

中華民國第四十三屆中小學科學展覽會參展作品專輯

國小組

數學科

科別：數學科

組別：國小組

作品名稱：沙漠任務

關鍵詞：乾糧及水、任務人數

編號：080403

學校名稱：

台北縣汐止市秀峰國民小學

作者姓名：

陳鈺婷、葉于甄

指導老師：

郭鎮海、林金枝



摘要

題目:美國的特種部隊，必須在伊拉克橫越一片完全沒有食物及水的沙漠，到沙漠的另一頭進行機密任務，橫越沙漠要花五天。一個人只能帶足夠三天的乾糧及水，可以多人幫忙進行，請問至少要多少人，才能使一個人橫越沙漠完成任務？

如果橫越沙漠要花六天，至少要多少人，才能完成任務？

註 1：不能有人餓肚子或餓死。

註 2：乾糧和水可以放在沙漠等需要的人取用，不會變壞。

結論得到兩個數字關係

(一) 增加的人數順序 1、3、9、27

$$2 = 1 + 1$$

$$5 = 2 + 3$$

$$14 = 5 + 9$$

$$41 = 14 + 27 \text{ (七天任務人數)}$$

$$122 = 41 + 81 \text{ (八天任務人數)}$$

(二) N 天人數 = 3 倍 N-1 天人數 - 1

$$2 = 3 \times 1 - 1$$

$$5 = 3 \times 2 - 1$$

$$14 = 3 \times 5 - 1$$

$$41 = 3 \times 14 - 1 \text{ (七天任務人數)}$$

$$122 = 3 \times 41 - 1 \text{ (八天任務人數)}$$

(三) 依次類推，我們得到任務完成的數字關係式。

壹、研究動機

美國和伊拉克打到如火如荼時，老師在上課時，給我們一個題目。同學們都解不出來，只有我們不服輸，終於找出答案。老師希望我們把這次解題的過程寫出來，並做更深入的探討，我們想一想覺得很有趣，就開始進行科展的研究。（研究本題，所運用到的數學為簡單的加法，以及乘法和簡單數列的規律）

貳、研究目的

- (一) 能從這個題目中，找到解出問題的規則或公式。
- (二) 能在解出問題的過程中學習數學邏輯觀念。

參、研究設備器材：

紙張若干、鉛筆、橡皮擦、其他文具。

肆、研究過程方式：

題目:美國的特種部隊，必須在伊拉克橫越一片完全沒有食物及水的沙漠，到沙漠的另一頭進行機密任務，橫越沙漠要花五天。一個人只能帶足夠三天的乾糧及水，可以多個人幫忙進行，請問至少要多少人，才能使一個人橫越沙漠完成任務？

