

中華民國第四十四屆中小學科學展覽會

作品說明書

國中組 生活與應用科學科

030810

高雄縣立鳳西國民中學

指導老師姓名

劉百清

作者姓名

郭倍綸

## 中文摘要

### 利用雙雷射精密測定準靜物的極微小變位

準靜物如橋樑、火山，由於平常不輕易移動，只有在特殊情況下（如洪水、地震）時，才會發生位移的現象。因此，其微小變位如何測量，一向是科學界較少探討的題目。於是，先由光學槓桿原理著手，經過一番思考、探討，決定採用雷射光作為光源，並作了第一個實驗——找生活中具極微小變位的東西，如轉動中的電扇、引擎發動的摩托車、被搖動的樹木等，先測試其放大效果。接著就試圖用控制變因的方法，找出平面鏡旋轉角度和光點平移量的放大關係和公式。至於物體微小的平移量之測量，則是利用柱面鏡作為反射面，來探討反射光點的位移與本來的平移量之放大關係。然而，柱面鏡的反射光點成像並不理想，於是用一種特製的塑膠集光鏡，又稱 Fresnel Lens，將光點集中以利觀測，並且找出準靜物之微小平移量及反射光點的位移量的函數圖形。

最後，嘗試建立一套光學槓桿式的「橋樑預警系統」。

# Utilizing two laser rays to measure the mini displacement of to-be static objects

## Abstract

To-be static objects, such as bridges, volcanoes, seldom move ordinarily but have mini displacement only under special conditions, like flood or earthquakes. Therefore, how to measure their mini displacement has never become fully popular with scientists' research. Then, beginning with "Optical Lever Theorem", through a series of speculation and discussion, I decide to use laser ray as light source to perform an experiment ----- trying to find objects with mini displacement in our daily lives, such as revolving electric fans, engine-opening motorcycles, shaken trees, testing their magnifying effect first. Next, I try to use the control-experiment method to find out the magnifying relation and formula of the rotation angle of the plane mirror and the displacement quantity of light focus. As to the measure of mini displacement on objects, I utilize the pillar mirror as a reflection plane to research the magnifying relation of reflection light focus and original displacement quantity. The image made from the light focus of pillar mirror's reflection, however, isn't so perfect that I have to use a special plastic-made light-concentrating mirror, which is also called "Fresnel Lens", to focalize the light for easy observation. Besides, I find out the "function graph" of the mini displacement quantity on to-be static objects and the displacement quantity of reflection light focus.

At last, I try to build up a "Bridge Alarm System" of Optical Lever Theorem.

# 壹、前言

## 一、研究動機

斷橋悲劇，正在世界各地，不斷的上演著。高屏大橋在西元 2000 年 8 月 27 日下午兩點 30 分左右，突然毫無預警的斷裂，塌陷的橋面長達 100 公尺，造成 16 輛汽車、一輛機車掉落，22 人分別受到輕重傷。2001 年 11 月 8 日四川南門大橋斷裂，橋面兩端同時塌陷，造成二死二傷。眾所皆知的韓國斷橋事件，所造成的傷亡，更是慘重。我們試圖以一種巧妙方法，可以精密測定這些準靜物的極微小變位，以作為先期預警系統的重要參考，保障眾多行車人員的安全。為了解決這個重大問題，於是，我展開了一系列的研究、探討！

## 二、研究目的

1. 探討“光學槓桿原理”，並比較各種光源應用於“光學槓桿”的優缺點。
2. 研究平面鏡與轉動變位的關係。
3. 研究柱面鏡與移動變位的關係。
4. 研究、發展一種可以對橋樑、火山...等準靜物的微小變位提出即時警告的“光學槓桿監視系統”。

# 貳、研究過程

## 一、研究設備器材

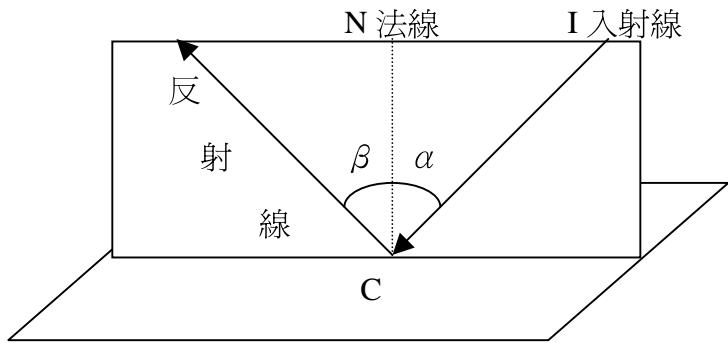
壓克力投射版、CCD（電荷耦合裝置）、筆記型電腦、電纜線、畫圓器、鋼皮尺、簽字筆、直尺、雷射筆、橋樑模型、量角器、游標卡尺、柱面鏡、平面鏡。

## 二、研究光的反射現象和光學槓桿原理

在國中二年級上學期的理化課中，我們學到了光的反射定律：

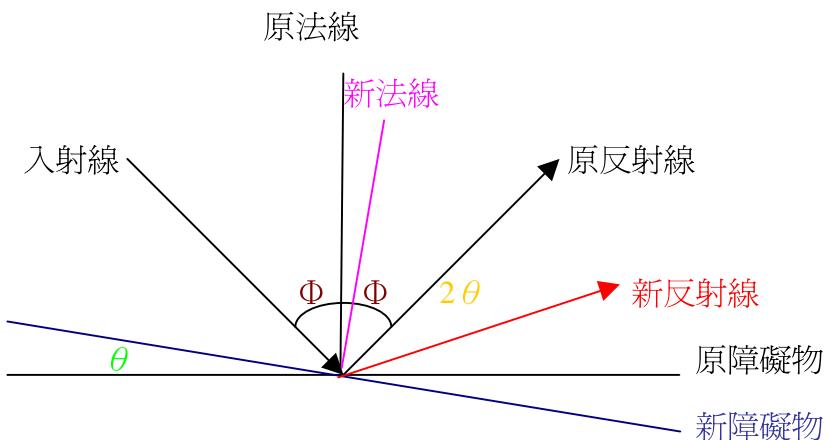
- 1、入射線、反射線、法線在同一平面上，且入射線與反射線在法線的異側。
- 2、入射角等於反射角。

