.60	2.17
11	130	8.00	2080.00	189.09	88.00	2.15
13	180	6.85	2466.00	189.69	89.05	2.13
15	240	6.05	2904.00	193.60	90.75	2.13
電吉他3號弦 周長95cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	26	16.85	876.20	175.24	84.25	2.08
7	50	12.40	1240.00	177.14	86.80	2.04
9	80	10.00	1600.00	177.78	90.00	1.98
11	116	8.30	1925.60	175.05	91.30	1.92
13	162	7.20	2332.80	179.45	93.60	1.92
15	216	6.05	2613.60	174.24	90.75	1.92
17	274	5.55	3041.40	178.91	94.35	1.90
電吉他3號弦 周長100cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	22	18.40	809.60	161.92	92.00	1.76
7	45	13.10	1179.00	168.43	91.70	1.84
9	72	10.75	1548.00	172.00	96.75	1.78
11	105	8.60	1806.00	164.18	94.60	1.74
13	145	7.65	2218.50	170.65	99.45	1.72
15	193	6.35	2451.10	163.41	95.25	1.72
17	247	6.05	2988.70	175.81	102.85	1.71

平行振盪

電吉他3號弦 周長95cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	21	16.50	693.00	138.60	82.50	1.68
7	45	13.20	1188.00	169.71	92.40	1.84
9	75	9.80	1470.00	163.33	88.20	1.85
11	113	8.40	1898.40	172.58	92.40	1.87
13	158	6.95	2196.20	168.94	90.35	1.87
15	210	6.25	2625.00	175.00	93.75	1.87
電吉他3號弦 周長100cm						
n	f(Hz)	/2(cm)	V(cm/s)	V/n	Lx (cm)	(V/n) / Lx
5	21	16.55	695.10	139.02	82.75	1.68
7	41	13.75	1127.50	161.07	96.25	1.67
9	68	10.15	1380.40	153.38	91.35	1.68
11	101	9.20	1858.40	168.95	101.20	1.67
13	140	7.45	2086.00	160.46	96.85	1.66
15	188	6.70	2519.20	167.95	100.50	1.67