如果橫越沙漠要花六天，至少要多少人，才能完成任務？

註 1：不能有人餓肚子或餓死。

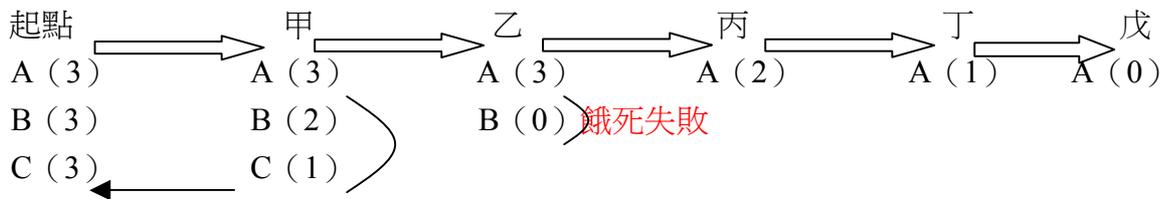
註 2：乾糧和水可以放在沙漠等需要的人取用，不會變壞。

解題步驟：

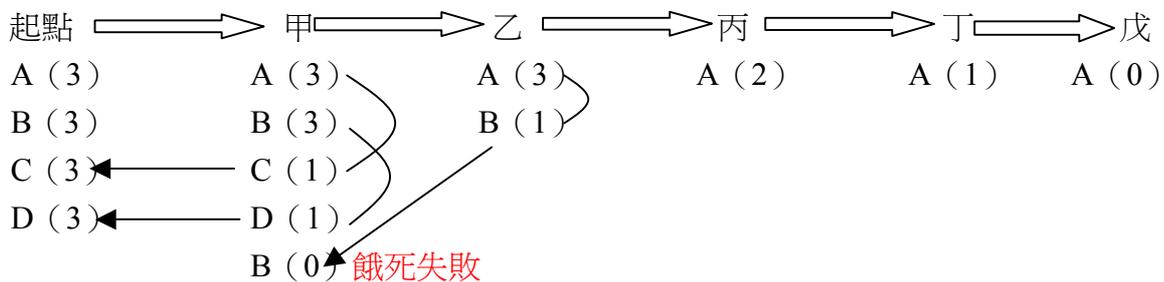
一、五天的沙漠任務

我們決定從 1 個人、2 個人、3 個人慢慢增加人數來解題，一定可以找出答案。

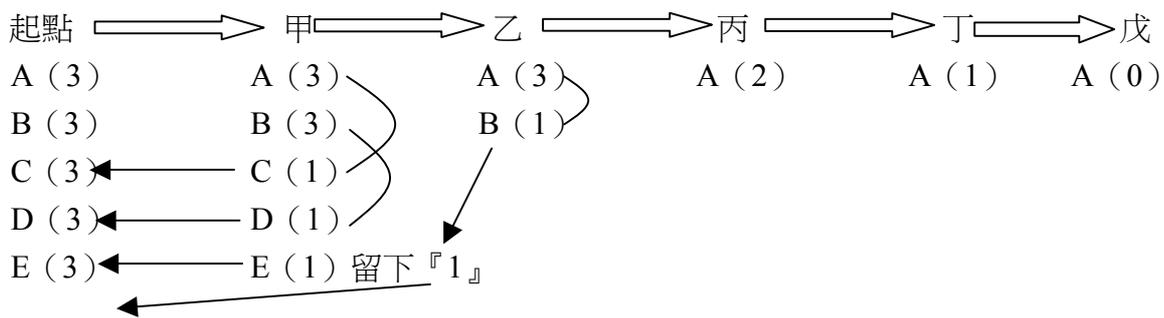
- (一) 1 個人：只能走三天，不能完成任務。
- (二) 2 個人『A、B』：一天後，A、B 剩下二天份的乾糧和水。B 把一天份的乾糧和水給 A 後，B 剩下一天份的乾糧和水，回到出發點。A 只能到達第四天處，無法完成任務。
- (三) 3 個人『A、B、C』：一天後，A、B、C 剩下二天份的乾糧和水。B 把一天份的乾糧和水給 A 後，B 剩下一天份的乾糧和水，回到出發點。A 和 C 繼續前進。一天後 A 剩下二天份的乾糧和水，C 剩下一天份的乾糧和水，C 把一天份的乾糧和水給 A 後，A 能到沙漠的另一頭進行機密任務，但是 C 沒有食物而餓死，任務失敗。



(四) 4 個人『A、B、C、D』：一天後，A、B、C、D 剩下二天份的乾糧和水。C、D 把一天份的乾糧和水給 A、B 後，C、D 剩下一天份的乾糧和水，回到出發點。A、B 繼續前進。二天後 A、B 到達乙地，剩下二天份的乾糧和水，B 把一天份的乾糧和水給 A 後，往回走。A 有三天的乾糧和水能到沙漠的另一頭進行機密任務，但是 B 回到甲地後，沒有食物仍然餓死，任務失敗。



(五) 5 個人『A、B、C、D、E』：一天後到達甲地，A、B、C、D、E 剩下二天份的乾糧和水。C、D 把一天份的乾糧和水給 A、B 後，C、D 剩下一天份的乾糧和水，回到出發點；E 把一天份的乾糧和水放在甲地後，剩下一天份的乾糧和水，回到出發點。A、B 繼續前進。二天後 A、B 到達乙地，剩下二天份的乾糧和水，B 把一天份的乾糧和水給 A 後，往回走。A 有三天的乾糧和水能到沙漠的另一頭進行機密任務，B 回到甲地後，取用 E 留下的乾糧和水，回到出發點，**任務成功!!!**