※ 請參閱圖(一)所示：



圖(一)  $\angle \beta = \angle \alpha$

按照此定律，若障礙物(即反射面)不動，入射角改變 $\theta$ 度，則反射角也會跟着改變 $\theta$ 度。然而，如果是入射線不動，改由障礙物順時鐘方向旋轉 $\theta$ 度，則反射線將會順時鐘方向旋轉 $2\theta$ 的角度！請參閱圖(二)所示：



圖(二)

這就是所謂的「四兩撥千斤」的奧妙，我們姑且稱之為「光學槓桿原理」！尤其當投影板距離入射點越遠時，原反射線和新反射線在投影板上的投影位置差距將會越大。

### 三、實驗探討

為了驗證上述的「光學槓桿原理」，經過分析討論後，我決定選擇「雷射光」作為本研究的入射光源（理由請參閱討論(一)所述），並作了以下的兩個實驗加以探討。

### 實驗 A:

1、實驗目的：利用「光學槓桿原理」，探討各種微小位移的放大效果。

2、實驗器材：雷射筆、小平面鏡、熱熔膠、熱熔槍、電扇、摩托車。

3、實驗步驟：

(1)將小平面鏡以熱熔膠黏附於電扇上並按下開關讓電扇轉動。

(2)按下雷射筆電源使發出雷射光，調整角度讓反射後的雷射光投射在大片牆壁上，然後將雷射筆固定。

(3)觀測雷射光的反射線在牆壁上變動情形，並記錄之。

(4)將小平面鏡改黏附於摩托車上，發動引擎，重複步驟(2)(3)。

(5)將小平面鏡改黏附於樹木上，搖動樹木，重複步驟(2)(3)。

### 實驗 B:

1、實驗目的：

利用控制變因的方法，探討平面鏡極小旋轉角度和光點的位移量以及投射板到平面鏡距離的放大關係。

2、實驗設備、器材：

畫圓器、小平面鏡、雷射筆、鋼皮尺、投射板（或牆壁）、直尺、簽字筆、旋轉盤、細線、膠帶。

3、實驗步驟：

(1)將雷射光入射角度  $\theta$  ( $\theta = 15^0$ ) 以及投射板到平面鏡的垂直距離固定，測出此距離  $l_0$ ，並紀錄之。

(2)使平面鏡緊貼量角器，鏡面中心與量角器圓心重合，打開雷射光，讓反射後的雷射光點投影於牆壁上。

(3)測量這次反射光點到原點（即平面鏡之中垂線與牆壁的垂直交點）

的垂直距離  $S_0$ ，並記錄之，且將這個反射點稱為新原點  $B$ 。

(4) 將平面鏡順時鐘旋轉‘一個’ $0.5^\circ$ ，量出新反射光點到新原點  $B$  的距離，並記錄之。

(5) 將旋轉角逐次增加 $0.5^\circ$ ，至 $5^\circ$ 為止，重複步驟(4)。

### 實驗 C:

1、實驗目的：利用控制變因的方法，測出柱面鏡極小平移量以及投射位移量的關係。

2、實驗設備、器材：量角器、小柱面鏡、雷射筆、鋼皮尺、投射板（或牆壁）、直尺、簽字筆、旋轉盤、游標卡尺、雙面膠。

### 3、實驗步驟：

- (1) 將柱面鏡固定於游標卡尺的主尺上，副尺固定於桌面，雷射筆置於固定位置。測量柱面鏡中心及其投射於牆上之點（即原點  $O$ ）的距離  $L_0$ ，並記錄之。
- (2) 發出雷射光並測出反射點  $P_0$  至原點  $O$  的距離  $\Delta d_0$ ，並記錄之。
- (3) 將副尺平移 $0.2\text{mm}$  量出新反射光點  $P_1$  到  $O$  的距離  $\Delta d_1$ ，記錄之。
- (4) 將平移量逐次增加 $0.2\text{mm}$  至 $1.4\text{mm}$ 為止，重複步驟(3)。

### 實驗 D:

這是實驗 B 之改良實驗，因為在實驗 B 中，當旋轉角度為 $0^\circ$ 時，其測出的  $S_0$  值已與理論值有些出入，推測其原因，應是一開始平面鏡的法線在牆上的原點位置取得並不正確之故。所以，此次先確認這個點，並對入射角為 $15^\circ$ 的理論值作個確認，再進行修正實驗。

1、實驗目的：找出比實驗 B 更準確的結果。

2、實驗設備、器材：同實驗 B。

### 3.、實驗步驟：

(1) 拿另一支雷射筆打出沿原法線之雷射光，且於牆上標出雷射光點

(即原點)，並測出入射角度  $\theta = 15^\circ$  (即旋轉角度為  $0^\circ$ ) 時之  $S_0$  值。

(2) 確認  $S_0 / 689.2 \approx \tan 15^\circ$

(3) 同實驗 B 步驟 (4)(5)

(4) 以上步驟重複作三次。

#### 實驗 E:

1、實驗目的：測出 Fresnel Lens 放在離牆多遠處，實驗 C 中反射出來的光線會聚效果最佳。

2、實驗設備、器材：柱面鏡、Fresnel Lens、雷射筆、鋼皮尺。

3、實驗步驟：

(1) 裝置如圖 (三) 所示

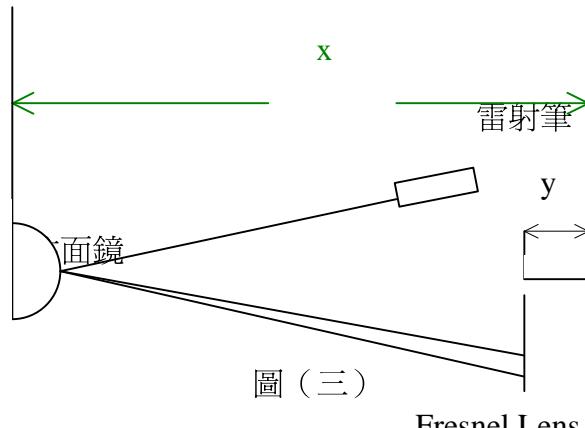


圖 (三)

