

中華民國第四十四屆中小學科學展覽會

作者說明書

高中組物理科

040105

國立臺中女子高級中學

指導老師姓名

倪天昭

作者姓名

林欣穎

李秋宜

中華民國第四十四屆中小學科學展覽會  
作品說明書

科 別：物理科

組 別：高中組

作品名稱：被吸住了?? 電磁煞車機制探討

關 鍵 詞：電磁感應、金屬圓盤、渦電流

## 目錄

壹、摘要	p.01
貳、研究動機	p.01
參、研究目的	p.02
肆、研究設備器材	p.02
伍、研究過程與方法	p.03
陸、研究結果	p.11
柒、討論	p.22
捌、結論	p.27
玖、參考資料及附錄	p.30

## 壹、摘要

給予金屬圓盤初速度，記錄其在空轉下之煞車過程，可得空轉角加速度，此角加速度為慣性與摩擦力共同作用產生，於本實驗中為極小定值；再進行實驗通上磁場，使金屬圓盤產生渦電流，並配合磁場方向，依安培右手開掌定則，可得和運動方向相反之阻力，產生煞車角加速度，進而使金屬圓盤停止轉動；扣除空轉下即存有之角加速度，即為渦電流效應下產生之煞車作用。由公式推導加以實驗數據的映證，可得下列結論：

- 一、煞車力矩正比於轉速
  - 二、煞車常數  $K_t$  與金屬圓盤材質和結構有關
  - 三、煞車力矩與電磁鐵輸入電流平方成正比
  - 四、高導磁率金屬之煞車力矩與氣隙厚度平方乘積為一定值
- 並根據討論和結論部分，加以探究電磁煞車未來應用與發展。

## 貳、研究動機

高三下物理課本曾介紹渦電流，亦提及渦電流可對轉動中之金屬產生煞車效應，但敘述並不詳盡，也無說明為何產生渦電流便有煞車效應。由於電磁煞車效率佳、耗損低、減速穩定、實用性高、應用廣泛，使之已成未來必然趨勢，為一極具價值之研究議題；加上對此部份之好奇及懷疑煞車效應是否因高導磁材料被電磁鐵吸引，因此我們開始著手本實驗，曾嘗試轉動生活週遭的金屬片，發現結果和原先設想出入甚大，原先以為低導磁物質無法產生煞車效應，但事實不然，因此激發我們深入探討的興趣，進而設計進行下列實驗與裝置製作，並改變有實際應用價值之變因，希望找出影響電磁煞車效率之因素。

### 參、研究目的

藉由使用不同材質的金屬，或改變同一材質的規格，產生質量、導磁率、導電率、厚度等變異，配合公式推導，探究金屬圓盤之

- 一、轉速與煞車力矩之關係
- 二、磁通密度與煞車力矩之關係
- 三、導磁率、導電率與煞車力矩之關係
- 四、氣隙厚度與煞車力矩之關係
- 五、電磁鐵輸入電流與煞車力矩之關係
- 六、推導渦電流之耗損

### 肆、研究設備器材

- 一、馬達一個——轉速 165 RPM；齒輪比 1：20
- 二、金屬圓形薄片(生鐵、黃銅、鋁共四片)——規格如下

	半徑 (m)	厚度 (m)	重量 (kg)
一號鐵片 Fe1	0.1398	0.0021	0.9674
二號鐵片 Fe2		0.0031	1.4454
黃銅片 Cu		0.0025	1.0607
鋁片 Al		0.0020	0.3417

- 三、電磁鐵兩個——匝數 1150 圈
- 四、軸承二個——直徑 10mm
- 五、鐵軸一隻——直徑 10mm 長 250mm
- 六、金屬零件——用以固定器材
- 七、光電計時器一個
- 八、直流電源供應器二台——供應馬達和電磁鐵
- 九、木架一組——自製
- 十、細繩——一捲
- 十一、塑膠瓦楞板——裁成 15 度與兩等角之三角形
- 十二、DV——一架
- 十三、DV 腳架——一組
- 十四、空白 VCD——一盒

## 伍、研究過程與方法

### 一、裝置如圖

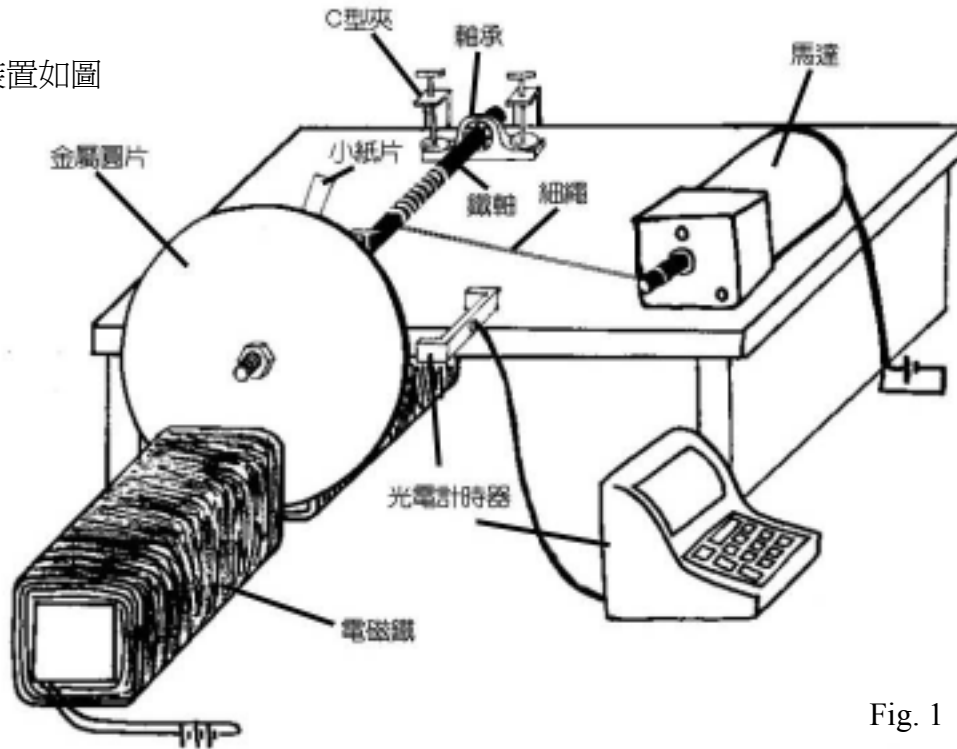


Fig. 1 裝置總圖

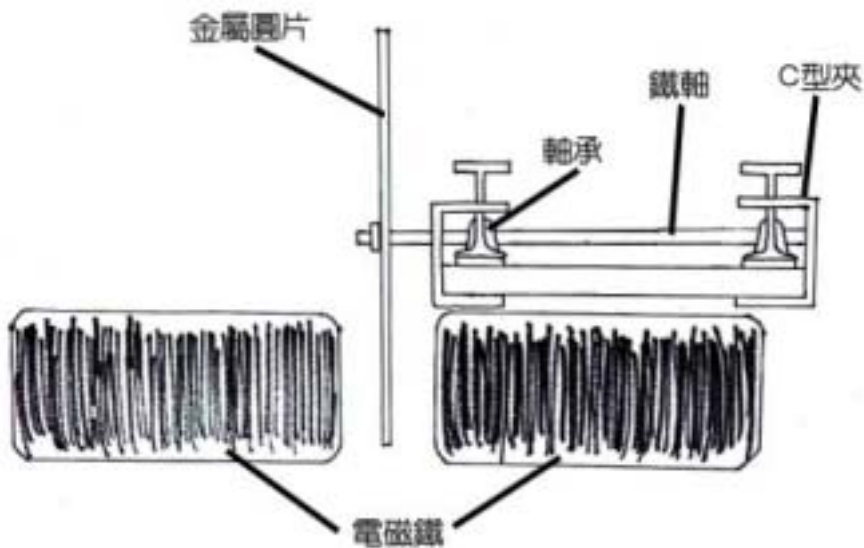


Fig. 2 裝置側面圖

製作一平台，將軸承、馬達固定於平台上；金屬圓盤以前後兩個螺帽固定於鐵軸上，鐵軸穿過軸承如 Fig. 1。細繩一端固定於馬達轉軸，另一端整齊的纏繞在轉動金屬圓盤的鐵軸，馬達開啓時將收回細繩使之和鐵軸分離，使金屬圓盤達到一初速度。

金屬圓盤上黏附的 15 度塑膠瓦楞板遮斷光電計時器，將測得通過之時間，配合角度即能算得瞬時角速度，採用 15 度作為測量單位是基於其角度在光電計時器能測量之最小範圍，若使用角度過大，又過程中有角加速度的影響，測得數據將為平均角速度，使用角度越小越趨近於瞬時角速度。



Fig. 3 裝置整體照片



Fig. 4 裝置俯瞰照片

## 二、渦電流煞車原理

本實驗裝置為一機電整合系統 (electro-mechanical system)，包括電機與機械兩項子系統。電機部分為圓盤受電磁感應產生渦電流，此渦電流再與原磁場交互作用而產生感應磁力 (developed magnetic force)；機械部分為圓盤軸承 (shaft) 之轉動慣量、摩擦力，與感應磁力之效應總和，其整體運作如下方塊圖所示：

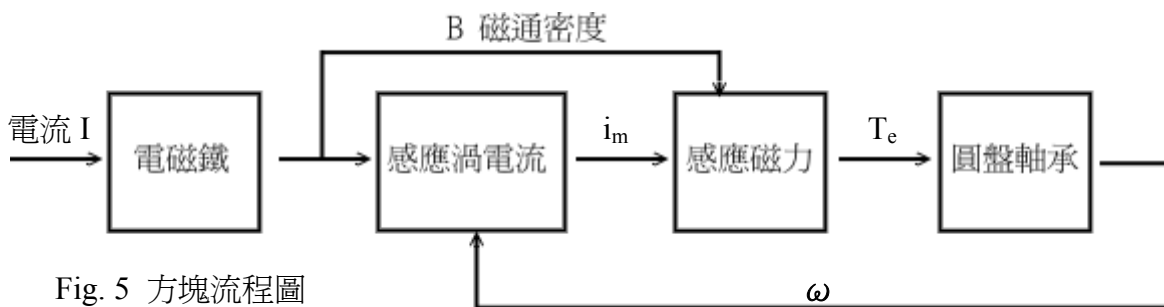


Fig. 5 方塊流程圖

以下將依 Fig. 5 之分項逐一說明原理。

### (一) 電磁鐵磁場

本實驗裝置之電磁鐵磁場為電流通過電磁鐵繞組產生磁場強度 (magnetic intensity)  $H$ ，經空氣與圓盤金屬材料造成磁通密度 (magnetic flux density)  $\vec{B}$ ，作為此渦電流煞車系統，電磁感應煞車中之磁場環境。

利用安培定律導出磁場強度如下：

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{\lambda} = NI \text{ ----- ①}$$

其中  $\vec{H}$  為磁場強度， $\vec{\lambda}$  為磁場路徑， $N$  為電磁鐵單位長度內所纏繞的匝數， $I$  為電磁鐵之輸入電流。電磁鐵產生之磁場路徑如 Fig. 6 所示：