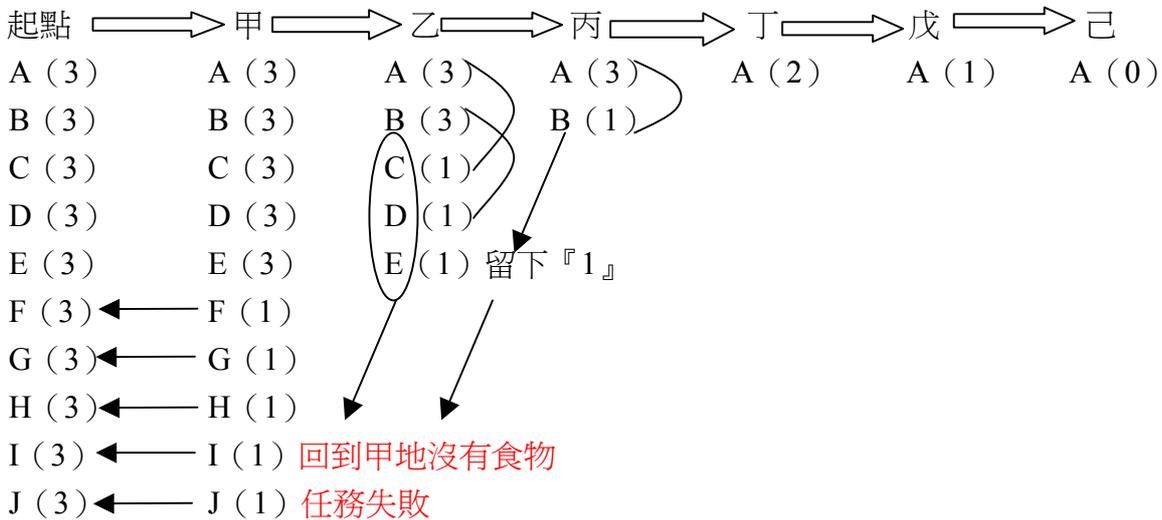


二、六天的沙漠任務

六天的任務較複雜，我們只列出 10 人以及完成任務的 14 人

(一) 10 個人『A、B、C、D、E、F、G、H、I、J』：第一天後到達甲地，A、B、C、D、E、F、G、H、I、J 剩下二天份的乾糧和水。F、G、H、I、J 把一天份的乾糧和水給 A、B、C、D、E 後，F、G、H、I、J 剩下一天份的乾糧和水，回到出發點。A、B、C、

D、E 繼續前進。第二天後 A、B、C、D、E 到達乙地，剩下二天份的乾糧和水，C、D 把一天份的乾糧和水給 A、B 後，往回走；E 把一天份的乾糧和水放在乙地後，剩下一天份的乾糧和水，往回走。第三天後 A、B 到達丙地，B 把一天份的乾糧和水給 A 後，往回走；C、D、E 回到甲地後，沒有食物餓死，任務失敗。第四、五、六天 A 有三天的乾糧和水能到沙漠的另一頭進行機密任務。



(二) 14 個人『A、B、C、D、E、F、G、H、I、J、K、L、M、N』：第一天後到達甲地，A、B、C、D、E、F、G、H、I、J、K、L、M、N 剩下二天份的乾糧和水。F、G、H、I、J 把一天份的乾糧和水給 A、B、C、D、E 後，F、G、H、I、J 剩下一天份的乾糧和水，回到出發點；K、L、M、N 各把一天份的乾糧和水放在甲地（共四人份）後，回到出發點。A、B、C、D、E 繼續前進。第二天後 A、B、C、D、E 到達乙地，剩下二天份的乾糧和水，C、D 把一天份的乾糧和水給 A、B 後，往回走；E 把一天份的乾糧和水放在乙地後，剩下一天份的乾糧和水，往回走。第三天後 A、B 到達丙地，B 把一天份的乾糧和水給 A 後，往回走；C、D、E 回到甲地後，取用 K、L、M 留下的乾糧和水（三人份），回到出發點。第四天 A 有三天的乾糧和水能到沙漠的另一頭進行機密任務；B 回到乙地後，取用 E 留下的乾糧和水。第五天 B 回到甲地後，取用剩下的 N 留下的乾糧和水，可以回到出發點。**任務成功！！！！**