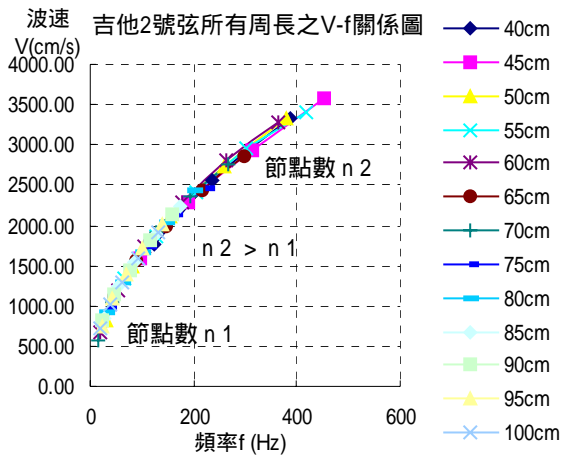
二、數據分析

【一】吉他 2 號弦各周長之 $f-1/$ 關係圖

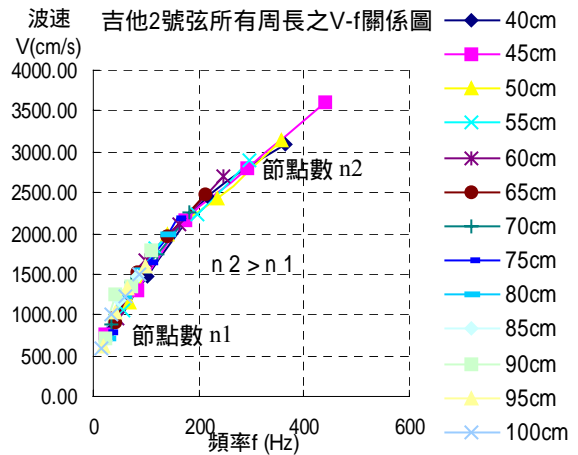


【二】各弦所有周長之 V-f 關係圖

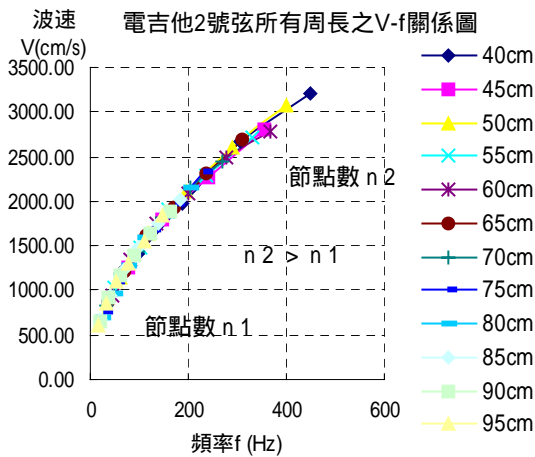
垂直振盪模式 圖(a)-1



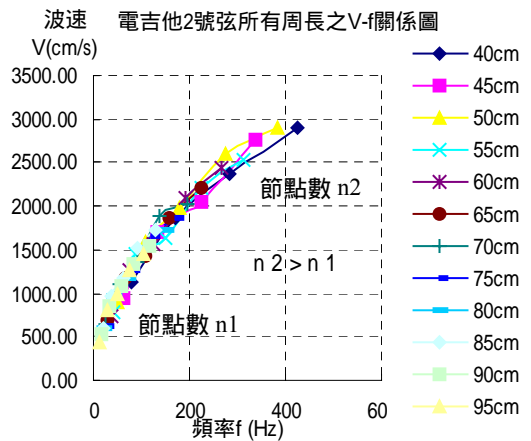
平行振盪模式 圖(a)-1



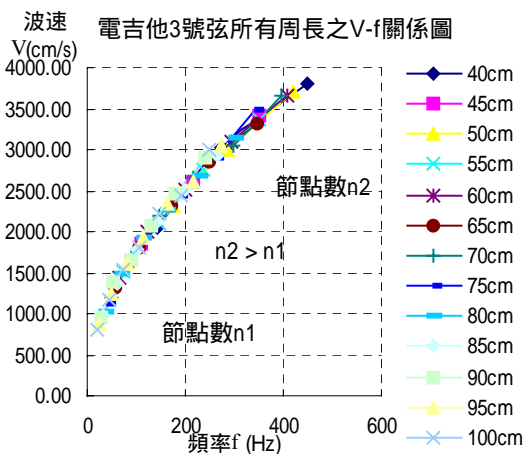
垂直振盪模式 圖(a)-2



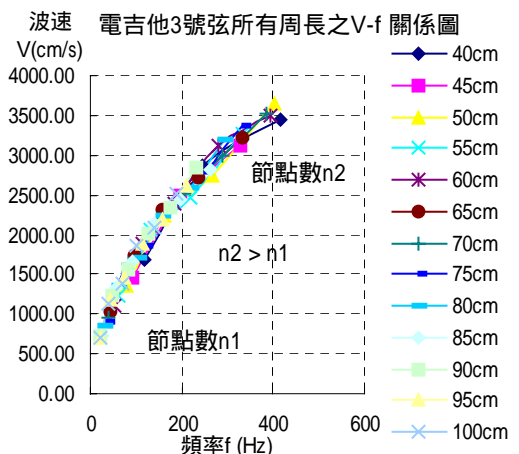
平行振盪模式 圖(a)-2



垂直振盪模式 圖(a)-3



平行振盪模式 圖(a)-3

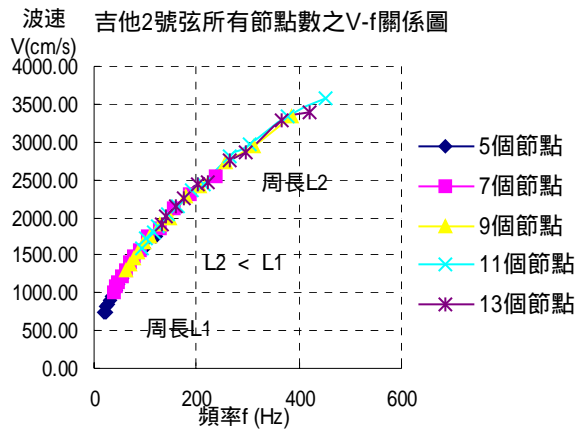


分析 - 【a】

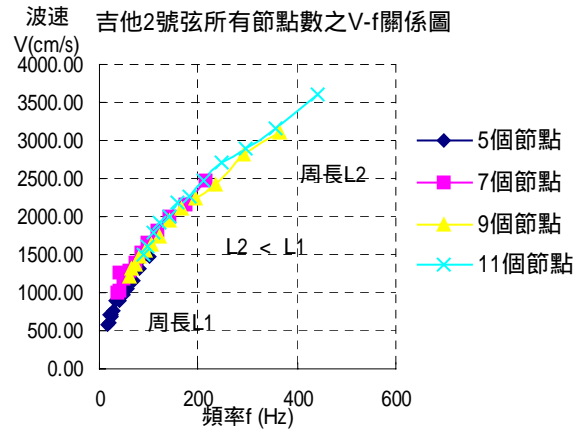