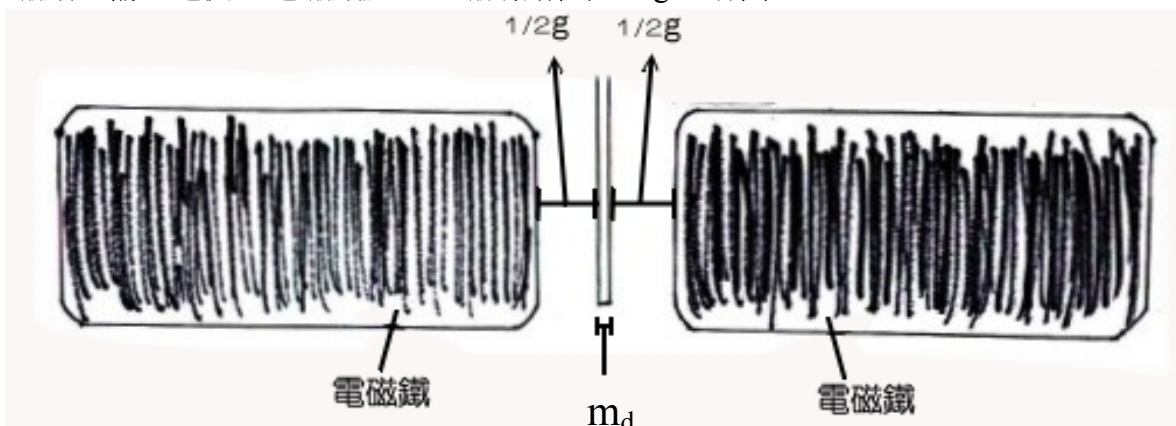


Fig. 6 磁場路徑圖

磁場路徑經過氣隙 (厚度為  $g$ ) 與金屬圓盤 (厚度為  $m_d$ )。因此①之積分結果為

$$H_m \cdot m_d + H_g \cdot g = NI \text{ ----- ②}$$

其中  $H_m$  為金屬圓盤的磁場強度， $H_g$  為空氣的磁場強度。



磁場強度通過空氣與圓盤金屬材料產生磁通密度，為

【1】

$$B = \mu_m \cdot H_m = \mu_0 \cdot H_g \text{ ----- } \textcircled{3}$$

其中 B 為磁通密度， $\mu_0$  為空氣之導磁率， $\mu_m$  為金屬圓盤材料之導磁率。

本實驗將選用銅、鋁、鐵等三種材質圓盤，將其並同空氣之導磁率表列於表 1 【2】

※真空之導磁率為  $4\pi \times 10^{-7}$  (H/m)， $\mu_r$  為其他物質與真空之比值

	$\mu_r$
Air	1.0006
Fe	5000
Al	1.00000021
Cu	0.999991

表 1 導磁率 (物質與真空之比值)

將③代入②得到

$$\left( \frac{m_d}{\mu_m} + \frac{g}{\mu_0} \right) \cdot B = NI \text{ ----- } \textcircled{4}$$

$$B = \frac{NI}{\frac{m_d}{\mu_m} + \frac{g}{\mu_0}} \text{ ----- } \textcircled{5}$$

## (二) 感應渦電流：

根據楞次定律 (Lentz's Law)：一導線圈在磁場中運動時，導線圈內所產生的感應電動勢的方向，乃欲使該線圈所產生的感應電流能夠抵抗磁通量的改變。【3】

本電磁煞車裝置中金屬圓盤的任一部分可視為無限多線圈的集合，當圓盤轉動時，進入與離開電磁鐵磁場範圍之導體部分，將產生出一感應電動勢，如 Fig. 7 (a) 所示。Fig. 7 (b) 為圓盤上感應電流之整體效應，進入磁場之電流方向為向上，而離開磁場之電流方向亦為向上。

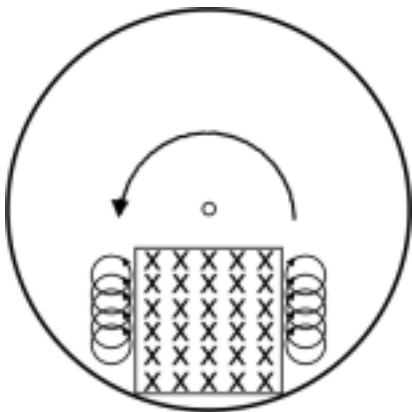


Fig. 7 (a)

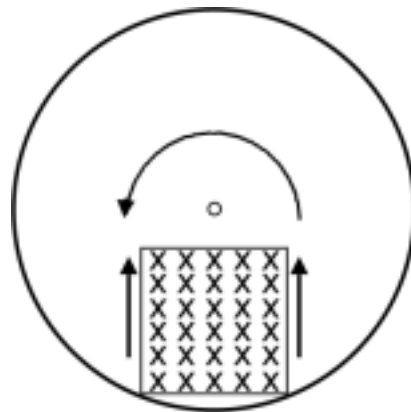


Fig. 7 (b)

將進入磁場之導體部分，為抵抗磁通量的增加而產生逆時針方向的渦電流；反之，將離開磁場之導體部分，為維持原本進入紙面方向的磁通量而產生順時針之渦電流。令 Fig. 7 之感應電動勢為  $V_m$ ，金屬電阻為  $R_m$ ，則感應電流  $i_m$  為

$$i_m = \frac{V_m}{R_m} \text{-----} \text{⑥}$$

其中  $R_m$  隨金屬材料的不同而改變，此電阻大小與導電率成反比

$$R_m = \frac{\lambda}{\sigma_m A} \text{-----} \text{⑦}$$

其中  $\sigma_m$  為導電率 (S/m)， $\lambda$  與  $A$  各為  $i_m$  所通過之長度與面積，在此假設為  $\lambda$  與  $A$  在各種材質之圓盤中皆為定值。故  $R_m$  只與  $\sigma_m$  有關。本實驗將選用銅、鋁、鐵等三種不同材質製作圓盤，其導電率表列於表 2

	$\sigma_m$ (S/m)
Fe	$1 \times 10^7$
Al	$3.53 \times 10^7$
Cu	$5.8 \times 10^7$

表 2 導電率

感應電動勢之產生遵守楞次定律：

$$V_m = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{d \int \vec{B} \cdot d\vec{A}}{dt} = \frac{B_0 dA}{dt} \text{-----} \text{⑧}$$

其中  $\lambda$  為磁通量， $t$  為時間 (s)， $\vec{B}$  為磁通密度， $B_0$  在單一實驗中相同，而隨圓盤材質不同而改變。 $dA$  為圓盤產生感應電動勢之單位面積，如 Fig. 8 之  部分。

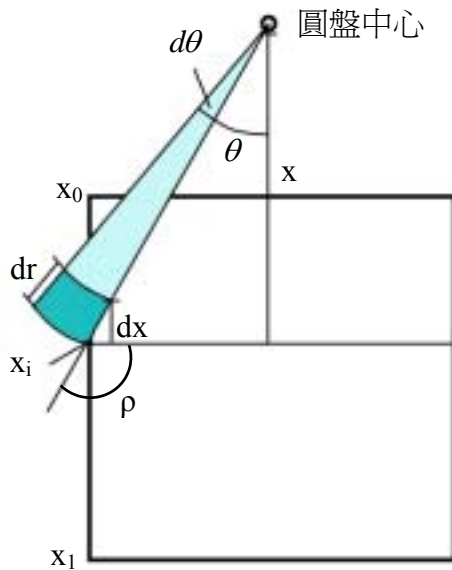


Fig. 8

計算  $dA$  的面積得下式

$$dA = r dr d\theta \text{ ----- } \textcircled{9}$$

其中  $r$  為點  $x_i$  與圓盤中心的距離， $x$  為  $r$  的鉛垂分量， $dr$ 、 $d\theta$ 、 $dx$  參照 Fig. 8 所示

可得  $r = \frac{x}{\cos\theta}$ ； $dr = \frac{dx}{\cos\theta}$ ； $d\theta = \omega \cdot dt$ ，將此三式代入⑨

$$dA = \frac{x}{\cos\theta} \cdot \frac{dx}{\cos\theta} \cdot \omega dt = \frac{x\omega}{\cos^2\theta} dx dt \text{ ----- } \textcircled{10}$$

將⑩代入⑧得到

$$V_m = \frac{B dA}{dt} = B_0 \frac{x}{\cos^2\theta} dx \omega \text{ ----- } \textcircled{11}$$

由⑪得  $V_m$  為單位長度所產生感應電流之單位電動勢，因此所產生的感應電流為

$$i(x) = \frac{B_0}{\cos^2\theta \cdot R_m} x \omega \text{ ----- } \textcircled{12}$$

### (三) 感應磁力

根據庫倫靜磁定律(Coulomb's law)以及必歐－沙伐定律(Biot-Savart Law)，得知電流在磁場中所受磁力為

$$\vec{F} = \vec{i} \cdot \lambda \times \vec{B} \text{ ----- } \textcircled{13}$$

其中  $F$  為磁力， $i$  為感應電動勢所產生的電流， $\lambda$  為電流之流經長度， $B$  為磁通密度。本裝置中之電流  $i$  為  $x$  之函數。

$x$  處之單位感應磁力為  $dF_e = i(x) dx B_0$

$$dF_e = \frac{B_0^2}{\cos^2\theta \cdot R_m} x dx \omega \text{ ----- } \textcircled{14}$$

其中  $R_m$  為電阻， $\omega$  為角速度， $x$ 、 $dx$ 、 $\theta$  參照 Fig. 8 所示

### (四) 煞車效應

$$\text{已知 } T_e = \vec{r} \times \vec{F}_e \Rightarrow T_e = r F_e \sin \rho$$

其中  $T_e$  為感應磁力力矩， $F_e$  為感應磁力， $\rho$  參照 Fig. 8 所示，與  $\theta$  的關係為

$$\rho = \frac{\pi}{2} + \theta, \text{ 故}$$

$$T_e = r F_e \cos\theta \text{ ----- } \textcircled{15}$$

1. 單位感應磁力力矩

將單位感應磁力⑭代入⑮得感應感應磁力力矩

$$dT_e = \vec{r} \times d\vec{F}_e = \frac{x}{\cos\theta} \cdot \frac{B_0^2}{\cos^2\theta \cdot R_m} x dx \omega \cdot \cos\theta = \frac{x^2}{\cos^2\theta} \cdot \frac{B_0^2}{R_m} dx \omega$$

由 Fig. 8 可見， $r$  為點  $x_i$  與圓盤中心的距離， $x$  為  $r$  的鉛垂分量， $x$  與  $r$  的關係為

$$r = \frac{x}{\cos \theta}, \text{ 因此 } dT_e = \frac{B_0^2}{R_m} \cdot r^2 dx \omega$$

又令電磁鐵截面寬度為  $\lambda_e$ ， $\frac{\lambda_e}{2}$  為  $x_i$  至圓盤中心距離的水平分量，則  $r$ 、 $x$  與  $\frac{\lambda_e}{2}$  的

關係為  $r^2 = x^2 + \left(\frac{\lambda_e}{2}\right)^2$ ，因此得

$$dT_e = \frac{B_0^2}{R_m} \left[ x^2 + \left(\frac{\lambda_e}{2}\right)^2 \right] \cdot dx \omega \text{ ----- } \textcircled{16}$$

## 2. 感應磁力力矩總量 $T_e$

感應磁力力矩之總量為各個單位磁力力矩之積分

$$\begin{aligned} T_e &= \int_{x_0}^{x_1} T_e = \frac{B_0^2}{R_m} \omega \int_{x_0}^{x_1} \left[ x^2 + \left(\frac{\lambda_e}{2}\right)^2 \right] \cdot dx \\ &= \frac{B_0^2}{R_m} \left[ \frac{x_1^3 - x_0^3}{3} + \frac{\lambda_e^2}{4} (x_1 - x_0) \right] \cdot \omega \text{ ----- } \textcircled{17} \end{aligned}$$

## 3. 總煞車力力矩 $T$

總煞車力力矩為感應磁力力矩與空轉時之煞車力力矩加總。

$$T = T_e + T_f$$

其中  $T_f$  為未知大小的空轉時之煞車力力矩，可經由空轉實驗 ( $T_e=0$ ) 測得。

## (五) 渦電流耗損

耗損之焦耳熱公式為  $i^2 R_m$

其中  $i$  為感應渦電流、 $R_m$  為金屬圓盤之電阻。

已知單位長度所產生的感應渦電流為  $i(x) = \frac{B_0}{\cos^2 \theta \cdot R_m} x \omega$

且  $B_0 = \frac{NI}{\frac{m_d}{\mu_m} + \frac{g}{\mu_0}}$   $R_m = \frac{\lambda}{\sigma_m A}$ ，推得耗損之焦耳熱

$$\begin{aligned} i^2 R_m &= \frac{(NI)^2 \cdot \sigma_m A}{\cos^4 \theta \cdot \left(\frac{m_d}{\mu_m} + \frac{g}{\mu_0}\right)^2 \cdot \lambda} x^2 \omega^2 \\ &= \frac{(NI)^2 x^2 \omega^2 A}{\cos^4 \theta \cdot \lambda} \cdot \frac{\sigma_m}{\left(\frac{m_d}{\mu_m} + \frac{g}{\mu_0}\right)^2} \text{ ----- } \textcircled{18} \end{aligned}$$

$$\text{令 } \zeta = \frac{(NI)^2 x^2 \omega^2 A}{\cos^4 \theta \cdot \lambda}$$

$\zeta$  與電磁鐵匝數、輸入電流、與金屬圓盤之相對位置、渦電流通過長度  $\lambda$  和面積  $A$  有關。由於實驗中以上因素並無改變，而將  $\zeta$  視為定值。