Fresnel Lens

(2) 將 x 設定為 200。

(3)、測出 y 值，重複做五次，求其平均值。

(4)、分別將 x 設定為 400、600，重複步驟 (3)。

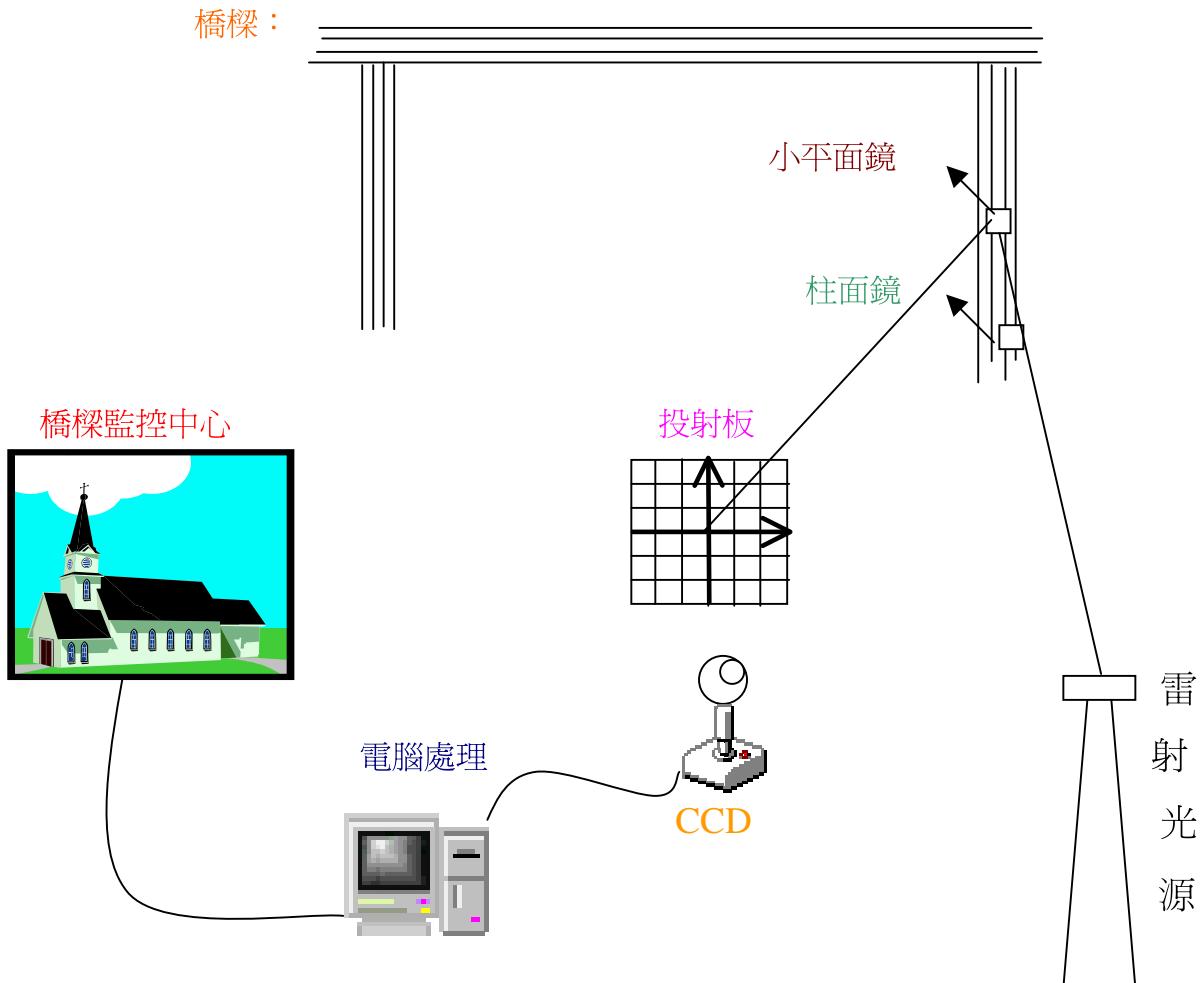
#### 四、發現問題：

經過以上實驗後，我們發現「光學槓桿」的放大效果相當理想，一個微小振幅的變化，經過「光學槓桿」放大之後，變得非常顯著而巨大。不過在實際情況中，這些反射光要如何擷取、如何判讀，又是一個令人傷腦筋的問題。幾經討論，我們想到一個解決方法：

- 1 、 利用反射板，此時的投影點移動情形與實際位移情形呈左右相反
  - 2 、 利用透射板，此時的投影點移動情形與實際位移情形完全一致，但在投射光點的亮度上，以反射板的表現最佳，較容易觀察、測量。
- 這些光點經 CCD (charge coupled device) 摷取影像後，再以電纜線連接電腦或筆記型電腦作終端處理，即可構成一「即時警示系統！」