1. 周長 L_0 相同時，節點數 n 愈多，頻率 f 愈高，波速 V 愈大。
2. V - f 曲線之斜率隨 f 之增高而變小。

【三】各弦所有節點數之 V-f 關係圖

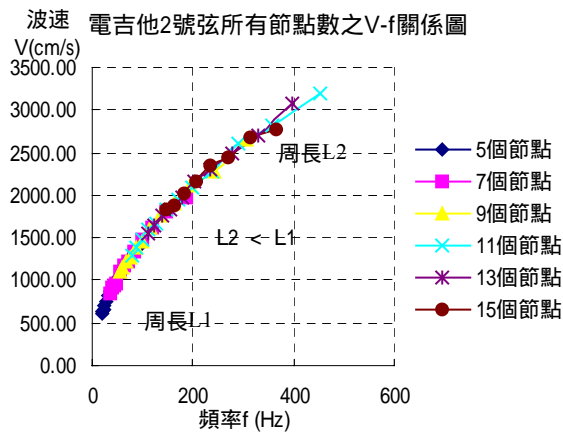
垂直振盪模式 圖(b)-1



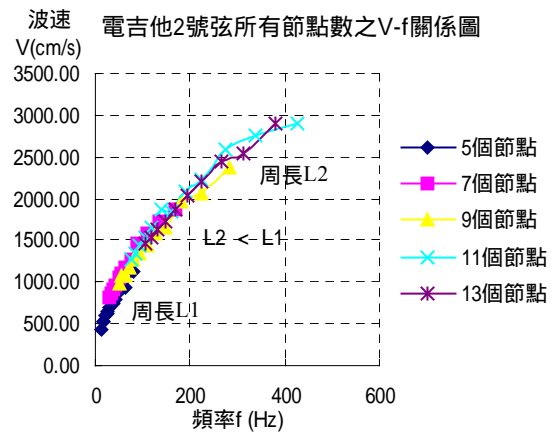
平行振盪模式 圖(b)-1



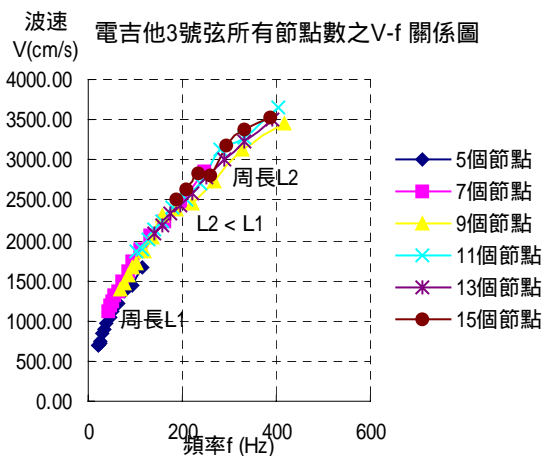
垂直振盪模式 圖(b)-2



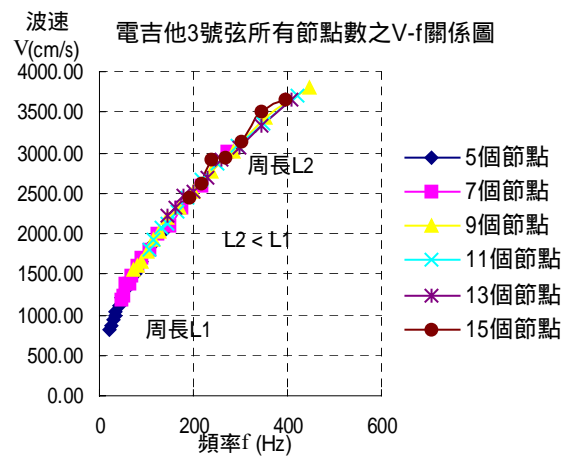
平行振盪模式 圖(b)-2



垂直振盪模式 圖(b)-3



平行振盪模式 圖(b)-3

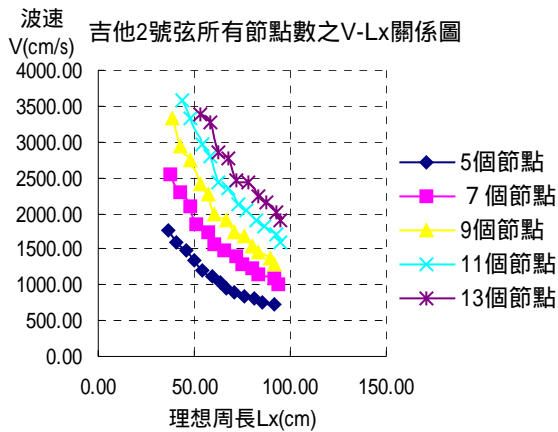


分析 - 【b】

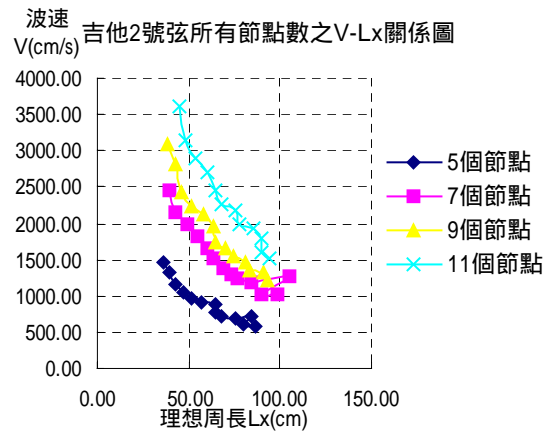
1. 節點數 n 相同時，周長 L_0 愈小，頻率 f 愈高，波速 V 愈大。
2. V - f 曲線之斜率隨 f 之增高而變小。