則耗損之焦耳熱為

$$i^2 R_m = \zeta \cdot \frac{\sigma_m}{\left(\frac{m_d}{\mu_m} + \frac{g}{\mu_0}\right)^2} \text{-----} \quad (19)$$

有關能量探究參見討論十

※【】內為參考書目編號

### 三、實驗步驟

- (一) 將綁於馬達軸心的線整齊纏至鐵軸上，並使一切裝置維持靜止的狀態。
- (二) 在水平處設立光電計時器，開啓並調至功能(2)一瞬間計時。
- (三) 打開馬達開關，使纏繞於鐵軸的細線回收，進而帶動鐵片轉動。
- (四) 等到線抽離時，馬達給予金屬圓盤一轉動初速度，紀錄去除動力到完全停止過程中，黏於金屬圓盤邊緣之 15 度塑膠瓦楞板經過時，遮斷光電的時間，計算出每圈的角速度  $\omega$ 。
- (五) 由於金屬圓盤轉動速度過快，來不及紀錄每圈的  $\Delta t$ ，因此架設一 DV，以紀錄光電每次的數據以及判定瓦楞板通過的時間。
- (六) 將 DV 影帶設定有時間顯示（其最小單位至每秒 30 畫格），轉錄製成 VCD。
- (七) 在影帶上的時間會配合實驗進行，調慢 VCD 撥放速度同時也會減慢；擷取每圈塑膠瓦楞板通過光電計時器的瞬間畫面，紀錄當時右上角顯示之時間，可得一系列之數據，將此數據相減，即為當時鐵片轉動一圈所需時間。
- (八) 在步驟(四)已得角速度  $\omega$ ，計算得  $\Delta \omega$ ；再配合  $\omega$  與  $\omega$  之間相隔之  $\Delta t$  (兩次量測  $\omega$  時間間隔，即轉動一圈之時間)，可求角加速度  $\alpha$ 。
- (九) 在無磁力影響下之  $\alpha$  為摩擦力所造成，摩擦力只和正向力有關，在金屬圓盤轉動的過程中，雖離心力使正向力有些許改變，但和質量相比下極小，可以忽略，又軸承摩擦係數為定值，故摩擦力視為固定。
- (十) 加上一組磁場後，金屬圓盤脫離動力到停止的時間間段會減小，可得另一組  $\alpha$ 。扣除摩擦力所造成的影響，將可推論出渦電流產生一力與金屬圓盤運動方向相反，造成金屬圓盤加速停止。
- (十一) 做三組實驗，依序是空轉、改變兩電磁鐵之閉距、改變電磁鐵通入電流。

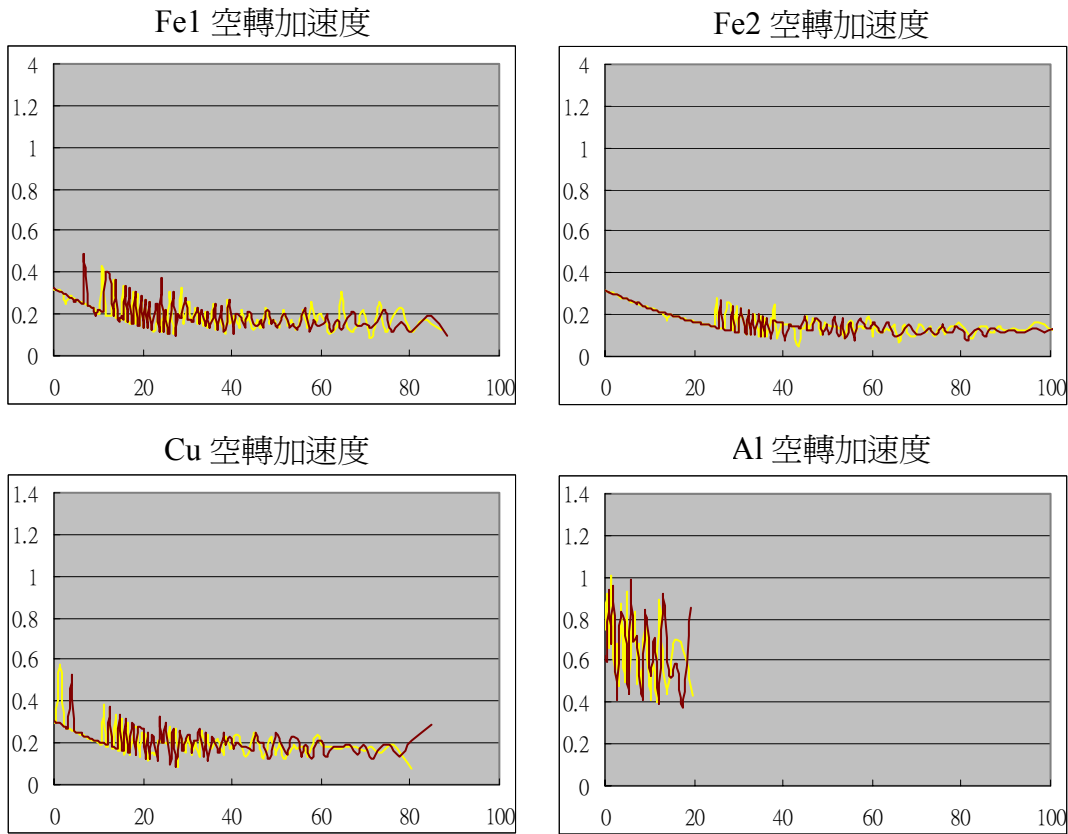
## 陸、研究結果

※ 所有角加速度  $\alpha$  因煞車是減速而為負值，以下圖表均取絕對值，

一、空轉實驗僅採其角加速度，不探討其角速度之變化。依數據推得角加速度如圖：

其中 { 縱座標為角加速度  $\alpha$ ，單位為弧度/秒<sup>2</sup>  
 橫座標為時間軸，單位為秒

—— 實驗一      —— 實驗二



由圖可計算摩擦力為  $T_f = k\omega + T_c$

其中  $k$  為一常數， $\omega$  為角速度， $T_c$  為動摩擦力(Coulomb's frictions)； $k\omega$  即為黏滯摩擦力(Viscose frictions)，由於轉動時不同的角速度，導致黏滯摩擦力將隨角速度而改變數值，但此改變甚小，視為一定值。圖中曲線不平滑是由於儀器精密程度之誤差，在單位換算時被放大。

由實驗得兩次空轉加速度，取其平均值即為不理想狀態轉動時恆存有之煞車角加速度。

	第一次實驗	第二次實驗	平均值
Fe1	0.194379	0.192099	0.192099
Fe2	0.153628	0.152235	0.152235
Cu	0.205298	0.204102	0.204102
Al	0.654354	0.660507	0.660507

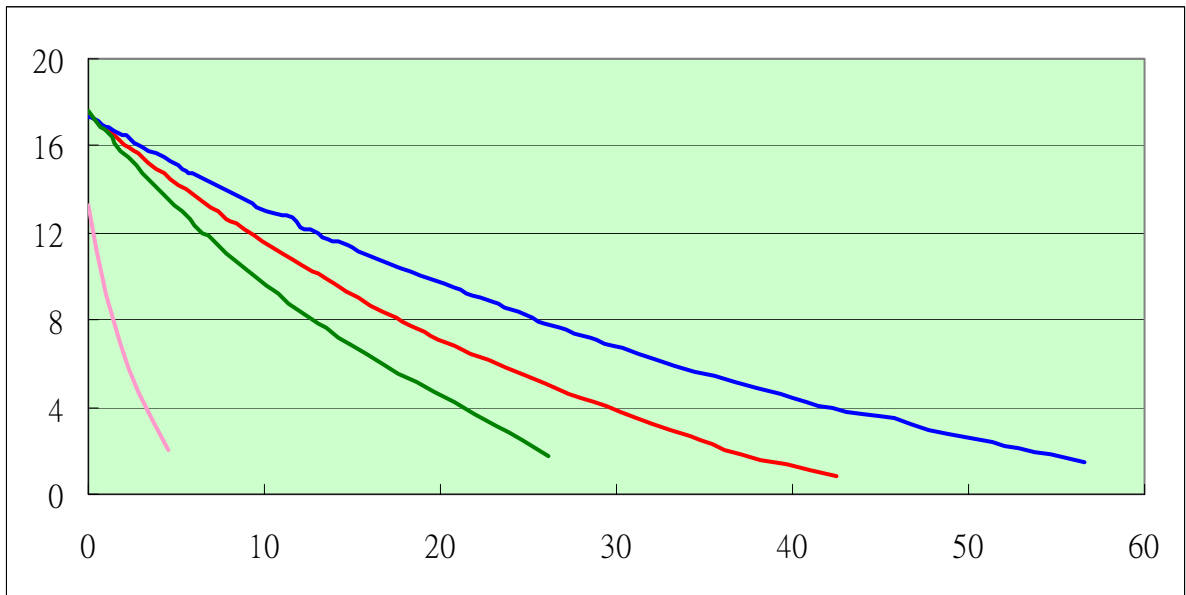
表 3 空轉角加速度 (單位：弧度/秒<sup>2</sup>)