## 五、建立模型：

經過以上一系列的研究、探討之後，我們終於建立了一套可立即提供警告資訊的「橋樑預警系統」其設計圖，如圖（四）：



圖（四）

下圖（五），則為我們的實驗裝置圖：其中

**L<sub>0</sub>**:雷射光源到平面鏡的垂直距離 =12.3cm

L : 平面鏡到牆壁的垂直距離=689.2cm

Φ:雷射光束與法線的夾角=15 度 平面鏡旋轉半徑:3.6cm

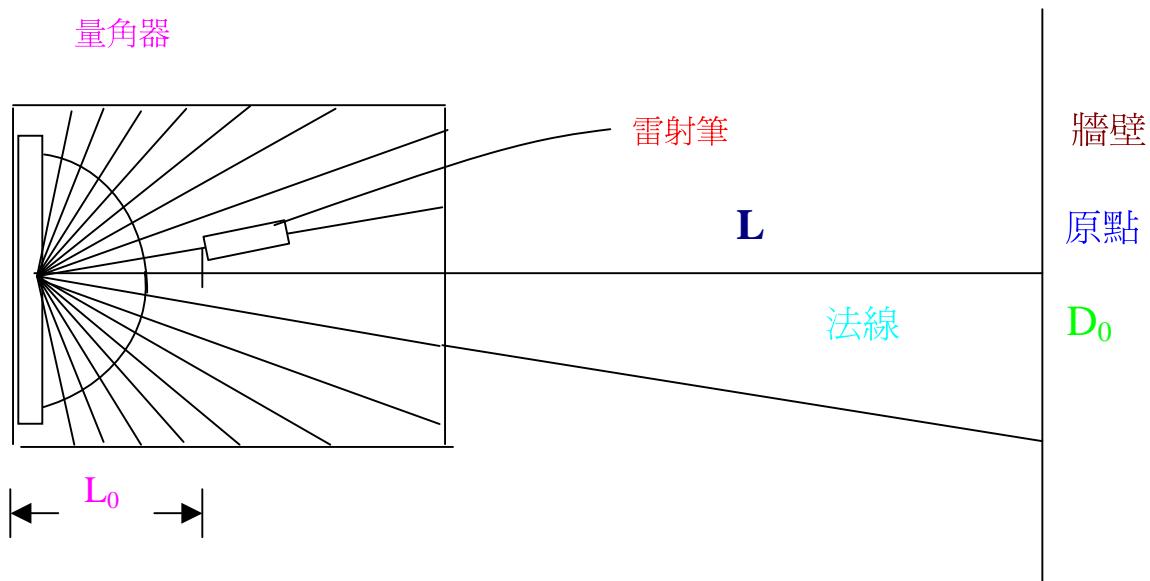


圖 (五): 實驗裝置圖

## 參、研究結果與討論

### 一、研究結果

實驗 A 的觀測結果如下圖 (六)，所示：

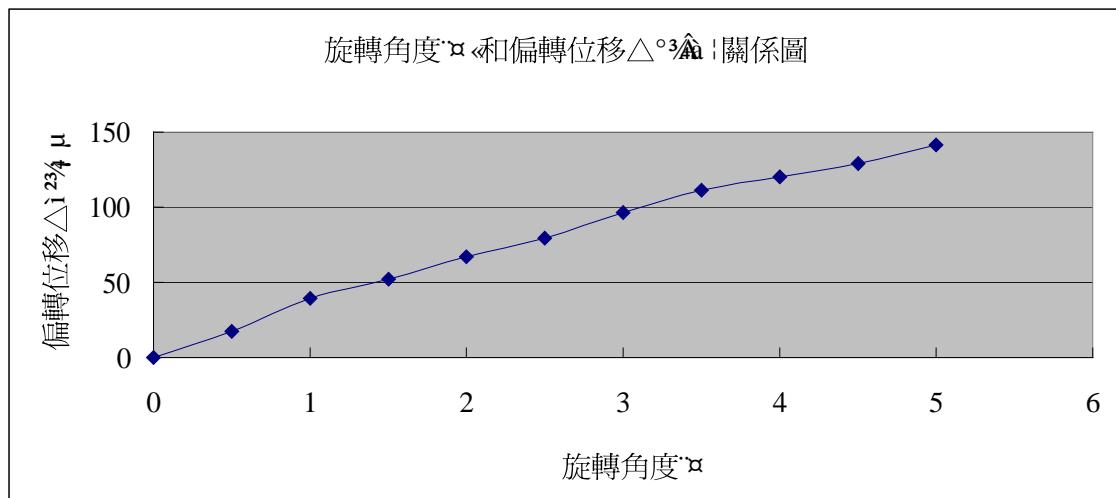


圖 (六): 各種微小位移的變動情形

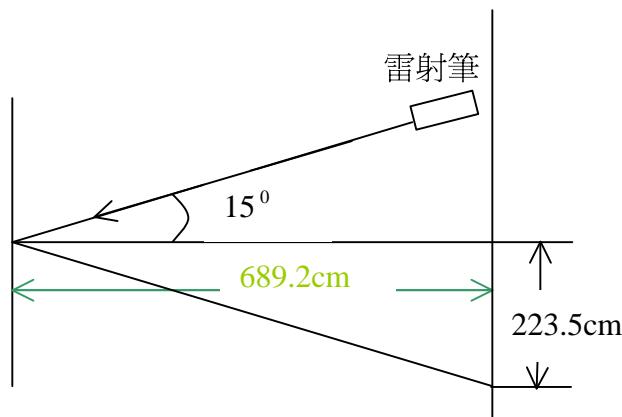
實驗 B 的觀測結果如下表一、圖（七）及圖（八）所示：

實驗次數	旋轉角度( $\theta$ )	偏轉位移 $\Delta d$ (cm)
1	0	0
2	0.5	17.5
3	1	39.5
4	1.5	52.3
5	2	67
6	2.5	79.5
7	3	96.5
8	3.5	111.5
9	4	120.3
10	4.5	129
11	5	141.5