【四】各弦所有節點數之 V-Lx 關係圖

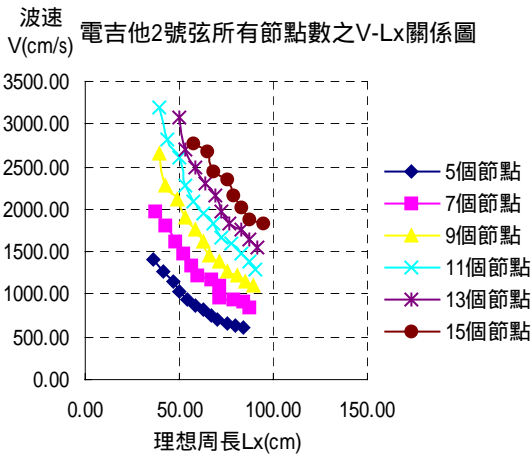
垂直振盪模式 圖(c)-1



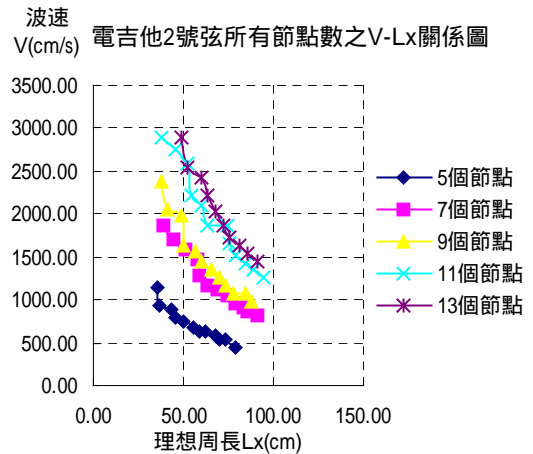
平行振盪模式 圖(c)-1



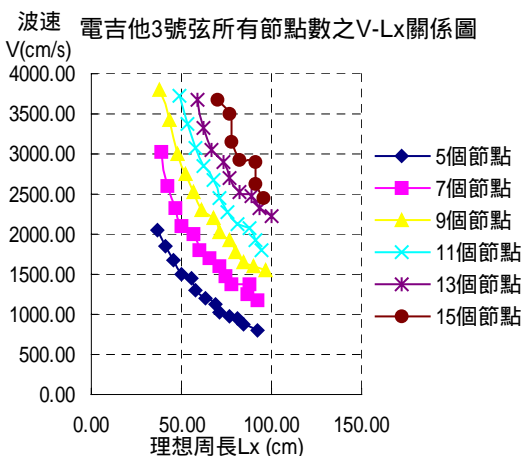
垂直振盪模式 圖(c)-2



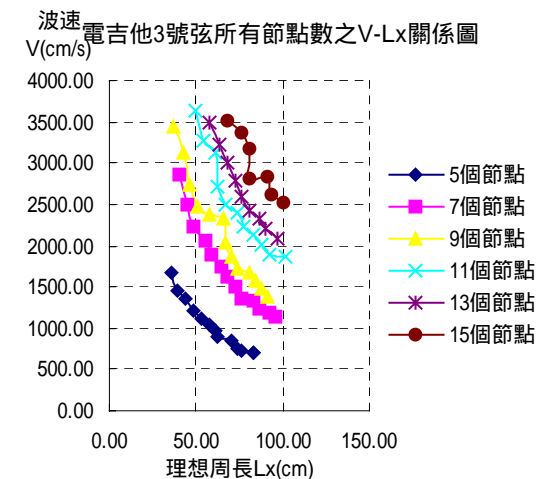
平行振盪模式 圖(c)-2



垂直振盪模式 圖(c)-3



平行振盪模式 圖(c)-3

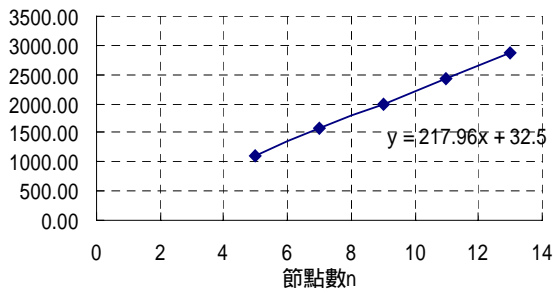


分析 - 【c】

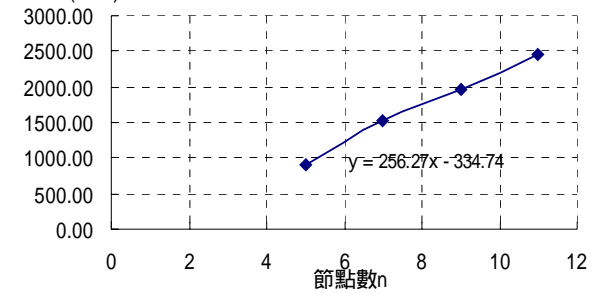
節點數 n 相同時，理想周長 Lx 愈大，波速 V 愈小；
且理想周長 Lx 相同時，節點數 n 愈多，波速 V 愈大。