Fe1 ————— Fe2 ————— Cu ————— Al —————

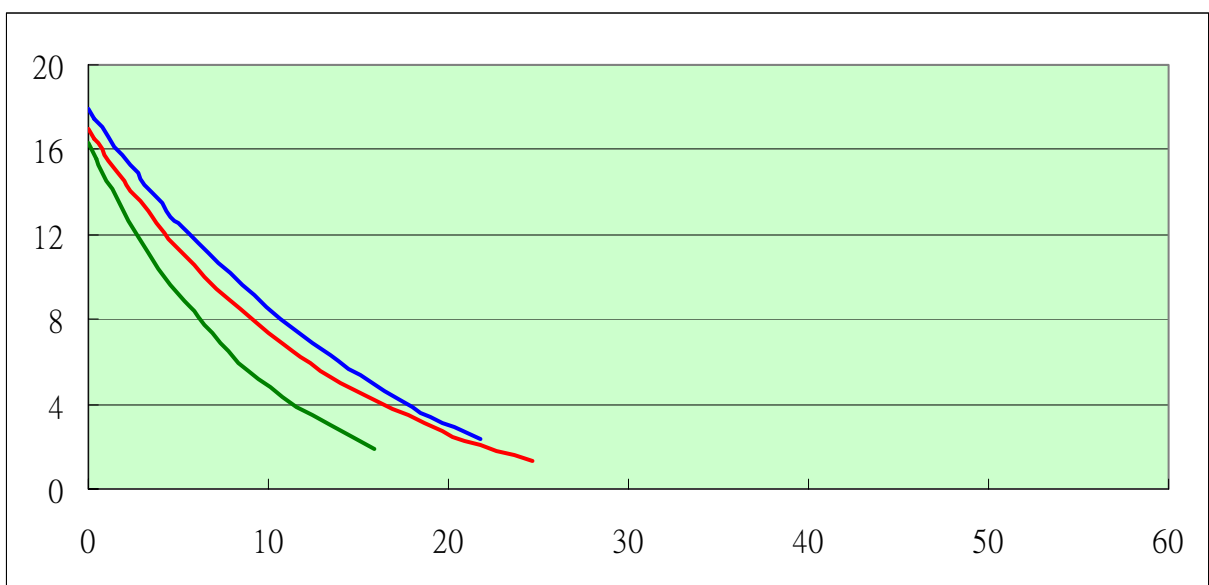
二、角速度  $\omega$  對時間做圖如下：

其中 { 縱座標為角速度  $\omega$ ，單位為弧度/秒；  
 { 橫座標為時間軸，單位為秒。

電磁鐵間距大 角速度  $\omega$  對時間圖



電磁鐵間距小 角速度  $\omega$  對時間圖

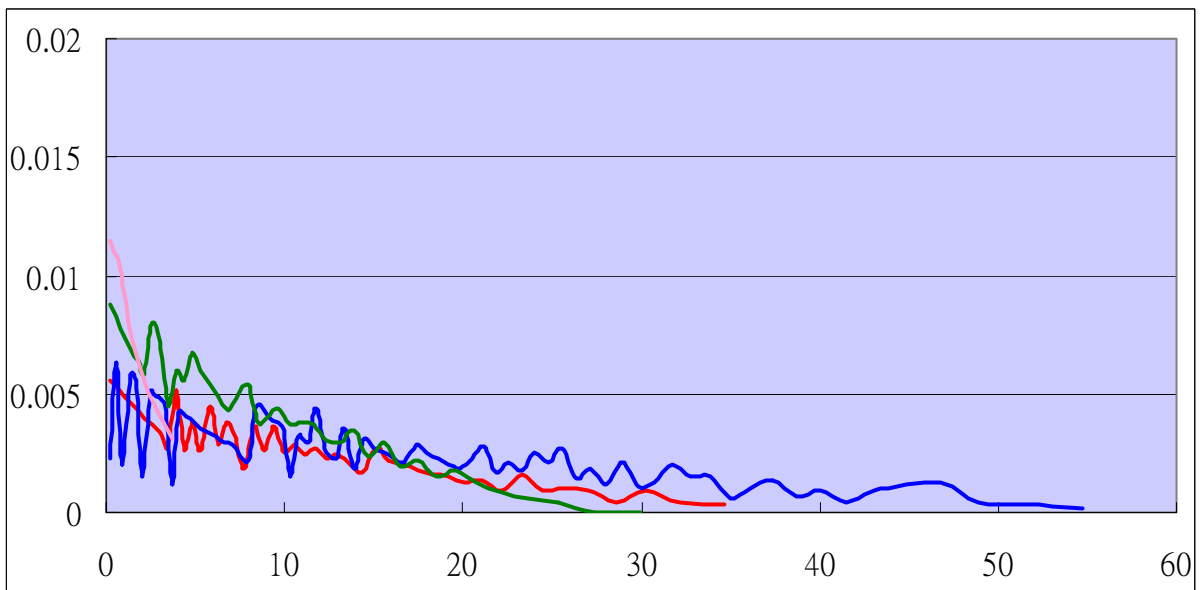


Fe1 ——— Fe2 ——— Cu ——— Al ———

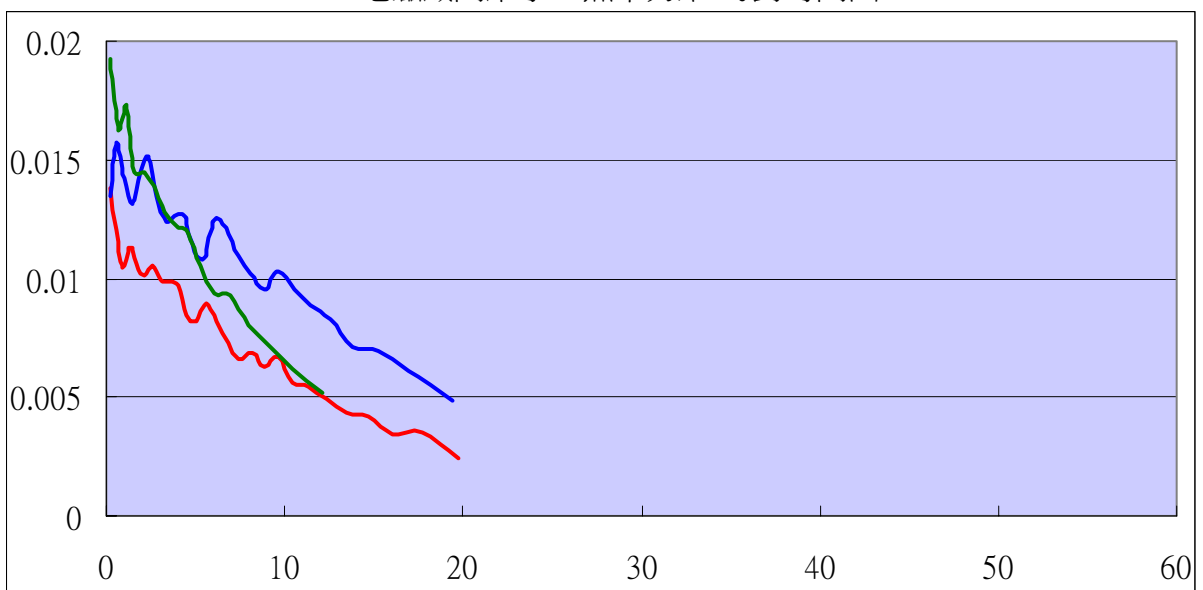
三、煞車力矩  $T_e$  對時間做圖如下：

其中 { 縱座標為煞車力矩  $T_e$ ，單位為 N-m；  
 { 橫座標為時間軸，單位為秒。

電磁鐵間距大 煞車力矩  $T_e$  對時間圖



電磁鐵間距小 煞車力矩  $T_e$  對時間圖



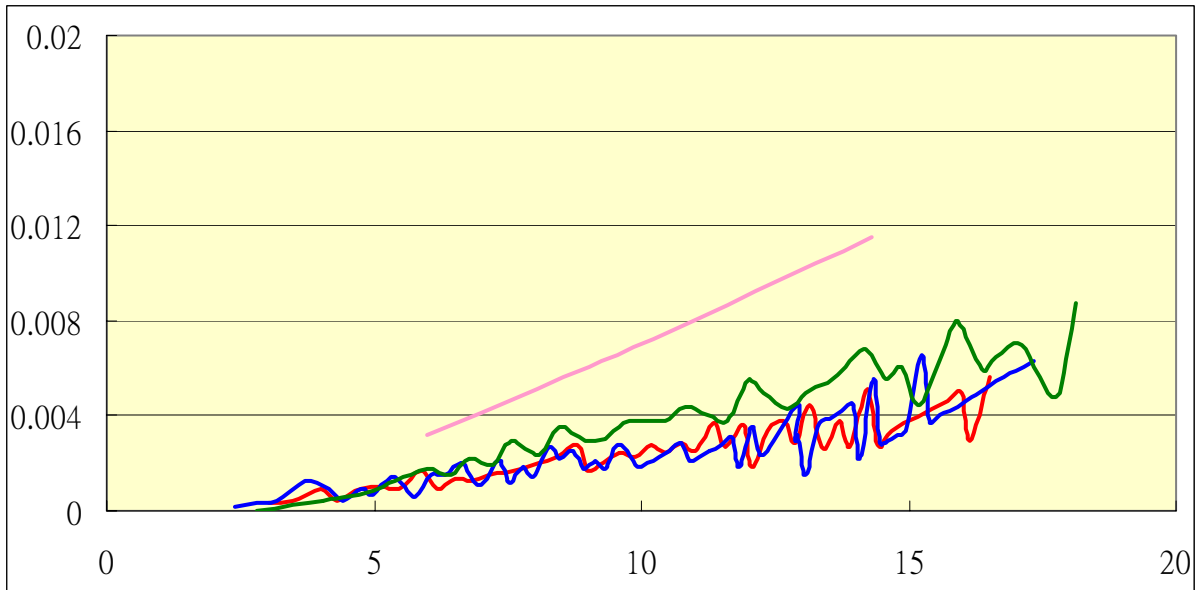


Fe1 ——— Fe2 ——— Cu ——— Al ———

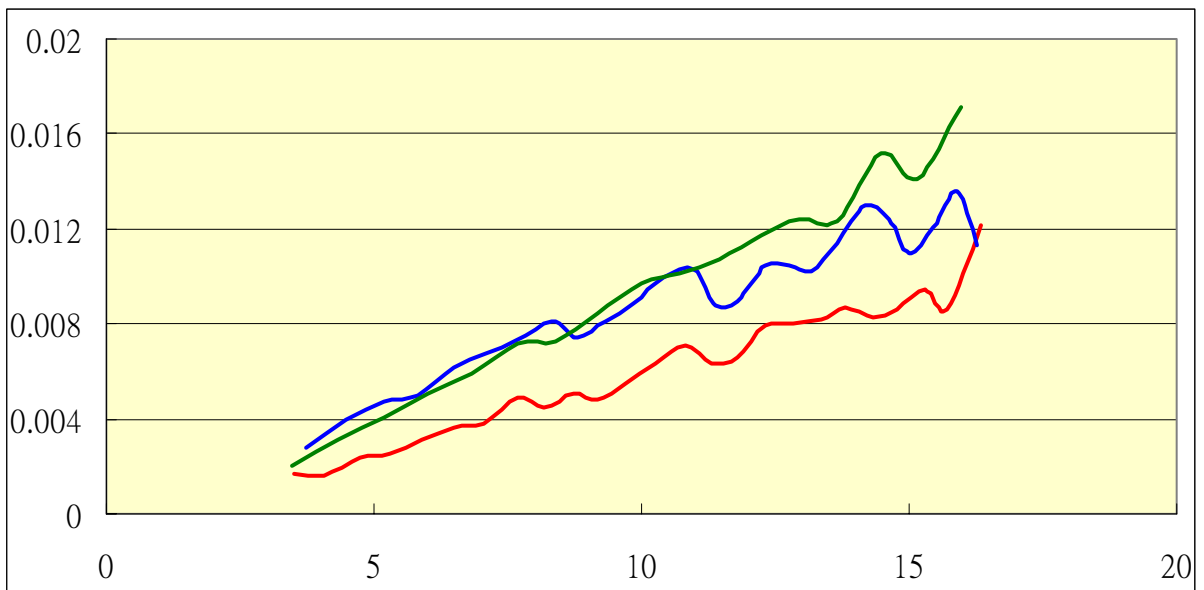
四、煞車力矩  $T_e$  對角速度  $\omega$  做圖後如下：

其中 { 縱座標為煞車力矩  $T_e$ ，單位為 N-m；  
 { 橫座標為角速度  $\omega$ ，單位為弧度/秒。

電磁鐵間距大 煞車力矩  $T_e$  對角速度  $\omega$  圖



電磁鐵間距小 煞車力矩  $T_e$  對角速度  $\omega$  圖



五、數據如下 ※以下出現之  $\alpha$  皆為經扣除空轉加速度後之值

(一) 1.Fe1 的角速度  $\omega$  測定 (單位 時間軸：秒  $\omega$ ：弧度/秒)

問距大實驗 1      問距大實驗 2      問距小實驗 1      問距小實驗 2

時間軸	$\omega$	時間軸	$\omega$	時間軸	$\omega$	時間軸	$\omega$
0.0000	17.4533	0.0000	16.3625	0.0000	17.0000	0.0000	15.8666
0.3633	17.2236	0.3833	16.0613	0.3667	16.4654	0.3867	15.4000
0.7233	17.0000	0.7700	15.8666	0.7467	16.0613	0.7900	14.9600
1.0900	16.6751	1.1667	15.5833	1.1333	15.4911	1.2167	14.4641
1.4633	16.4654	1.5667	15.3099	1.5367	15.0459	1.6467	14.0000
1.8400	16.2608	1.9733	15.0459	1.9567	14.5444	2.0900	13.4948
2.2267	15.9634	2.3900	14.7909	2.3833	14.0752	2.5533	12.9604
2.6167	15.7710	2.8100	14.5444	2.8600	13.5647	3.0333	12.4666
3.0167	15.4911	3.2433	14.3060	3.2867	13.0900	3.5333	11.9543
3.4167	15.2209	3.7167	14.0752	3.7633	12.5865	4.0600	11.4824
3.8267	14.9600	4.1200	13.7789	4.2633	12.0645	4.6067	10.9083
4.2733	14.7909	4.5733	13.5647	4.7800	11.5330	5.1900	10.3889
4.6667	14.4641	5.0367	13.2893	5.3267	11.0464	5.7867	9.8792
5.1000	14.2282	5.6000	13.0248	5.8933	10.5564	6.4233	9.3500
5.5400	14.0000	5.9833	12.7707	6.4900	9.9923	7.0967	8.8148
5.9833	13.7068	6.4800	12.5263	7.1167	9.4512	7.8133	8.2587
6.4400	13.4948	6.9733	12.2336	7.7867	8.9351	8.5833	7.6774
6.9033	13.2222	7.4867	11.9543	8.4900	8.4451	9.4100	7.1335
7.3767	12.9604	8.0400	11.7399	9.2300	7.9093	10.2967	6.5287
7.8600	12.6473	8.5733	11.4323	10.0333	7.3746		
8.3533	12.4076	9.0900	11.1880	10.8933	6.7648		
8.8600	12.1203	9.6500	10.8630	11.8333	6.2038		
9.3767	11.8461	10.2233	10.5992	12.8667	5.6060		
9.9100	11.5840	10.8133	10.3071	14.0267	4.9962		
10.4433	11.3333	11.4233	10.0306	15.3233	4.4000		
10.9967	11.0464	12.0433	9.7323	16.8333	3.7293		
11.5667	10.7736	12.6900	9.4512	18.6167	3.0836		
12.1433	10.4720	13.3533	9.1538	20.9233	2.2357		
12.7433	10.2265	14.0400	8.8746	24.6333	1.2783		
13.3533	9.9166	14.7467	8.6118				
13.9833	9.6605	15.4800	8.2587				
14.6367	9.3167	16.2400	7.9333				
15.3067	8.9965	17.0333	7.6104				
16.0033	8.6977	17.8633	7.2925				
16.7300	8.3910	18.7267	6.9813				