(3) 五天的沙漠任務

出發	A (3) C (3) B (3) D (3) E (3)	甲	乙	丙	丁	戊
第一天		C (1) > A (3) D (1) > B (3) E (1) 留『1』				
第二天	C (0) D (0) E (0)	『1』	A (3) B (1)			
第三天		B (0) 『1』		A (2)		
第四天	B (0)				A (1)	
第五天						A (0)

(4) 六天的沙漠任務

出發	A (3) H (3) B (3) I (3) C (3) J (3) D (3) K (3) E (3) L (3) F (3) M (3) G (3) N (3)	甲	乙	丙	丁	戊	己
第一天		F (1) > A (3) G (1) > B (3) H (1) > C (3) I (1) > D (3) J (1) > E (3) K (1) 留『1』 L (1) 留『1』 M (1) 留『1』 N (1) 留『1』					
第二天	F (0) G (0) H (0) I (0) J (0) K (0) L (0) M (0) N (0)	『1』『1』『1』『1』	C (1) > A (3) D (1) > B (3) E (1) 留『1』				
第三天		C (0) 『1』 D (0) 『1』	『1』	A (3)			

		E (0) 『1』 『1』		B (1)			
第四天	C (0) D (0) E (0)	『1』	B (0) 『1』		A (2)		
第五天		B (0) 『1』				A (1)	
第六天	B (0)						A (0)

(二) 分析圖形，有一個重要發現，就是任務最後幾天的情況和前面天數相同。

以六天為例說明：從丙點～己點和三天情況相同。

從乙點～己點和四天情況相同。

從甲點～己點和五天情況相同。

所以可以從六天的情況推論七天的情況。

所以可以從七天的情況推論八天的情況。

依此類推。

(三) 人數分析 (1) 三天的任務需要 1 人。

(2) 四天的任務需要 2 人。比三天的任務增加 1 人。

原因是第二天，B 給 A 一天份的食物及水。

『人數加倍』。

(3) 五天的任務需要 5 人。比四天的任務增加 3 人。

原因是第二天，C、D 給 A、B 一天份的食物及水。

『人數加倍』。

E 留下一天份的食物及水等 B 回來取用。

『再增加一人』。

(4) 六天的任務需要 14 人。比五天的任務增加 9 人。

原因是第二天，F、G、H、I、J 給 A、B、C、D、E 一天份的食物及水。

『人數加倍』

K、L、M、N 留下一天份的食物及水等 B、C、D、E 回來取用。

『再增加四人』

(四) 繼續分析從 (3)、(4) 可以得到：因為只有 A 一個人完成任務，其他人都回來，在甲地需要乾糧及水，所以再增加一倍人數後減一 (A 沒有回來)

(五) 做七天的沙漠任務人數推論，六天的人數 14 人，所以一天後到達甲地時，必須增加 14 人，把一天份的乾糧和水給繼續前進的 14 人；繼續前進的 14 人除了 A 一個人完成任務外，其餘的 13 人，都會在回到甲地時用完食物，所以必須再增加 13 人，留下一

天份的食物及水在甲地（共 13 人份），供這 13 人能回到出發點。所以總人數為 $14 + 14 + 13 = 41$ 人

（六）八天的沙漠任務人數 $41 + 41 + 40 = 122$ 人

伍、結論：

從上面討論得到兩個數字關係

（一）增加的人數順序 1、3、9、27

$$2 = 1 + 1$$

$$5 = 2 + 3$$

$$14 = 5 + 9$$

$$41 = 14 + 27 \text{（七天任務人數）}$$

$$122 = 41 + 81 \text{（八天任務人數）}$$

（二）N 天人數 = 3 倍 N-1 天人數 - 1

$$2 = 3 \times 1 - 1$$

$$5 = 3 \times 2 - 1$$

$$14 = 3 \times 5 - 1$$

$$41 = 3 \times 14 - 1 \text{（七天任務人數）}$$

$$122 = 3 \times 41 - 1 \text{（八天任務人數）}$$

（三）依次類推，我們得到任務完成的數字關係式。

柒、參考資料：

1. 『數學思考』九章出版社，台北市建國高中四九屆三一四班全體同學合譯
JOHN MASON & LEONE BURTON & KAYE STACEY 原著。
2. 『趣味數學 300 題』凡異出版社，裘宗滄著。

評語

利用一個情境做出各種情境，解題分析，歸納出解題之遞迴函數關係，表達清晰，唯實用價值不高。