【五-1】 吉他 2 號弦各周長之 V-n 關係圖

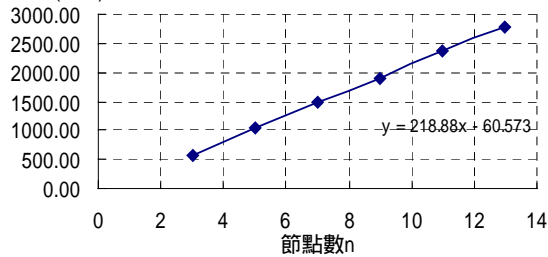
波速V(cm/s) 垂直振盪 吉他2號弦周長65cm之V-n關係圖



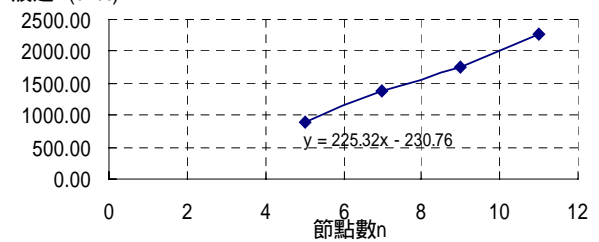
波速V(cm/s) 平行振盪 吉他2號弦周長65cm之V-n關係圖



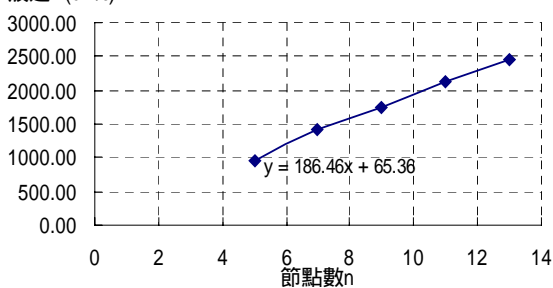
波速V(cm/s) 垂直振盪 吉他2號弦周長70cm之V-n關係圖



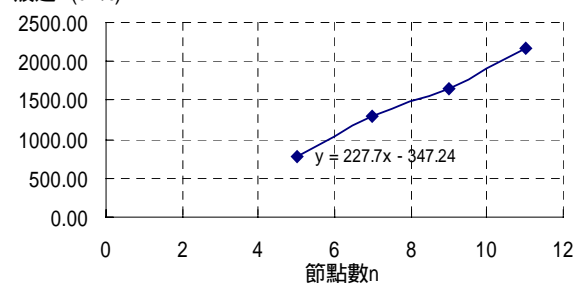
波速V(cm/s) 平行振盪 吉他2號弦周長70cm之V-n關係圖



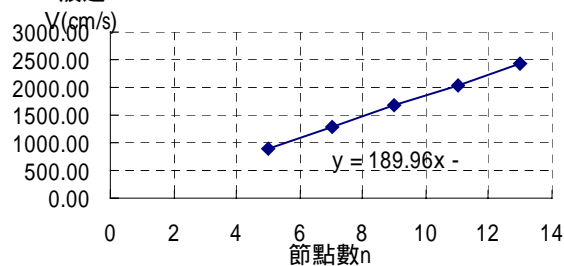
波速V(cm/s) 垂直振盪 吉他2號弦周長75cm之V-n關係圖



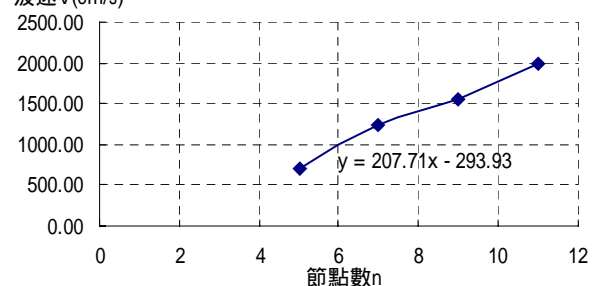
波速V(cm/s) 平行振盪 吉他2號弦周長75cm之V-n關係圖



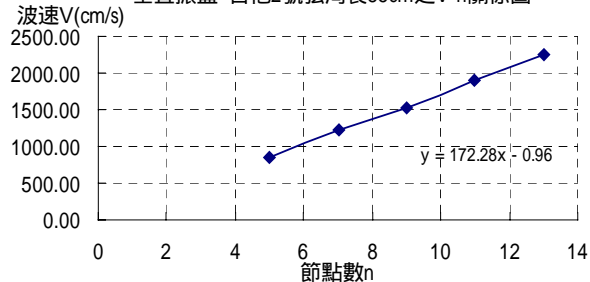
波速V(cm/s) 垂直振盪 吉他2號弦周長80cm之V-n關係圖



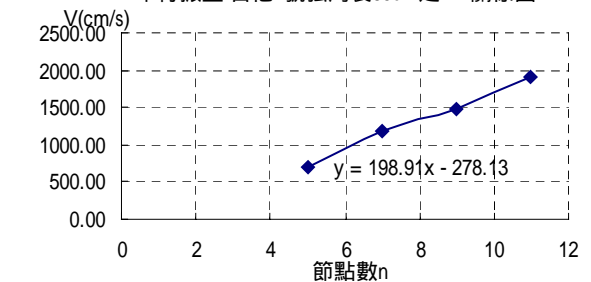
波速V(cm/s) 平行振盪 吉他2號弦周長80cm之V-n關係圖



波速V(cm/s) 垂直振盪 吉他2號弦周長85cm之V-n關係圖

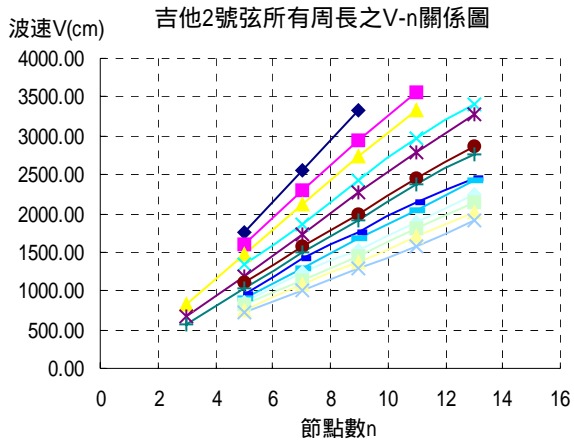


波速V(cm/s) 平行振盪 吉他2號弦周長85cm之V-n關係圖

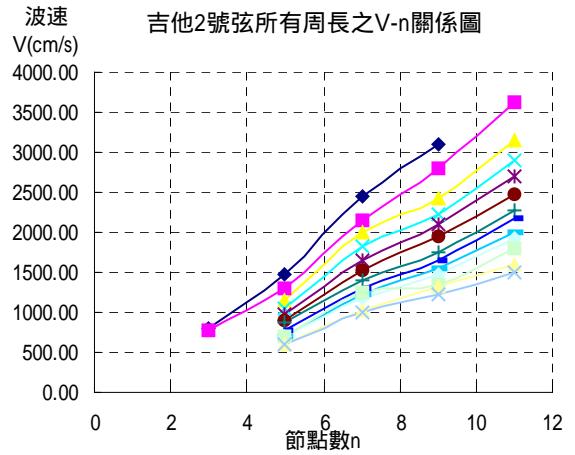


【五-2】各弦所有周長之 V-n 關係圖

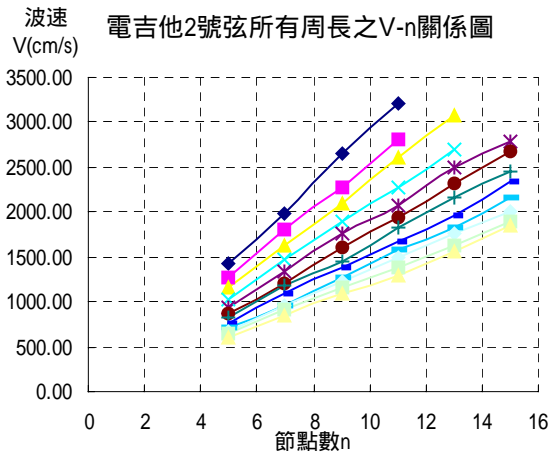
垂直振盪模式 圖(d)-1



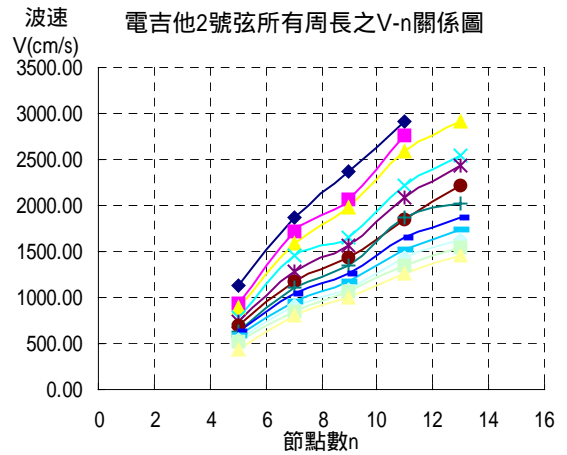
平行振盪模式 圖(d)-1



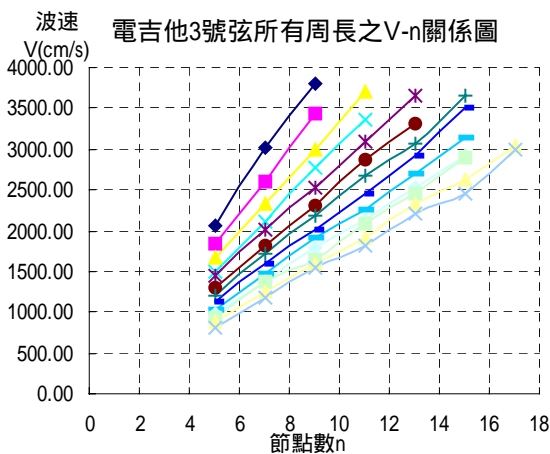
垂直振盪模式 圖(d)-2



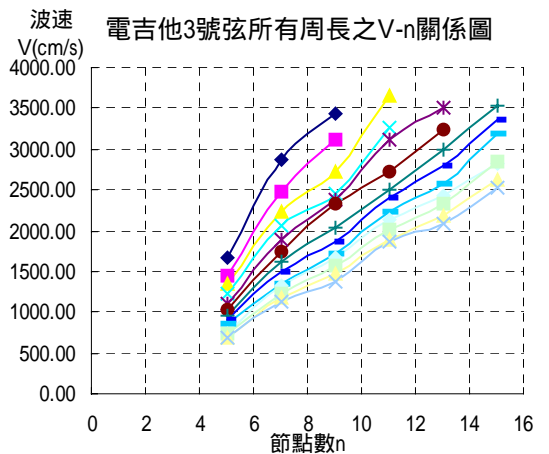
平行振盪模式 圖(d)-2



垂直振盪模式 圖(d)-3



平行振盪模式 圖(d)-3

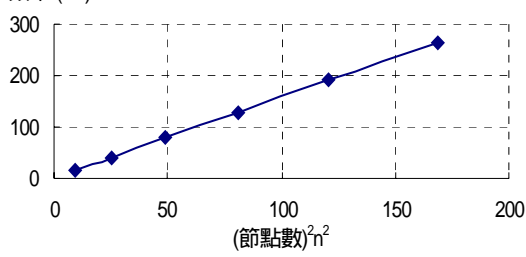


分析 - 【d】

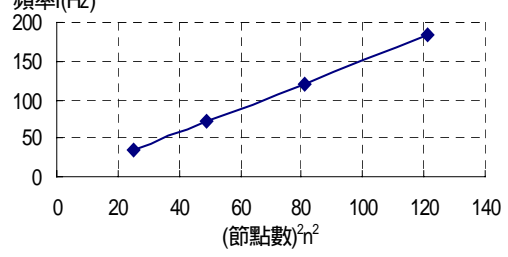
周長 L_0 相同時，節點數 n 愈多，波速 V 愈大， $V = kn$
 且周長 L_0 愈大時，V-n 斜直線之斜率愈小，即 V/n 值愈小。