(一) 2. 求得 Fel 的角加速度  $\alpha$  (時間軸: 秒  $\alpha$ : 弧度/秒<sup>2</sup>)

間距大實驗 1

間距大實驗 2

間距小實驗 1

間距小實驗 2

時間軸	$\alpha$	時間軸	$\alpha$	時間軸	$\alpha$	時間軸	$\alpha$
0.1817	0.4400	0.1917	0.5935	0.5567	0.8712	0.1933	1.0148
0.5433	0.4292	0.5767	0.3114	1.3350	0.9116	0.5883	0.8988
0.9067	0.6938	0.9683	0.5222	1.7467	1.0020	1.0033	0.9702
1.2767	0.3697	1.3667	0.4914	2.1700	0.9075	1.4317	0.8872
1.6517	0.3509	1.7700	0.4570	2.6217	0.8789	1.8683	0.9473
2.0333	0.5772	2.1817	0.4199	3.0733	0.9206	2.3217	0.9614
2.4217	0.3011	2.6000	0.3948	3.5250	0.8641	2.7933	0.8365
2.8167	0.5078	3.0267	0.3581	4.0133	0.8519	3.2833	0.8326
3.2167	0.4834	3.4800	0.2954	4.5217	0.8366	3.7967	0.7039
3.6217	0.4443	3.9183	0.5426	5.0533	0.6981	4.3333	0.8581
4.8833	0.3521	4.3467	0.2804	5.6100	0.6725	4.8983	0.6984
5.3200	0.3267	4.8050	0.4023	6.1917	0.7533	5.4883	0.6620
5.7617	0.4692	5.3183	0.2774	6.8033	0.6714	6.1050	0.6392
6.2117	0.2720	5.7917	0.4709	7.4517	0.5782	6.7600	0.6027
6.6717	0.3963	6.2317	0.3000	8.1383	0.5046	7.4550	0.5839
7.1400	0.3611	6.7267	0.4012	8.8600	0.5319	8.1983	0.5628
7.6183	0.4556	7.2300	0.3520	9.6317	0.4735	8.9967	0.4658
8.1067	0.2939	7.7633	0.1954	10.4633	0.5170	9.8533	0.4900
8.6067	0.3748	8.3067	0.3846	11.3633	0.4048	10.7850	0.3586
9.1183	0.3386	8.8317	0.2807	12.3500	0.3864	11.8100	0.3499
9.6433	0.2993	9.3700	0.3882	13.4467	0.3336	12.9417	0.2943
10.1767	0.2780	9.9367	0.2682	14.6750	0.2677	14.2500	0.3128
10.7200	0.3264	10.5183	0.3030	16.0783	0.2520	15.7800	0.2425
11.2817	0.2864	11.1183	0.2611	17.7250	0.1700	17.5967	0.1681
11.8550	0.3310	11.7333	0.2890	19.7700	0.1755	19.9633	0.0957
12.4433	0.2170	12.3667	0.2426	22.7783	0.0660	23.7550	0.0108
13.0483	0.3159	13.0217	0.2563				
13.6683	0.2145	13.6967	0.2146				
14.3100	0.3341	14.3933	0.1797				
14.9717	0.2858	15.1133	0.2895				
15.6550	0.2369	15.8600	0.2360				
16.3667	0.2299	16.6367	0.2149				
17.1067	0.1872	17.4483	0.1910				
17.8700	0.2433	18.2950	0.1683				
18.6633	0.1889	19.1800	0.1606				
19.4933	0.2149	20.1100	0.1301				
20.3617	0.1806	21.0883	0.1428				
21.2733	0.1659	22.1500	0.0999				

(二) 1.Fe2 的角速度  $\omega$  測定 (單位 時間軸：秒  $\omega$ ：弧度/秒)

間距大實驗 1

間距大實驗 2

間距小實驗 1

間距小實驗 2

時間軸	$\omega$	時間軸	$\omega$	時間軸	$\omega$	時間軸	$\omega$
0.0000	17.4533	0.0000	17.3377	0.0000	16.0613	0.0000	17.9315
0.3700	17.3377	0.3667	17.2236	0.4033	15.6766	0.3600	17.4533
0.7367	17.1111	0.7400	17.0000	0.8133	15.2209	0.7300	17.1111
1.1067	16.8903	1.1133	16.8903	1.2400	14.7909	1.1067	16.5696
1.4900	16.7820	1.4933	16.6751	1.6767	14.3846	1.4967	16.1605
1.8967	16.5696	1.8767	16.4654	2.1233	13.9255	1.8967	15.7710
2.2533	16.4654	2.2700	16.3625	2.5900	13.4256	2.3033	15.3099
2.6367	16.2608	2.6600	16.1605	3.0767	12.9604	2.7267	14.8750
3.0300	16.0613	3.0567	15.9634	3.5733	12.5263	3.1633	14.3846
3.4333	15.8666	3.4567	15.7710	4.0900	12.0645	3.6100	14.0000
3.8333	15.7710	3.8600	15.6766	4.6267	11.5840	4.0733	13.4948
4.2333	15.5833	4.2733	15.4911	5.1900	11.1404	4.5500	12.8333
4.6400	15.4000	4.6867	15.3099	5.7800	10.6857	5.0500	12.5865
5.0600	15.2209	5.1067	15.1329	6.3900	10.1473	5.5667	12.1203
5.4733	15.0459	5.5267	14.8750	7.0400	9.5897	6.1033	11.6355
5.9000	14.8750	5.9567	14.7078	7.7233	9.0588	6.6633	11.1404
6.3267	14.7078	6.3900	14.5444	8.4567	8.5277	7.2467	10.6423
6.7633	14.5444	6.8333	14.3846	9.2267	8.0061	7.8600	10.1867
7.2000	14.3846	7.2767	14.2282	10.0670	7.3955	8.5067	9.6605
7.6400	14.1513	7.6967	14.0000	10.9770	6.7824	9.1867	9.1219
8.0933	14.0000	8.1833	13.8518	11.9870	6.1455	9.9100	8.5836
8.5433	13.8518	8.6467	13.6354	13.1100	5.4885	10.683	8.0554
9.0033	13.6354	9.1167	13.4256	14.4670	4.8037	11.510	7.4800
9.4700	13.4948	9.5933	13.2222	15.9900	4.0589	12.410	6.8895
9.9433	13.2893	10.0730	13.0248	17.9500	3.2123	13.400	6.2782
10.4330	13.0900	10.5670	12.8965			14.490	5.6422
10.9100	12.8965	11.0630	12.8333			15.740	4.9962
11.4030	12.7087	11.5700	12.7087			17.187	4.2500
11.9030	12.5865	12.0770	12.2911			19.037	3.3650
12.4130	12.4076	12.5970	12.1203			21.740	2.3909
12.9300	12.1767	13.1230	11.9543				
13.4530	11.9543	13.6600	11.7399				
13.9870	11.7928	14.2070	11.5840				
14.5270	11.5840	14.7500	11.3826				
15.0730	11.3826	15.3130	11.1880				
15.6370	11.1880	15.8830	11.0000				
16.2070	10.9539	16.4700	10.8182				
16.7930	10.7736	17.0570	10.6423				

(二) 2. 求得 Fe2 的角加速度  $\alpha$  (時間軸: 秒  $\alpha$ : 弧度/秒<sup>2</sup>)

間距大實驗 1		間距大實驗 2		間距小實驗 1		間距小實驗 2	
時間軸	$\alpha$	時間軸	$\alpha$	時間軸	$\alpha$	時間軸	$\alpha$
0.1850	0.1609	0.1833	0.1596	0.2017	0.8023	0.1800	1.1767
0.5533	0.4666	0.5533	0.4476	0.6083	0.9600	0.5450	0.7734
0.9217	0.4452	0.9267	0.1423	1.0267	0.8562	1.3017	0.8975
1.2983	0.1309	1.3033	0.4147	1.4583	0.7790	1.6967	0.8220
1.6933	0.3708	1.6850	0.3956	1.9000	0.8763	2.1000	0.9824
2.0750	0.1407	2.0733	0.1101	2.3567	0.9197	2.5150	0.8759
2.4450	0.3821	2.4650	0.3664	2.8333	0.8045	2.9450	0.9715
2.8333	0.3557	2.8583	0.3453	3.3250	0.7225	3.3867	0.7096
3.2317	0.3312	3.2567	0.3293	3.8317	0.7423	3.8417	0.9387
3.6333	0.0874	3.6583	0.0826	4.3583	0.7437	5.3083	0.7507
4.0333	0.3179	4.0667	0.2973	4.9083	0.6360	5.8350	0.7519
4.4367	0.2993	4.4800	0.2868	5.4850	0.6192	6.3833	0.7326
4.8500	0.2748	4.8967	0.2699	6.0850	0.7311	6.9550	0.7024
5.2667	0.2717	5.3167	0.4626	6.7150	0.7062	7.5533	0.5911
5.6867	0.2492	5.7417	0.2372	7.3817	0.6254	8.1833	0.6623
6.1133	0.2402	6.1733	0.2256	8.0900	0.5727	8.8467	0.6405
6.5450	0.2227	6.6117	0.2090	8.8417	0.5258	9.5483	0.5927
6.9817	0.2145	7.0550	0.2012	9.6467	0.5754	10.2967	0.5315
7.4200	0.3786	7.4867	0.3920	10.5217	0.5222	11.0967	0.5445
7.8667	0.1823	7.9400	0.1529	11.4817	0.4790	11.9600	0.5046
8.3183	0.1777	8.4150	0.3156	12.5483	0.4334	12.9050	0.4659
8.7733	0.3190	8.8817	0.2948	13.7883	0.3532	13.9450	0.4319
9.2367	0.1497	9.3550	0.2752	15.2283	0.3374	15.1150	0.3653
9.7067	0.2826	9.8333	0.2596	16.9700	0.2804	16.4633	0.3643
10.1883	0.2553	10.3200	0.1086	19.4367	0.1945	18.1117	0.3268
10.6717	0.2543	10.8150	0.2266			20.3883	0.2088
11.1567	0.2292	11.3167	0.2085				
11.6533	0.0929	11.8233	0.3128				
12.1583	0.1994	12.3367	0.1768				
12.6717	0.2953	12.8600	0.1637				
13.1917	0.2735	13.3917	0.2480				
13.7200	0.1514	13.9333	0.1335				
14.2567	0.2350	14.4783	0.2193				
14.8000	0.2170	15.0317	0.1939				
15.3550	0.1939	15.5983	0.1784				
15.9217	0.2591	16.1767	0.1584				
16.5000	0.1558	16.7633	0.1483				
17.0850	0.1476	17.3567	0.2018				

(三) 1.Cu 的角速度  $\omega$  測定 (單位 時間軸：秒  $\omega$ ：弧度/秒)