↑表一



↑圖（七）

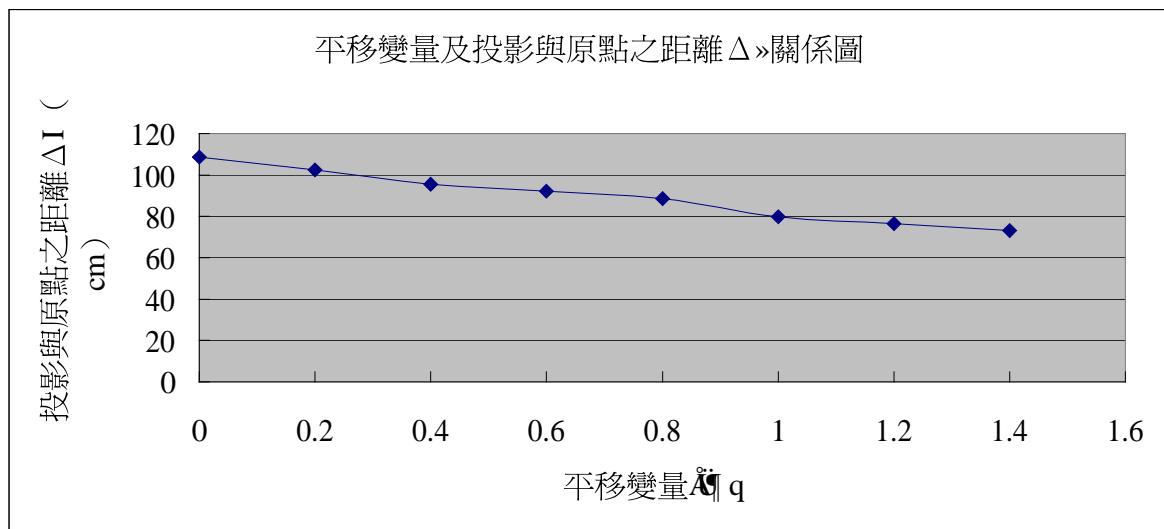


↑圖（八）

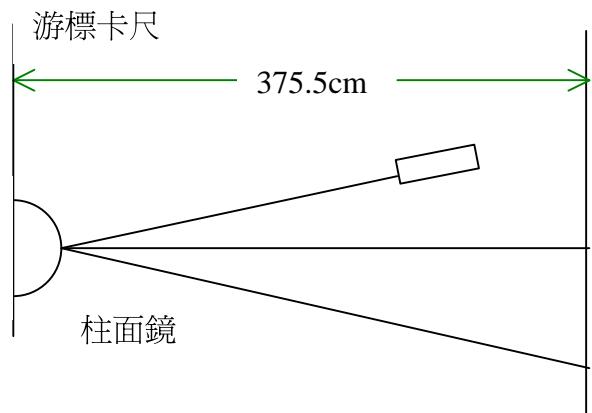
實驗 C 的觀測結果如下表二、圖（九）及圖（十）所示：

實驗次數	平移變量 (mm)	投影與原點之距離 $\Delta d$ (cm)
1	0	108.6
2	0.2	102.5
3	0.4	95.6
4	0.6	92.1
5	0.8	88.6
6	1	79.8
7	1.2	76.6
8	1.4	73.1

↑ 表二



↑ 圖（九）



↑ 圖（十）

實驗 D 的觀測結果如下表三、表四、表五、圖（十一）、圖（十二）、

圖（十三）及圖（十四）所示：

實驗次數	旋轉角度(o)	第一次偏轉位移 $\triangle d$ (cm)	第一次理論角度(o)	第一次誤差值(o)
1	0	0	0	0
2	0.5	15.5	0.597657521	0.097657521
3	1	28.5	1.093435827	0.093435827
4	1.5	36.5	1.395933417	0.104066583
5	2	44.8	1.707621933	0.292378067
6	2.5	65	2.456727909	0.043272091
7	3	72	2.713100495	0.286899505
8	3.5	94.5	3.52554492	0.02554492
9	4	103	3.827754875	0.172245125
10	4.5	116.5	4.302300957	0.197699043
11	5	131	4.80445336	0.19554664

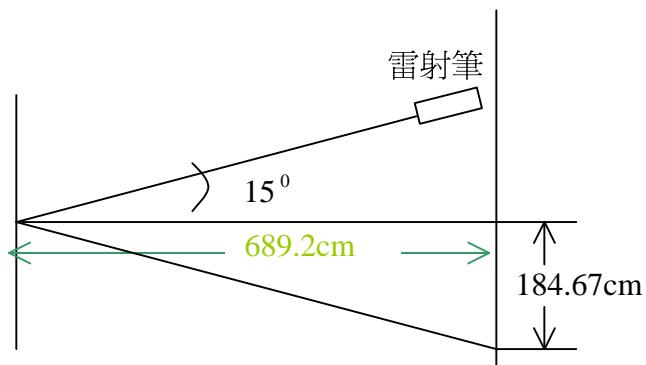
↑ 表三

實驗次數	旋轉角度(o)	第二次偏轉位移 $\triangle d$ (cm)	第二次理論角度(o)	第二次誤差值(o)
1	0	0	0	0
2	0.5	14.8	0.570816921	0.070816921
3	1	31	1.188182239	0.188182239
4	1.5	37	1.414772387	0.085227613
5	2	57.2	2.169085933	0.169085933
6	2.5	71.5	2.694844181	0.194844181
7	3	84.8	3.177489594	0.177489594
8	3.5	94.5	3.52554492	0.02554492
9	4	109.2	4.046528265	0.046528265
10	4.5	126	4.632187921	0.132187921
11	5	140.6	5.132553836	0.132553836