【六】吉他 2 號弦各周長之 $f-n^2$ 關係圖

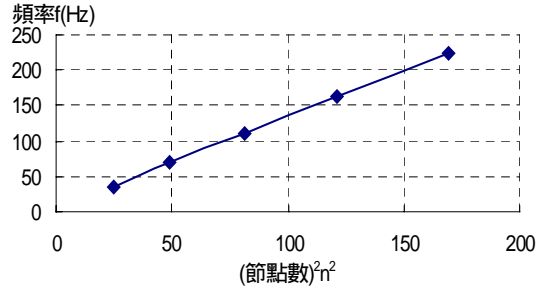
垂直振盪 吉他2號弦周長70cm之 $f-n^2$ 關係圖



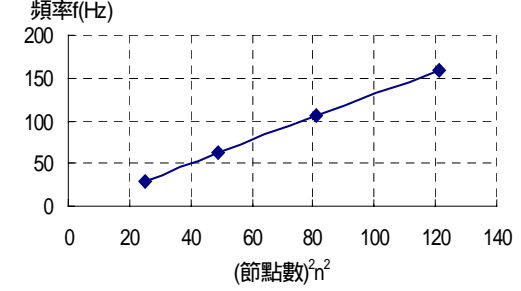
平行振盪 吉他2號弦周長70cm之 $f-n^2$ 關係圖



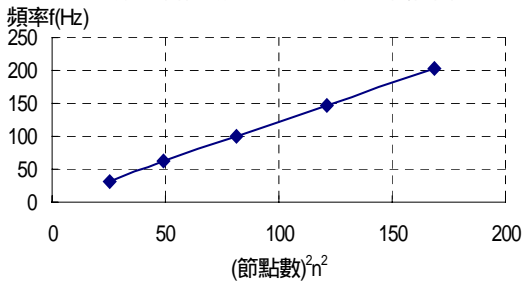
垂直振盪 吉他2號弦周長75cm之 $f-n^2$ 關係圖



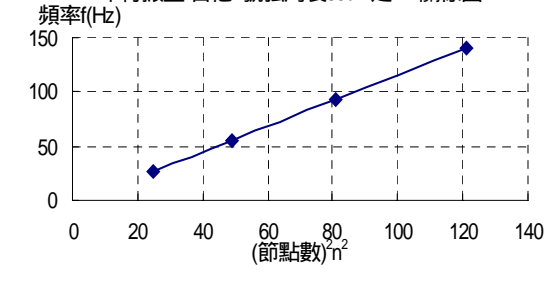
平行振盪 吉他2號弦周長75cm之 $f-n^2$ 關係圖



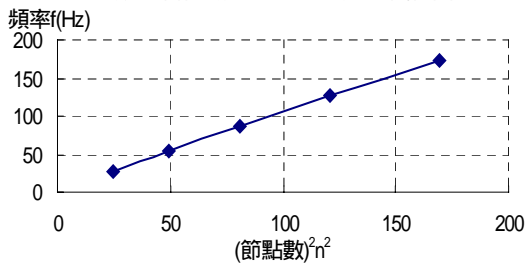
垂直振盪 吉他2號弦周長80cm之 $f-n^2$ 關係圖



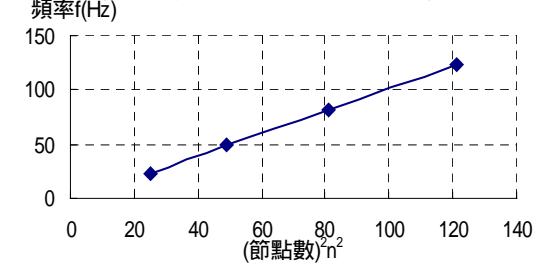
平行振盪 吉他2號弦周長80cm之 $f-n^2$ 關係圖



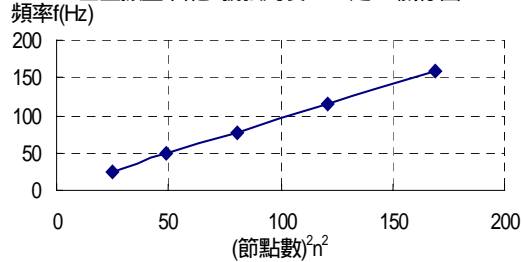
垂直振盪 吉他2號弦周長85cm之 $f-n^2$ 關係圖



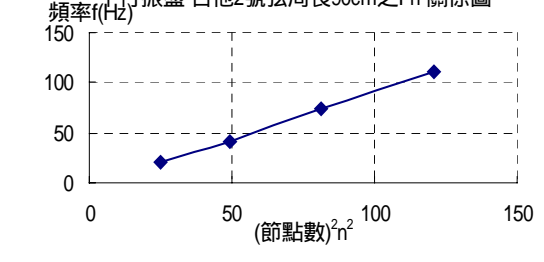
平行振盪 吉他2號弦周長85cm之 $f-n^2$ 關係圖



垂直振盪 吉他2號弦周長90cm之 $f-n^2$ 關係圖



平行振盪 吉他2號弦周長90cm之 $f-n^2$ 關係圖



三、分析及計算

【一】鋼弦基本性質

性質 \ 弦線	吉他 2 號弦	電吉他 1 號弦	電吉他 2 號弦	電吉他 3 號弦	鋼琴 1 號弦	鋼琴 2 號弦	鋼琴 3 號弦
線距 r (cm)	0.36	0.23	0.28	0.41	0.75	0.95	1.13
線密度 μ (g/cm)	0.0003	0.0001	0.0002	0.0004	0.0014	0.0021	0.0028

【二】摘錄各弦之 S 值

由觀念 < Π > 得知 切應變係數 $S = \frac{4mf^2}{rn^2}$

垂直振盪 吉他 2 號弦之 S 值

周長 節點數	40cm	60cm		80cm
		頻率	S 值	
3		20	2.8294	
5	25.2679	55	7.7031	3.4768
7	49.0622	106	14.5981	6.4459
9	78.4740	179	25.1826	10.2708
11		264	36.6693	14.9534
13		365	50.1856	20.6978

平行振盪 吉他 2 號弦之 S 值

周長 節點數	40cm	60cm		80cm
		頻率	S 值	
3	3.9659			
5	18.0104	47	5.6252	2.2952
7	40.4111	97	12.2244	5.4325
9	69.4235	165	21.3975	9.0636
11		248	32.3592	13.7496
13				

垂直振盪 電吉他 2 號弦之 S 值

周長 節點數	40cm	60cm		80cm
		頻率	S 值	
5	13.6913	43	4.0358	1.8189
7	25.9615	83	7.6717	3.2800
9	42.0533	135	12.2777	5.1882
11	61.1519	200	18.0388	7.5426
13		277	24.7746	10.3431
15		366	32.4873	13.7222

平行振盪 電吉他 2 號弦之 S 值

周長 節點數	40cm	60cm		80cm
		頻率	S 值	
5	10.6928	37	2.9881	1.4086
7	24.0304	76	6.4323	2.7454
9	40.2854	126	10.6952	4.6564
11	61.3946	190	16.2800	6.7561
13		265	22.6745	9.5578
15				

垂直振盪 電吉他 3 號弦之 S 值

周長 節點數	40cm	60cm		80cm
		頻率	S 值	
5	39.5134	65	12.5958	5.1516
7	76.1292	124	23.3876	9.9375
9	122.5678	200	36.8055	15.6656
11		294	53.2411	22.0891
13		407	73.0533	30.5675
15				40.2817

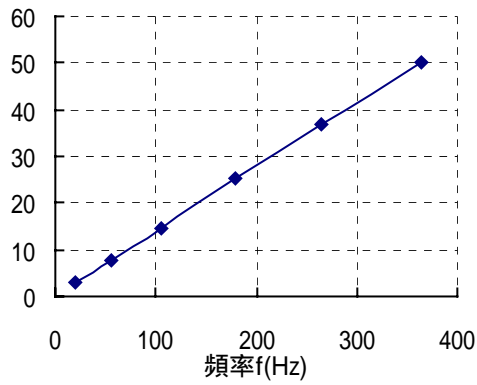
平行振盪 電吉他 3 號弦之 S 值

周長 節點數	40cm	60cm		80cm
		頻率	S 值	
5	27.2068	53	8.3743	3.5775
7	61.8649	122	19.0800	8.0494
9	105.6471	186	31.8331	13.2696
11		281	48.6368	20.5024
13		393	68.1139	28.7193
15				38.4360

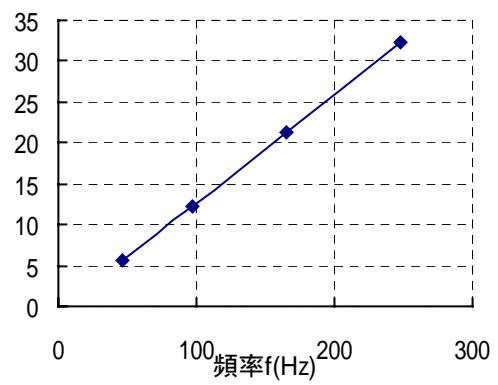
分析：各類弦之彈性模數 S 值，皆隨周長 L_0 增長而變小；但隨節點數 n 增加而變大。