間距大實驗 1		間距大實驗 2		間距小實驗 1		間距小實驗 2	
時間軸	$\omega$	時間軸	$\omega$	時間軸	$\omega$	時間軸	$\omega$
0.0000	17.9315	0.0000	18.7000	0.0000	15.5833	0.0000	16.3625
0.3733	17.5704	0.3600	18.3076	0.4267	14.7909	0.4100	15.5833
0.7533	17.2236	0.7267	18.0551	0.8833	14.0752	0.8333	14.8750
1.1433	16.8903	1.1000	17.5704	1.3533	13.2893	1.3133	14.1513
1.5400	16.4654	1.4833	17.2236	1.8567	12.5865	1.7533	13.3571
1.9433	16.1605	1.8733	16.8903	2.3867	11.8461	2.2500	12.6473
2.3567	15.7710	2.2733	16.5696	2.9500	11.0932	2.7767	11.9000
2.7767	15.4911	2.6733	16.1605	3.5533	10.3478	3.3400	11.0932
3.2100	15.0459	3.0900	15.7710	4.1967	9.5897	3.9400	10.3889
3.6500	14.7078	3.5167	15.4911	4.9000	8.7852	4.5867	9.6250
4.1067	14.3846	3.9500	15.1329	5.6633	8.0061	5.2833	8.8446
4.5700	14.0000	4.3900	14.7909	6.5000	7.2521	6.0700	8.0802
5.0433	13.6354	4.8467	14.3846	7.4333	6.4167	6.2833	7.2521
5.5333	13.2893	5.3133	14.0000	8.4967	5.5940	7.8067	6.4802
6.0367	12.8965	5.7900	13.6354	9.7233	4.7427	8.8633	5.6060
6.5467	12.5263	6.2800	13.2893	11.1767	3.8785	10.0867	4.7687
7.0800	12.1203	6.7833	12.9604	12.9900	2.9682	11.5267	3.9016
7.6267	11.7928	7.3000	12.5865	15.4300	1.9878	13.4067	2.9818
8.1900	11.4323	7.8300	12.1767			15.8867	1.9012
8.7700	11.0464	8.3800	11.8461				
9.3800	10.6423	8.9433	11.4824				
10.0000	10.2666	9.5233	11.0932				
10.6433	9.8792	10.1233	10.7295				
11.3167	9.4855	10.7467	10.3478				
12.0133	9.1219	11.3867	9.9543				
12.7433	8.7266	12.0533	9.5897				
13.5033	8.2587	12.7500	9.2183				
14.3033	7.8618	13.4700	8.7852				
15.1500	7.3955	14.2300	8.4180				
16.0400	7.0188	15.0200	7.9817				
16.9867	6.5944	15.8467	7.6104				
17.9867	6.1891	16.7200	7.1923				
19.0567	5.7161	17.6700	6.8177				
20.0900	5.1637	18.6133	6.4324				
21.5000	4.7342	19.6467	5.9772				
22.9100	4.2158	20.7500	5.5702				
24.4733	3.7561	21.9467	5.1637				
26.2533	3.1466	23.2233	4.7342				

(三) 2. 求得 Cu 的角加速度  $\alpha$  (時間軸: 秒  $\alpha$ : 弧度/秒<sup>2</sup>)

間距大實驗 1		間距大實驗 2		間距小實驗 1		間距小實驗 2	
時間軸	$\alpha$	時間軸	$\alpha$	時間軸	$\alpha$	時間軸	$\alpha$
0.1867	0.7630	0.1800	0.8856	0.2133	1.6530	0.2050	1.6963
0.5633	0.7085	0.5433	0.4846	0.6550	1.3631	0.6217	1.4691
0.9483	0.6507	0.9133	1.0942	1.1183	1.4681	1.0733	1.3035
1.3417	0.8671	1.2917	0.7006	1.6050	1.1922	1.5333	1.6009
1.7417	0.5519	1.6783	0.6507	2.1217	1.1928	2.0017	1.2250
2.1500	0.7380	2.0733	0.5977	2.6683	1.1325	2.5133	1.2149
2.5667	0.4625	2.4733	0.8187	3.2517	1.0314	3.0583	1.2280
2.9933	0.8232	2.8817	0.7305	3.8750	0.9743	3.6400	0.9698
3.4300	0.5643	3.3033	0.4521	4.5483	0.9397	4.2633	0.9772
3.8783	0.5037	3.7333	0.6225	5.2817	0.8166	4.9350	0.9161
4.3383	0.6260	4.1700	0.5731	6.0817	0.6971	5.6767	0.7675
4.8067	0.5661	4.6183	0.6857	6.9667	0.6910	6.1767	0.8183
5.2883	0.5022	5.0800	0.6201	7.9650	0.5695	7.0450	0.6289
5.7850	0.5763	5.5517	0.5608	9.1100	0.4899	8.3350	0.6232
6.2917	0.5218	6.0350	0.5022	10.4500	0.3906	9.4750	0.4804
6.8133	0.5570	6.5317	0.4494	12.0833	0.2979	10.8067	0.3980
7.3533	0.3951	7.0417	0.5195	14.2100	0.1977	12.4667	0.2852
7.9083	0.4358	7.5650	0.5691			14.6467	0.2316
8.4800	0.4612	8.1050	0.3970				
9.0750	0.4584	8.6617	0.4415				
9.6900	0.4017	9.2333	0.4670				
10.3217	0.3981	9.8233	0.4021				
10.9800	0.3807	10.4350	0.4082				
11.6650	0.3177	11.0667	0.4107				
12.3783	0.3374	11.7200	0.3428				
13.1233	0.4117	12.4017	0.3291				
13.9033	0.2919	13.1100	0.3974				
14.7267	0.3467	13.8500	0.2791				
15.5950	0.2192	14.6250	0.3482				
16.5133	0.2441	15.4333	0.2450				
17.4867	0.2012	16.2833	0.2747				
18.5217	0.2379	17.1950	0.1902				
19.5733	0.3305	18.1417	0.2043				
20.7950	0.1005	19.1300	0.2365				
22.2050	0.1636	20.1983	0.1647				
23.6917	0.0899	21.3483	0.1356				
25.3633	0.1383	22.5850	0.1323				
27.3700	0.1103	23.9233	0.1169				

(四) 1. 鋁的角速度  $\omega$  測定 (單位 時間軸：秒  $\omega$ ：弧度/秒)

間距大實驗 1		間距大實驗 2		間距小實驗 1		間距小實驗 2	
時間軸	$\omega$	時間軸	$\omega$	時間軸	$\omega$	時間軸	$\omega$
0.0000	13.2900	0.0000	13.4300	0.0000	8.3642	0.0000	8.3910
0.5000	11.2400	0.4967	11.2800	1.0500	3.1966	1.0500	8.3910
1.0633	9.1200	1.0900	9.1500				
1.8400	6.9300	1.8400	7.0200				
2.8767	4.6600	2.8800	4.3700				
4.5333	2.0000	4.8400	0.7500				

(四) 2. 求得 Al 的角加速度  $\alpha$  (時間軸：秒  $\alpha$ ：弧度/秒<sup>2</sup>)

間距大實驗 1		間距大實驗 2		間距小實驗 1		間距小實驗 2	
時間軸	$\alpha$	時間軸	$\alpha$	時間軸	$\alpha$	時間軸	$\alpha$
0.2500	3.4461	0.7450	3.6505	0.5250	4.9215	0.5250	4.9802
0.7817	3.0923	0.8900	2.9304				
1.4517	2.1670	1.1250	2.1863				
2.3583	1.5268	1.5600	1.8858				
3.7050	0.9469	2.9400	1.1863				

※ (1) 以上數據皆經過整理，略去明顯誤差不記。

(2) 礙於篇幅，僅挑選各組中數據較穩定時段列表。



## 柒、討論

### 一、計時方式的選擇:

最精準之圓盤轉動一圈的時間間隔 $\Delta t$ 應是使用光電計時器，紀錄其兩次遮斷之時間間隔，但光電計時器僅支援直線運動中在不同定點的遮斷，本實驗之遮斷處皆為同一點，故光電計時器無法發揮功效。經多次設計裝置，皆無法與配合其功能，或使量測之誤差增大許多，因此實驗採取拍攝下之時間進行，在分析數據時讀取每圈功過之時間點，相減以計算每圈之時間間隔。

### 二、初速度不同的影響

考慮轉盤在煞車過程中受力是變力，不易觀察，曾經嘗試不要將馬達的動力消除，在鐵片仍有轉動動力情況下減速，即是鐵片不使用線來拉，而改用封閉的皮帶和齒輪帶動；則不需要一直觀察鐵片到轉動停止，只須量測加上磁場後的圓盤轉速，與馬達通電的變化，若轉速維持一定，將是馬達增大扭力以對抗磁場變化，這部分會反映到通過馬達的電流上；但實驗後發現無外加磁場與通有磁場的馬達流經電流量差異甚小，並非直流電源器之刻度能讀出，轉速也幾乎維持原狀；這有可能是因使用的馬達扭力太大，若改變馬達扭力使之符合實驗需求，則又不符實際煞車情況，經討論後發現磁場施力於圓盤對馬達的影響，並不只單純反映在電流上，將是一個混合的過程，在馬達內部中許多交互作用皆因此改變運作形式，卻無法計算觀察。因此實驗中需要消除馬達動力，去除馬達之變因。

### 三、開始通入磁場的時機

由於希望使馬達帶動圓盤之過程與無外加磁場時相同，必須等細繩完全抽離時再啟動電磁鐵；因此實驗分成兩組，分別為對照組-馬達與電磁鐵同時啟動、實驗組-電磁鐵於細繩抽離後啟動。凡通有磁場實驗皆進行此比較，數據經繪圖後發現，除初速度外，兩組實驗數據大致相同，但發現實驗組數據之初始相當不穩定，數據甚至產生至兩倍差距，經多次實驗比較，發現此結果是由人為啟動電磁鐵所致，又馬達將細線回收過程不經過外部，因此也無法設置自動開關在細繩捲完同時啟動電磁鐵；略過此部份兩組實驗在產生角加速度方面得到相同結果，因此推論實驗組和對照組的差別僅表現在初速度，為求實驗穩定進行，以及減少誤差的討論，本實驗採用對照組之做法。又推導公式顯示轉動過程之角速度與角加速度成正比，角速度已被列入考量，因此實驗時不必刻意保持與無外加電磁鐵時相同之角速度。

#### 四、Fe1、Fe2 煞車力矩是否受磁鐵相吸影響

磁鐵吸引力的方向垂直鐵圓盤運動方向，不會影響到鐵片運動方向的速度，至多增加鐵軸與軸承之間的受力，螺絲需要耗費較大的力才能使鐵片不會偏移。至於導磁率方面之影響已列入推導公式，因此本實驗皆能符合磁性和非磁性金屬材料之情況。

#### 五、鋁的煞車曲線

在所有實驗中，鋁的煞車效果最顯而易見，甚至是一啓動電磁鐵即馬上停止，爲求得角加速度  $\alpha$ ，必須有兩個以上之角速度  $\omega$ ，因此間距小之實驗僅能挑選轉動兩圈之數據，但在過程中，出現轉動一圈便停止的機率和兩圈相等。也由於過程太短只能求得一角加速度，因此在作圖中牽涉到角加速度者，鋁皆只有間距大實驗之兩條曲線，間距小實驗之數據只構成二點，因此在圖表中不明顯，且無法根據此判斷其趨勢與變化。之後將就煞車效果依不同的材料進行比較。

#### 六、 $K_t$ 與金屬圓盤材質結構的關係

由實驗過程公式推導中已知

$$T_e = \frac{B_0^2}{R_m} \omega \cdot \left[ \frac{x_1^3 - x_0^3}{3} + \frac{\lambda_e^2}{4} (x_1 - x_0) \right] \text{-----} \quad (17)$$

$$\text{且 } B_0 = \frac{NI}{\frac{m_d}{\mu_m} + \frac{g}{\mu_0}} \quad R_m = \frac{\lambda}{\sigma_m A}$$

其中  $B_0$  爲磁通密度， $R_m$  爲金屬電阻， $g$  爲氣隙厚度， $m_d$  爲金屬圓盤厚度， $\mu_0$  爲空氣之導磁率， $\mu_m$  爲金屬圓盤材料之導磁率， $\sigma_m$  爲導電率； $\lambda$  與  $A$  各爲感應渦電流通過之長度與面積（視作爲定值）。令

$$T_e = K_t \cdot \omega \text{-----} \quad (20)$$

由⑰⑳得

$$K_t = \frac{(NI)^2 \sigma_m A}{\left( \frac{m_d}{\mu_m} + \frac{g}{\mu_0} \right)^2 \cdot \lambda} \cdot \left[ \frac{x_1^3 - x_0^3}{3} + \frac{\lambda_e^2}{4} (x_1 - x_0) \right] \text{-----} \quad (21)$$

$$\text{令 } Q = \frac{(NI)^2 A}{\lambda} \left[ \frac{x_1^3 - x_0^3}{3} + \frac{\lambda_e^2}{4} (x_1 - x_0) \right]$$

$Q$  與電磁鐵匝數、輸入電流、與金屬圓盤之相對位置、渦電流通過長度  $\lambda$  和面積  $A$  有關。由於實驗中以上因素並無改變，而將  $Q$  視爲定值。

$$K_t = Q \cdot \frac{\sigma_m}{\left( \frac{m_d}{\mu_m} + \frac{g}{\mu_0} \right)^2} \text{-----} \quad (22)$$

因此  $K_t$  僅與金屬圓盤材質和結構有關。

將不同金屬之各項常數代入計算得

$$K_{Al} > K_{Cu} > K_{Fe} \text{ ----- } \textcircled{23}$$

又  $T_e = J\alpha$  且  $T_e = K_t \cdot \omega$ ，推得在固定圓盤下

$$K_t \propto \frac{\alpha}{\omega} \text{ ----- } \textcircled{24}$$

七、高導磁材質金屬圓盤之  $K_t$  與  $g^2$  的關係  
比較 Fe1 和 Fe2 在煞車過程中的影響

$$\text{已知 } T_e = K_t \cdot \omega, \text{ 且 } K_t = Q \cdot \frac{\sigma_m}{\left(\frac{m_d}{\mu_m} + \frac{g}{\mu_0}\right)^2}$$