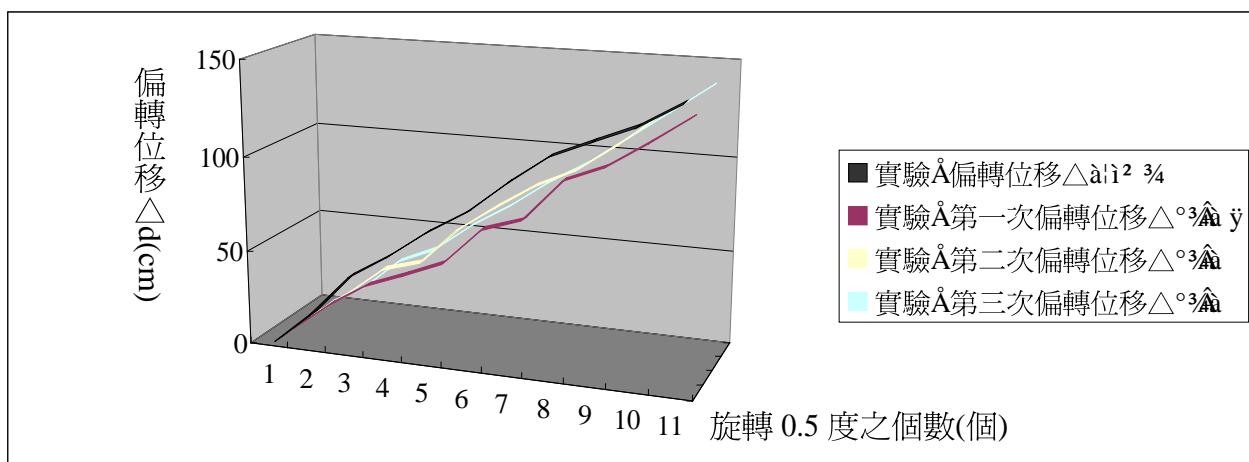
↑ 表四

實驗次數	旋轉角度 ( $\theta$ )	第三次偏轉位移 $\triangle d$ (cm)	第三次理論角度( $\theta$ )	第三次誤差值( $\theta$ )
1	0	0	0	0
2	0.5	12.1	0.46715278	0.03284722
3	1	29.3	1.123775883	0.123775883
4	1.5	38.2	1.459953395	0.040046605
5	2	53.9	2.046774553	0.046774553
6	2.5	66.6	2.515475765	0.015475765
7	3	81.5	3.058315129	0.058315129
8	3.5	93.7	3.49696697	0.00303303
9	4	108.7	4.02893757	0.02893757
10	4.5	123.4	4.542238506	0.042238506
11	5	138.7	5.067894891	0.067894891

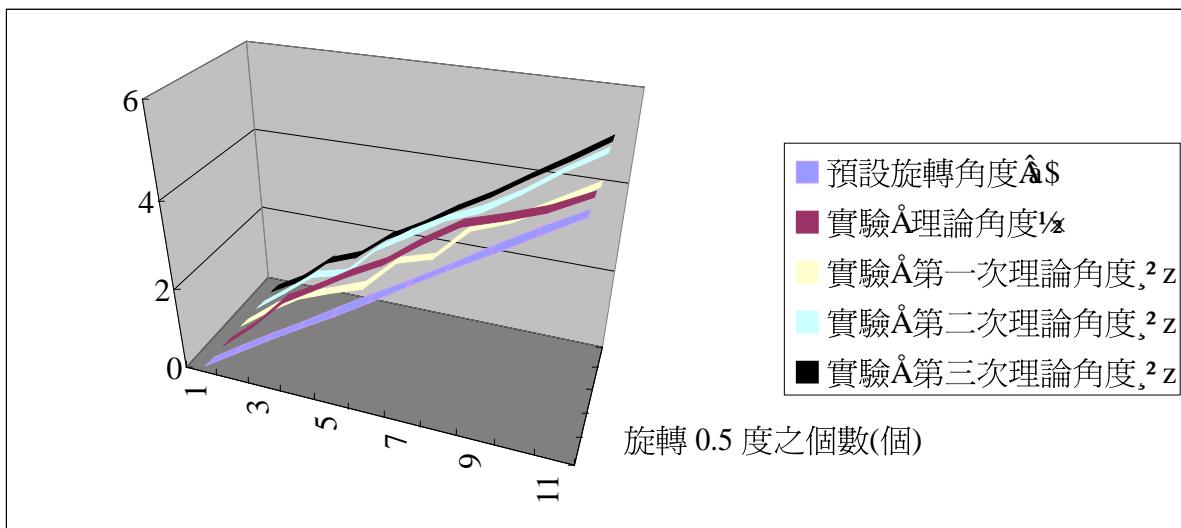
↑ 表五



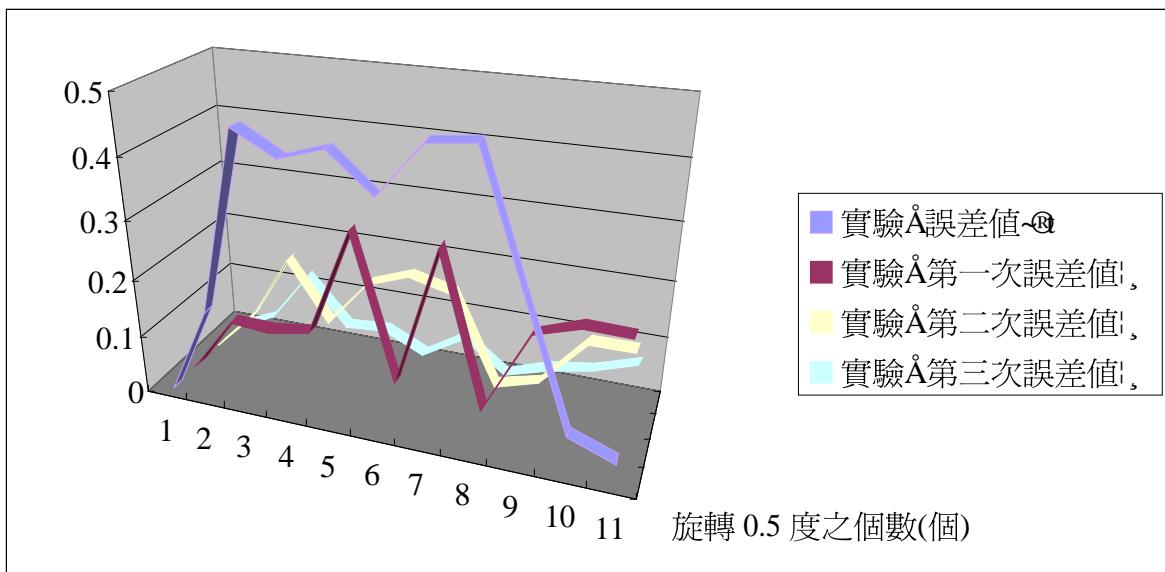
↑ 圖 (十一)



↑ 圖 (十二)



↑ 圖 (十三)



↑ 圖 (十四)