【三】摘錄各類弦 60cm 之 S-f 關係圖

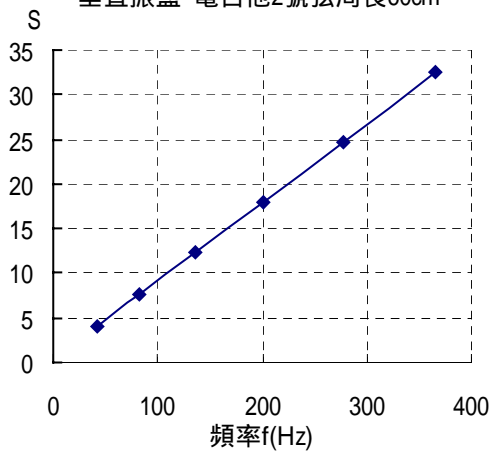
S 垂直振盪 吉他2號弦周長60cm



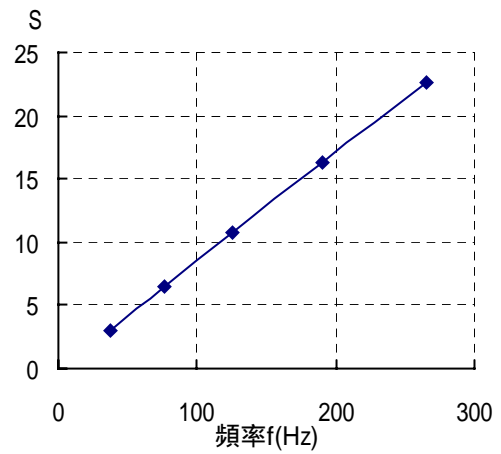
S 平行振盪 吉他2號弦周長60cm



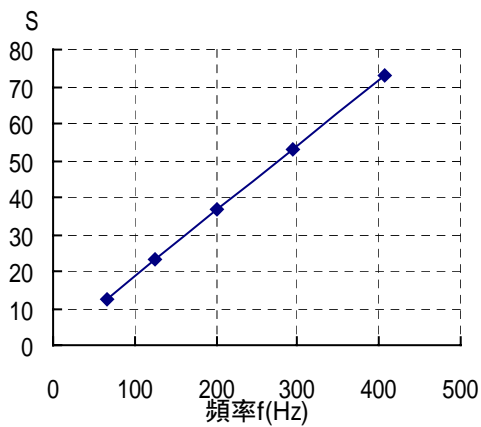
S 垂直振盪 電吉他2號弦周長60cm



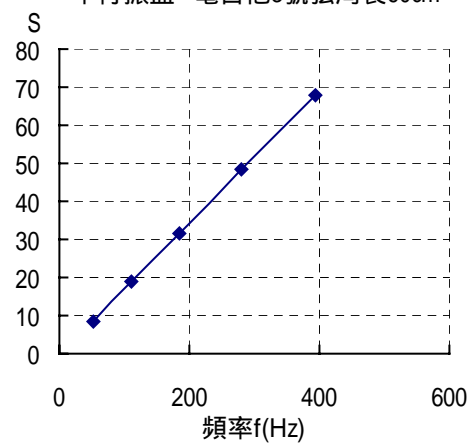
S 平行振盪 電吉他2號弦周長60cm



S 垂直振盪 電吉他3號弦周長60cm



S 平行振盪 電吉他3號弦周長60cm



【四】摘錄各類弦周長 60cm S 與 n、f 之變化

垂直振盪 吉他 2 號弦之 S 值				
n	f	S	n ²	S/n ²
3	20	2.8294	9	0.3144
5	55	7.7031	25	0.3081
7	106	14.5981	49	0.2979
9	179	25.1826	81	0.3109
11	264	36.6693	121	0.3031
13	365	50.1856	169	0.2970

平行振盪 吉他 2 號弦之 S 值				
n	f	S	n ²	S/n ²
3				
5	47	5.6252	25	0.2250
7	97	12.2244	49	0.2495
9	165	21.3975	81	0.2642
11	248	32.3592	121	0.2674
13				

垂直振盪 電吉他 2 號弦之 S 值				
n	f	S	n ²	S/n ²
5	43	4.0358	25	0.1614
7	83	7.6717	49	0.1566
9	135	12.2777	81	0.1516
11	200	18.0388	121	0.1491
13	277	24.7746	169	0.1466
15	366	32.4837	225	0.1444

平行振盪 電吉他 2 號弦之 S 值				
n	f	S	n ²	S/n ²
5	37	2.9881	25	0.1195
7	76	6.4323	49	0.1313
9	126	10.6952	81	0.1320
11	190	16.2800	121	0.1345
13	265	22.6745	169	0.1342
15				

垂直振盪 電吉他 3 號弦之 S 值				
n	f	S	n ²	S/n ²
5	65	12.5958	25	0.5038
7	124	23.3876	49	0.4773
9	200	36.8055	81	0.4544
11	294	53.2411	121	0.4400
13	407	73.0533	169	0.4323

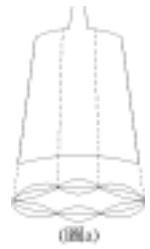
平行振盪 電吉他 3 號弦之 S 值				
n	f	S	n ²	S/n ²
5	53	8.3743	25	0.3350
7	122	19.0800	49	0.3894
9	186	31.8331	81	0.3930
11	281	48.6368	121	0.4020
13	393	68.1139	169	0.4030

分析：

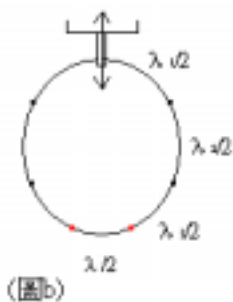
- 1.S 由 n² 決定且節點數 n 愈大時 S/n² 愈趨近唯一的穩定值，原因是 n 愈大時，環狀弦愈接近圓形 (L_x=L₀)。
- 2.同一環狀弦因振盪模式不同，S 就不同，垂直振盪模式 S 值 > 平行振盪模式 S 值。

捌、實驗討論：

一、由實驗一與參考資料，我們發現鐘鳴與鍋響，是由各部位所產生之駐波共同疊合而成的，整個共鳴情形非常多變而複雜。然而其開口端之邊緣，竟都隱藏著不同於直線傳遞，而是繞圓而行之駐波，於是選用駐波振動模式探討環狀弦，欲一窺其內涵。(圖 a)可表示鐘與鍋開口邊緣一圈之駐波共振情形。



二、將弦圈面在鉛直方向振盪，不採計受擾動與牽制較嚴重的上方節點與受重力影響較嚴重的側邊節點，只取最下方兩節點測量得一半波長(如圖 b)。而弦圈受重力成橢圓形，故以最下方兩節點間之曲率，假想出一理想的圓來探討(如圖 c)。這是研究實驗探討中，第一次突破性選擇。

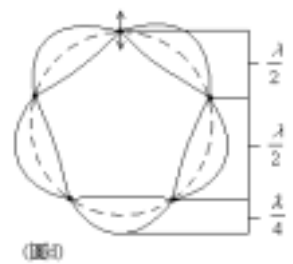


$L_x = n \times \lambda / 2 \leq L$
 λ_2 最大 λ_1 受牽制
 $\lambda_3 < \lambda_2$
 為鋼弦受重力影響所