$K_t$  與金屬圓盤材質和結構有關，而本實驗中之 Fe1、Fe2 圓盤之金屬材質相同，故其導磁率  $\mu_m$ 、導電率  $\sigma_m$  相同；又本實驗使用金屬圓盤厚度皆不超過  $3.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ ，

Fe 導磁率為 Air 之 5000 倍，相除後  $\frac{g}{\mu_0}$  與  $\frac{m_d}{\mu_m}$  相差接近  $10^5$ ，差異大因而將  $\frac{m_d}{\mu_m}$  忽略。

$$\text{則推得 } K_t \cong Q \cdot \frac{\sigma_m}{\left(\frac{g}{\mu_0}\right)^2} \text{ ----- } \textcircled{25}$$

$$\text{又 } T_e = K_t \omega \cong Q \cdot \frac{\sigma_m}{\left(\frac{g}{\mu_0}\right)^2} \omega = Q \cdot \frac{\sigma_m \cdot \mu_0^2}{g^2} \omega$$

故在相同高導磁率材質中於相同的角速度  $\omega$  之下，其  $T_e \cdot g^2$  為常數。

八、煞車力矩與磁場輸入電流之關係

由原理中推導得知煞車力矩

$$T_e = \frac{(NI)^2 \sigma_m A}{\left(\frac{m_d}{\mu_m} + \frac{g}{\mu_0}\right)^2} \cdot \lambda \cdot \left[ \frac{x_1^3 - x_0^3}{3} + \frac{\lambda_e^2}{4} (x_1 - x_0) \right] \cdot \omega \text{ ----- } \textcircled{26}$$

$$\text{令 } \xi = \frac{N^2 \sigma_m A}{\left(\frac{m_d}{\mu_m} + \frac{g}{\mu_0}\right)^2} \cdot \lambda \cdot \left[ \frac{x_1^3 - x_0^3}{3} + \frac{\lambda_e^2}{4} (x_1 - x_0) \right]$$

$\xi$  與金屬圓盤導磁率、導電率、厚度、電磁鐵匝數、與金屬圓盤相對位置、渦電流通過長度  $\lambda$ 、面積  $A$  有關。在單一實驗中，以上因素並無改變，將  $\xi$  視為定值。則

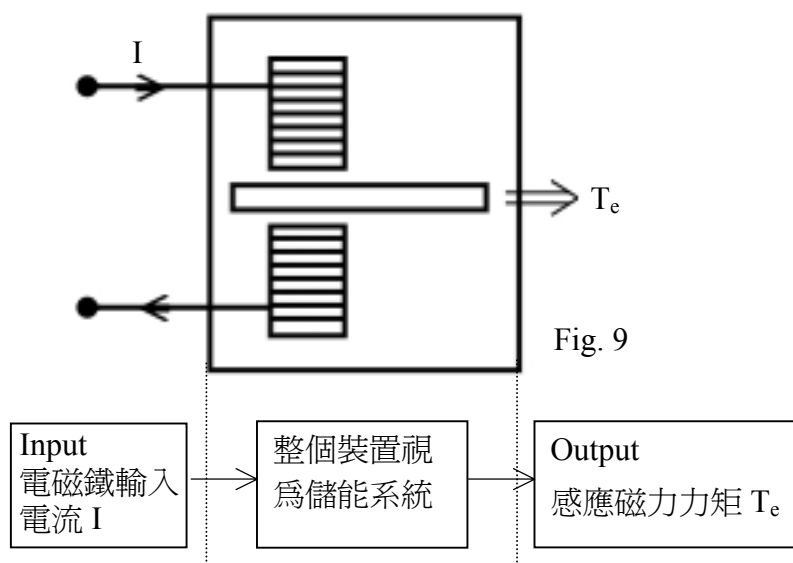
$$T_e = \xi \cdot I^2 \omega \text{ ----- } \textcircled{27}$$

調整電磁鐵之輸入電流，使輸入電流之大小成唯一變因。在固定轉速之情況下，煞車力矩與電磁鐵輸入電流之關係為

$$T_e \propto I^2 \text{ ----- } \textcircled{28}$$

## 九、磁能觀點

若將本裝置視為一儲能系統，其輸入為電磁鐵電流  $I$ ，輸出為感應磁力力矩  $T_e$ ，如 Fig 9 所示。



則其磁能總儲存量為

【5】

$$W = \int I(\lambda) d\lambda \text{ ----- (29)}$$

其中， $\lambda$  為電磁鐵之磁交鏈 (Flux Linkage)。N 為電磁鐵匝數，並有磁通量  $\phi$  通過該線圈， $\lambda$  則為

$$\lambda = N\phi \text{ ----- (30)}$$

假設本裝置為一線性磁系統，則其磁交鏈  $\lambda$  亦可表為

$$\lambda = LI \text{ ----- (31)}$$

其中 L 為系統之等效電感。此電感不僅與磁通路徑  $B_0$ 、氣隙厚度  $g$  及金屬材質有關，亦與圓盤上感應渦電流之效應有關，故 L 與圓盤轉動角度、轉速  $\omega$ 、氣隙厚度  $g$ 、線圈匝數 N、材質等因素有關。

將③代入②得

$$W = \int L \cdot I \cdot dI = \frac{1}{2} LI^2 \text{ ----- (32)}$$

其中 W 為磁能

而儲存磁能與煞車之關係為

【5】

$$T_e = \frac{\partial W}{\partial \theta} \text{ ----- (33)}$$

其中  $\theta$  為圓盤轉動的單位角度。將③代入③，得本裝置之感應磁力力矩為

$$T_e = \frac{1}{2} \frac{\partial L}{\partial \theta} I^2 \text{ ----- (34)}$$

可見  $T_e$  與電磁鐵輸入電流的平方成正比。

## 十、渦電流之耗損

渦電流焦耳熱由間接方式推算，經能量守恆定理(the law of conservation of energy)可知

$$\boxed{\text{磁能}} + \boxed{\text{動能} \left( \frac{1}{2}mv^2 \right)} = \boxed{\text{煞車力負功}} + \boxed{\text{摩擦力負功}} + \boxed{\text{耗損之焦耳熱}} + \boxed{\text{儲能}}$$

其中磁能和動能為系統輸入總能；煞車力之負功、摩擦力之負功、耗損之焦耳熱為系統輸出總能。而系統儲能可分為電磁儲能和剩餘動能，但本系統圓盤最終為靜止，故系統儲能只含電磁儲能。同一金屬圓盤在個別實驗中磁場無改變，不會產生磁滯效應 (hysteresis losses)，故圓盤內僅產生焦耳熱。

磁能  $W = \int e \cdot I \cdot dt$ ，動能  $\frac{1}{2}mv^2$  之  $v$  為馬達給予金屬圓盤之轉動初速度，煞車力負功為  $\int T_e \cdot d\theta = \int T_e \cdot \omega \cdot dt$ ，摩擦力負功為  $W_f$ ，耗損之焦耳熱為  $i^2 R_m$ 。

令電磁儲能為  $\psi$ ，則推得下式

$$\int e \cdot I \cdot dt + \frac{1}{2}mv^2 = \int T_e \cdot \omega \cdot dt + W_f + i^2 R_m + \psi$$

由公式推導得焦耳熱為

$$i^2 R_m = \zeta \cdot \frac{\sigma_m}{\left( \frac{m_d}{\mu_m} + \frac{g}{\mu_0} \right)^2} \text{-----} \text{⑩}$$

$\zeta$  為一定值與電磁鐵匝數、輸入電流、與金屬圓盤之相對位置、渦電流通過長度  $\lambda$  面積  $A$  有關。將不同金屬之厚度、導電率、導磁率代入⑩計算，得到在固定角速度時，Cu 耗損焦耳熱 > Al 耗損焦耳熱 > Fe 耗損焦耳熱。

## 捌、結論

### 一、煞車力矩正比於轉速

根據實驗過程導出公式，渦電流煞車之力矩與其角速度有正比關係

$$T_e = \frac{B_0^2}{R_m} \left[ \frac{x_1^3 - x_0^3}{3} + \frac{\lambda_e^2}{4} (x_1 - x_0) \right] \cdot \omega \quad \text{----- ⑰}$$

當金屬圓盤在固定磁場中受到渦電流影響產生煞車效應，將得到  $T_e \propto \omega$

而實驗中  $T_e \propto \omega$  圖表之趨勢線為通過原點斜上直線，顯示圓盤所受煞車力矩  $T_e$  確實與圓盤的角速度  $\omega$  有正比的關係，驗證實驗過程中公式的推論。

### 二、 $K_t$ 與金屬圓盤材質和結構有關

本實驗  $\alpha$  對  $\omega$  作圖得之趨勢線斜率為  $Al > Cu > Fe$

$K_t \propto \frac{\alpha}{\omega}$  即金屬圓盤在轉動過程中， $\alpha$  與  $\omega$  的比值為  $Al > Cu > Fe$

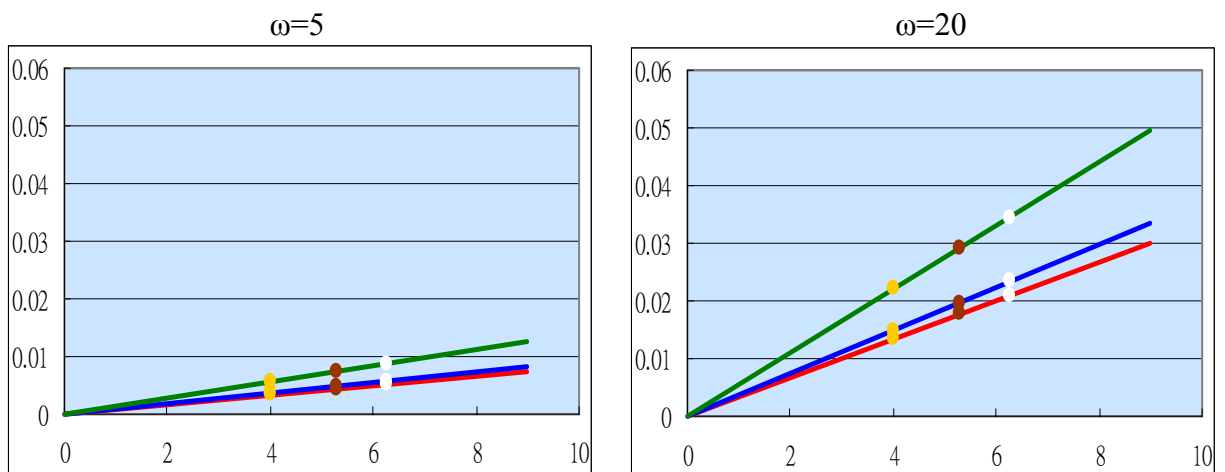
已知討論中計算得  $K_{Al} > K_{Cu} > K_{Fe}$  亦推出煞車常數

$K_t$  正比角加速度  $\alpha$  與角速度  $\omega$  的比值，即煞車常數越大者，其  $\alpha$  與  $\omega$  的比值越大  
因次此圖形可推得  $K_{Al} > K_{Cu} > K_{Fe}$

得知本實驗與推論相符合，因此推導之公式成立。

### 三、煞車力矩 $T_e$ 與電磁鐵輸入電流 $I$ 平方成正比

由討論得在相同金屬圓盤、相同角速度  $\omega$  之下，其煞車力矩  $T_e$  與電磁鐵輸入電流  $I$  平方成正比；可推導得一  $T_e$  和  $I^2$  成正比之曲線。本實驗選擇電磁鐵間距小為固定變因，數據作圖確實得一過原點之直線，驗證  $T_e$  確實正比於  $I^2$ ，即同一金屬材質圓盤在相同磁場下  $T_e$  和  $I^2$  成正比。