實驗 E 的觀測結果如下表六所示：

實驗次數	x=200 時之 y 值	x=400 時之 y 值	x=600 時之 y 值
1	14.3	13.6	14.1
2	14	13.9	14.2
3	13.9	14.2	13.9
4	13.7	14.1	14.1
5	14.1	13.9	13.9
平均	14	13.94	14.04

↑ 表六

## 二、分析與討論

### 1. 各種光源的探討：

可作為「入射線」之用的光源有許多種，如太陽光、一般人造光源、雷射光...等，

為了選擇適合本研究所需的光源，我們首先分析這些光源的優缺點，分述如下：

(1) 太陽光：優點是不需要能源，且遠從一億五千萬公里遠照射到地球，極接近平行光。缺點則是不穩定，易受地球自轉、雲量變化、晝夜交替的影響。

(2) 一般人造光源：所謂「一般人造光源」指的是燭光、電燈...等光源，其優點是不受地球自轉、天氣...等因素影響，缺點則是它們都是「輻射光」(即由中心往四面八方輻射出去)，照度與距離的平方成反比，因此超過一段距離之後，照度會明顯減弱。

(3) 雷射光：雷射光是一種同調的單色光，其特性是能量集中，光線細而直，很接近平行光，通過三棱鏡時不會產生色散。而且容易產生，亦不受天候影響，惟使用時要注意安全，不要直射眼睛。

綜合以上所探討，雷射光可說是最適合本研究的一種光源。

## 2. 旋轉公式之導證

以一平面鏡置於  $0^0$  的位置 (此時的反射面稱為原障礙物)，以中間點  $O$  為中心，旋轉  $\phi$  (此時的反射面稱為新障礙物)。設原法線  $L$ ，投影於牆上之  $A$  點，入射線  $L_1$ ，入射角  $\theta$ ，原反射線為  $L_2$ ，原反射角  $\theta$ ，原反射線射至牆上  $B$  點，新反射線  $L_3$ ，新反射角 ( $\theta + 2\phi$ ) (由光學槓桿得之)，新反射線射至牆上  $C$  點。

其中  $\overline{BC}$  為  $\Delta S_1$ ， $\overline{AB}$  為  $S_0$ ，而  $\overline{AC}$  為  $S_1$ ， $\overline{OA}=l_0$

由  $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$  得  $\Delta S_1 + S_0 = S_1$

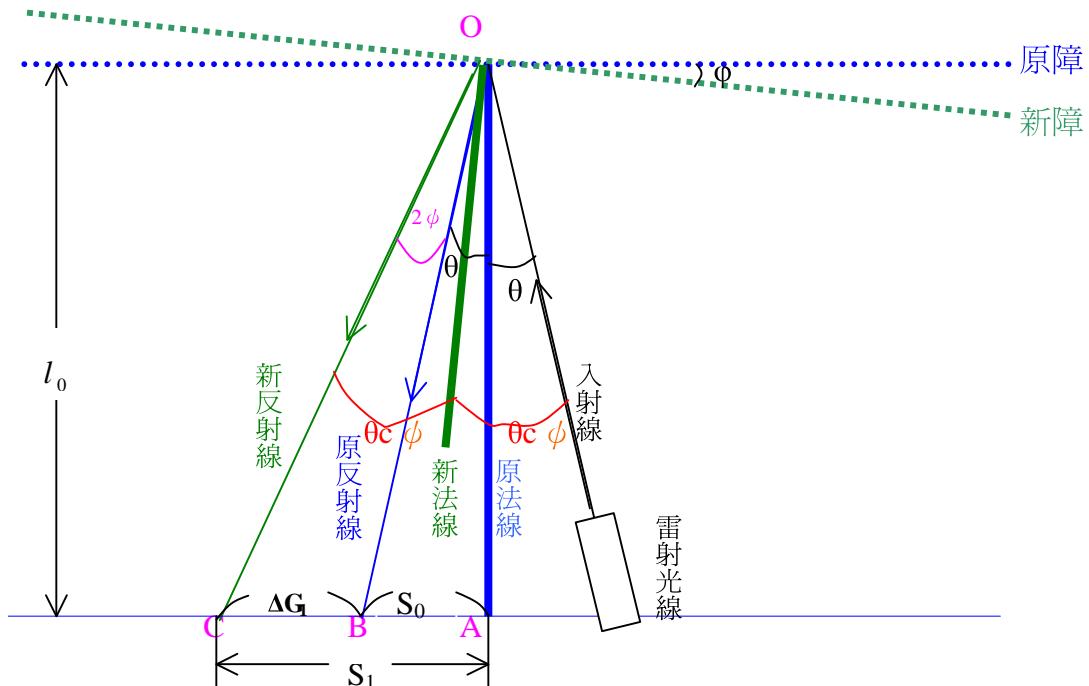
$$\text{於 RT } \triangle OAC \text{ 中, } \tan \angle AOC = \frac{S_1}{l_0}$$

又  $\angle AOC = (\theta + 2\phi)$

$$\therefore \tan (\theta + 2\phi) = \frac{S_1}{l_0}$$

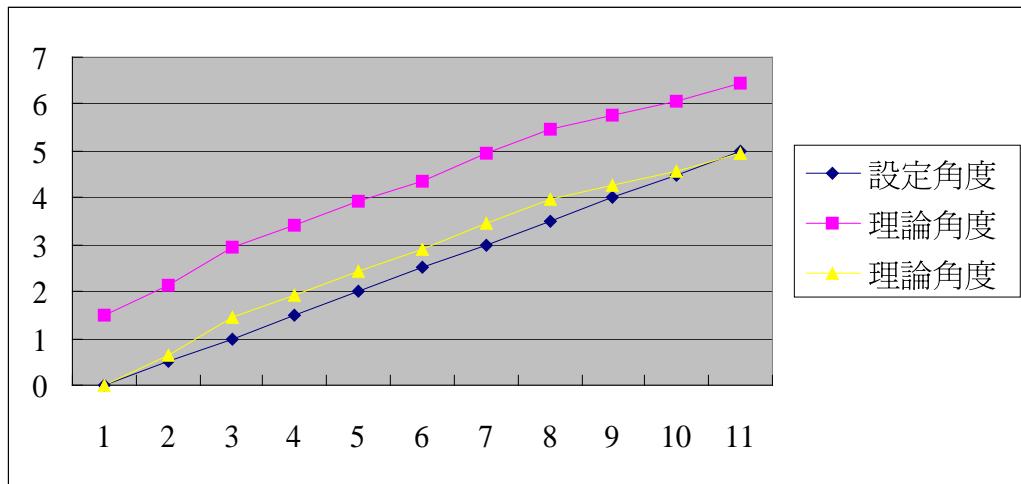
$$\theta + 2\phi = \tan^{-1} \frac{S_1}{l_0}$$

$$\phi = \frac{\tan^{-1} \frac{S_1}{l_0} - \theta}{2} = \frac{\tan^{-1} \frac{S_1}{l_0} - 15^0}{2} \quad (\text{令 } \theta = 15^0)$$