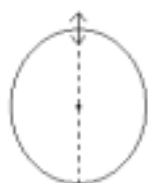
三、實驗結果顯示，我們推理環狀鋼弦上之波動由振動源雙向傳遞與單向傳遞干涉而成，波行進方程式表示為 $y = y_0 \sin(kL \pm \omega t)$ [L：環上波程]，且環周長為半波長整數倍，故振盪觸發點即為固定端，是起點也是端點，視為節點處。這是研究實驗探討中第二個突破。

四、實驗結果中，諧波數(節點數)幾乎都以奇數的型式呈現而不見偶數的諧波數，我們推測這是由於若為偶數的諧波數時，有一節點必出現於最低點，但最低點卻相當於振盪系統中的自由端，是最易振動之處，不易形成節點，但是以慣性質量較大的線材實驗才有可能出現。奇數諧波數易形成之原因可參考(圖 d)。這是研究實驗探討中第三個突破。



五、實驗四和實驗五之差異在於振動方向平行弦圈面時，與重力方向相同，所以兩股作用力使弦圈更容易振動，能以比較低的頻率達到與振動方向垂直弦圈面時相同的諧波數，【實驗數據】中之頻率項可得知，顯示彈性模數之不同。此性質可用(圖 e)、(圖 f)表示。這是研究實驗探討中第四個突破。

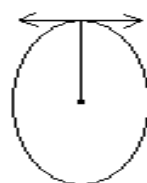
平行振盪



作用力通過環心

(圖e)

垂直振盪



作用力未通過環心

(圖f)

- 六、我們對實驗數據 $V=nK$ 的規律特性充滿好奇，試著以弦上駐波 $V = \sqrt{F/\mu}$ 求出某諧波數之對應張力，結果發現環狀弦上的張力比想像大很多，這是因為鋼弦的晶粒結構，具有恢復原狀態之彈性，其原子間，力相互牽連是傳遞波動之動力。以我們的實驗狀態中，鋼弦便受有切應力而產生切應變，於是我們可藉由實驗所得之數據與特性，進而求得其彈性模數。這是研究實驗探討中第五個突破。
- 七、各種彈性弦，取不同周長 L_0 ，產生不同節點數 n ，在不同(垂直及平行)振盪模式下，有不同共振頻率 f ，但 V - f 之曲線函數特性皆相同，即特性曲線相同。這是研究實驗數據及分析探討中第六個突破。
- 八、實驗數據顯示 V/n 幾近常數及觀念 $\langle \rangle$ 可推得 $n^2 \propto f$ ， $V^2 \propto F$ ，而 $V = nk$ ，所以 $F \propto f$ ，也就是環狀弦上波傳遞之波速 $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ，由振盪頻率決定時，波速可表示為 $V = \sqrt{\frac{f}{\mu}}$ 。
- 九、彈性材料受應變力產生切應變，由觀念 $\langle \rangle$ 得知在環狀弦上切應變係數 $S \propto \frac{f^2}{n^2}$ ，又同一弦圈 $\frac{\Delta x}{h}$ 為固定不變，所以 $S \propto F$ ，得 $F \propto \frac{f^2}{n^2}$ ，由討論八得 $\frac{f^2}{n^2} \propto f$ 則 $\frac{f}{n^2}$ 必為一常數值，且由實驗數據分析【 f - n^2 函數】及【分析及計算三 S - f 函數】可驗證。
- 十、由【分析及計算二、三】鋼弦之 S 值，得知各類弦之不同周長，彈性模數 S 值，皆隨 L_0 增長而變小，但隨節點數 n 增加而變大。
- 十一、由【分析及計算四】分析得知，彈性模數 S 值由 n^2 決定且節點數 n 變大時， S/n^2 趨近唯一的穩定值，亦即環狀弦越接近圓形 ($L_x=L_0$)，彈性模數 S 就是確定值；同一環狀弦因振盪模式不同時， S 值也不同，而且垂直振盪模式 S 值 $>$ 平行振盪模式 S 值。

玖、實驗結論：

- 一、環狀鋼弦以不同頻率驅動，形成穩定圓形駐波時，頻率 f 與波長 λ 相乘積必非定值，且相乘積與諧波數成正比；此乃是 $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = f\lambda$ 中，弦上張力 F 隨振盪頻率 f 增加而增大所致。
- 二、選用任意彈性弦，取一任意長度，彎成圓形，必須在特定頻率下驅動，才能形成良好穩定的共振駐波；波行進方程式表示為 $y=y_0\sin(kL \pm t)$ [L ：環上波程]，且其環周長必為半波長整數倍。
- 三、鉛直懸掛之環狀弦應採計諧波數中最底端的半波長如圖(b)(c)所示，為最理想圓駐波之半波長，即理想周長 $L_x = n \cdot \lambda / 2$ ，當頻率愈高時，產生諧波數 n 愈多，此時 L_x 愈接近 L_0 之圓弦圈。而且因重力效應，驅動點可視為節點，而下端處相當於自由端，所以在近似圓的弦上形成駐波時，必為奇數節點，如(圖 d)。
- 四、實驗數據經計算及分析結果顯示，各類弦之不同周長，彈性模數 S 值，皆隨 L_0 增長而變小，但隨節點數 n 增加而變大，亦即環狀鋼弦周長愈短，振盪頻率愈高，彈性愈強。

五、環狀鋼弦的彈性模數 S 值由 n^2 決定且節點數 n 變大時， S/n^2 越趨近唯一的穩定值，亦即環狀弦越接近圓形 ($L_x=L_0$)，彈性模數 S 就是確定值。且同一環狀弦因振盪模式不同時， S 值也不同，而且垂直振盪模式 S 值 $>$ 平行振盪模式 S 值。

六、利用簡諧振盪 (S.H.M.) 簡易方法驅動環狀鋼弦形成圓駐波，測定它的彈性模數，是我們重大的發現。

拾、感想與展望：

從實驗構想開始，實驗測試再測試，問題討論再討論，方法改進再改進，結果突破再突破由混沌到頓悟，一次又一次高潮迭起，一波又一波美不勝收！從這次實驗的體驗中，科學可以很好聽，也可以很好看，若兩者兼具，那就是太美的事了。

拾壹、參考文獻：

- 1.官德樣等譯 波動學 徐式基金會出版
- 2.冉長壽譯 質點和系統的古典動力學 徐式基金會出版
- 3.江進福譯 電磁振盪、波動與輻射 徐式基金會出版
- 4.杜珣著 連續介質力學引論 亞東書局印行
- 5.楊至誠等著 材料力學第四版 滄海書局
- 6.HALLIDAY RESNICK WALKER 原著
FUNDAMENTALS OF PHYSICS FOURTH EDITION 金華科技圖書股份有限公司印行
- 7.徐秉業等編著 彈性力學與塑性力學 凡異文化事業有限公司

評語

040118 高中組物理科 第一名

弦歌不輟-用圓駐波模式探討彈性係數

本作品以振動儀引發圓形弦的駐波振動，探討引發駐波的振動頻率與圓形弦的節點數目的關係。實驗內容完整，數據分析合適，並能尋找出其共同性，亦具進一步探討較複雜系統的功效與潛力。