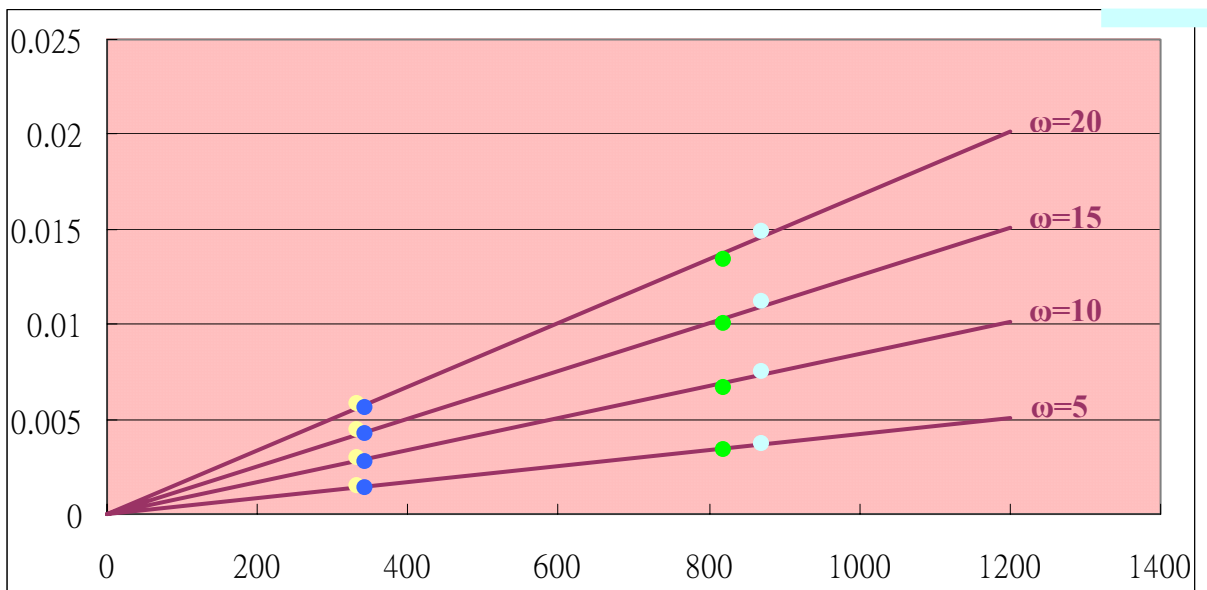
#### 四、高導磁率金屬之 $T_e \cdot g^2$ 為一定值

由實驗數據計算得到之  $T_e \cdot g^2$  表列如下

$T_e = P \cdot \omega$ ，其中 P (slope) 為  $T_e$  對  $\omega$  做圖之斜率。

		P	g (m)	$T_e g^2 / \omega$ ( $\times 10^7$ )	平均值 ( $\times 10^7$ )	誤差	曲線顏色
間距大 Fe1	0.009453	0.000292	$5.47 \times 10^{-2}$	8.8009	8.3937	4.90%	
間距大 Fe2	0.014124	0.000287	$5.39 \times 10^{-2}$	8.0765		-3.20%	
間距小 Fe1	0.009453	0.000667	$3.47 \times 10^{-2}$	8.1241		-2.70%	
間距小 Fe2	0.014124	0.000746	$3.39 \times 10^{-2}$	8.5731		1.80%	

※間距大實驗之間距為  $5.7 \times 10^{-2}$  m 間距小實驗之間距為  $3.7 \times 10^{-2}$  m



縱座標為  $T_e$ ，單位為  $\text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{秒}^2$ ；  
橫座標為  $1/g^2$ ，單位為  $\text{m}^2$

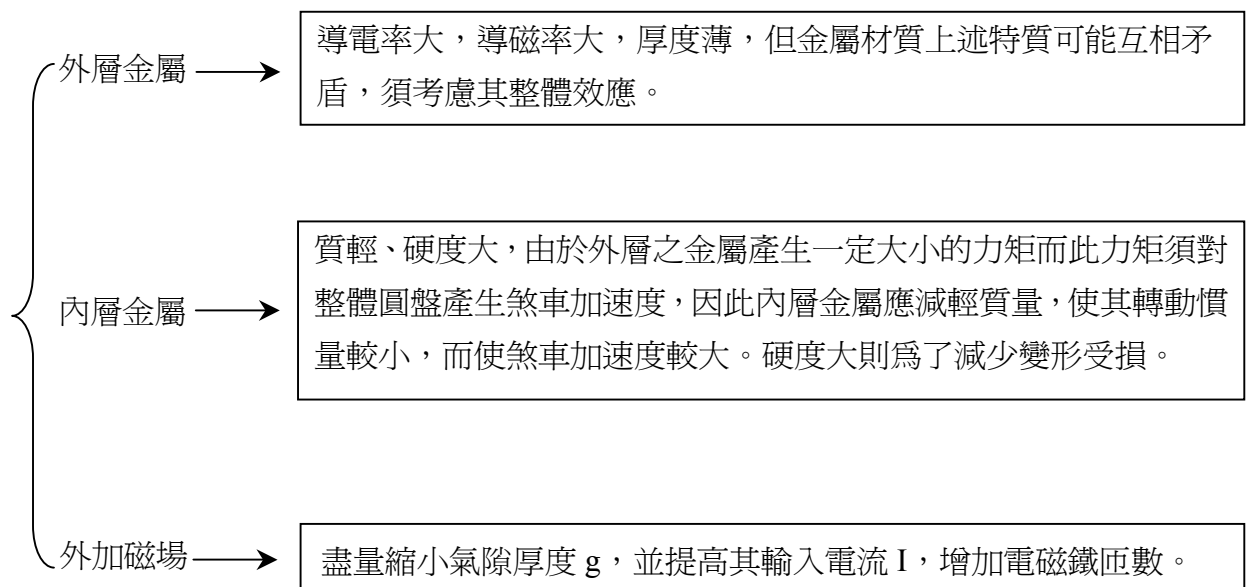
	$\omega=5$	$\omega=10$	$\omega=15$	$\omega=20$
間距大 Fe1	0.02041	0.04083	0.06125	<b>0.08167</b>
間距大 Fe2	0.01944	0.03889	0.05834	<b>0.07779</b>
間距小 Fe1	0.04664	0.09330	0.13995	<b>0.18660</b>
間距小 Fe2	<b>0.05212</b>	<b>0.10425</b>	<b>0.15638</b>	<b>0.20851</b>

$T_e$  單位為 N-m

由討論得在相同高導磁率材質中相同角速度  $\omega$  之下，其  $T_e \cdot g^2$  為常數；由推導可得一  $T_e$  和  $1/g^2$  成正比之曲線。上述數據皆落在此曲線上，驗證  $T_e$  確實正比於  $1/g^2$ ，即同一材質之高導磁金屬固定半徑，在相同磁場下  $T_e \cdot g^2$  為一定值，與其厚度、質量無關。

## ※ 未來展望

研究結論得煞車效果依序為 Al、Cu、Fe，但電磁煞車實際多應用於交通工具及運動器材上，必須考慮金屬硬度、耗損程度等因素，為配合需求應使用複合金屬材質製作煞車圓盤，結合各種金屬分別在硬度或煞車效果上之優點。由於渦電流只存在於圓盤表面，因此表面需使用煞車程度最大的材質。Fe、Cu、Al 經比較後，Al 產生之煞車角加速度最大，所以在這三種材質之中，Al 為製作圓盤表面最佳選擇。但由於 Al 硬度低，實際應用時易變形受損，建議兩層 Al 中間夾以輕硬金屬，或將 Al 鍍於輕硬金屬表面，亦可防止內層金屬生鏽變質；外層金屬煞車效果佳而內層金屬硬度大，使裝置效率提高及延長使用壽命，而達改良之效。此外，煞車力矩與氣隙厚度平方成反比、與電磁鐵輸入電流成正比，作為電磁感應煞車中磁場環境之電磁鐵與圓盤之距離應盡可能的接近，並提高輸入之電流，將可達到較佳的煞車效果。





## 玖、參考資料及附錄

### 一、參考資料

1. David K. Cheng 原著, 李永勳編譯, 電磁學 (*Field and Wave Electromagneti 2/e*), 第二版, 台北, 艾迪生維斯理朗文、偉明圖書有限公司合作出版, pp.264 - 266, 2000
2. P. R. Karmel, G. D. Colef, R. L. Camisa, *Introduction to Electromagnetic and Microwave Engineering*, Wiley-Interscience, New York, pp.676-677, 2002
3. 吳大猷, 高級中學物理課本第四冊, 十四版, 國立編譯館, pp.1-47, 2000
4. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fundamentals of Physic*, Wiley-Interscience, New York p.238, 1994
5. A. E. Fitzgerald, Charles Kingsley. Jr, Stephen D. Umas, *Electric machinery*, McGraw-Hill, New York, p.27, p.121, 2003

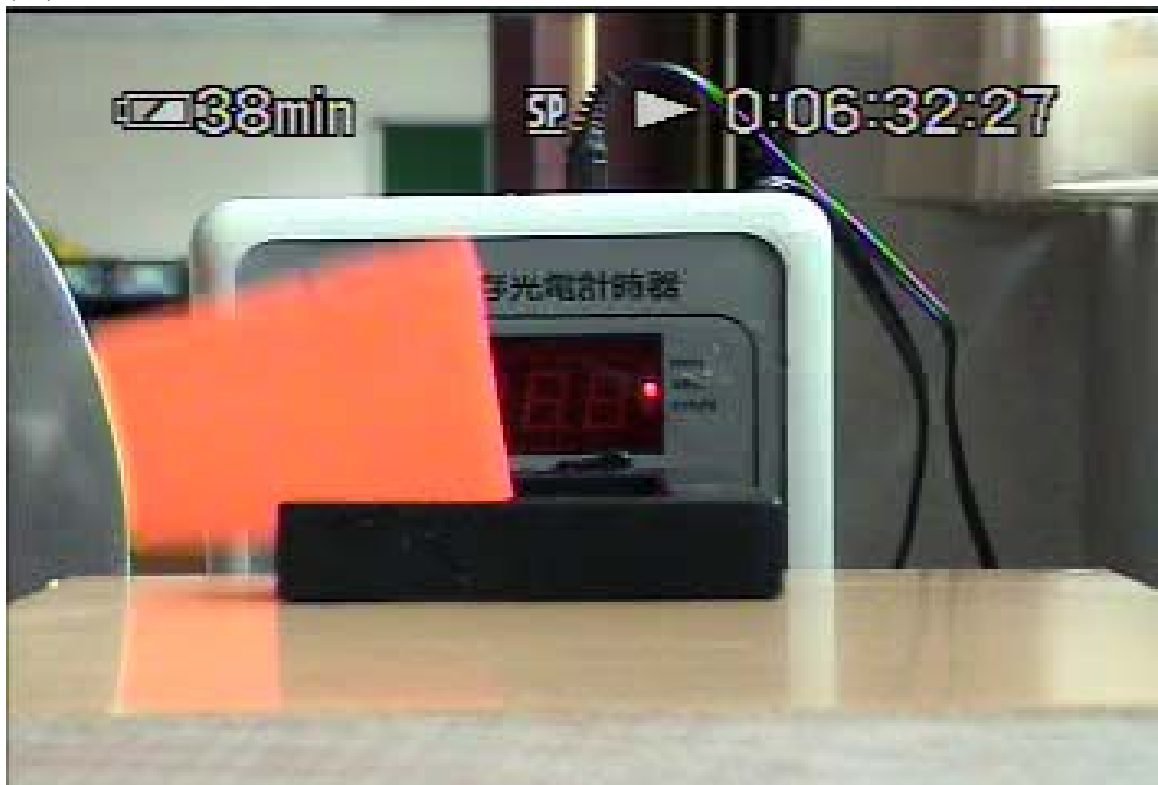
### 二、附錄

(一)  $\alpha - \omega$  圖下各金屬圓盤的斜率

	間距大 1	間距大 2	平均	間距小 1	間距小 2	平均
Fe1	0.000324	0.000294	0.000309	0.000725	0.000687	0.000706
Fe2	0.000194	0.000200	0.000197	0.000520	0.000535	0.000528
Cu	0.000499	0.000467	0.000483	0.001069	0.001057	0.001063
Al	0.002901	0.003144	0.003023			

※ Al 在電磁鐵間距小之實驗中, 加速度僅得一數據, 故無法計算其  $\alpha - \omega$  圖形斜率。

(二) 實驗影片之擷取畫面



## 評語

040105 高中組物理科 第二名

被吸住了??-電磁煞車機制探討

本作品以旋轉的金屬盤切割磁場區而感應渦電流，進而探討原磁場與金屬盤間的交互作用產生煞車效用。實驗裝置正確建立，能討論不同材質的渦流效率。實驗完整，數據討論詳盡，說明書完整，實驗裝置亦具進一步探討的實用性。