以下是實驗**B**與理論比較，其中理論角度2是理論角度1於一開始之誤差。

實驗次數	旋轉角度(o)	偏轉位移 $\Delta d$ (cm)	理論角度1(o)	理論角度2(o)	誤差值(o)
1	0	0	1.483655005	0	0
2	0.5	17.5	2.136875562	0.653220557	0.153221
3	1	39.5	2.943473629	1.459818624	0.459819
4	1.5	52.3	3.405004506	1.921349502	0.42135
5	2	67	3.927789196	2.444134192	0.444134
6	2.5	79.5	4.366109552	2.882454547	0.382455
7	3	96.5	4.952872909	3.469217904	0.469218
8	3.5	111.5	5.461516798	3.977861793	0.477862
9	4	120.3	5.755910439	4.272255434	0.272255
10	4.5	129	6.04402197	4.560366965	0.060367
11	5	141.5	6.452836814	4.969181809	0.030818



### 3. 實驗C中光源為何不能集中？應如何改進？

這可能因雷射光射出的不是“夠小的點”，以致於照射到柱面鏡上看起來還是一‘點’，然而這一點面積太大，使得各法線不再平行，反射線成輻射狀排列，結果投射出來的雷射光不再是一個點，而是一個約四、五十公分的線段。若再進一步用一種特製的塑膠集光鏡（又稱 Fresnel Lens），移動到反射點的位置前方，即可將光線集中成一點，因此應該可以用長在一公尺上下的 Fresnel Lens 置於牆壁前方（因是測微小位移，故不需太長），接著再以柱面鏡移動極小位移 $\Delta d_1$ ，並測出於 Fresnel Lens

的位移量  $\Delta d_2$ ，建立出  $\Delta d_1$  與  $\Delta d_2$  之  $n$  個基本函數關係，其中間的一些對應數值應用內插法求得，此方法與兩者間的函數表達式值得再進一步加以探討、研究。

4. Fresnel Lens 為何可以將入射面積大的光線集中，然而，對於面積小的光線卻有點發散的作用？

推測其原因，應是 Fresnel Lens 的鏡面設計相當特殊，每一環都是一個大的凸透鏡之一小部份，每一環都有其會聚效果。然而，面積很小的光源(如雷射光)通過時，因是很小的光源，此時這每一環對於這入射面積很小的光源而言，功用反而像是三菱鏡，故看起來有點發散。

5. 如果發生地震怎麼處理？

在平常的情況下，此系統(不包括小平面鏡)是屬於絕對座標系統(對地球而言)，受監測橋樑(包括小平面鏡)則屬於相對座標系統，換言之，此系統對地球而言是屬於絕對靜止，受監測橋樑則可能發生移動，此微小移動量經本「光學槓桿」加以放大之後，再由位於絕對座標系統的 CCD 和電腦擷取、判讀，但發生地震時，此監視系統本身亦可能會發生位移，因此在地震之後要重新調整定位！

6. 反射光點位移量多少才算是“危險”？

基本上，橋樑應該絕對靜止，但會因為車輛來來往往而產生微幅振動，此微幅振動的容許值是多少要實際測試才知道，無法憑空臆測，而容許值一旦決定之後，超出此容許值即是屬於“危險”！

## 肆、結論

經過一系列的研究和探討之後，我們成功的建立了一套「橋樑即時監測系統」的初步模型，並歸納出以下的結論：

一、本系統最佳入射光源為雷射光。除了需提供外加電源外，它擁有許多其它光源所

沒有的優點，如：不受天候影響，光線細而直，不易擴散...等，因此非常適合做為「光學槓桿」的入射光源。

二、平面鏡只能對扭轉或彎曲形變做監控，對水平移位和垂直移位則效果不明顯，若

要全面監控橋樑的任何微小位移，宜搭配“柱面鏡”（或球面鏡）做為反射面，以同時監控水平(或垂直)移位。

三、反射面旋轉中心到牆壁距離為  $l_0$ ，反射線與原法線在牆上之投影點為  $S_1$ ，原入射角為  $\theta$ ，旋轉角為  $\phi$ ，則

$$\phi = \frac{\tan^{-1} \frac{s_1}{l_0} - \theta}{2}$$

四、利用 Fresnel Lens 做光線的會聚時，最好置於投射板前 14cm 左右。

五、本系統可做為橋樑監控的主要工具，然而，科技非萬能，為確保眾多行車人員的生命財產安全，仍需派人做定期或不定期的實地檢查，以完全了解橋樑龜裂、變形的情形。

## 伍、參考文獻

一、國中理化第一冊，國立編譯館，2002。

二、羅技 CCD 說明書，羅技科技公司，2001。

三、大英科技百科全書，光復書局，1980。

四、高中數學第二冊。

This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.  
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.

## 評 語

030810 國中組生活與應用科學科

利用雙雷射精密測定準靜物的極微小變位

此研究在於探討光學槓桿原理並期望做出可以對準靜物的  
微小變位，提出即時警告的光學槓桿監視系統，雖然對物體  
微小平移量及反射光點的平移量推出函數，其誤差卻偏高。  
如能持續改進，縮小誤差，此研究將更具實用性。